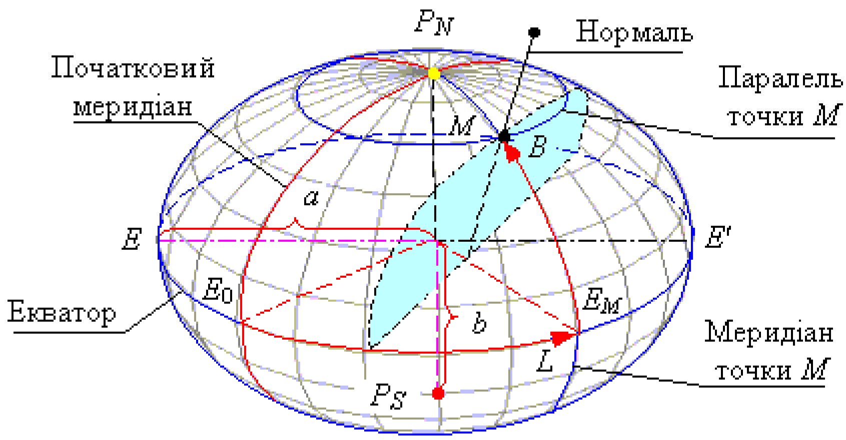
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПОЛТАВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЮРІЯ КОНДРАТЮКА

Кафедра автомобільних доріг, геодезії, землеустрою та сільських будівель

ЖУРНАЛ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ
З ДИСЦИПЛІНИ «ВИЩА ГЕОДЕЗІЯ»
Частина 1

для студентів спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій»
галузі знань 19 «Архітектура та будівництво»
усіх форм навчання



ПОЛТАВА 2017

Журнал лабораторних робіт з дисципліни «Вища геодезія» для студентів спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій» галузі знань 19 «Архітектура та будівництво» усіх форм навчання. Частина 1. – Полтава: ПолтНТУ, 2017. – 32 с.

Укладачі: В.Г. Павлик, к.т.н., доцент кафедри автомобільних доріг, геодезії, землеустрою та сільських будівель; С.В. Нестеренко, к.т.н., доцент кафедри автомобільних доріг, геодезії, землеустрою та сільських будівель; А.В. Гасенко, к.т.н., доцент кафедри залізобетонних і кам’яних конструкцій та опору матеріалів.

Відповідальний за випуск: Г.І. Шарий, к.держ.упр., доцент, завідувач кафедри автомобільних доріг, геодезії, землеустрою та сільських будівель.

Рецензент: І.Ю. Богдан, к.ф.-м.н., доцент кафедри автомобільних доріг, геодезії, землеустрою та сільських будівель.

Затверджено науково-методичною
радою університету
Протокол № 5 від 05 липня 2017 р.

Авторська редакція
Верстка: В.Г. Павлик, А.В. Гасенко

34.58.05.02

ЗМІСТ

ВСТУП

У процесі виконання лабораторних робіт з дисципліни «Вища геодезія» студенти розглянуть способи розв'язання різних геодезичних задач на поверхні еліпсоїда, теорії зображення окремих частин поверхні еліпсоїда на площині, вирішення задач, пов'язаних із використанням системи плоских прямокутних координат у геодезичних роботах, питання, що відносяться до дослідження фігури Землі та її гравітаційного поля.

Основні сталі величини, що використовуються при виконанні лабораторних робіт:

– параметри референц-еліпсоїда Красовського:

$a = 6378245.00000$ м; $e^2 = 0.006693421623$; $\alpha = 0.003352329869$;

$b = 6356863.01877$ м; $e'^2 = 0.006738525415$.

– кількість секунд в одному радіані $\rho'' = 206264{,}8062$.

Лабораторна робота №1

Обчислення довжини дуги меридіана еліпсоїда Красовського

Завдання. Обчислити довжину дуги меридіана між двома точками A та A_1 з відомими широтами B_1 і B_2, якщо довжина дуги $S_м \leq 45$ км.

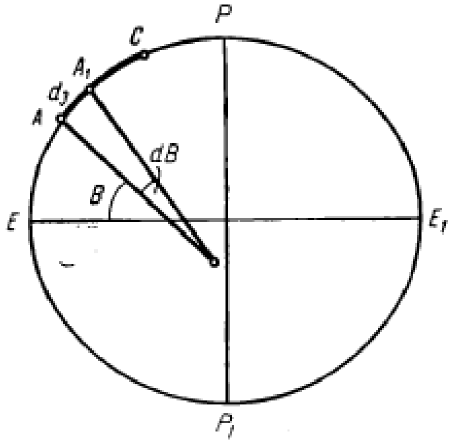


Рис. 1.1 – Дуга меридіана

Вихідні дані для виконання лабораторної роботи:

B_1= 49° 11′ 00″,123 + 1′·n,
B_2=49° 20′ 10″,557 + 2′·n,
де n – порядковий номер студента в списку групи.

1. Обчислення довжини дуги меридіана: $S_м = M_m \dfrac{(B_2 - B_1)''}{\rho''}$,

де $M_m = \dfrac{a\left(1-e^2\right)}{\sqrt{(1-e^2\sin^2 B_m)^3}} = \dfrac{a\left(1-e^2\right)}{W_m^3}$; $B_m = \dfrac{B_1 + B_2}{2}$.

a	
e^2	
$\left(1-e^2\right)$	
$a\left(1-e^2\right)$	
B_1	
B_2	
B_m	
$\left(B_2 - B_1\right)''$	
ρ''	
$\dfrac{\left(B_2 - B_1\right)''}{\rho''}$	
$\sin B_m$	
$\sin^2 B_m$	
$e^2 \sin^2 B_m$	
$1-e^2\sin^2 B_m$	
$W_m = \sqrt{1-e^2\sin^2 B_m}$	
$W_m{}^3$	
M_m	
$S_м$	

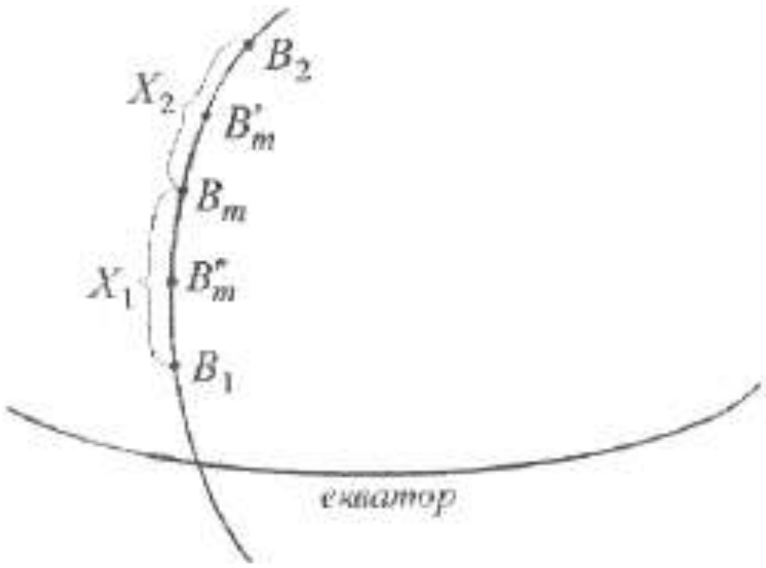


Рис. 1.2 – Положення точок,
які мають широти B_1, B_2, B_m, B'_m, B''_m,,на меридіані

2. Виконання контролю обчисленої довжини дуги меридіана $S_м$ якщо

$$X_1 = M'_m \frac{(B_m - B_1)''}{\rho''}, \quad X_2 = M''_m \frac{(B_2 - B_m)''}{\rho''}.$$

$a(1-e^2)$	
B_1	
B_m	
B'_m	
$(B_m - B_1)''$	
ρ''	
$\dfrac{(B_m - B_1)''}{\rho''}$	
$\sin B'_m$	
$\sin^2 B'_m$	
$e^2 \sin^2 B'_m$	
$1 - e^2 \sin^2 B'_m$	
$W'_m = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B'_m}$	
W'^{3}_m	
M'_m	
X_1	

$a(1-e^2)$	
B_m	
B_2	
B''_m	
$(B_2 - B_m)''$	
ρ''	
$\dfrac{(B_2 - B_m)''}{\rho''}$	
$\sin B''_m$	
$\sin^2 B''_m$	
$e^2 \sin^2 B''_m$	
$1 - e^2 \sin^2 B''_m$	
$W''_m = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B''_m}$	
W''^{3}_m	
M''_m	
X_2	

3. Висновок:

$X_1 + X_2$	
$S_м$	

Лабораторна робота №2

Обчислення довжини дуги паралелі еліпсоїда Красовського.

Завдання. Обчислити довжину дуги паралелі між двома точками з довготами L_1 і L_2, які розташовані на паралелі з широтою B.

Вихідні дані для виконання лабораторної роботи:

$L_1 = 34° 05' 00'',123 + 1' \cdot n$, *$B_1 = 49° 11' 00'',123 + 1' \cdot n$,*

$L_2 = 34° 16' 24'',557 + 2' \cdot n$, *$B_2 = 49° 20' 10'',557 + 2' \cdot n$,*

де n – порядковий номер студента в списку групи.

1. Обчислення довжини дуги паралелі: $S_П = N_i \cdot \cos B_i \cdot \frac{l''}{\rho''}$, $N_i = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 B_i}}$, де $l'' = L_2 - L_1$.

Елементи формули	для $S_{п1}$	для $S_{п2}$
L_1		
L_2		
B_i		
a		
e^2		
$\sin B_i$		
$\sin^2 B_i$		
$e^2 \cdot \sin^2 B_i$		
$1 - e^2 \cdot \sin^2 B_i$		
$\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 B_i}$		
N_i		
$\cos B_i$		
$N \cdot \cos B_i$		
l''		
ρ''		
$S_{пi}$, м		

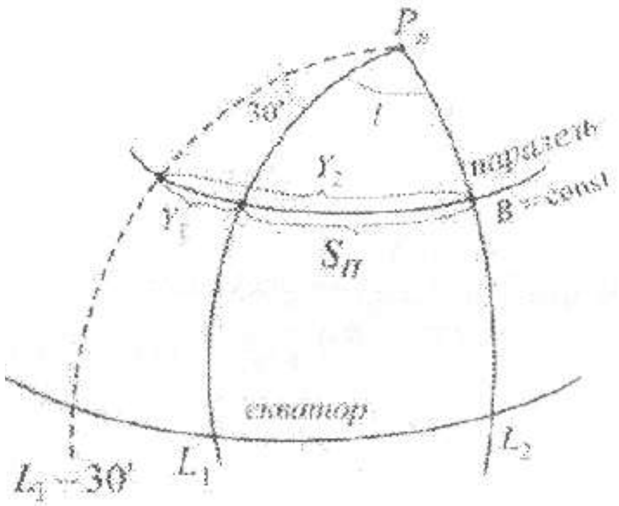


Рис. 2.1 – Довжина дуги паралелі $S_п$ та контрольних дуг Y_2 і Y_1

2. Виконання контролю обчисленої довжини дуги паралелі $S_{пi}$, якщо $Y_2 = \frac{(l + 1800)''}{\rho''} N_i \cdot \cos B_i$ та $Y_1 = \frac{1800''}{\rho''} \cdot N_i \cdot \cos B_i$.

Елементи формули	для $S_{п1}$	для $S_{п2}$
$N_i \cdot \cos B_i$		
$l'' + 1800''$		
ρ''		
Y_1, м		
Y_2, м		
$Y_2 - Y_1$, м		

3. Висновок:

Лабораторна робота №3

Обчислення розмірів рамок та площі сфероїдичної трапеції

Завдання. Обчислити розміри рамок знімальної трапеції, обмеженої меридіанами L_1 і L_2 і широтами B_1 і B_2, якщо масштаб карти 1:25000. Обчислити площу сфероїдичної трапеції.

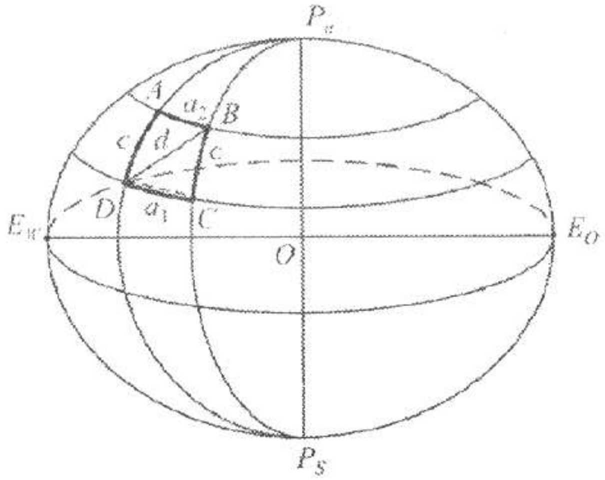


Рис. 3.1 – Сфероїдична трапеція

Вихідні дані для виконання лабораторної роботи:

$L_1 = 34°\ 05'\ 00'',123 + 1'\cdot n$,
$L_2 = 34°\ 16'\ 24'',557 + 2'\cdot n$,
$B_1 = 49°\ 11'\ 00'',123 + 1'\cdot n$,
$B_2 = 49°\ 20'\ 10'',557 + 2'\cdot n$,
де n – порядковий номер студента в списку групи

1. Обчислення розмірів рамок знімальної трапеції:

$$AD = BC = c = \frac{100}{m} S_м ;\ DC = a_1 = \frac{100}{m} S_{П1};\ AB = a_2 = \frac{100}{m} S_{П2}$$

Елементи формули	Значення обчислень	Примітка
B_1		з вихідних даних до лаб. роб. №3
B_2		
$S_м$		з лаб. роб. №1
$AD=BC=c$, см		
L_1		з вихідних даних до лаб. роб. №3
L_2		
$S_{п1}$		з лаб. роб. №2
$DC=a_1$, см		
$S_{п2}$		з лаб. роб. №2
$AB=a_2$, см		

2. Обчислення площі сфероїдичної трапеції:

$$P=\frac{2b^2\left(L_2-L_1\right)''}{\rho''}\left[A'\sin\frac{\left(B_2-B_1\right)}{2}\cos B_m-B'\sin\frac{3\left(B_2-B_1\right)}{2}\cos 3B_m+C'\sin\frac{5\left(B_2-B_1\right)}{2}\cos 5B_m\right].$$

Елементи формули	Значення обчислень
L_1	
L_2	
B_1	
B_2	
B_m	
b, км	
$\frac{(L_2-L_1)''}{\rho''}$	
$2b^2\frac{(L_2-L_1)''}{\rho''}$	
A'	
$\sin\frac{\left(B_2-B_1\right)}{2}$	
$\cos B_m$	
$A'\sin\frac{\left(B_2-B_1\right)}{2}\cos B_m$	
B'	
$\sin\frac{3\left(B_2-B_1\right)}{2}$	
$\cos 3B_m$	
$B'\sin\frac{3\left(B_2-B_1\right)}{2}\cos 3B_m$	
C'	
$\sin\frac{5\left(B_2-B_1\right)}{2}$	
$\cos 5B_m$	
$C'\sin\frac{5\left(B_2-B_1\right)}{2}\cos 5B_m$	
P, км^2	

3. Контроль обчислень площі трапеції:

$P=75456.8\cdot(L_2-L_1)^0\cdot\left[\arcsin\left(K\cdot\sin B_2\right)-\arcsin\left(K\cdot\sin B_1\right)\right]$, де K=0.163133.

Елементи формули	Значення обчислень
$(L_2-L_1)^0$	
$\arcsin\left(K\cdot\sin B_2\right)$	
$\arcsin\left(K\cdot\sin B_1\right)$	
P, км^2	

Лабораторна робота №4

Розв’язування сферичного трикутника способом Лежандра

Завдання. Розв’язати сферичний трикутник способом Лежандра. Відомо три кути сферичного трикутника ***A***, ***B*** і ***C***, вихідна сферична сторона ***b*** та значення середньої широти $\boldsymbol{B_m}$. Знайти дві інші сторони сферичного трикутника ***a*** і ***c*** (див. рис. 4.1).

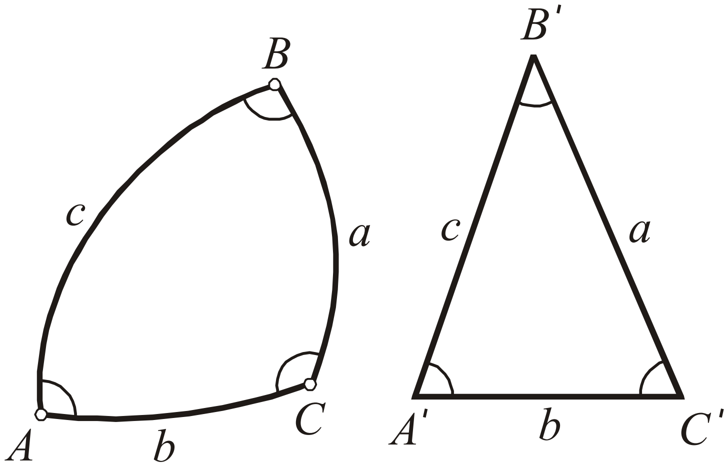


Рис. 4.1 – Заміна сферичного трикутника плоским

Вихідні дані для виконання лабораторної роботи:

A= 60° 30' 30",17,
B=52° 20' 20",22 - 10'·n,
C=67° 09' 08",86 + 10'·n,
b =18170,354м +100,00м ·n,
B_m=50° 00' 00" + 10'·n,
де n – порядковий номер студента в списку групи.

1. Обчислення сферичного надлишку $\varepsilon'' = f\,\dfrac{b^2 \sin A \sin C}{\sin B}$, де $f = \dfrac{\rho''}{2R_m^2}$, $R_m = \sqrt{M_m N_m}$.

Елементи формули	Значення обчислень
f	
b, м	
b^2, км^2	
$\sin A$	
$\sin C$	
$\sin A \sin C$	
$b^2 \sin A \sin C$	
$\sin B$	
ε'' (з точністю до 0,"001)	

2. Обчислення кутової нев’язки в трикутнику $\omega = \sum \beta_{вим.} - (180^o + \varepsilon)$, вирівняних сферичних кутів та значень плоских кутів з точністю до 0,"01.

Вер-ши-на	Виміряні сферичні кути	-ω/3	Врівноважені сферичні кути	-ε/3	Врівноважені плоскі кути B_1, A_1, C_1
B					
A					
C					
Σ					
ε''					
ω''					

3. Обчислення сферичних сторін трикутника $a = b\dfrac{\sin A_1}{\sin B_1}$ та $c = b\dfrac{\sin C_1}{\sin B_1}$:

Вершина	Врівноважені плоскі кути B_1, A_1, C_1	Синуси кутів плоского трикутника	Довжина сторін, м (з точністю до 0,001 м)
B			
A			
C			
Σ			

Таким чином, отримані довжини сторін сферичного трикутника наступні:

$a =$ м ,

$c =$ м.

Лабораторна робота №5

Розв'язування сферичного трикутника способом адитаментів

Завдання. Розв'язати сферичний трикутник способом адитаментів. Відомо три кути сферичного трикутника ***A***, ***B*** і ***C***, вихідна сферична сторона ***b*** та значення середньої широти $\boldsymbol{B_m}$. Знайти дві інші сторони сферичного трикутника ***a*** і ***c*** (див. рис. 5.1). В якості вихідних даних використати вихідні дані лабораторної роботи №4. Порівняти отримані сферичні довжини сторін трикутника ***a*** і ***c*** способом адитаментів і способом Лежандра (лабораторна робота №4).

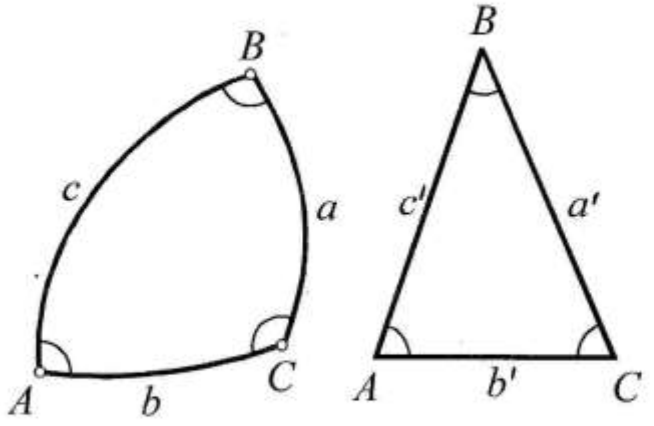


Рис. 5.1 – Заміна сферичного трикутника плоским при розв'язуванні трикутника методом адитаментів

Вихідні дані для виконання лабораторної роботи:

A= 60° 30′ 30″,17
B=52° 20′ 20″,22 - 10′·n ,
C=67° 09′ 08″,86 + 10′·n
b =18170,354м +100,00м ·n
B_m=50° 00′ 00″ + 10′·n
де n – порядковий номер студента в списку групи.

1. Обчислення адитамента вихідної сторони $A_b = \frac{b^3}{6R^2} = kb^3$, де $k = \frac{1}{6R^2}$ (для території України k приймають постійним та рівним $k = 409 \cdot 10^{-11}$) та сторони плоского трикутника $b' = b - A_b$:

k	
b, м	
b, км	
b^3	
A_b	
b', м	

2. Обчислення сторін плоского трикутника $a' = b' \frac{\sin A_{вир.}}{\sin B_{вир.}}$ і $c' = b' \frac{\sin C_{вир.}}{\sin B_{вир.}}$, адитаментів $A_a = \frac{(a')^3}{6R^2} = k(a')^3$ і $A_c = \frac{(c')^3}{6R^2} = k(c')^3$ та сферичних сторін $a = a' + A_a$ і $c = c' + A_c$:

Вершини кутів	Врівноважені сферичні кути	Синуси кутів	Сторони плоского трикутника в м	Сторони в км	Куби сторін в км	Адитаменти в м	Сторони сферичного трикутника в м (з точністю до 0,001 м)
B							
A							
C							

3. Порівняння результатів обчислення шуканих сторін ***a*** і ***c*** сферичного трикутника способами Лежандра (лабораторна робота 3) і адитаментів:

Назва сторони сферичного трикутника	Спосіб Лежандра	Спосіб адитаментів
a		
c		

Висновок:

Лабораторна робота №6

Розв'язування прямої геодезичної задачі способом допоміжної точки (спосіб Шрейбера)

Завдання. Розв'язати пряму геодезичну задачу способом допоміжної точки (спосіб Шрейбера).

Нехай на рис. 6.1 PQ_1Q_2 – сфероїдний полярний трикутник, який потрібно розв'язати за такими даними: широтою B_1 і довготою L_1, довжиною s геодезичної лінії, що з'єднує точки Q_1 і Q_2, а також азимутом A_1 цієї лінії в точці Q_1 (прямий азимут).

Знайти: широту B_2 і довготу L_2 точки Q_2, а також азимут A_2 в точці Q_2 (обернений азимут).

Вихідні дані для виконання лабораторної роботи:

$B_1 = 50° 00' 00'',000 + 2' \cdot n$,

$L_1 = 24° 00' 00'',000 + 10' \cdot n$,

$A_1 = 45° 00' 00'',000 + 3° \cdot n$,

$s = 30385{,}65$ *м* $+ 100{,}00$ *м* $\cdot n$,

де n – номер студента у списку групи.

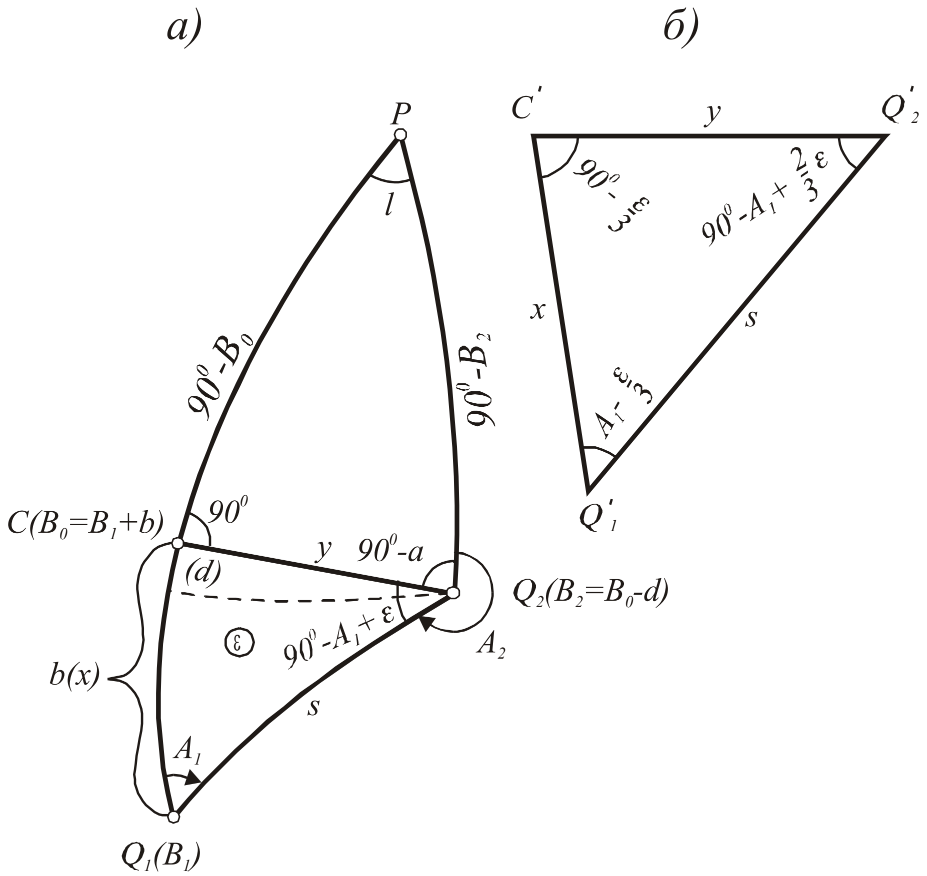


Рис. 6.1 – До розв'язку прямої геодезичної задачі способом Шрейбера: а) сфероїдний трикутник PQ_1Q_2, розділений на два сфероїдних прямокутних трикутника геодезичною лінією Q_2C, яка перпендикулярна меридіану PQ_1 початкової точки.; б) плоский трикутник $Q_1'Q_2'C'$, який відповідає сфероїдному трикутнику $Q_1\,C\,Q_2$.

Основні розрахункові залежності:

$$M_i = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2 B_i)^{\frac{3}{2}}}, \quad N_i = \frac{a}{(1-e^2\sin^2 B_i)^{\frac{1}{2}}}, \quad \eta_i^2 = e'^2\cos^2 B_i; \quad t_i = tgB_i,$$

де індекс при величинах ставиться в залежності від точки, в якій вони обчислюються.

$$\varepsilon = \frac{s^2\cos A_1 \sin A_1}{2M_1N_1}; \; x = s\cos\left(A_1 - \frac{2}{3}\varepsilon\right), \quad y = s\sin\left(A_1 - \frac{\varepsilon}{3}\right), \quad \text{b}=\frac{\text{s}\cdot\cos\text{A}_1}{\text{M}_1}.$$

$$B_o = B_1 + \frac{x}{M_1} - \frac{3}{2}\frac{x^2}{M_1N_1}\eta_1^2 t_1 - \frac{1}{2}\frac{x^3}{M_1N_1^2}\eta_1^2(1-t_1^2); \; B_2 = B_o - \frac{1}{2}\frac{y^2}{M_oN_o}t_o.$$

$$l = \frac{y}{N_o\cos B_o} - \frac{1}{3}\frac{y^3}{N_o^3\cos B_o}t_o^2, \qquad L_2 = L_1 + l;$$

$$a = \frac{y}{N_o}t_o - \frac{1}{6}\frac{y^3}{N_o^3}t_o(1+2t_o^2+\eta_o^2), \qquad A_2 = A_1 \pm 180^o + a - \varepsilon.$$

№ п/п	Позначення	Числові значення
1	M_1	
2	N_1	
3	t_1	
4	η_1^2	
5	ε	
6	x	
7	y	
8	b	
9	B_o	
10	M_o	
11	N_o	
12	t_o	
13	η_o^2	
14	$\boldsymbol{B_2}$	
15	l	
16	a	
17	$\boldsymbol{L_2}$	
18	$\boldsymbol{A_2}$	

Лабораторна робота №7

Розв’язування оберненої геодезичної задачі за формулами із середніми аргументами (спосіб Гаусса)

Завдання. Розв’язати обернену геодезичну задачу за формулами із середніми аргументами (спосіб Гауса). Нехай на рис. 7.1 крива Q_1Q_2 є геодезичною лінією між початковою точкою Q_1 і кінцевою Q_2.

Знайти: азимут A_1 геодезичної лінії Q_1Q_2 в точці Q_1 (прямий азимут) та азимут A_2 в точці Q_2 (обернений азимут), а також довжину s геодезичної лінії.

Вихідні дані для виконання лабораторної роботи №7:

B_1, L_1 взяти із вихідних даних до лабораторної роботи №6;

L_2, B_2 взяти із результатів обчислень лабораторної роботи №6.

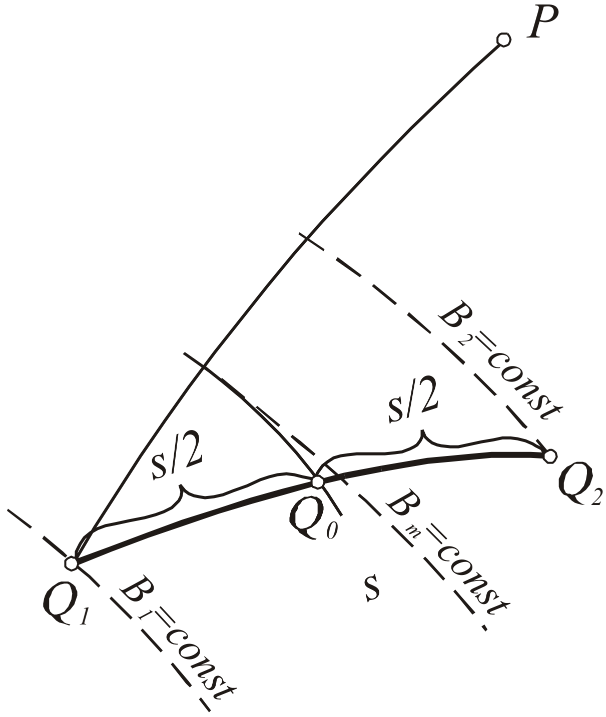


Рис. 7.1 – До розв’язку оберненої геодезичної задачі способом Гаусса

Основні розрахункові залежності:

На основі вихідних даних знаходимо: $B_2 - B_1 = b$, $L_2 - L_1 = l$, $B_m = \dfrac{B_1 + B_2}{2}$.

Обчислюємо радіуси кривизни меридіану M_m і першого вертикалу N_m для середньої широти B_m: $M_m = \dfrac{a\left(1-e^2\right)}{\sqrt{(1-e^2\sin^2 B_m)^3}}$, $N_m = \dfrac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2 B}}$.

Знаходимо величини Q і P за формулами:

$$s\cos A_m = Q = bM_m\left\{1-\frac{l^2\sin^2 B_m}{24}-\frac{l^2}{12}\right\},\ s\sin A_m = P = lN_m\cos B_m\left\{1-\frac{l^2\sin^2 B_m}{24}+\frac{b^2}{24}\right\}.$$

Знаходимо азимут A_m в залежності від знаків величин Q і P: $tgA_m = \dfrac{P}{Q}$.

Азимути A_{12}, A_{21} знаходимо за формулами: $A_{12} = A_m - \dfrac{t}{2}$, $A_{21} = A_m + \dfrac{t}{2} \pm 180^0$,

де $t = l\sin B_m\left\{1-\dfrac{l^2\sin^2 B_m}{24}+\dfrac{b^2}{12}+\dfrac{l^2}{12}\right\}$.

Відстань між двома точками s знаходимо таким чином:

$$s = Q\cos A_m + P\sin A_m = \sqrt{Q^2+P^2}.$$

№ п/п	Елементи формули	Значення обчислень
1	B_1	
2	B_2	
3	L_1	
4	L_2	
5	b''	
6	l''	
7	*b в радіанах*	
8	*l в радіанах*	
9	$a(1-e^2)$	
10	B_m	
11	sin^2B_m	
12	$e^2sin^2B_m$	
13	$1- e^2sin^2B_m$	
14	$\sqrt{1-e^2\sin^2 B_m}$	
15	$\sqrt{(1-e^2\sin^2 B_m)^3}$	
16	M_m	
17	N_m	
18	l^2	
19	$(l^2sin^2B_m)/24$	
20	$l^2/12$	
21	$1-(l^2sin^2B_m)/24-l^2/12$	
22	Q	
23	$cos\ B_m$	
24	b^2	
25	$b^2/24$	
26	$1-(l^2sin^2B_m)/24+b^2/24$	
27	P	
28	$tgA_m=P/Q$	
29	A_m *в градусах*	
30	$b^2/12$	
31	$1-(l^2sin^2B_m)/24+b^2/12+l^2/12$	
32	*t в радіанах*	
33	*t/2 в радіанах*	
34	*t/2 в кутовій мірі*	
35	$\mathbf{A_{12}=A_m-t/2}$	
36	$\mathbf{A_{21}=A_m+t/2\pm180°}$	
37	Q^2	
38	P^2	
39	Q^2+P^2	
40	$\boldsymbol{S}$	

Лабораторна робота №8

Застосування диференціальних формул першого роду

Завдання. За диференціальними формулами першого роду обчислити поправки у координати другого пункту B_2 і L_2 та в обернений азимут A_{21} за рахунок зміни координат першого (вихідного) пункту B_1 і L_1, прямого азимута A_{12} та довжини вихідної сторони s.

Вихідні дані для виконання роботи №8:

B_1=50° 00' 00",000,
B_2=50° 05' 35",128+1'·n,
L_1=24° 00' 00",000,
L_2=24° 06' 28",802+1'·n,
A_{12}=36° 39' 30",275,
A_{21}=216° 44' 31",337+1'·n,

$\frac{ds}{s} = 0{,}00000250 + 0{,}00000010 \cdot n$,
dB_1"=0,165"+0,002·n,
dL_1"=0,127"+0,003·n,
dA_{12}"=0,208"+0,004·n.
де n – номер студента у списку групи.

Основні розрахункові залежності

1. Обчислення поправки в широту другого пункту:

$$dB_2'' = dB_1'' + b'' \cdot \frac{ds}{s} - \frac{b'' \cdot tgA_m}{2\rho''} \cdot dA_{12}'',$$

де $b'' = B_2 - B_1$ – різниця широт двох пунктів;

$A_m = \frac{A_{12} + A_{21} \pm 180^0}{2}$ – середнє значення з суми значень прямого та оберненого азимутів A_m;

dB_1'' – зміна широти B_1 вихідного пункту;

dA_{12}'' – зміна прямого азимуту A_{12} вихідної сторони;

ds – зміна довжини s вихідної сторони.

2. Обчислення поправки в довготу другого пункту:

$$dL_2'' = dL_1'' + l'' \cdot \frac{ds}{s} + \frac{l'' \cdot ctgA_m}{2\rho''} \cdot dA_{12}'' + \frac{l'' \cdot tgB_m}{2\rho''} \cdot dB_1'',$$

де $l'' = L_2 - L_1$ – різниця довгот двох пунктів;

dL_1'' – зміна довготи L_1 вихідного пункту;

$B_m = \frac{B_1 + B_2}{2}$ – середнє значення широти.

3. Обчислення поправки в обернений азимут:

$$dA_{21}'' = dA_{12}'' + t'' \cdot \frac{ds}{s} + \frac{t'' \cdot ctgA_m}{2\rho''} \cdot dA_{12}'' + \frac{t''}{\rho'' \cdot \sin 2B_m} \cdot dB_1'',$$

де $t'' = A_{21} - A_{12} \pm 180^0$ – різниця прямого та оберненого азимутів.

Примітка. Диференціальні поправки у координати другого пункту B_2 і L_2 та в обернений азимут A_{21} обчислюють з точністю до 0,0001". При цьому використовують значення тригонометричних функцій, обчислених з точністю до восьмого знака після коми.

№ п/п	Елементи формули	Значення обчислень
1	B_1	
2	B_2	
3	L_1	
4	L_2	
5	b''	
6	l''	
7	A_{12}	
8	A_{21}	
9	B_m	
10	A_m	
11	dB_1''	
12	dL_1''	
13	dA_{12}''	
14	ds/s	
15	$b''ds/s$	
16	tgA_m	
17	ρ''	
18	$b''tgA_m$	
19	$b''tgA_m/2\rho''$	
20	$(19)\cdot(13)$	
21	$\boldsymbol{dB_2''}=(11)+(15)-(20)$	
22	$l''ds/s$	
23	$ctgA_m$	
24	$l''ctgA_m$	
25	$l''ctgA_m/2\rho''$	
26	$(25)\cdot(13)$	
27	tgB_m	
28	$l''tgB_m$	
29	$l''tgB_m/2\rho''$	
30	$(29)\cdot(11)$	
31	$\boldsymbol{dL_2''}=(12)+(22)+(26)+(30)$	
32	t''	
33	$t''ds/s$	
34	$t''ctgA_m$	
35	$t''ctgA_m/2\rho''$	
36	$(35)\cdot(13)$	
37	$2B_m$	
38	$sin2B_m$	
39	$t''/\rho''sin2B_m$	
40	$(39)\cdot(11)$	
41	$\boldsymbol{dA_{21}''}=(13)+(33)+(36)+(40)$	

Лабораторна робота №9

Вирахування прямокутних координат Гаусса-Крюгера за геодезичними

Завдання. Вирахувати плоскі прямокутні координати x, y точки, яка розміщена в зоні з осьовим меридіаном L_0, якщо відомі геодезичні координати B, L цієї точки.

Вихідні дані для виконання роботи №9:

$B=50°\ 12'\ 20'',5734+10'\cdot n$, $L=24°\ 00'\ 45'',4387+5'\cdot n$, $L_0=27°$,
де n – номер студента у списку групи.

Основні розрахункові залежності для обчислення плоских прямокутних координат, які можна використовувати для еліпсоїда Красовського:

$$x = 6367558,4969 \cdot \frac{B''}{\rho''} - \left\{ a_0 - \left[0,5 + \left(a_4 + a_6 \cdot l^2 \right) \cdot l^2 \right] \cdot l^2 \cdot N \right\} \cdot \sin B \cdot \cos B;$$

$$y = \left[1 + \left(a_3 + a_5 \cdot l^2 \right) \cdot l^2 \right] \cdot l \cdot N \cdot \cos B; \qquad \text{де } l = \frac{\left(L - L_0 \right)''}{\rho''};$$

$$N = 6399698,902 - \left[21562,267 - \left(108,973 - 0,612 \cdot \cos^2 B \right) \cdot \cos^2 B \right] \cdot \cos^2 B;$$

$$a_0 = 321400,404 - \left[135,3302 - \left(0,7092 - 0,0040 \cdot \cos^2 B \right) \cdot \cos^2 B \right] \cdot \cos^2 B;$$

$$a_4 = \left(0,25 + 0,00252 \cdot \cos^2 B \right) \cdot \cos^2 B - 0,04166;$$

$$a_6 = \left(0,166 \cdot \cos^2 B - 0,0084 \right) \cdot \cos^2 B;$$

$$a_3 = \left(0,3333333 + 0,001123 \cdot \cos^2 B \right) \cdot \cos^2 B - 0,1666667;$$

$$a_5 = 0,0083 - \left[0,1667 - \left(0,1968 + 0,0040 \cdot \cos^2 B \right) \cdot \cos^2 B \right] \cdot \cos^2 B.$$

Примітка. Координати x, y обчислюють з точністю до 0,001 м. При цьому значення B_1 і l, які виражені в радіанній мірі, обчислюють з точністю до дев’ятого знака після коми, використовуючи значення тригонометричних функцій, обчислених з точністю також до дев’ятого знака після коми. Коефіцієнт a_0 обчислють з точністю до третього знака після коми, а коефіцієнти a_4, a_6, a_3 і a_5 – до восьмого знака після коми.

№ п/п	Елементи формули	Значення обчислень
1	B^0	
2	B''	
3	ρ''	206264,8062
4	B''/ρ''	
5	$sinB$	
6	$cosB$	
7	cos^2B	
8	L^0	
9	L_0	
10	$l^0= L – L_0$	
11	l''	
12	$l = l'' / \rho''$	
13	$0,612\cdot cos^2B$	

14	108,973 – *[13]*	
15	*[14]*cos^2B	
16	21562,267 – *[15]*	
17	*[16]*$\cdot cos^2B$	
18	***N***=6399698,902 – *[17]*	
19	0,040$\cdot cos^2B$	
20	0,7092 – *[19]*	
21	*[20]*$\cdot cos^2B$	
22	135,3302 – *[21]*	
23	*[22]*$\cdot cos^2B$	
24	$\boldsymbol{a_0}$ = 32140,404 – *[23]*	
25	0,00252$\cdot cos^2B$	
26	0,25 + *[25]*	
27	*[26]*$\cdot cos^2B$	
28	$\boldsymbol{a_4}$ = *[27]* – 0,04166	
29	0,166$\cdot cos^2B$	
30	*[29]* – 0,084	
31	$\boldsymbol{a_6}$ = *[30]*$\cdot cos^2B$	
32	0,001123$\cdot cos^2B$	
33	0,3333333 + *[32]*	
34	*[33]*$\cdot cos^2B$	
35	$\boldsymbol{a_3}$ = *[34]* – 0,1666667	
36	0,0040$\cdot cos^2B$	
37	0,1968 + *[36]*	
38	*[37]*$\cdot cos^2B$	
39	0,1667 – *[38]*	
40	*[39]*$\cdot cos^2B$	
41	$\boldsymbol{a_5}$ = 0,0083 – *[40]*	
42	l^2	
43	$a_6\cdot l^2$	
44	$a_4 + a_6\cdot l^2$	
45	*[44]*$\cdot l^2$	
46	0,5 + *[45]*	
47	*[46]*$\cdot l^2\cdot N$	
48	a_0 – *[47]*	
49	*[48]*$\cdot sinB\cdot cosB$	
50	6367558,4969$\cdot$*[4]*	
51	***x = [50] – [49]***	
52	$a_5\cdot l^2$	
53	a_3 + *[52]*	
54	*[53]*$\cdot l^2$	
55	1 + *[54]*	
56	***y = [55]·l·N·cosB***	

Лабораторна робота №10

Вирахування геодезичних координат за прямокутними координатами Гаусса-Крюгера

Завдання. Вирахувати геодезичні координати точки (B, L), якщо відомі її прямокутні координати Гаусса-Крюгера (x, y) і осьовий меридіан L_0.

Вихідними даними для виконання роботи №10 є обчислені раніше плоскі прямокутні координати x та y (у попередній роботі №9) та значення осьового меридіану L_0=27°.

Розв'язання даної задачі виконується за наступними формулами:

$$B = B_x - \left[1 - \left(b_4 - 0{,}12 \cdot z^2\right) \cdot z^2\right] \cdot z^2 \cdot b_2 \cdot \rho''; \qquad L = L_0 + l;$$

де $l = \left[1 - \left(b_3 - b_5 \cdot z^2\right) z^2\right] \cdot z \cdot \rho''$;

$$B_x = \beta + \left\{50221746 + \left[293622 + \left(2350 + 22 \cdot \cos^2\beta\right) \cdot \cos^2\beta\right] \cdot \cos^2\beta\right\} \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta \cdot 10^{-10} \cdot \rho'';$$

$$\beta = \frac{x}{6367558{,}4969} \cdot \rho''; \qquad z = \frac{y}{N_x \cdot \cos B_x};$$

$$N_x = 6399698{,}902 - \left[21562{,}267 - \left(108{,}973 - 0{,}612 \cdot \cos^2 B_x\right) \cdot \cos^2 B_x\right] \cdot \cos^2 B_x;$$

$$b_2 = \left(0{,}5 + 0{,}003369 \cdot \cos^2 B_x\right) \cdot \sin B_x \cdot \cos B_x;$$

$$b_3 = 0{,}333333 - \left(0{,}166667 - 0{,}001123 \cdot \cos^2 B_x\right) \cdot \cos^2 B_x;$$

$$b_4 = 0{,}25 + \left(0{,}16161 + 0{,}00562 \cdot \cos^2 B_x\right) \cdot \cos^2 B_x;$$

$$b_5 = 0{,}2 - \left(0{,}1667 - 0{,}0088 \cdot \cos^2 B_x\right) \cdot \cos^2 B_x.$$

Примітка. Широту B і довготу L вихідного пункту та пов'язані з їх обчисленням величини β, B_x і l обчислюють з точністю до 0,0001". При цьому ці значення, виражені у радіанній мірі, визначають з точністю до дев'ятого знака після коми, використовуючи при цьому значення тригонометричних функцій також обчислених з точністю до дев'ятого знака після коми. Коефіцієнти b обчислюють з точністю до восьмого знака після коми; з такою ж точністю визначають значення величини z.

№ п/п	Елементи формули	Значення обчислень
1	x	
2	ρ''	206264,8062
3	β''	
4	β^0	
5	$sin\beta$	
6	$cos\beta$	
7	$cos^2\beta$	
8	$2350+22 \cdot cos^2\beta$	
9	$[8] \cdot [7]$	

10	(293622+*[9]*) · *[7]*	
11	(50221746+*[10]*)	
12	*[11] · [5] · [6]*	
13	*[12] · [2]*$\cdot 10^{-10}$	
14	B''_x=*[3]+[13]*	
15	B_x	
16	$sinB_x$	
17	$cosB_x$	
18	cos^2B_x	
19	0,612· *[18]*	
20	(108,973 - *[19]*) · *[18]*	
21	(21562,267 - *[20]*) · *[18]*	
22	N_x= 6399698,902 - *[21]*	
23	0,5+0,003369 · *[18]*	
24	b_2=*[23] · [16] · [17]*	
25	0,166667 - 0,001123· *[18]*	
26	b_3=0,333333 - *[25] · [18]*	
27	0,16161+0,00562· *[18]*	
28	b_4=0,25+*[27] · [18]*	
29	0,1667 - 0,0088· *[18]*	
30	b_5=0,2 - *[29] · [18]*	
31	*[22] · [17]*	
32	***y***	
33	*z = [32] / [31]*	
34	z^2	
35	z^2· *[30]*	
36	(*[26]-[35]*) · *[34])*	
37	*l''*= (1-*[36]*) · *[33] · [2]*	
38	l^0	
39	$\boldsymbol{L_0}$	
40	***L***=L_0+l^0	
41	*[28]* - 0,12· *[34]*	
42	*[41] · [34]*	
43	1 - *[42]*	
44	*[43] · [34] · [24] · [2]*	
45	$B''=B''_x$ – *[44]*	
46	$\boldsymbol{B^0}$	

Висновок щодо результатів контрольних обчислень геодезичних координат *B* і *L* вихідного пункту (за підрахунками лабораторних робіт 9 і 10):

Лабораторна робота №11

Редукування геодезичних вимірів з еліпсоїда на площину в проекції Гаусса-Крюгера

Завдання. Обчислити у першому наближенні поправки δ_{ik} у напрямок за кривизну зображення геодезичних ліній і поправки Δs_{12} за масштаб зображення у вихідну (базисну) сторону.

Вихідні дані для виконання роботи №11:
B_1, L_1, L_0 – геодезичні координати та осьовий меридіан зони взяти із вихідних даних до роботи №9;
x_1, y_1 – плоскі прямокутні координати, обчислені раніше у роботі №9;
A_{12}=45° 00′ 00″,000+3°·n,
s_{12}=30385,65 м +100,00 м ·n,
A = 60° 30′,
B =52° 20′ – 10′·n,
де n – номер студента у списку групи.

Поправки у напрямок за кривизну зображення геодезичних ліній та за масштаб зображення у вихідну (базисну) сторону визначаються послідовними наближеннями, оскільки формули для обчислення редукцій одержані у вигляді функцій плоских координат.

Послідовність виконання роботи

1. Спочатку складають схематичне креслення мережі (в даній задачі – окремого трикутника) в масштабі 1:100000, на якому викреслюється координата сітка плоских координат. Наносять на неї вихідний пункт *1′* за значеннями обчислених у лабораторній роботі №9 плоских прямокутних координат x_1, y_1.

2. Від вихідного пункту *1′* у масштабі креслення відкладають вихідну (базисну) сторону s_{12} за наближеним значенням дирекційного кута $\alpha_{12} = A_{12} - \gamma_1$, у результаті чого на схемі графічно одержують положення пункту *2*. Зближення меридіанів в проекції Гаусса-Крюгера знаходять за практичною формулою з точністю до 1':

$$\gamma_1 = \left(L_1 - L_0\right) \cdot \sin B_1 .$$

3. Використовуючи значення кутів *A* і *B* трикутника на еліпсоїді, шляхом їх побудови за допомогою транспортира відносно вихідної сторони (кутова засічка), графічно одержують на схемі положення пункту *3*. По кресленню, за допомогою розміченої сітки координат, графічно визначають плоскі прямокутні координати визначуваних пунктів *2′* і *3′* з точністю до 0,1 км.

4. За наближено визначеними прямокутними координатами пунктів обчислюють редукцію довжини вихідної сторони Δs_{12} за наближеною формулою з точністю до 1 м:

$$\Delta s_{12} = d - s = 0.123 \cdot y_m^2 \cdot s_{12} ,$$

де $y_m = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$ – середнє значення ординати, виражене у *сотнях кілометрів*;

s_{12} – довжина вихідної сторони на еліпсоїді, виражена в *кілометрах*.

Аналогічно обчислюють редукції Δs_{13} та Δs_{23}.

5. Редукції напрямку δ_{ik} обчислюють за наближеною формулою з точністю до 1":

$$\delta_{ik} = -\delta_{ki} = -\frac{\rho''}{2 \cdot R^2} \cdot y_m \cdot \Delta x = -0.00253 \cdot y_m \cdot \Delta x,$$

де i, k – позначення відповідно початкової та кінцевої точок заданої лінії;

$\Delta x = x_k - x_i$ – різниця абсцис. При цьому величини y_m та Δx мають бути виражені у *кілометрах*.

№ пункту	***1***	***2***	***3***
Геодезичні координати: *B* *L*		 – –	 – –
Прямокутні координати, м: *x* *y*			

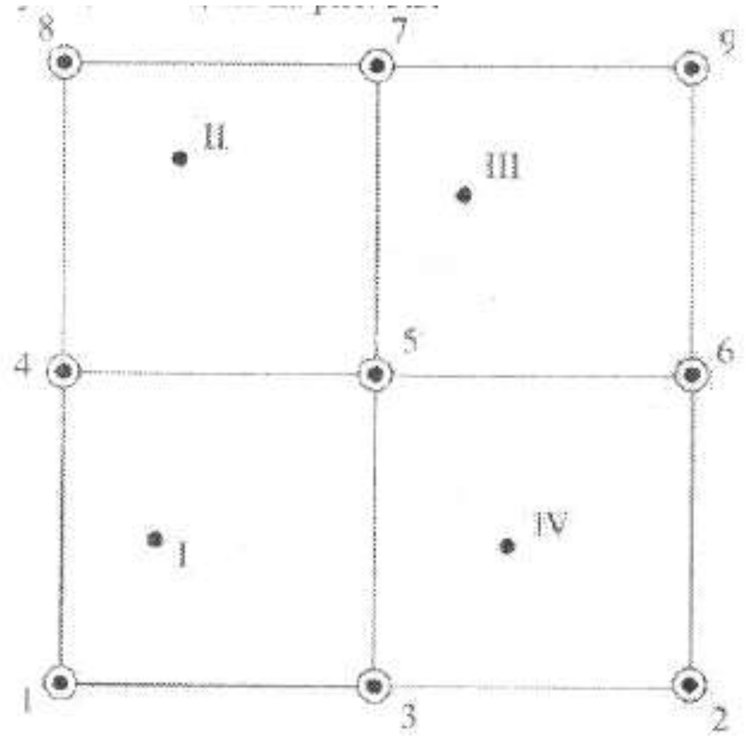
Сторона трикутника	***1 – 2***	***2 – 3***	***3 – 1***
Вихідна (базисна) сторона *s*, *м*			
Азимут базисної сторони *A*			
Зближення меридіанів γ			
Дирекційний кут базисної сторони α			
Середнє значення ординат y_m, *сотні кілометрів*			
Редукції довжин сторін Δ*s* у першому наближенні, *м*			
Середнє значення ординат y_m, *кілометри*			
Різниці абсцис Δ*x*, *кілометри*			
Редукції напрямку δ_{ik} у першому наближенні			

Схематичне креслення мережі

Лабораторна робота №12

Вирахування перевищень квазігеоїда за астрономо-геодезичними даними

Завдання. Обчислити перевищення квазігеоїда між відповідними суміжними астропунктами по лінії 1-4-8-7-9-6-2-3-1 (див. рис. 12.1) методом астрономічного нівелювання.



⊙ – астропункти;

• – проміжні точки (пункти тріангуляції 2-го класу).

Рис. 12.1 – Схема розміщення астропунктів

Вихідні дані для виконання роботи №12:

№ пункту	1	4	8	7	9	6	2	3	1
x, м	6747,7	6838,3	6963,1	6985,5	6990,4	6900,6	6787,4	6778,2	6747,7
y, м	+32,6	+42,4	+61,3	+128,6	+192,4	+182,4	+188,5	+99,8	+32,6
Широта B	60°50′	61°39′	62°46′	62°57′	62°58′	62°10′	61°09′	61°06′	60°50′
Довгота L	24°36′	24°48′	25°12′	26°32′	27°46′	27°30′	27°30′	25°51′	24°36′
$\left(\xi^{аг}\right)'' + 0{,}01''\cdot n$	+0,88	+0,52	-0,34	-0,19	-0,15	+0,69	-5,31	-4,00	+0,88
$\left(\eta^{аг}\right)'' + 0{,}01''\cdot n$	+2,08	-1,62	-0,52	+0,12	-0,15	+0,11	-0,77	+7,47	+2,08

де n – номер студента у списку групи.

Послідовність виконання роботи

1. Визначають різниці геодезичних координат суміжних астропунктів ΔB, ΔL, виражені у мінутах. Обчислюють середнє значення геодезичної широти B_m між ними.

2. Для двох суміжних астропунктів визначають суму складових астрономо-геодезичних відхилень прямовисної лінії $\left(\xi_1^{аг} + \xi_2^{аг}\right)$ та $\left(\eta_1^{аг} + \eta_2^{аг}\right)$, виражені у секундах дуги.

3. Обчислюють значення різниць астрономо-геодезичних висот між кожними суміжними астропунктами з точністю до 0,001 м за формулою:

$$\zeta_2^{аг} - \zeta_1^{аг} = -\frac{R}{2 \cdot \rho'' \cdot \rho'} \cdot \left\{ \left[\xi_1^{аг} + \xi_2^{аг} - 0{,}171'' \cdot \left(H_1 + H_2\right) \cdot \sin 2B \right] \cdot \Delta B + \right.$$

$$\left. + \left(\eta_1^{аг} + \eta_2^{аг}\right) \cdot \cos B_m \cdot \Delta L \right\}$$

де $\dfrac{R}{2 \cdot \rho'' \cdot \rho'} = 0.00449$;

$0{,}171'' \cdot \left(H_1 + H_2\right) \cdot \sin 2B \approx 0$ – для рівнинних районів можна не враховувати, тому що це значення буде менше точності астрономо-геодезичних відхилень прямовисних ліній, яка складає близько 0,05";

ΔB, ΔL – різниці геодезичних координат суміжних астропунктів, виражені у мінутах;

ξ, η – складові астрономо-геодезичних відхилень прямовисної лінії, виражені у секундах дуги.

4. За значеннями плоских прямокутних координат x та y, поданих у вихідних даних, обчислюють відстані між суміжними астропунктами по заданій лінії. Визначають середнє значення $l_{сер}$. Обчислюють загальну довжину L лінії нівелювання як суму значень l між пунктами.

5. Обчислюють середні квадратичні похибки визначення складової прямовисної лінії m_ϑ з точністю 0,01" та аномалії висоти квазігеоїда m_ζ з точністю до 0,01 м за формулами:

$$m_\vartheta'' = 0.17'' \cdot \sqrt{l_{км}};$$

$$m_\zeta = \frac{m_\vartheta''}{\rho''} \cdot 10^3 \cdot \sqrt{l_{км} \cdot L_{км}}.$$

№ пункту	1	4	8	7	9	6	2	3	1
x, м	*6747,7*	*6838,3*	*6963,1*	*6985,5*	*6990,4*	*6900,6*	*6787,4*	*6778,2*	*6747,7*
y, м	*+32,6*	*+42,4*	*+61,3*	*+128,6*	*+192,4*	*+182,4*	*+188,5*	*+99,8*	*+32,6*
Широта B	$60^{\circ}50'$	$61^{\circ}39'$	$62^{\circ}46'$	$62^{\circ}57'$	$62^{\circ}58'$	$62^{\circ}10'$	$61^{\circ}09'$	$61^{\circ}06'$	$60^{\circ}50'$
Довгота L	$24^{\circ}36'$	$24^{\circ}48'$	$25^{\circ}12'$	$26^{\circ}32'$	$27^{\circ}46'$	$27^{\circ}30'$	$27^{\circ}30'$	$25^{\circ}51'$	$24^{\circ}36'$
$\left(\xi^{аг}\right)''$									
$\left(\eta^{аг}\right)''$									

$\Delta B'$	*49*	*67*	*11*	*1*	*-48*	*-61*	*-3*	*-16*
$\Delta L'$	*12*	*24*	*80*	*74*	*-16*	*0*	*-99*	*-75*
B_m	$61^{\circ}14{,}5'$	$62^{\circ}12{,}5'$	$62^{\circ}51{,}5'$	$62^{\circ}57{,}5'$	$62^{\circ}04'$	$61^{\circ}39{,}5'$	$61^{\circ}07{,}5'$	$60^{\circ}58'$
$\cos B_m$	*0,481*	*0,466*	*0,456*	*0,455*	*0,468*	*0,475*	*0,483*	*0,485*
$\left(\xi_1^{аг}+\xi_2^{аг}\right)''$								
$\left(\eta_1^{аг}+\eta_2^{аг}\right)''$								
$\left(\xi_1^{аг}+\xi_2^{аг}\right)'' \cdot \Delta B'$								
$\left(\eta_1^{аг}+\eta_2^{аг}\right)'' \cdot \cos B_m \cdot \Delta L'$								
$\left(\zeta_1^{аг}+\zeta_2^{аг}\right)''$								
l, км	*9,8*	*18,9*	*22,4*	*4,9*	*10*	*6,1*	*9,2*	*30,5*
m''_{ϑ}	*0,532*	*0,739*	*0,805*	*0,376*	*0,538*	*0,420*	*0,516*	*0,939*
L, км	*111,8*							
$\sqrt{l \cdot L}$, км	*33,100*	*45,968*	*50,043*	*23,406*	*33,437*	*26,115*	*32,071*	*58,394*
m_{ζ}, м	*0,085*	*0,165*	*0,195*	*0,043*	*0,087*	*0,053*	*0,080*	*0,266*

Лабораторна робота №13

Вирахування нормальних і динамічних висот нівелірного ходу

Завдання. Вирахувати нормальні H^{γ} та динамічні H^{d} висоти реперів нівелірного ходу.

Вихідні дані для виконання роботи №13

№ репера	*Широта B*	*H репера в м*	*Δh в м*	*(Δg)_Б в мГал*	*H^{γ} в м*
1	*49° 10' 12"-10'·n,*	*1660-50·n*	*(H_2-H_1),1602*	*+50+n*	*H_1,3170*
2	*49° 05' 36"-10'·n,*	*1634-49·n*		*+39+n*	

де n – номер студента у списку групи.

Послідовність виконання роботи

Порядок обчислення нормальних висот:

1. За даними висоти вихідного репера та виміряних перевищень обчислюють значень висот усіх реперів нівелірного ходу в цілих метрах (прийняти за вихідними даними).
2. Визначають середні значення висот H_m для сусідніх реперів.
3. По карті аномалій Буге для кожного з реперів визначають поправки $(\Delta g)_Б$ (прийняти за вихідними даними).
4. Здійснюють перехід від поправок Буге до поправок у вільному повітрі:

$$(g-\gamma)_{в.п.} = (\Delta g)_Б + k \cdot H^{\gamma},$$

де $k = 0{,}0418 \cdot \delta$,

δ – середнє значення густини земних порід ($\delta = 2{,}3 \frac{г}{см^3}$);

H^{γ} – нормальна висота репера.

5. Вираховують середнє значення аномалій у вільному повітрі між суміжними точками нівелірного ходу.
6. Визначають значення нормальної сили ваги на поверхні еліпсоїда за формулою Гельмерта: $\gamma_{0i} = 978030 \cdot \left(1 + 0.005302 \cdot \sin^2 B_i - 0{,}000007 \cdot \sin^2 2B_i\right)$.
7. Знаходять середнє значення та різницю між суміжними значеннями нормальної сили ваги.
8. Обчислюють поправку за перехід до нормальних висот f:

$$f = f_1 - f_2,$$

де $f_1 = \frac{(g-\gamma)_m \cdot \Delta h_{вим.}}{\gamma_{0m}}$ – поправка, що враховує розбіжність рівневих поверхонь реального та нормального гравітаційних полів;

$f_2 = \frac{(\gamma_{0k} - \gamma_{0i}) \cdot H_m}{\gamma_{0m}}$ – поправка за непаралельність рівневих поверхонь нормального гравітаційного поля (тут i – задній, k – передній по ходу репери).

9. Знаходять різниці нормальних висот: $h_{ik}^{\gamma} = \Delta h_{вим.} + f_{ik}$.

10. Визначають значення нормальних висот реперів: $H_k^{\gamma} = H_i^{\gamma} + h_{ik}^{\gamma}$.

Порядок обчислення динамічних висот:

1. Вибирають значення нормальних висот реперів нівелірного ходу (із попереднього завдання).

2. Динамічні висоти знаходять за формулою: $H^d = H^{\gamma} - q \cdot H^{\gamma} \cdot 10^{-6}$,

де $q = \left(q_0 + 0{,}157 \cdot H^{\gamma}\right)$; $q_0 = \left(1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_{45^0}}\right) \cdot 10^6$,

γ_{45^0} – нормальне значення сили ваги на широті 45^0 (γ_{45^0} =980615,9мГал).

Обчислення нормальних висот

№ репера	*Широта B*	*H репера в м*	*$\Delta h_{вим.}$ в м*	*H_m в м*	*$(\Delta g)_Б$ в мГал*	*$k \cdot H^{\gamma}$ в мГал*	*$(g-\gamma)_{в.п.}$ в мГал*
1 *2*							
	Σ						

$(g-\gamma)_{в.п.\ m}$ в мГал	*γ_0 в мГал*	*γ_{0m} в мГал*	*$(\gamma_{0k}-\gamma_{0i})$ в мГал*	*f_1 в м*	*f_2 в м*	*$f=f_1-f_2$ в м*	*h^{γ} в м*	*H^{γ} в м*
			Σ					

Контроль: $\sum \Delta h_{вим.} + \sum f = \sum h^{\gamma} = H_2^{\gamma} - H_1^{\gamma}$,

Обчислення динамічних висот

№ репера	*Широта B*	*H^{γ} в м*	*q_0*	*q*	*$q \cdot H^{\gamma} \cdot 10^{-6}$ в м*	*H^d в м*
1 *2*						
	Σ					

Контроль: $\left(H_2^{\gamma} - H_1^{\gamma}\right) - \left(q \cdot H_2^{\gamma} - q \cdot H_1^{\gamma}\right) = H_2^d - H_1^d$,

Лабораторна робота №14

Редукування вимірів з фізичної поверхні Землі на поверхню відносності

Завдання. Виконати редукування трикутника тріангуляції 1-го класу на поверхню прийнятого референц-еліпсоїда.

Вихідні дані для виконання роботи №14

Назва пункту	Широта B	Довгота L	Висота H, м + 1м·n	$\left(\xi^{аг}\right)'' + 0{,}01'' \cdot n$	$\left(\eta^{аг}\right)'' + 0{,}01'' \cdot n$
A	55°08'	31°08'	576,5	-0,14	-1,29
B	55°20'	31°28'	483,1	-1,33	-3,11
C	55°19'	31°51'	515,3	+0,49	-0,09

Назва пункту	Напрямок	Відстань s, км +100м·n	Азимут A	Зенітна відстань z	Виміряні кути
A	*A – B*	24,10	334°20,6'	90°13,0'	61°11'45,15"
	A – C	23,15	35°32,3'	90°09,0'	
B	*B – A*	24,10	154°20,6'	89°46,7'	57°27'53,86"
	B – C	24,07	96°52,8'	90°04,6'	
C	*C – A*	23,15	215°32,3'	89°50,8'	61°20'24,05"
	C – B	24,07	276°52,8'	89°55,2'	

де *n* – номер студента у списку групи.

Послідовність виконання роботи

Виміряні на фізичній поверхні Землі елементи геодезичної мережі (довжини сторін і горизонтальні напрямки) редукують до поверхні прийнятого референц-еліпсоїда.

1. Редукція горизонтальних напрямків. При редукуванні виміряних на фізичній поверхні Землі горизонтальних напрямків на поверхню референц-еліпсоїда використовують значення складових астрономо-геодезичних відхилень прямовисних ліній $\xi_1^{аг}$ та $\eta_1^{аг}$ у кожному геодезичному пункті з точністю до 0,01"; геодезичних азимутів A_{12} виміряних горизонтальних напрямків з точністю до 0,1'; виміряних зенітних відстаней z_{12} з першого пункту на другий з точністю до 0,1'; геодезичних висот H (з точністю до 0,0001 км) та широт B (з точністю до цілих мінут) пунктів і відстаней між ними (див. вихідні дані для виконання роботи).

Для приведення до поверхні референц-еліпсоїда, безпосередньо у виміряні горизонтальні напрямки вводять поправки, які визначають як алгебраїчну суму поправок за відхилення прямовисної лінії (δ_1), за висоту пункту, що спостерігається (δ_2) та за перехід від нормального перерізу до геодезичної лінії (δ_3), що обчислюють за наступними формулами з точністю до 0,001":

$$\delta_1 = \left(\eta_1^{аг} \cdot \cos A_{12} - \xi_1^{аг} \cdot \sin A_{12}\right) \cdot ctgz_{12};$$

$$\delta_2 = \rho'' \cdot \frac{e^2}{2 \cdot M} \cdot H \cdot \cos^2 B \cdot \sin 2A_{12},$$

де для еліпсоїда Красовського можна прийняти $\rho'' \cdot \dfrac{e^2}{2 \cdot M} = 0.108''$;

H – геодезична висота пункту, виражена в *кілометрах*;

$$\delta_3 = \rho'' \cdot \frac{e'^2}{12 \cdot N_1^2} \cdot s^2 \cdot \cos^2 B \cdot \sin 2A_{12},$$

де для еліпсоїда Красовського можна прийняти $\rho'' \cdot \dfrac{e'^2}{12 \cdot N_1^2} = 0.0282''$;

s – відстань між точками, виражена в *сотнях кілометрів*.

2. Редукування довжин сторін. На поверхню референц-еліпсоїда редукують відстані між пунктами тріангуляції, виміряні світло- чи радіовіддалемірами. Редукування виміряної лінії s до поверхні референц-еліпсоїда здійснюють у два етапи: спочатку обчислюють хорду s_1, яка з'єднує проекції точок 1 і 2 на поверхню референц-еліпсоїда (див. рис. 14.1), а потім переходять від хорди s_1 до довжини s_0 дуги на поверхні референц-еліпсоїда, що проходить між цими точками.

Редукування ліній, виміряних світло- чи радіовіддалемірами, у випадку, коли висоти (H_1, H_2) кінців лінії, яку вимірюють, не перевищують два кілометри (див. рис. 14.1), здійснюють за формулою:

$$s_0 = \sqrt{s^2 - \Delta H^2} \cdot \left(1 - \frac{H_1 + H_2}{2 \cdot R_m}\right) + \frac{s^3}{24 \cdot R_m^2},$$

де $\Delta H = H_2 - H_1$ – перевищення;

$R_m = a \cdot \left(1 - \dfrac{1}{2} \cdot e^2 \cdot \cos 2B_m\right)$ – середній радіус кривизни еліпсоїда вздовж лінії, що вимірюється.

Рис. 14.1 – Редукування ліній, виміряних світло- чи радіовіддалемірами

Назва пункту	*A*		*B*		*C*	
Напрямок	*A – B*	*A – C*	*B – A*	*B – C*	*C – A*	*C – B*
Азимут *A*	*334°20,6′*	*35°32,3′*	*154°20,6′*	*96°52,8′*	*215°32,3′*	*276°52,8′*
$\cos A_{12}$						
$\sin A_{12}$						
$\sin 2A_{12}$						
Зенітна відстань *z*	*90°13,0′*	*90°09,0′*	*89°46,7′*	*90°04,6′*	*89°50,8′*	*89°55,2′*
$ctgz_{12}$						
$\eta_1^{аг}$	-1,29		-3,11		-0,09	
$\xi_1^{аг}$	-0,14		-1,33		+0,49	
$\eta_1^{аг} \cdot \cos A_{12}$						
$\xi_1^{аг} \cdot \sin A_{12}$						
$\boldsymbol{\delta_1}$						
Висота *H*, м	576,5		483,1		515,3	
H, км	0,5765		0,4831		0,5153	
Широта *B*	*55°08′*		*55°20′*		*55°19′*	
$\cos^2 B$						
$\boldsymbol{\delta_2}$						
Відстань *s*, км	*24,10*	*23,15*	*24,10*	*24,07*	*23,15*	*24,07*
s, *сотні* км	*0,2410*	*0,2315*	*0,2410*	*0,2407*	*0,2315*	*0,2407*
s^2, *сотні* км^2						
$\boldsymbol{\delta_3}$						
$\boldsymbol{\Sigma\delta}$						
Редуковані горизонтальні напрямки						

Відстань між точками	*A – B*	*B – C*	*C – A*
s, км	24,10	24,07	23,15
$\Delta H = H_2 - H_1$,км	0,0934	0,0322	0,0612
$H_2 + H_1$, км	1,0596	0,9984	1,0918
B_m			
$\cos 2B_m$			
R_m, км			
Довжина дуги s_0, км			