

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ПОЛТАВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЮРІЯ КОНДРАТЮКА

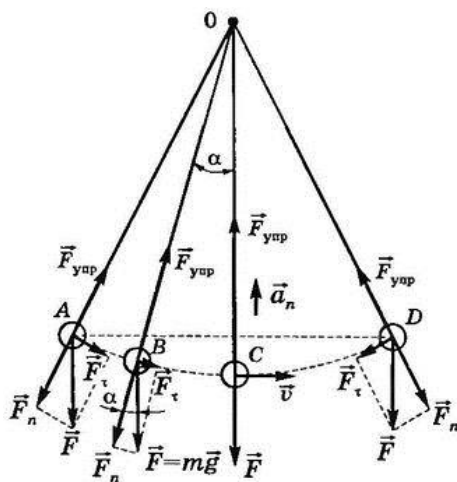


КАФЕДРА ФІЗИКИ

Лабораторний практикум з фізики

Механіка

для студентів інженерних спеціальностей денної та
заочної (дистанційної) форм навчання



Полтава 2016

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

При підготовці до виконання лабораторної роботи студент повинен: записати в робочий зошит назву роботи, мету, прилади та обладнання, виписати основні формули для обчислення, намалювати таблиці вимірювань.

На початку лабораторного заняття викладач перевіряє якість підготовки студентів. Якщо якість підготовки задовільна, студент одержує дозвіл виконувати лабораторну роботу. В протилежному випадку студент до лабораторного заняття не допускається.

Після виконання роботи результати вимірювань необхідно показати викладачеві з наведенням прикладу обчислень досліджуваної величини і одержати підпис викладача.

Якщо результати неправильні, то вимірювання або обчислення необхідно повторити, врахувавши зауваження викладача, і знову показати йому результати.

До кожної виконаної лабораторної роботи з фізики потрібно:

- скласти письмовий звіт;
- захистити його, відповівши на поставлені викладачем запитання;

Питання для захисту наведені в інструкціях до кожної лабораторної роботи.

Звіт з лабораторної роботи повинен включати:

- назву лабораторної роботи, її номер і дату виконання;
- список приладів та обладнання;
- малюнок або схема лабораторної установки;
- робочі формули;
- таблиці з результатами вимірювання та приклади розрахунків;
- графіки (за необхідності);
- відповідь з вказанням розмірності фізичної величини та похибки вимірювання;
- висновки.

Лабораторна робота № 111
**ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ КУЛІ ЗА ДОПОМОГОЮ
БАЛІСТИЧНОГО МАЯТНИКА**

Мета роботи: вивчити непружний удар тіл і визначити швидкість польоту кулі.

Прилади та обладнання: балістичний маятник, набір куль, технічні терези, важки.

Теоретичні відомості

Удар широко використовується у техніці, побуті, військовій справі і т.д. Удар – це зміна стану тіл унаслідок їх короткочасної взаємодії при зіткненні. Час взаємодії тіл при ударі дуже малий і становить соті частки секунди. Розглянемо абсолютно пружний та абсолютно непружний удари.

Непружний удар відбувається при взаємодії двох тіл із пластичних матеріалів (або пластичного і пружного).

Абсолютно непружним називають удар, після якого тіла рухаються разом і швидкості обох тіл, що співударяються, стають рівними.

Для цього виду ударів виконується закон збереження імпульсу:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u},$$

де m_1, m_2 – маси тіл, що співударяються, \vec{v}_1, \vec{v}_2 – їх швидкості до удару, \vec{u} – швидкість тіл після непружного удару.

Закон збереження енергії для абсолютно непружного удару:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} + \Delta W,$$

де ΔW – зміна внутрішньої енергії.

Абсолютно пружним ударом називають такий удар, при якому механічна енергія системи тіл не перетворюється в інші види енергії.

Для цього виду удару виконуються **закони збереження імпульсу**

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

і механічної енергії:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$$

де \vec{v} і \vec{u} – швидкості тіл, що співударяються до і після удару відповідно.

Опис установки і методу вимірювання

Балістичний маятник – це масивне тіло, що коливається на тросах або стрижнях у вертикальній площині, з пристроєм для вимірювання кута відхилення від положення рівноваги. Тіло наповнюється пластиліном, піском або іншим пластичним матеріалом.

На деякій відстані від маятника розташований пружинний пістолет (рис. 111.1), який стріляє кулями.

Куля масою m , рухаючись зі швидкістю v , влучає у нерухомий циліндр маятника і залишається в ньому; удар можна вважати непружним. Тоді закон збереження імпульсу запишеться так:

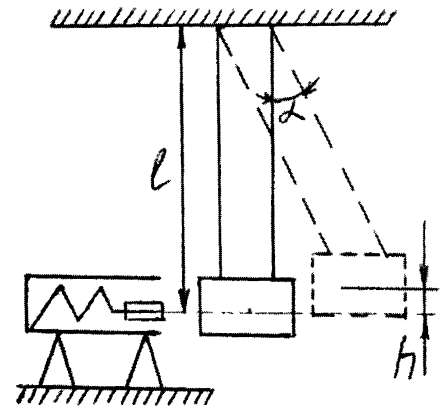


Рисунок 111.1

$$m\vec{v} = (m + M)\vec{u}, \quad (1)$$

де \vec{v} – швидкість кулі масою m до удару; \vec{u} – швидкість кулі й маятника масою M після удару.

Набувши швидкості u , циліндр маятника вийде з положення рівноваги, і його центр мас, рухаючись по дузі радіусом l , підніметься на висоту h ; при цьому кінетична енергія маятника та кулі перетворюється у потенціальну енергію (тертям у підвісці нехтуємо):

$$\frac{(m + M)u^2}{2} = (m + M)gh, \quad \text{де } u = \sqrt{2gh}. \quad (2)$$

Із рис. 111.1 видно, що

$$h = l - l \cos \alpha, \quad (3)$$

де l – довжина маятника, тобто відстань від осі коливання маятника до його центра мас; α – кут найбільшого відхилення маятника від положення рівноваги.

Значення M і l вказані на приладі.

Підставляючи (3) в (2), а потім в (1), знайдемо робочу формулу для обчислення швидкості польоту кулі:

$$v = \frac{m + M}{m} \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}.$$

Порядок виконання роботи

1. Відібрати 3 кулі і визначити їх масу за допомогою терезів.

2. Зарядити кулю в пістолет, вистрелити нею і виміряти кут відхилення маятника (куля повинна застрягнути в маятнику). Дослід повторити 4 – 5 разів. За формулою

$$v = \frac{m + M}{m} \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)}$$

обчислити швидкість кулі та її середнє значення. Результати вимірювання занести в таблицю.

Таблиця 111.1

$M = \underline{\hspace{2cm}}$ кг; $l = \underline{\hspace{2cm}}$ м.

№ дослід	$m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ кг			$m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ кг			$m_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ кг		
	α_1	v_1	Δv_1	α_2	v_2	Δv_2	α_3	v_3	Δv_3
1									
2									
3									
4									
5									
Сер.									

3. Дослід повторити для інших куль і результати записати в таблицю.
4. Обчислити абсолютні похибки вимірювань і зробити висновок.

Контрольні питання

1. Який удар називають абсолютно пружним; абсолютно непружним?
2. Записати закони збереження, які виконуються при абсолютно пружному ударі.
3. Записати закони збереження, які виконуються при абсолютно непружному ударі.

Лабораторна робота № 7
**ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ТЕРТЯ КОЧЕННЯ
МЕТОДОМ ПОХИЛОГО МАЯТНИКА**

Мета роботи: експериментально вивчити основні закономірності, що виникають при коченні, виміряти коефіцієнт тертя кочення.

Прилади та обладнання: похилий маятник, штангенциркуль.

Теоретичні відомості

У всіх реальних механічних процесах та системах мають місце сили тертя, дію яких у більшості випадків пов'язують із перетворенням механічної енергії в теплоту.

При переміщенні одного тіла по поверхні іншого або відносному русі шарів одного і того ж тіла виникає опір, який характеризується, зокрема, силою тертя. Розрізняють силу *зовнішнього* тертя як силу, тангенційну до переміщення двох твердих тіл при їх дотику, й силу *внутрішнього* тертя як силу опору, тангенційну до переміщення шарів середовища відносно один одного. Характерною особливістю зовнішнього тертя є наявність *сили тертя спокою* як граничної тангенційної сили, під дією якої починається переміщення тіл, які дотикаються. Зовнішнє тертя виникає як між чистими (ювенільними) поверхнями твердих тіл, так і між поверхнями, вкритими оксидними шарами. Залишкові або прилипли, адсорбовані поверхнево активні молекули утворюють на поверхні так звані *граничні шари*, які сильно впливають на процес тертя. В цьому випадку зовнішнє тертя називають граничним.

Основним законом для сили зовнішнього тертя є закон *Амонтона-Кулона*

$$F_{тер} = \mu(N + P_o S_o), \quad (1)$$

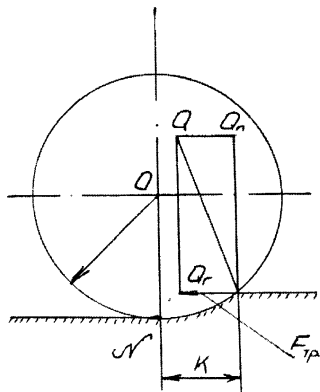
де μ – коефіцієнт тертя ковзання; N – нормальна реакція; P_o – *питома адгезія* (сила прилипання, віднесена до одиниці площі); S_o – площа дійсного контакту.

Добуток $A_{ад} = P_o \cdot S_o$ називається *тангенційною адгезією*

Сила тертя визначається коефіцієнтом тертя μ . Експериментальні дані показують, що його значення залежить від матеріалу поверхонь, їх мікрогеометричного профілю, мастила, газового середовища й інших факторів.

Тертя кочення виникає при перекочуванні кулі або циліндра по поверхні твердого тіла. Через деформації поверхонь циліндра та площини, які мають місце в реальних умовах, лінія дії сили реакції Q не збігається з лінією дії сили нормального тиску N . Нормальна складова цієї реакції Q_n практично дорівнює нормальній реакції N , а горизонтальна складова Q являє собою силу тертя $F_{тер}$.

Якщо циліндр або куля рухаються по площині без прискорення, то повинно виконуватись правило рівності моментів: момент сили тертя кочення відносно точки O дорівнює добутку сили реакції опори на величину зміщення κ .



$$F_{тер} \cdot R = Q_n \cdot \kappa, \quad (2)$$

де R – радіус котка; κ – плече сили $Q_n \approx N$. Звідки $F_{тер} = \kappa \frac{N}{R}$. Величина κ називається **коефіцієнтом тертя кочення**, який являє собою плече сили Q_n і має розмірність довжини (м).

Рисунок 7.1. Розподіл сил тертя кочення

У даній лабораторній роботі коефіцієнт тертя кочення кулі по площині визначається методом похилого маятника. Затухання коливань такого маятника зумовлене, головним чином, тертям кочення, а коефіцієнт κ визначається за формулою

$$\kappa = R \left(\frac{\alpha_0 - \alpha_n}{4n} \right) \operatorname{tg} \beta \quad (3)$$

де R – радіус кульки; β – кут нахилу площини; α_0 – амплітудне значення кута відхилення маятника в початковий момент (рад.); α_n – амплітудне значення кута відхилення після n коливань (рад.).

Опис установки

У даній лабораторній роботі використовується установка "Похилий маятник" (рис. 7.2). Кулька, підвішена на нитці, опирається на похилу площину, кут нахилу якої β вимірюється за допомогою бічної шкали. Якщо кульку відхилити від положення рівноваги на кут α_0 , вона починає перекочуватися по площині, причому її рух має характер коливань, затухаючих під дією зовнішнього тертя. Вимірювання сили тертя основане на зміні амплітуди коливань маятника за певну кількість циклів n .

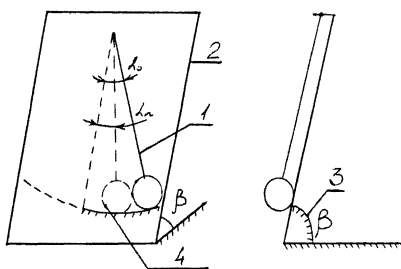


Рисунок 7.2.

Амплітудне значення кута α_n через n коливань визначається за шкалою, розташованою на лицевій панелі приладу.

- 1 – кулька на нитці;
- 2 – похила площина;
- 3 – шкала для вимірювання кута нахилу площини (β);
- 4 – шкала для вимірювання кута відхилення маятника (α).

Порядок виконання роботи

1. За бічною шкалою встановити кут нахилу маятника β і записати його значення в таблицю.

2. За допомогою штангенциркуля виміряти радіус кульки R та записати його значення в таблицю.

3. Відхилити маятник від положення рівноваги на кут $\alpha_0 = 8 \dots 10^\circ$ за шкалою на лицевій панелі приладу і без ривків відпустити його.

Після здійснення маятником n коливань візуально визначити кут відхилення α_n . Значення кутів α_0 та α_n записати в таблицю.

4. Повторити п. 3 для інших значень $n = 4 \dots 10$.

5. Значення кутів α_0 та α_n перевести із градусної міри в радіанну і записати їх в таблицю. $1 \text{ рад} = (\pi / 180) \text{ град}$.

6. За формулою (3) обчислити коефіцієнт тертя кочення й обчислити абсолютну та відносну похибки.

Таблиця 7.1

$$R = \text{_____ м}; \beta = \text{_____}^\circ$$

№ п/п	n	α_0 град	α_n град	α_0 рад	α_n рад	K , мм	ΔK , мм	$\varepsilon = \frac{\Delta K_{сер.}}{K_{сер.}}$
1								
2								
3								
4								
5								
Сер.								

7. Зробити висновки.

Контрольні питання

1. Які фізичні причини тертя?
2. Як формулюється основний закон тертя?
3. Як виникає тертя кочення?
4. У чому полягає метод похилого маятника?

Лабораторна робота № 1
**ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ ТВЕРДИХ ТІЛ
 ЗА ДОПОМОГОЮ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ**

Мета роботи: експериментально визначити момент інерції твердого тіла методом крутильних коливань.

Прилади і обладнання: крутильний маятник, набір твердих тіл, штангенциркуль, терези з важками.

Теоретичні відомості

Моментом інерції матеріальної точки J_i відносно деякої осі називається скалярна величина, рівна добутку маси цієї точки на квадрат відстані від точки до осі обертання:

$$J_i = m_i r_i^2$$

Абсолютно твердим називається тіло, відстань між будь-якими точками якого залишається сталою при різних переміщеннях тіла у просторі.

Моментом інерції абсолютно твердого тіла відносно осі обертання називається фізична величина, яка дорівнює сумі моментів інерції матеріальних точок цього тіла відносно цієї осі:

$$J = \sum_{i=1}^n J_i, \quad J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

Із визначення випливає, що момент інерції – адитивна величина, тобто момент інерції тіла дорівнює сумі моментів інерції його частин. Моменти інерції симетричних однорідних тіл простої форми відносно їх осей симетрії визначаються теоретично за формулами:

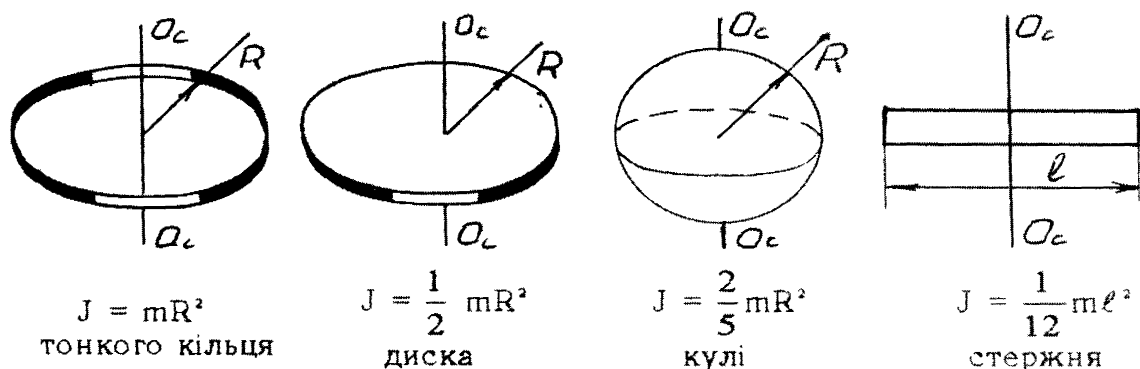


Рисунок 1.1

Момент інерції тіла залежить від розподілу маси по об'єму і розміщення осі обертання. Нерухома вісь обертання може проходити як через центр інерції тіла (наприклад, вісь обертання маховика, мотора електродвигуна тощо.), так і

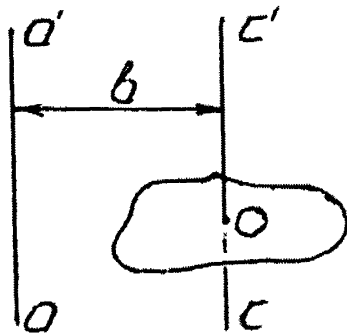


Рисунок 1.2

поза ним. Момент інерції тіла відносно довільної осі обчислюється за **теоремою Штейнера**: момент інерції тіла відносно будь-якої осі (OO') дорівнює сумі моменту інерції J_c тіла відносно осі, проведеної через центр інерції тіла паралельно заданій осі, і добутку маси тіла на квадрат відстані між цими осями:

$$J = J_c + m l^2,$$

де l – відстань між осями OO' та CC' .

Опис установки та методу вимірювань

Крутильні коливання – один із видів коливань пружних систем, при яких окремі елементи системи зазнають деформації кручення. В даній лабораторній роботі використовують крутильний маятник. Прилад містить рамку, конструкція якої дозволяє закріплювати на ній тіла різної форми і розмірів (рис.1.3).

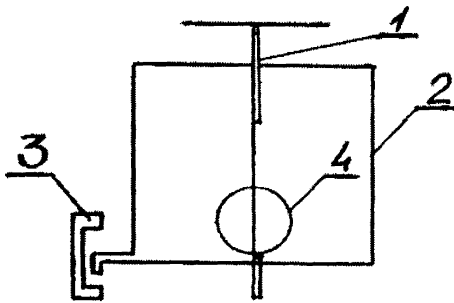


Рисунок 1.3.

- 1 – дротина, на якій закріплено рамку;
- 2 – рамка;
- 3 – фотоелектричний датчик;
- 4 – тіло

Якщо рамку з тілом вивести зі стану рівноваги так, щоб вона виконувала коливання з малою амплітудою, то теоретично період коливань системи можна визначити за формулою

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}},$$

де J – момент інерції, $\text{кг}\cdot\text{м}^2$; D – стала моменту пружних сил, $\text{Н}\cdot\text{м}$.

Стала момента пружних сил чисельно дорівнює моменту сил, прикладених до дротини із закріпленими кінцями для закручування її на кут в 1 рад.

Порядок виконання роботи

Завдання 1. Визначення моменту інерції тіла простої форми відносно осі симетрії.

Момент інерції тіла J_T експериментально визначається як різниця між моментом інерції системи "рамка – тіло" J_{P-T} і моментом інерції рамки J_P :

$$J_T = J_{P-T} - J_P \quad (1)$$

1.1. Для визначення моменту інерції рамки необхідно:

- 1) увімкнути прилад у мережу;
- 2) поворотом рамки наблизити стрілку до електромагніту для фіксації її положення;
- 3) натиснути кнопку "Пуск";
- 4) після нарахування на індикаторі "Періоди" не менше ніж 15 коливань натиснути кнопку "Стоп";
- 5) записати в таблицю кількість коливань n з індикатора "Періоди" та час коливань t з індикатора "Час".
- 6) натиснути клавішу "Сброс".
- 7) за формулою $T = \frac{t}{n}$ обчислити період крутильних коливань і записати результат у таблицю;
- 8) повторити пп. 1–7 ще два рази, задаючи довільну кількість коливань від 15 до 30;
- 9) знайти середнє значення періоду $T_{сер}$ за результатами трьох дослідів і за формулою $J = \frac{DT^2}{4\pi^2}$ визначити момент інерції рамки. Значення D указане на приладі.

Таблиця 1.1

$D =$ _____ Н·м; $R =$ _____ м; $m =$ _____ кг.

Ви міри	n	$t, \text{ с}$	$T, \text{ с}$	$\Delta T, \text{ с}$	$J, \text{ кг}\cdot\text{м}^2$	$J_T = J_{(T+P)} - J_P, \text{ кг}\cdot\text{м}^2$	Система
1							Рамка
2							
3							
Сер.							
1							Рамка з тілом правильної геометричної форми
2							
3							
Сер.							
1							Рамка з тілом довільної форми
2							
3							
Сер.							

1.2 Для визначення моменту інерції тіла правильної геометричної форми необхідно:

1) закріпити тіло в рамці, обережно накрутивши його на гвинт, і повторити пп.1–9;

2) за визначеними моментами інерції рамки та рамки з тілом обчислити момент інерції тіла за формулою (1);

3) обчислити теоретичне значення моменту інерції даного тіла правильної геометричної форми і порівняти з одержаним експериментальним.

Визначити відносну ε та абсолютну $\Delta J_{сер}$ похибки.

4) зробити висновок.

Завдання 2. Визначення моменту інерції тіла довільної форми.

Закріпити тіло довільної форми в рамці і повторити п. 1.1 – 1.2 завдання 1.

Контрольні питання

1. Яку величину називають моментом інерції матеріальної точки?
2. Що називається моментом інерції абсолютно твердого тіла?
3. Чому дорівнюють моменти інерції тіл простої геометричної форми?
4. Сформулювати та записати теорему Штейнера.
5. Що називається сталою моменту пружних сил?

Лабораторна робота № 130
**ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ДИСКА ТА КІЛЬЦЯ
МЕТОДОМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ**

Мета роботи: експериментально визначити момент інерції диска та кільця.

Прилади і матеріали: диск, закріплений на сталевій дротині, кільце, лінійка, секундомір.

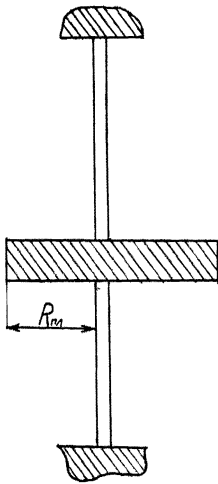


Рисунок 130.1

Теоретичні відомості
наведені в лабораторній роботі № 1.

Опис установки та методу вимірювань

Установка для вимірювання моменту інерції тіл складається з металевого диска, площина якого горизонтальна (рис.130.1). Диск закріплюється на сталевій дротині, яка проходить через його центр перпендикулярно до площини. Кінці дротини жорстко закріплені.

Якщо диск вивести зі стану спокою, щоб він здійснював крутильні коливання з малою амплітудою, то експериментально період коливань T можна знайти за

формулою $T = \frac{t}{n}$.

Теоретично період коливань диска обчислюється за формулою $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}$, де J – момент інерції відносно осі коливань; D – стала моменту пружних сил.

Стала моменту пружних сил дорівнює моментів сил, прикладених до дротини із закріпленими кінцями для закручування її на кут 1 рад.

Порядок виконання роботи

Вимірювання моменту інерції диска

1. Записати в табл. 130.1 сталу моменту пружних сил D , масу платформи (їх значення вказані на приладі), виміряти радіус $R_{пл}$ платформи.

2. Надати дискові крутильні коливання з малою амплітудою, повернувши платформу на кут, рівний $10-15^\circ$. Коли платформа зробить 2–3 коливання, ввімкнути секундомір, виміряти тривалість 50, 70, 100 коливань. Визначити період коливання за формулою $T = t/n$, де t – час, n – число повних коливань, і це значення періоду занести в таблицю.

3. Знаючи величини D і T , обчислити момент інерції диска за формулою

$$J = \frac{DT^2}{4\pi^2}.$$

Таблиця 130.1

$D =$ _____ Н·м; $R_{пл} =$ _____ м; $m_{пл} =$ _____ кг.

№	n	t , с	T , с	ΔT , с	J , кг·м ²	ΔJ , кг·м ²	$J_{теор}$, кг·м ²	ε , %
1								
2								
3								
Сер.								

4. Визначити відносну та абсолютну похибки вимірювань:

5. За формулою $J = \frac{1}{2} m_{пл} R_{пл}^2$ обчислити теоретичне значення моменту інерції платформи, яка має форму диска, і порівняти це значення з експериментальним.

Кінцевий результат вимірювань записати у такому вигляді: $J_{пл} = J_{сер} \pm \Delta J_{сер}$.

Вимірювання моменту інерції кільця

1. Визначити на терезах масу кільця, виміряти його радіус (по середній лінії). Результати вимірювань записати.

2. Розмістити кільце на поверхні платформи так, щоб його центр збігався з віссю коливань.

3. Визначити секундоміром тривалість 100, 70, 50 коливань і обчислити період коливань системи "платформа – кільце". Результати вимірювань занести в табл. 130.2

4. За формулою $J_{(к+пл)} = \frac{DT^2}{4\pi^2}$ обчислити момент інерції системи.

5. Момент інерції кільця експериментально визначається як різниця між моментом інерції системи "кільце – платформа" і моментом інерції платформи:

$$J_{к досл.} = J_{(к+пл)} - J_{пл.}$$

Визначити теоретичне значення моменту інерції кільця за формулою $J_{к теор.} = m_{к} \cdot R_{к}^2$ і порівняти значення моменту інерції кільця $J_{к}$ дослідне з $J_{к}$ теоретичним. Зробити висновок.

Таблиця 130.2

$D =$ _____ Н·м; $R_{к} =$ _____ м; $m_{к} =$ _____ кг.

№ дос- ліду	n	t , с	T , с	ΔT , с	$J_{(к+пл)}$, кг·м ²	$J_{к досл.}$, кг·м ²	$J_{к теор.}$, кг·м ²
1							
2							
3							
Сер.							

Контрольні питання

наведені в лабораторній роботі № 1.

Лабораторна робота № 131
**ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТВЕРДИХ ТІЛ
 ЗА ДОПОМОГОЮ ТРИФІЛЯРНОГО ПІДВІСА**

Мета роботи: виміряти момент інерції тіл за допомогою трифілярного підвіса.

Прилади і матеріали: трифілярний підвіс, штангенциркуль, секундомір; тіла, момент інерції яких потрібно визначити.

Теоретичні відомості

наведені в лабораторній роботі № 1.

Опис установки та методу вимірювання

Трифілярний підвіс складається з диска радіусом $R_{пл}$, підвішеного на трьох симетрично розміщених нитках AA' , BB' , CC' довжиною l . Вгорі ці нитки прикріплені до диска меншого радіуса r (рис.131.1). При повороті нижнього диска на невеликий кут α навколо вертикальної осі, перпендикулярної до площини диска, всі три нитки встановлюються похило, і центр ваги системи трохи піднімається по осі обертання. Нижній диск починає виконувати крутильні коливання, період яких залежить від моменту інерції системи.

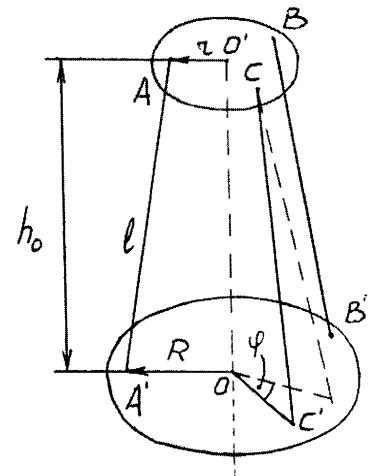


Рисунок 131.1

Встановлено, що ця залежність виражається формулою

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Jh_0}{mgrR}},$$

звідки одержимо розрахункову формулу для обчислення моменту інерції платформи разом з досліджуваним тілом:

$$J = \frac{mgrRT^2}{4\pi^2 h_0},$$

де R , r – відстані від центра відповідно нижньої та верхньої платформи до точки прикріплення ниток; h_0 – відстань між центрами платформ; m – маса платформи з тілом.

Порядок виконання роботи
Визначення моменту інерції платформи

1. Виміряти $m, R, r, h, R_{пл}$.
2. Визначити період крутильних коливань платформи. Для цього необхідно повернути нижній диск на невеликий кут і за допомогою секундоміра виміряти t – час n коливань; тоді $T = t/n$.
3. За формулою

$$J = \frac{mgrRT^2}{4\pi^2 h_0}$$

обчислити момент інерції ненавантаженої платформи. Результати вимірювань і обчислень записати в табл. 131.1.

4. Виміряти радіус платформи і за формулою

$$J = \frac{1}{2} m R_{пл}^2$$

обчислити теоретичне значення моменту інерції платформи у формі диска.

Таблиця 131.1

$m = \underline{\hspace{2cm}}$ кг; $R = \underline{\hspace{2cm}}$ м; $r = \underline{\hspace{2cm}}$ м; $h_0 = \underline{\hspace{2cm}}$ м; $R_{пл} = \underline{\hspace{2cm}}$ м.

№ досліду	n	t, s	T, s	ΔT, s	J _{пл} , кг·м ²	ΔJ _{пл} , кг·м ²	ε, %
1							
2							
3							
Сер.							

5. Обчислити відносну й абсолютну похибки вимірювань:

$$\Delta J_{пл} = |J_{пл.сер.} - J_i|;$$

$$\varepsilon = (\Delta J_{пл.сер.} / J_{пл.сер.}) \cdot 100\% .$$

Визначення моменту інерції тіл

1. Визначити на терезах масу тіл (m_T) і розмістити їх на платформі.
2. Визначити період коливань платформи з тілами. Результати вимірювань занести в табл. 131.2.
3. За формулою

$$J_{(пл+T)} = \frac{(m + m_T) g R r T^2}{4\pi^2 h_0}$$

визначити момент інерції платформи з тілами.

Таблиця 131.2

 $m_m = \underline{\hspace{2cm}} \text{ кг}; R = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}; r = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}; h_0 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м}; R_{пл.} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ м.}$

№ дослід	n	$t,$ s	$T,$ s	$\Delta T,$ s	$J_{пл+m},$ кг·м ²	$J_T,$ кг·м ²	$\Delta J_T,$ кг·м ²	$\varepsilon,$ %
1								
2								
3								
Сер.								

4. Оскільки момент інерції – адитивна величина, то момент інерції платформи з тілами $J_{(пл+m)}$ дорівнює сумі моменту інерції платформи $J_{пл.}$ та моменту інерції тіл J_m , тобто

$$J_{(пл+m)} = J_{пл.} + J_m$$

і тоді

$$J_m = J_{(пл+m)} - J_{пл.}$$

Кінцеві результати записати у вигляді

$$J_{пл.} = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$J_{(пл+m)} = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$J_{пл. теор.} = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$J_m = \underline{\hspace{4cm}}.$$

5. Зробити висновок.

Контрольні питання

наведені в лабораторній роботі № 1.

Лабораторна робота № 4
**ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТІЛА
ЗА ДОПОМОГОЮ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА**

Мета роботи: експериментально визначити момент інерції тіла.

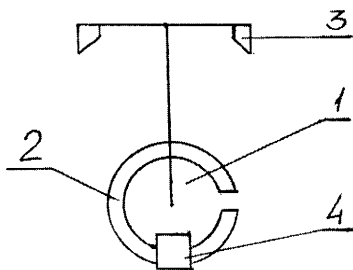
Прилади та обладнання: маятник Максвелла, металеві кільця.

Теоретичні відомості

наведені в лабораторній роботі № 1.

Опис установки та методу вимірювання

Маятник лабораторного приладу – це ролик, закріплений на осі і підвішений за біфілярним способом (рис.4.1). На ролик накладають змінні кільця, змінюючи таким чином момент інерції системи. У верхньому положенні маятник утримується електромагнітом. Час падіння маятника фіксується за допомогою фотоелектричних датчиків.



- 1 – ролик;
- 2 – накладне кільце;
- 3 – електромагніт;
- 4 – фотоелектричний датчик.

Рисунок 4.1.

Для руху, який здійснюється маятником Максвелла, закон збереження механічної енергії записується у вигляді $mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$.

Можна показати, що момент інерції маятника

$$J = \frac{1}{4}md^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (1)$$

де m – маса маятника;

$$m = m_o + m_p + m_k; \quad (2)$$

m_o, m_p, m_k – маси відповідно осі маятника, ролика та накладного кільця;

d – зовнішній діаметр осі маятника разом із ниткою підвісу;

t – час падіння маятника;

h – довжина маятника, яка дорівнює висоті підйому;

$$d = d_o + 2d_n; \quad (3)$$

d_o і d_n – діаметри осі маятника і нитки підвісу.

Порядок виконання роботи

1. Записати значення діаметрів (осі маятника d_o ; ролика d_p ; накладного кільця d_k ; нитки підвісу d_n) та маси осі, ролика, кільця (значення мас окремих елементів нанесені на них).
2. Ввімкнути прилад в мережу, натиснути клавішу "СЕТЬ". Перевірити, чи всі індикатори висвічують цифру "0" та чи світяться лампочки фотоелектричних датчиків.
3. На ролик маятника надіти кільце, притискаючи його до упору.
4. На вісь маятника намотати нитки підвісу та зафіксувати маятник за допомогою електромагніту.
5. Натиснути клавішу "ПУСК".
6. Виміряне значення часу падіння t записати в таблицю.
7. Натиснути клавішу "СБРОС" та повторити дослід 5 разів.
8. Визначити середнє значення часу падіння.

Таблиця 4.1

$d_o =$ _____ м; $d_p =$ _____ м; $d_k =$ _____ м; $d_n =$ _____ м.

№ досліду	t , с	m , кг	h , м	J_k , кг·м ²	$J_{k(m)}$, кг·м ²	ε , %
1-е кільце						
1						
2						
3						
4						
5						
Сер.						
2-е кільце						
1						
2						
3						
4						
5						
Сер.						
3-е кільце						
1						
2						
3						
4						
5						
Сер.						

9. За шкалою на вертикальній колонці приладу визначити довжину маятника h .

10. За формулою (3) визначити діаметр осі маятника разом із ниткою.

11. За формулою (2) визначити масу маятника разом із кільцем.

12. За формулою (1) визначити момент інерції маятника J .

13. Визначити момент інерції кільця: $J_k = J - J'$, де J' – сума моментів інерції осі та ролика, $J' = 6 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

14. Провести дослід ще для двох кілець і записати одержані результати в таблицю.

15. Знайти теоретичне значення моментів інерції кілець за формулою

$$J_{k.теор.} = \frac{1}{8} m_k (d_k^2 + d_p^2).$$

16. Обчислити відносну похибку визначення моментів інерції кілець:

$$\varepsilon = \frac{|J_k - J_{k.теор.}|}{J_{k.теор.}} 100\% .$$

Контрольні питання

наведені в лабораторній роботі № 1.

Лабораторна робота № 132
**ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ДИНАМІКИ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ
 ЗА ДОПОМОГОЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА**

Мета роботи: експериментально визначити момент інерції тіла, момент сили та кутове прискорення; визначити залежність моменту інерції тіла від розподілу його маси відносно осі обертання.

Прилади та обладнання: маятник Обербека, тягарці, лінійка, штангенциркуль, секундомір.

Теоретичні відомості

Обертальний рух характеризується моментами сили, інерції, імпульсу.

Векторний добуток радіус-вектора \vec{r}_i (рис. 132.1), проведеного з точки O в точку прикладання сили \vec{F} на цю силу називають **моментом сили M** відносно точки O :

$$\vec{M} = \vec{r} \cdot \vec{F}$$

Вектори \vec{r} , \vec{F} та \vec{M} утворюють праву трійку. Числове значення моменту сили:

$$M = r \cdot F \cdot \sin \alpha = F \cdot l,$$

де α – кут між векторами \vec{r} і \vec{F} , α плече сили $l = r \cdot \sin \alpha$.

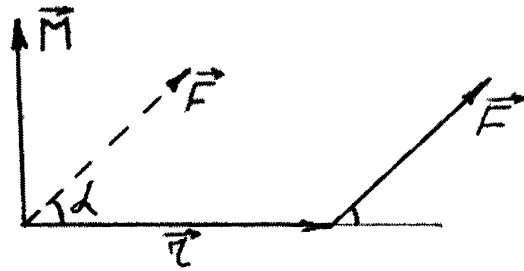


Рисунок 132.1

Моментом імпульсу матеріальної точки масою m , яка рухається з швидкістю v відносно деякої точки O , називають величину $\vec{L} = \vec{r} \cdot m\vec{v}$, або

$$\vec{L} = \vec{r} \cdot \vec{p},$$

де \vec{r} – радіус-вектор матеріальної точки, $\vec{p} = m\vec{v}$ – її імпульс.

$$L = r \cdot m \cdot v \cdot \sin \alpha, \quad \alpha = (\vec{r}, \vec{v}).$$

Момент інерції J_i матеріальної точки відносно осі – це скалярна величина, яка чисельно дорівнює добутку маси матеріальної точки на квадрат її відстані r_i до осі

$$J_i = m_i \cdot r_i^2 \tag{1}$$

Суму моментів інерції всіх матеріальних точок тіла відносно осі називають **моментом інерції твердого тіла** відносно осі

$$J = \sum J_i, \quad J = \sum_i m_i \cdot r_i^2. \tag{2}$$

Рівняння руху тіла, що обертається навколо нерухомої точки, має вигляд

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \tag{3}$$

Це рівняння називають **основним законом динаміки обертального руху** тіла, закріпленого в одній нерухомій точці:

Швидкість зміни моменту імпульсу тіла, що обертається навколо нерухомої точки, дорівнює результуючому моментові відносно цієї точки всіх зовнішніх сил, прикладених до тіла.

Якщо тіло закріплене у двох нерухомих точках, то рівняння обертального руху тіла відносно осі z , яка проходить через ці точки,

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z, \quad (4)$$

де L – момент імпульсу відносно осі; M – момент зовнішніх сил відносно цієї осі.

Рівняння (4) виражає **основний закон динаміки для тіла, що обертається навколо нерухомої осі**: швидкість зміни моменту імпульсу тіла відносно нерухомої осі обертання дорівнює результуючому моментові відносно цієї осі всіх зовнішніх сил, що діють на тіло. Враховуючи, що для абсолютно твердого $J = \text{const}$ і $\vec{L} = J\vec{\omega}$, одержимо

$$\frac{d(J\vec{\omega})}{dt} = \vec{M}, \text{ або } J\vec{\varepsilon} = \vec{M},$$

де J – момент інерції твердого тіла відносно деякої осі; $\vec{\varepsilon}$ – кутове прискорення; \vec{M} – момент зовнішніх сил відносно тієї ж осі.

Формули, які описують обертальний рух тіла, легко запам'ятовуються за аналогією до формул поступального руху.

Поступальний рух		Обертальний рух	
Лінійне переміщення	\vec{r}	Кутове переміщення	$\vec{\varphi}$
Лінійна швидкість	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Кутова швидкість	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$
Лінійне прискорення	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Кутове прискорення	$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
Сила	\vec{F}	Момент сили	\vec{M}
Імпульс	$\vec{p} = m\vec{v}$	Момент імпульсу	$\vec{L} = J\vec{\omega}$
Маса	m $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m};$ $\vec{F} = m\vec{a};$ $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$	Момент інерції	J $\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J};$ $\vec{M} = J\vec{\varepsilon};$ $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$
Кінетична енергія	$W_K = \frac{mv^2}{2}$	Кінетична енергія	$W_K = \frac{J\omega^2}{2}$

Опис приладу та методу вимірювання

Залежність кутового прискорення від зміни моменту інерції системи вивчають за допомогою хрестоподібного маятника Обербека (рис. 132.2). Він складається з вала, на якому запресовано шків радіусом R і чотирьох стрижнів у вигляді хрестовини. По стрижнях із поділками вільно переміщуються тіла, положення яких на стрижнях фіксується гвинтами. Маятник приводиться в обертання навколо горизонтальної осі за допомогою тягарця масою m , який за допомогою нитки прикріплюють до шківів. Важок опускається з прискоренням і приводить в обертальний рух маятник.

Рівняння руху тягарця за другим законом Ньютона:

$$ma = mg - F_n,$$

де F_n – сила натягу нитки, $F_n = m(g - a)$.

Обертальний момент сили відносно осі обертання утворюється силою натягу нитки F_n (силою тертя нехтуємо):

$$M = F_n \cdot R = mR(g - a),$$

де R – радіус шківів.

Прискорення a можна визначити, якщо відомий час t , протягом якого вантаж опускається на відстань h :

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

Тоді обертальний момент, що діє на саму систему, визначається рівністю

$$M = m \cdot R \left(g - \frac{2h}{t^2} \right) \quad (5)$$

Кутове прискорення a пов'язане з лінійним співвідношенням:

$$a = \varepsilon \cdot R \quad \text{чи} \quad \varepsilon = \frac{a}{R} = \frac{2h}{Rt^2} \quad (6)$$

Момент інерції системи обчислюється за формулою $J = \frac{M}{\varepsilon}$, чи

$$J = m \cdot R^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (7)$$

Такий метод визначення моменту інерції називається динамічним.

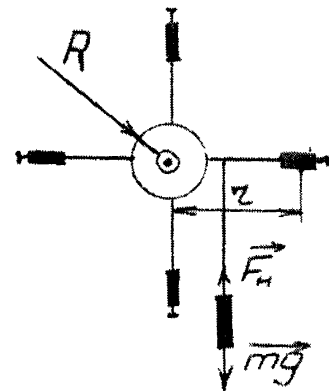


Рисунок 132.2

Порядок виконання роботи

Визначення моменту інерції обертальної системи

1. Закріпити симетрично за допомогою гвинтів важки на стрижнях у найвіддаленіших від осі обертання положеннях і лінійкою виміряти відстань r_i від середини цих тіл до осі обертання.

2. Виміряти штангенциркулем діаметр шківів.

3. Підвісити важок масою m на нитку й, акуратно намотуючи нитку на шків, підняти його на деяку висоту h . Відпустити маятник і одночасно включити секундомір, зафіксувати час падіння важка m з висоти h . Вимірювання часу падіння повторити 3 рази.

Обчислити момент інерції системи за формулою (7). Дані вимірювань та обчислень записати в таблицю.

Таблиця 132.1

$m = \underline{\hspace{2cm}}$ кг; $h = \underline{\hspace{2cm}}$ м; $R = \underline{\hspace{2cm}}$ м.

Величина	Розташування важка згідно з номером дослідження											
	біля шківів			по середині			на кінцях			довільно		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$t, \text{с}$												
$t_{\text{сер.}}, \text{с}$												
$M, \text{Н}\cdot\text{м}$												
$r_i, \text{м}$												
$\varepsilon, \text{с}^{-2}$												
$J_{\text{сер.}}, \text{кг}\cdot\text{м}^2$												

4. Перемістити важки на середину стрижнів хрестовини, виміряти їх відстань r_i до осі обертання, час падіння тягарця m із заданої висоти h та обчислити момент інерції даної системи.

5. Перемістити важки впритул до шківів й виконати завдання п. 3.

6. Розташувати важки на довільній відстані r_i від осі обертання симетрично відносно неї і знову повторити п. 3.

7. За результатами вимірювань обчислити моменти сил за формулою (5) та значення кутового прискорення за формулою (6). Зробити висновок.

Контрольні питання

1. Що називається моментом сили, моментом інерції тіла, моментом імпульсу?
2. Сформулювати і записати основний закон динаміки обертального руху.
3. У чому полягає аналогія між законами поступального й обертального руху?

Лабораторна робота № 133
**ВИВЧЕННЯ ОСНОВНОГО ЗАКОНУ ДИНАМІКИ
ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ**

Мета роботи: експериментально переконатися в справедливості основного закону динаміки обертального руху.

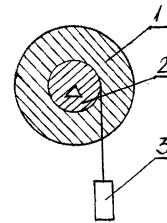
Прилади та обладнання: маховик, набір гир, штангенциркуль, секундомір.

Теоретичні відомості

наведені в лабораторній роботі № 132.

Опис установки і методу вимірювань

Установка для вивчення обертального руху містить маховик у вигляді масивних металевих дисків, які обертаються навколо горизонтальної осі (рис.133.1). На вал маховика насаджений шків, до якого прикріплено нитку з гирею. Гиря рівноприскорено опускається, викликаючи обертання маховика.



- 1 – маховик;
- 2 – шків;
- 3 – вантаж на нитці.

Рисунок 133.1

Обертальний момент сили, що діє на маховик:

$$M = F \frac{d}{2} \quad (1)$$

де F – сила натягу нитки; d – діаметр шківа.

Силу F визначимо з рівняння руху у формі другого закону Ньютона:

$$ma = mg - F,$$

або

$$F = m(g - a), \quad (2)$$

де m – маса гирі; $a = \frac{2h}{t^2}$ – прискорення гирі при опусканні з висоти h за час t .

Тоді момент сили

$$M = \frac{d}{2} m \left(g - \frac{2h}{t^2} \right). \quad (3)$$

Кутове прискорення шківа ε і лінійне прискорення a точок, віддалених від осі на відстань, рівну радіусові, зв'язані співвідношенням

$$\varepsilon = \frac{a}{r}, \quad \text{або} \quad \varepsilon = \frac{4h}{dt^2} \quad (4)$$

Момент інерції маховика визначимо за формулою

$$J = \frac{M}{\varepsilon}. \quad (5)$$

Порядок виконання роботи

1. Виміряти штангенциркулем діаметр шківів.
2. Прикріпити нитку з вантажем масою m_1 до шківів й, обертаючи маховик, підняти вантаж на висоту h . За шкалою висоти, яка знаходиться на стіні, визначити значення h по нижньому краю гирі.
3. Одночасно з відпусканням маховика ввімкнути секундомір і виміряти час опускання гирі t до моменту удару гирі об підлогу. Результати записати в таблицю.
4. Повторити дослід із першим вантажем 5 разів.
5. Виконати пп. 1–4 для вантажу масою m_2 .
6. За формулами (4), (3), (5) обчислити кутове прискорення, момент сили, момент інерції маховика.

Таблиця 133.1

$h = \underline{\hspace{2cm}}$ м; $d = \underline{\hspace{2cm}}$ м;

№	$m_1 =$					$m_2 =$				
	$t_1,$ с	$\Delta t,$ с	$\varepsilon_1,$ р/с ²	$M_1,$ Н·м	$J_1,$ кг·м ²	$t_2,$ с	$\Delta t,$ с	$\varepsilon_2,$ р/с ²	$M_2,$ Н·м	$J_2,$ кг·м ²
1										
2										
3										
4										
5										
Сер.										

7. Визначити відносну та абсолютну похибки вимірювань:

- відносну: $\varepsilon = 2 \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta g}{g} + 2 \frac{\Delta t_{сер}}{t_{сер}} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta m}{m}$.
- абсолютну: $\Delta J_{сер} = J_{сер} \cdot \varepsilon$.

8. Порівняти знайдені значення моменту інерції маховика і зробити висновок.

Контрольні питання

наведені в лабораторній роботі № 132.

Лабораторна робота № 150
ВИВЧЕННЯ КОЛИВАНЬ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

Мета роботи: визначити період коливань пружинного маятника й встановити залежність періоду від маси маятника; визначити коефіцієнт пружності статистичним і динамічним методами.

Прилади та обладнання: кронштейн зі шкалою, набір пружин і тягарців, терези з важками, секундомір.

Теоретичні відомості

Колівальним рухом, або просто **коливаннями**, називається рух або зміна стану, що характеризується повторюваністю в часі фізичних величин, які визначають цей рух чи стан. Прикладами колівального руху в механіці можуть бути коливання маятників, струн, мембран телефонів, балансирів кишенькових годинників, мостів та інших споруд, що зазнають дії змінного навантаження тощо.

Колівальний рух називається **періодичним**, якщо значення фізичних величин, які змінюються в процесі коливань, повторюються через однакові проміжки часу. Найпростіший тип періодичних коливань – гармонічні коливання. **Колівання** деякої фізичної величини називаються **гармонічними**, якщо її залежність від часу має вигляд

$$x = A \sin (\omega t + \varphi).$$

Основні характеристики механічного колівального процесу: $x = f(t)$ – миттєве зміщення відносно положення рівноваги; $(\omega t + \varphi)$ – фаза коливань; ω – циклічна частота коливання – число повних коливань за 2π с; T – період коливання – час одного повного коливання; ν – частота – число коливань за 1 с; φ – початкова фаза коливань.

Пружинним маятником називають систему «важко–пружина», яка з'єднана з нерухомою опорою (рис. 150.1).

Розглянемо коливання цього маятника. Вони відбуваються під дією пружної сили

$$F = -kx,$$

де x – зміщення важка від положення рівноваги.

Під дією цієї сили важко масою m рухається і рівняння його руху

$$F = ma, \quad \text{або} \quad F = m \frac{d^2 x}{dt^2}.$$

Тоді

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx, \quad \text{або} \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0 \quad (1)$$

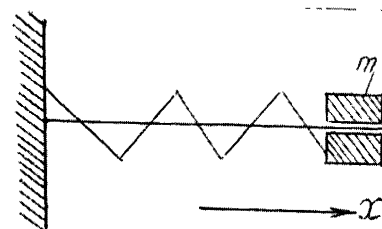


Рисунок 150.1

Це рівняння називається **диференціальним рівнянням гармонічних коливань**. Його розв'язок запишемо формулою

$$x = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (2)$$

де ω – циклічна частота коливань

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (3)$$

Період коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{чи} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4)$$

Можна показати, що при гармонічному коливанні і швидкість, і прискорення також змінюються за гармонічним законом.

Опис установки та методу вимірювань

Пружинний маятник складається зі стійки 2, на якій закріплена лінійка з поділками 3. На стійці передбачено пристрій для закріплення пружини 1, до якої підвішують важок 4. Коливання важка, підвішеного на невагомій пружині (рис. 150.2), аналогічні до розглянутих раніше коливань пружинного маятника.

Справді, на тіло масою m діють пружна сила $F = -kx$ і сила тяжіння p .

Запишемо основне рівняння динаміки для цього випадку:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx + p; \quad m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k(x - x_0),$$

де $x_0 = \frac{p}{k}$ – статична деформація пружини під дією ваги тіла.

Позначаючи $x_1 = (x_2 - x_0)$ та враховуючи, що

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2 x_1}{dt^2}, \quad \text{знайдемо рівняння руху тіла:}$$

$$m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -kx_1, \quad (5)$$

яке тотожне рівнянню (1).

Тому формули (2), (3), (4) справедливі також і для інших коливань тіла, підвішеного на пружині, але коливання відбуваються навколо положення x_0 .

Із (4) можна знайти коефіцієнт пружності пружини динамічним методом

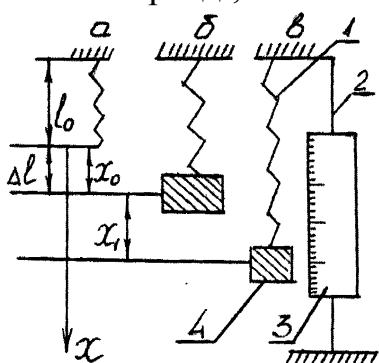


Рисунок 150.2.

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \quad (6)$$

Порядок виконання роботи

1. Визначити за допомогою терезів масу трьох важків.
2. Закріпити перший важок на пружині і виміряти її статичне видовження $\Delta l = l - l_0$, де l_0 – початкова довжина пружини; l – довжина пружини під дією ваги важка.

Результати вимірювань записати в таблицю. Підрахувати k_{cm} за формулою

$$k_{cm} = \frac{mg}{\Delta l_{cm}}$$

Таблиця 150.1

Статичний метод	Динамічний метод		
	N	t, c	T, c
$m =$			
$l_0 =$			
$l =$			
$\Delta l =$			
$k_{cm} =$	$k_{дин} =$		

3. Відтягти важок униз на 2–3 см і відпустити його, ввімкнути секундомір та виміряти час 20, 30, 40 коливань. Час коливань записати в таблицю. За формулою $T = t/n$ обчислити період коливань пружинного маятника.

4. Визначити $k_{дин}$ за формулою

$$k_{дин} = \frac{4\pi^2 m}{T_{сер}^2}$$

5. Вимірювання згідно з пп. 2–4 повторити з іншими важками. Результати записати в таблиці, аналогічні наведеній.

6. За результатами дослідів побудувати графік залежності періоду коливань T пружинного маятника від його маси.

7. Проаналізувати одержані результати і зробити висновок.

Контрольні питання

1. Вивести диференціальне рівняння гармонічних коливань пружинного маятника.

2. Записати розв'язок цього рівняння і назвати основні характеристики гармонічних коливань.

3. Записати залежність між періодом і циклічною частотою; між циклічною частотою та частотою.

4. Від чого залежить період коливань пружинного маятника?

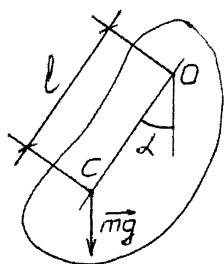
Лабораторна робота № 8
**ВИВЧЕННЯ КОЛИВАНЬ МАТЕМАТИЧНОГО
 ТА ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКІВ**

Мета роботи: визначити: 1) період коливань математичного маятника і на досліді переконатися у справедливості теоретичної формули періоду його коливань; 2) момент інерції фізичного маятника.

Прилади і матеріали: універсальний маятник, секундомір, призма для визначення центра ваги.

Теоретичні відомості

Фізичним маятником називається тверде тіло, яке закріплене на осі, що не проходить через центр ваги тіла, і може здійснювати коливання відносно цієї осі. **Довжина фізичного маятника** ℓ – відстань від його центра мас до осі коливань.



Для руху фізичного маятника можна записати основне рівняння обертального руху:

$$\varepsilon = \frac{M}{J}, \quad (1)$$

Рисунок 8.1 де ε – кутове прискорення, $\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$; $\vec{M} = \vec{r} \times m\vec{g}$;

$M = -m \cdot g \cdot \ell \cdot \sin\alpha$ – момент сил, які діють на тіло, відносно осі коливання (силами тертя нехтуємо); ℓ – довжина фізичного маятника; J – момент інерції маятника відносно осі коливання.

Підставивши значення M і ε в (1), отримаємо:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mg\ell}{J} \sin\alpha = 0 \text{ – диференціальне рівняння коливань фізичного маятника.}$$

Маятник здійснює гармонічні коливання при малих кутах відхилення від положення рівноваги (рис. 8.1).

Тому $\sin\alpha \approx \alpha$, і рівняння коливань матиме вигляд:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mg\ell}{J} \alpha = 0,$$

$$\text{або } \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2 \alpha = 0, \quad \text{де } \omega_0 = \sqrt{\frac{mg\ell}{J}}.$$

Розв'язок рівняння коливань фізичного маятника запишемо формулами:

$$\alpha = A \sin(\omega_0 T + \varphi),$$

або

$$\alpha = A \cos(\omega_0 T + \varphi),$$

ω_0 – циклічна частота коливань, $\omega_0 = \sqrt{\frac{mg\ell}{J}}$.

Тоді період коливань фізичного маятника

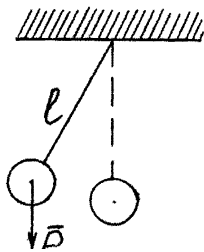


Рисунок 8.2.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mg\ell}}. \quad (2)$$

Математичним маятником називається матеріальна точка, підвішена на невагомій та нерозтяжній нитці, яка коливається у вертикальній площині під дією сили тяжіння (рис. 8.2).

Момент інерції матеріальної точки відносно осі коливань дорівнює $J = ml^2$, а підставивши це значення у (2), одержимо формулу періоду коливань математичного маятника:

$$T_M = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}. \quad (3)$$

Період коливань математичного маятника залежить тільки від його довжини і прискорення вільного падіння.

Зведеною довжиною фізичного маятника називається довжина такого математичного маятника, який коливається синхронно з фізичним, тобто має однаковий із ним період коливань.

Щоб знайти зведену довжину $L_{зв.}$, прирівняємо праві частини формул (2) і (3):

$$2\pi \sqrt{\frac{J}{mg\ell}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}, \quad \text{звідки} \quad L_{зв.} = \frac{J}{m\ell}.$$

За теоремою Штейнера $J = J_o + m\ell^2$, де J_o – момент інерції маятника відносно осі, яка проходить через центр мас і паралельна осі коливання O .

Отже,

$$L_{зв.} = \frac{J_o + m\ell^2}{m\ell} = \ell + \frac{J_o}{m\ell}.$$

Із цієї формули видно, що зведена довжина фізичного маятника завжди більша його довжини.

Прискорення вільного падіння можна обчислити за періодом коливань і довжиною математичного маятника

$$g = \frac{4\pi^2 \ell}{T_m^2}. \quad (4)$$

Опис установки

Установка містить математичний і фізичний маятники, осі коливань яких збігаються. Математичний маятник – це важок на нитці, довжина якої регулюється. Фізичний маятник має вигляд сталевго стрижня, на якому утримуються два ролики, положення котрих теж можна змінювати. На стрижні через кожні 10 мм нанесені кільцеві нарізи для точного визначення довжини фізичного маятника. До установки додається балансувальна призма для визначення положення центра мас.

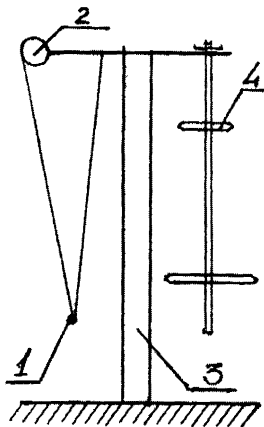


Рисунок 8.2.

- 1 – математичний маятник;
- 2 – вороток для регулювання довжини математичного маятника;
- 3 – шкала для визначення довжини математичного маятника;
- 4 – фізичний маятник.

Порядок виконання роботи

Завдання 1. Експериментально визначити залежність періоду коливань математичного маятника від його довжини; визначити прискорення вільного падіння.

1. Установити довжину математичного маятника $\ell = 0.50$ м, відхилити його від положення рівноваги на $5...7^\circ$.

2. Відпустити маятник і після 2–3 коливань увімкнути секундомір та виміряти час 10 коливань. Дослід повторити для іншого числа коливань ($n = 10...30$). Дані записати в таблицю.

3. За формулою $T = \frac{t}{n}$ обчислити періоди коливань і знайти середнє значення.

4. За формулою (4) обчислити прискорення вільного падіння g .

5. Виміри за пп. 1–4 повторити для довжини маятника $\ell = 0.45$ м та $\ell = 0.40$ м.

6. Обчислити прискорення вільного падіння за формулою

$$g = \frac{4\pi^2 \ell}{T_m^2} c^2.$$

Таблиця 8.1

Виміри	Число коливань n	Час t , с	Період T , с	Прискорення вільного падіння, g , м/с ²	Абсолютна похибка Δg , м/с ²	Довжина математичного маятника ℓ , м
1						
2						
Сер.						
1						
2						
Сер.						
1						
2						
Сер.						

7. Побудувати графік залежності періоду коливань T математичного маятника від його довжини $T = f(l)$.

8. За результатами всіх вимірів визначити середнє значення прискорення вільного падіння та абсолютну похибку вимірювань.

9. Результати записати у вигляді $g = g_{сер.} \pm \Delta g_{сер.}$ і порівняти його з табличним.

Завдання 2. Визначити момент інерції фізичного маятника.

1. Установити фізичний маятник на балансувальну призму так, щоб він знаходився в стані рівноваги і виміряти відстань від точки опори до верхнього ножа (осі обертання). Ця відстань є довжиною фізичного маятника ℓ . Записати знайдену довжину в таблицю.

2. Установити фізичний маятник на установку з опорою на верхній ніж. Відхилити маятник від положення рівноваги і виміряти час 10 коливань.

3. Обчислити період коливань фізичного маятника.

4. За формулою

$$J = \frac{T^2 m g \ell}{4\pi^2}$$

обчислити момент інерції фізичного маятника, результат записати в таблицю. (Маса маятника $m = 2,6$ кг).

5. Повторити пп. 2–4 для 20 і 30 коливань.

6. Знайти середнє значення моменту інерції фізичного маятника й абсолютну похибку вимірювань.

Таблиця 8.2

Виміри	Число коливань n	Час $t, \text{с}$	Період д $T, \text{с}$	Довжина фізичного маятника $\ell, \text{м}$	Момент інерції $J, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	Абсолютна похибка $\Delta J, \text{кг}\cdot\text{м}^2$
1						
2						
3						
Сер.						

7. Результат записати у вигляді $J = J_{сер.} \pm \Delta J_{сер.}$

8. Зробити висновок.

Контрольні питання

1. Що називається фізичним і математичним маятниками?
2. Написати формули періоду коливань фізичного та математичного маятників.
3. Яку величину називають зведеною довжиною фізичного маятника?
4. Яку величину називають довжиною фізичного маятника?
5. Написати закон за яким змінюються зміщення при гармонічних коливаннях.
6. Вивести диференціальне рівняння малих коливань фізичного маятника.

ЗМІСТ

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ	3
Лабораторна робота № 111.	
ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ КУЛІ ЗА ДОПОМОГОЮ БАЛІСТИЧНОГО МАЯТНИКА	4
Лабораторна робота № 7.	
ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ТЕРТЯ КОЧЕННЯ МЕТОДОМ ПОХИЛОГО МАЯТНИКА	7
Лабораторна робота № 1.	
ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ ТВЕРДИХ ТІЛ ЗА ДОПОМОГОЮ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ	10
Лабораторна робота № 130.	
ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ДИСКА ТА КІЛЬЦЯ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ	14
Лабораторна робота № 131.	
ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТВЕРДИХ ТІЛ ЗА ДОПОМОГОЮ ТРИФІЛЯРНОГО ПІДВІСА	16
Лабораторна робота № 4.	
ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТІЛА ЗА ДОПОМОГОЮ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА	19
Лабораторна робота № 132.	
ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ДИНАМІКИ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ЗА ДОПОМОГОЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА	22
Лабораторна робота № 133.	
ВИВЧЕННЯ ОСНОВНОГО ЗАКОНУ ДИНАМІКИ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ	26
Лабораторна робота № 150.	
ВИВЧЕННЯ КОЛИВАНЬ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА	28
Лабораторна робота № 8.	
ВИВЧЕННЯ КОЛИВАНЬ МАТЕМАТИЧНОГО ТА ФІЗИЧНОГО МАЯТНИКІВ	31