УДК 666.97.033

Орисенко Олександр Вікторович, к.т.н., доцент
Шокало Артем Володимирович, аспірант
Сідан Денис Олександрович, аспірант
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПОДАЧІ БЕТОННОЇ СУМІШІ В ЗОНУ ДРУКУ БУДІВЕЛЬНИМ 3D-ПРИНТЕРОМ

Спорудження будівельної конструкції 3D-принтером здійснюється шляхом нанесення шару пластичного матеріалу на поверхню друку. Саме цей процес і є об'єктом дослідження, оскільки він обумовлює стабільність розмірів перерізу матеріалу, що наноситься. В свою чергу, матеріал друку за своїми реологічними властивостями є в'язкопластичним тілом, яке має певну граничну міцність при впливі зовнішнього навантаження. Поведінка таких тіл найбільш повно описується моделлю Гершеля-Балклі [1], яка має наступний вигляд

$$\tau = \tau_Г + \mu \cdot \gamma^{\varphi}, \qquad (1)$$

де $\tau_Г$ – граничне напруження зсуву, Па;

μ – коефіцієнт, пропорційний в'язкості при градієнті швидкості, що дорівнює одиниці;

γ – градієнт швидкості, 1/с;

φ – індекс течії.

Завданням даного дослідження є адаптація вказаної реологічної моделі для опису процесу екструзії матеріалу через щілинний канал між торцем сопла та поверхнею друку.

Для виведення математичного опису подачі матеріалу через щілинний канал екструдера застосовуємо методику Пуазейля [2], що описує витрати при протіканні в'язкопластичної рідини через циліндричний канал.

Подальші розрахунки ведемо користуючись схемою, що зображена на рисунку 1 та рисунку 2. На схемі показані сили, що діють на елементарний шар матеріалу товщиною $2h$, який вважається недеформованим. Приймаємо, напруження зсуву τ, що виникають на нижній та верхній гранях елементарного шару додатними. Тоді сила зовнішнього впливу, яка створює тиск q, буде мати від'ємний знак і рівняння рівноваги сил набуде вигляду

$$2 \cdot B \cdot L \cdot \tau = -2 \cdot h \cdot B \cdot q, \qquad (2)$$

де B, L – відповідно довжина та ширина щілини (у випадку кільцевого каналу довжина каналу дорівнює довжині кола);

q – тиск на вході в канал

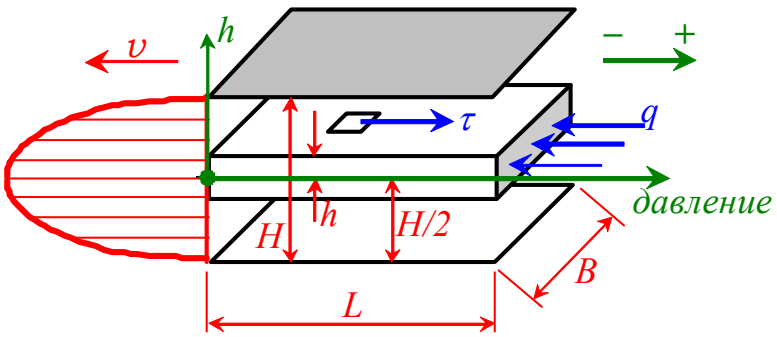

Рисунок 1 – Розрахункова схема плину матеріалу через канал

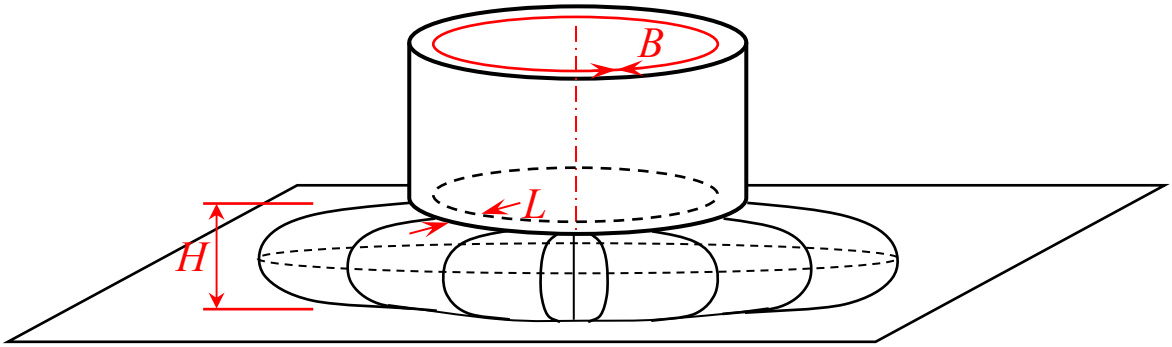

Рисунок 2 – Схема виходу матеріалу через кільцевий канал

З рівняння (2) визначаємо залежність напружень зсуві в шарі матеріалу висотою h від тиску матеріалу на вході в канал

$$\tau = -\frac{q \cdot h}{L} . \tag{3}$$

Формулу (1) перетворюємо до наступного вигляду

$$-\gamma = \frac{d\upsilon}{dh} = \left[\frac{(\tau - \tau_{\Gamma})}{\mu}\right]^{\frac{1}{\varphi}} = \left[\frac{(\tau - \tau_{\Gamma})}{\mu}\right]^{n} . \tag{4}$$

Знак «мінус» перед символом градієнта швидкості вказує на те, що напрямки швидкості та напружень зсуву протилежні. Оскільки градієнт швидкості $\gamma = d\upsilon / dh$, то формулу (4) можна перетворити до вигляду

$$-d\upsilon = \left[\frac{\left(\frac{q \cdot h}{L} - \tau_{\Gamma}\right)}{\mu}\right]^{n} dh . \tag{5}$$

Інтегруючи обидві частини рівняння (5), отримаємо

$$-\upsilon = \frac{\left(\frac{q \cdot h}{L} - \tau_{\Gamma}\right)^{n+1} \cdot L}{(n+1) \cdot q \cdot \mu^{n}} + C . \tag{6}$$

Припускаючи, що швидкість потоку біля стінки дорівнює нулю [2], ($\upsilon = 0$ при $h = \frac{H}{2}$) знаходимо постійну інтегрування С

$$C = -\frac{\left(\frac{q \cdot H}{2 \cdot L} - \tau_{\Gamma}\right)^{n+1} \cdot L}{(n+1) \cdot q \cdot \mu^{n}} . \tag{7}$$

Підставивши постійну інтегрування в рівняння швидкості (6) знайдемо рівняння розподілу швидкості за висотою каналу

$$\upsilon(h)=\left[\left(\frac{q\cdot H}{2\cdot L}-\tau_{\Gamma}\right)^{n+1}-\left(\frac{q\cdot h}{L}-\tau_{\Gamma}\right)^{n+1}\right]\cdot\frac{L}{(n+1)\cdot q\cdot\mu^{n}}\cdot \qquad (8)$$

Рівняння (8) дозволяє здійснити погодження швидкості подачі матеріалу через канал екструдера з рухом друкуючої голівки 3D-принтера, що забезпечить рівномірний переріз шару суміші яка наноситься на поверхню друку.

Література

1. Крих Г.Б. Особливості застосування реологічних моделей неньютонівських рідин. Вісник національного університету «Львівська політехніка». – Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2007. – 71 – 82 С.

2. Константінов Ю.М., Гіжа О.О. Технічна механіка рідини і газу: Підручник. – К.: Вища школа, 2002. – 277с.