

Міністерство освіти і науки України  
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**ЗАХАРЧУК Оксана Олегівна**

УДК 519.6+553.98

**ДИСЕРТАЦІЯ**  
**МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ У НЕОДНОРІДНИХ**  
**НАФТОГАЗОНОСНИХ ПЛАСТАХ**

185 – нафтогазова інженерія та технології

18 – Виробництво та технології

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії з нафтогазової  
інженерії та технології

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,  
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_\_\_\_ О.О. Захарчук

Науковий керівник

Доктор фізико-математичних  
наук, старший науковий  
співробітник

**ЛУБКОВ Михайло Валерійович**

Полтава – 2022

## АНОТАЦІЯ

*Захарчук О.О.* Моделювання фільтраційних процесів у неоднорідних нафтогазоносних пластах. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 185 – нафтогазова інженерія та технології (18 «Виробництво та технології»). – Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка».

Дисертаційна робота присвячена моделюванню розподілу тиску навколо видобувних свердловин у неоднорідних пластах та розрахунку видобувних запасів пласта шляхом розв'язку рівняння п'єзопровідності комбінованим скінчено-елементно-різницевим методом.

Більшість родовищ України знаходяться на завершальних стадіях розробки, що зумовлює необхідність застосування методів інтенсифікації та проведення детального аналізу для зменшення ступеня ризику експлуатації систем свердловин у виснажених пластах. У цій ситуації користуються попитом методи комп'ютерного моделювання анізотропних нафто- та газозносних пластів, тому що вони дозволяють отримати уявлення про фільтраційні процеси навколо видобувних та нагнітальних свердловин у різних практичних випадках.

У **розділі 1** «Сучасний стан питання. Мета та задачі досліджень» розглянутий та проаналізований сучасний стан моделювання фільтраційних процесів навколо експлуатаційних свердловин, наведені переваги та недоліки існуючих аналітичних та чисельних методів розв'язку рівняння п'єзопровідності в неоднорідних пластах нафтогазових родовищ, сформовані задачі дослідження. Для розрахунку фільтраційних процесів в зонально-неоднорідних та анізотропних пластах застосовано модифікований комбінований скінчено-елементно-різницевий метод. Цей метод вигідно поєднує переваги скінчено-елементного методу та методу кінцевих різниць: дозволяє моделювати геометрично складні області, враховувати інфільтрацію рідини через границі, неоднорідний розподіл проникності та (або) в'язкості всередині пласта, при цьому застосування неявної

різницевої схеми при знаходженні вузлових значень сітки забезпечує високу надійність та сходимість результатів. Результати моделювання фільтраційних процесів за допомогою комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу можуть бути використані для розв'язку багатьох актуальних задач у сфері нафтогазової інженерії та технологій (уточнення розрахунку видобувних запасів родовища, прогнозування дебітів свердловин, уточнення розрахунку коефіцієнтів газо- та п'єзопровідності близької і віддаленої зон пласта, виявлення зон аномально високих та низьких пластових тисків, підбір розташування експлуатаційних свердловин в анізотропних пластах для збільшення інтенсивності фільтраційних процесів).

У **розділі 2** «Математичні методи дослідження фільтраційних процесів навколо експлуатаційних свердловин у неоднорідних та анізотропних пластах» сформульована загальна постановка нестационарної задачі п'єзопровідності з урахуванням початкової умови та умови проникності флюїду (нафти або газу) на границі досліджуваної області для розрахунку поля тиску в: а) ізотропному середовищі; б) анізотропному. При математичній постановці задачі приймаються наступні припущення. Потужність пласта є сталою величиною та значно меншою горизонтальних розмірів пласта, в такому випадку задача розглядається як двовимірною. Проникність, пористість, вязкість та коефіцієнт стиснення флюїду, початковий пластовий тиск, дебіт є відомими та незмінними у часі величинами. Задача розраховується для однофазного потоку. Розрахунок сформульованих задач можна здійснити за допомогою комбінованого скінченно-елементно-різницевого методу, реалізованого на мові програмування Fortran Лубковим М.В. Проведено верифікацію комбінованого скінченно-елементно-різницевого методу шляхом порівняння результатів розв'язку задачі з результатами, отриманими при застосуванні аналітичних формул. Відносні похибки при розрахунках не перевищують  $5,37 \cdot 10^{-6} \%$ , що свідчить про високу збіжність результатів.

У **розділі 3** «Моделювання процесів фільтрації у неоднорідних ізотропних вуглеводневовмісних пластах навколо видобувної свердловини» проведено оцінку впливу наявності проникних границь пласта на розподіл пластового тиску та його

зміну в часі. Встановлено, що в разі відсутності зовнішнього підживлення пласта, середній пластовий тиск знижується з більшою динамікою в порівнянні з пластами з проникними границями. При терміні експлуатації 10 років різниця між середніми тисками в таких пластах може складати 8,1 %. Оцінено взаємозв'язок між розподілом пластового тиску навколо нафтовидобувної свердловини та неоднорідним розподілом фільтраційних характеристик (проникності та в'язкості нафти) в близькій та віддаленій зонах дії свердловини. Встановлено, що вплив зміни проникності на розподіл пластового тиску у віддаленій зоні нафтової свердловини  $R_d > 5$  м більший у порівнянні з впливом у близькій зоні дії свердловини  $R_d < 5$  м. Про це свідчить: зростання привибійного тиску на 10,27 % при збільшенні проникності в 2 рази (для близької зони зростання тиску становить 2,74 %); зниження привибійного тиску на 14,38 % при зниженні проникності в 2 рази (для близької зони зниження тиску – 0,05 %). Коливання значень коефіцієнта динамічної в'язкості нафти мало впливає на процес фільтрації (тиск змінюється не більше, ніж на 1,36 атм). Приведені результати розв'язання нестационарної ізотропної задачі п'єзопровідності Лейбензона, на основі чого проведено оцінку процесу заповнення газової шапки геосолітонового родовища. Встановлено, що швидкість заповнення газової шапки в основному визначається джерелами потужності і меншою мірою залежить від їх розмірів та кількості.

У розділі 4 «Моделювання процесів фільтрації у неоднорідних анізотропних вуглеводнево-місних пластах навколо видобувної свердловини» розроблено моделі однофазної фільтрації (нафти або газу) в анізотропних пластах: а) навколо видобувної свердловини; б) між видобувною та нагнітальною свердловинами; г) навколо горизонтальної свердловини. Оцінено вплив неоднорідного розподілу проникності (зонально-неоднорідного та анізотропного) на розподіл пластових тисків для кожної розробленої моделі. Встановлено, що зонально-неоднорідний розподіл проникності в нафтовому та газовому пласті призводить до зниження середніх пластових тисків в порівнянні з повністю ізотропним середовищем. Якщо уникнути місць із зрушувальною ізотропією в



пласті неможливо та необхідно ввести ще одну видобувну свердловину, краще розташувати її в діагональному (зрушувальному) напрямку, що забезпечить підтримку середнього пластового тиску вищим на 3 – 9 % в порівнянні з іншими змодельованими варіантами розташування двох видобувних свердловин. Зрушувальна ізотропія негативно впливає на інтенсивність фільтраційного процесу, про що свідчить відповідне зниження середнього пластового тиску. В змодельованому середовищі систему «газовидобуна–нагнітальна» свердловини краще розташувати перпендикулярно до напрямку підвищеної проникності пласта. Це забезпечить вище значення середнього пластового тиску (на 12,5 – 28,6 %) в порівнянні з іншими змодельованими варіантами розташування. Розташування горизонтальної свердловини в ортотропному пласті в діагональному напрямку в порівнянні з горизонтальним дозволяє підтримувати вищий тиск вищим на 9,4 – 35 % (в залежності від значення і напрямку проникності) для нафтових пластів та на 2,52 – 12,33 % для газових. Виняток становлять ортотропні газові пласти, в яких напрямком підвищеної проникності є перпендикулярним до розташування горизонтальної свердловини.

У розділі 5 «Підрахунок видобувних запасів нафти та газу за результатами моделювання фільтраційних процесів у продуктивних пластах» запропонований удосконалений метод розрахунку запасів вуглеводнів, що поєднує об'ємний метод та результати моделювання фільтраційних процесів із застосуванням комбінованого скінченно-елементно-різницевого методу. Останній дозволяє враховувати неоднорідну по проникності будову пласта та адекватно на кількісному рівні описувати розподіл нестационарного пластового тиску навколо видобувної свердловини. Запропонований автором метод розрахунку запасів має наступний алгоритм:

- 1) побудова полів розподілу тиску в пласті для різного часу  $t$  від початку експлуатації свердловини за допомогою моделювання фільтраційних процесів із застосуванням комбінованого скінченно-елементно-різницевого методу; визначення середнього пластового та вибірного тиску;

2) розрахунок радіусу контуру живлення свердловини з використанням отриманих значень середніх пластових та вибійних тисків;

3) розрахунок початкових видобувних запасів вуглеводнів з використанням розрахункового значення радіусу контуру живлення свердловини.

Для отримання більшої достовірності результатів дослідження, також проводиться перерахунок параметрів газу та нафти, які залежать від тиску та температури (коефіцієнти динамічної в'язкості та надстисливості) із використанням псевдокритичних параметрів.

Таким чином, можна визначити дренавані запаси однією експлуатаційною свердловиною.

Верифікація методу проведена шляхом порівняння розрахованих авторською методикою запасів із значеннями, наведеними в Атласі родовищ України. Відносна похибка при розрахунку запасів нафти (Ромашівське нафтове родовище) становить 6,25 %; при розрахунку запасів газу (Червонозаярське газове родовище) – 4,63 %. Узгодженість результатів розрахунків дозволила використати авторський метод для оцінки запасів Західно-Радченківського газоконденсатного родовища.

Удосконалений метод розрахунку запасів використаний ТОВ «Нафтогазопромислова геологія» при складанні нового проєкту розробки Західно-Радченківського газоконденсатного родовища (довідка про впровадження від 20.03.2022 року).

**Ключові слова:** комп'ютерне моделювання, фільтраційні процеси, продуктивний пласт, родовище на пізній стадії розробки, виснажені родовища, газ, нафта, підрахунок запасів, нестационарний режим, пластовий тиск, ізотропний пласт, анізотропний пласт.

## ABSTRACT

*Zakharchuk O.O.* Modelling of filtration processes in heterogeneous oil and gas reservoirs. – Published as a manuscript.

Thesis for the scientific degree of PhD on a specialty 185 «Oil and Gas Engineering and Technology» (18 «Production and technology»). – National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic».

The dissertation work is devoted to modelling of pressure distribution around of production wells in heterogeneous strata and calculation of oil and gas reserves by solving the piezoelectricity equation by the combined finite-element-difference method.

Most of Ukraine's deposits are in the final stages of development, which necessitates the use of intensification methods and detailed analysis to reduce the degree of risk of operating well systems in depleted reservoirs. In this situation, the methods of computer modeling of anisotropic oil and gas reservoirs are in demand, because they allow to get an idea of the filtration processes around production and injection wells in various practical cases.

In **chapter 1** «Current state of the matter. The purpose and objectives of the research» the current state of modeling of filtration processes near production wells is discussed and analyzed. Advantages and disadvantages of existing analytical and numerical methods of calculating filtration ratio in heterogeneous strata of oil and gas formations were determined; tasks of the research were formulated. To calculate filtration processes in heterogeneous and anisotropic reservoirs it is recommended to use the combined finite-element-difference method. This method advantageously combines advantages of the finite element method and the finite difference method: it allows for modeling geometrically complex areas, taking into account fluid infiltration across boundaries, non-uniform distribution of permeability and (or) viscosity throughout the reservoir, and the use of an implicit boundary structure in finding the node values of the grid ensures high reliability and consistency of the results. The results of modeling filtration processes using the combined finite-element-difference method can be used to solve many pressing problems in the field of oil and gas engineering and technology (refinement of calculation of field reserves, forecasting wells, and remote formation zones, detection of zones of abnormally high and low formation pressures, selection of the location of production wells in anisotropic formations to increase the intensity of filtration processes).

In **chapter 2** «Mathematical methods of filtration processes around of production well in heterogeneous and anisotropic reservoirs» contains the general formulation of non-stationary problem of water penetration (oil or gas) at the boundaries of the investigated area for the calculation of the pressure field in a) isotropic medium; b) anisotropic. At mathematical statement of a problem the following assumptions are accepted. The thickness of the formation is a constant value and much smaller than the horizontal dimensions of the formation, in which case the problem is considered as two-dimensional. The permeability, porosity, viscosity and compression ratio of the fluid, the initial formation pressure, flow rate are known and time-invariant values. The problem is calculated for a single-phase flow. Calculations of the formulated problems can be carried out with the help of the combined finite-element-difference method implemented in Fortran by Lubkov M. V. Verification of the combined finite-element-difference method by comparing results of the solution of the problem with the results obtained by applying analytical formulas was carried out. The error in the calculations does not exceed  $5,37 \cdot 10^{-6}$  %, which indicates the correlation between the results.

In **chapter 3** «Modelling of filtration processes in heterogeneous isotropic hydrocarbon-bearing reservoirs around of production well» investigates the influence of formation boundaries presence on the distribution of formation pressure and its change in time. It is established that in the absence of external fertilization of the reservoir, the average reservoir pressure decreases with greater dynamics compared to formations with permeable boundaries. With a service life of 10 years, the difference between the average pressures in such formations can be 8,1 %. Investigated the relationship between the distribution of reservoir pressure in the periphery of the active oil production wellhead and uneven distribution of filtration characteristics (permeability and viscosity of the oil) in the near and distant zones of the wellhead. It is established that the effect of change in permeability on the distribution of reservoir pressure in the remote zone of the oil well  $R_d > 5$  m is greater compared to the impact in the near zone of the well  $R_d < 5$  m 2 times (for the near zone of pressure increase is 2,74 %); reduction of bottomhole pressure by 14,38 % with a decrease in permeability by 2 times

(for the near zone of pressure reduction – 0,05 %). Fluctuations in the values of the dynamic viscosity of oil have little effect on the filtration process (pressure varies by no more than 1,36 atm). The results of solving non-stationary isotropic Leibenzon's problem, on the basis of which the process of filling of the gas cap of the geosoliton generation is investigated. It is established that the rate of filling the gas cap is mainly determined by power sources, and to a lesser extent depends on their size and quantity.

In **chapter 4** "Modelling of filtration processes in heterogeneous anisotropic hydrocarbon-bearing reservoirs around of production well" develops models of single-phase filtration (of oil or gas) in anisotropic formations: a) around of the production well; b) between production and injection wells; d) in the vicinity of the horizontal well. The influence of heterogeneous penetration distribution (zonal-heterogeneous and anisotropic) on the distribution of formation pressures for each of the developed models has been investigated. It is established that the zonally inhomogeneous distribution of permeability in the oil and gas reservoir leads to a decrease in the average reservoir pressures in comparison with a completely isotropic medium. If it is impossible to avoid shear isotropy in the reservoir and it is necessary to introduce another production well, it is better to place it in the diagonal (shear) direction, which will maintain the average reservoir pressure higher by 3 – 9 % compared to other simulated locations of two production wells. Shear isotropy has a negative effect on the intensity of the filtration process, as evidenced by the corresponding decrease in the average formation pressure. In the simulated environment, it is better to place the "gas production-injection" system of the well perpendicular to the direction of increased permeability of the formation. This will provide a higher value of the average reservoir pressure (by 12,5 – 28,6 %) compared to other simulated location options. The location of the horizontal well in the orthotropic formation in the diagonal direction compared to the horizontal allows to maintain the downhole pressure higher by 9,4 – 35 % (depending on the value and direction of permeability) for oil reservoirs and 2,52 – 12,33 % for gas. Exceptions are orthotropic gas layers, in which the direction of increased permeability is perpendicular to the location of the horizontal well.

In **chapter 5** "Calculation of oil and gas production reserves based on the results of modeling filtration processes in productive field" the author's method of calculating hydrocarbon reserves is proposed. This method combines the volumetric method and the results of modeling filtration processes using a combined finite-element-difference method. The latter allows to take into account the heterogeneous permeability structure of the reservoir and to adequately describe the distribution of non-stationary reservoir pressure around the production well. The method of calculation of stocks offered by the author has the following algorithm:

1) construction of pressure distribution fields in the formation for different times  $t$  from the beginning of well operation by modeling filtration processes using the combined finite-element-difference method; determination of average formation and downhole pressure;

2) calculation of the radius of the supply circuit of the well using the obtained values of the average formation and downhole pressures;

3) calculation of the initial production reserves of hydrocarbons using the calculated value of the radius of the supply circuit of the well.

To obtain greater reliability of the research results, gas and oil parameters that depend on pressure and temperature (coefficients of dynamic viscosity and recompressibility) are also recalculated using pseudocritical parameters.

Thus, it is possible to determine the drained reserves of one production well.

Verification of the method was carried out by comparing the reserves calculated by the author's method with the values given in the Atlas of deposits of Ukraine. The relative error in the calculation of oil reserves (Romashivske oil field) is 6,25 %; when calculating gas reserves (Chervonozyarskoe gas field) – 4,63 %. The consistency of the calculation results allowed to use the author's method for estimating the reserves of the Zakhidno-Radchenkivsky gas condensate field.

An improved method of calculating reserves was used by Naftogazopromyslova Geologiya LLC when drafting a new project for the development of the Zakhidno-Radchenkivsky gas condensate field (certificate of implementation dated 20.03.2022).

**Keywords:** computer modeling, filtration processes, productive reservoir, field at a late stage of development, depleted fields, gas, oil, reserve calculation, non-stationary regime, reservoir pressure, isotropic reservoir, anisotropic reservoir.

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА, В ЯКИХ НАВЕДЕНІ ОСНОВНІ НАУКОВІ РЕЗУЛЬТАТИ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Zakharchuk, O. (2022). Gas reserves calculation based on the results of reservoir pressure distribution modeling. *Technology Audit and Production Reserves*, 1(1(63)), 30–35. <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2022.253109>

2. Lubkov, M., **Zakharchuk, O.**, Dmytrenko, V., & Petrash, O. (2021). Investigation of the influence of the heterogeneous permeability distribution on the oil phase displacement processes. *Technology Audit and Production Reserves*, 5(1), 61, 33–40. <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2021.241972>

*(Особистий внесок – досліджено вплив неоднорідного розподілу проникності пористого середовища на розподіл пластових тисків в межах досліджуваної області).*

3. Lubkov, M. V., **Zakharchuk, O. O.**, Dmytrenko, & V. I., Petrash, O. V. (2021). Modeling of producing pressure in heterogeneous oil-bearing reservoirs. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Хімія, хімічні технології та екологія*, 2(6), 73–79. <https://doi.org/10.20998/2079-0821.2021.02.10>

*(Особистий внесок – досліджено падіння пластового тиску в околиці діючої свердловини з урахуванням неоднорідного розподілу фільтраційних характеристик (проникності та в'язкості нафти) в близькій та віддаленій зонах дії свердловини).*

4. Лубков, М. В. & **Захарчук, О. О.** (2021). Вплив неоднорідного розподілу проникності на фільтраційні процеси в межах дії газовидобувної горизонтальної свердловини. *Збірник наукових праць НГУ.* – Д.: НТУ «Дніпровська політехніка», 2021. – № 66, 193–204. <https://doi.org/10.33271/crpnmu/66.193>

*(Особистий внесок – досліджено вплив неоднорідного розподілу проникності пористого середовища на розподіл пластових тисків в межах дії горизонтальної свердловини за допомогою моделювання фільтраційних процесів на основі комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу).*

5. Lubkov, M., & **Zaharchuk, O.** (2021). Modeling of gas filtration around horizontal wells in anisotropic hard reaching reservoirs. Paper presented at the *20th International Conference Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects*, doi:10.3997/2214-4609.20215521009 (**Scopus**)

*(Особистий внесок – досліджено вплив неоднорідного розподілу проникності пористого середовища на розподіл пластових тисків в межах дії горизонтальної свердловини за допомогою моделювання фільтраційних процесів на основі комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу).*

6. Lubkov, M. & **Zaharchuk, O.** (2021) Modeling of displacement processes in heterogeneous anisotropic gas reservoirs. *Visnyk of Taras Shevchenko National University of Kyiv: Geology*, 2(93), 94–99. <http://doi.org/10.17721/1728-2713.93.11> (категорія «А»)

*(Особистий внесок – досліджено вплив неоднорідного розподілу проникності пористого середовища на падіння пластового тиску між видобувною та нагнітальною свердловинами в газонасичених пластах).*

7. Lubkov, M. V., & **Zakharchuk, O. O.** (2021). Modeling of oil phase displacement processes in heterogeneous anisotropic reservoirs. *Geofizicheskiy Zhurnal*, 43(3), 170-180. <https://doi.org/10.24028/gzh.v43i3.236387> (категорія «А»)

*(Особистий внесок – досліджено вплив неоднорідного розподілу проникності пористого середовища на розподіл пластового тиску між нафтовидобувною та нагнітальною свердловинами).*

8. Lubkov, M. V., & **Zaharchuk, O. O.** (2020). Modeling of pushing processes in anisotropic low permeable oil reservoirs. Paper presented at the *Geoinformatics 2020 - XIXth International Conference "Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects"*, doi:10.3997/2214-4609.2020geo078 (**Scopus**)



*(Особистий внесок – досліджено вплив неоднорідного розподілу проникності пористого середовища на розподіл пластових тисків в межах дії нафтовидобувної та нагнітальної свердловин).*

9. Lubkov, M. V., & **Zacharchuk, O. O.** (2019). Modeling of oil filtration processes near production well. Paper presented at the *18th International Conference "Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects", Geoinformatics 2019*, doi:10.3997/2214-4609.201902015 (**Scopus**)

*(Особистий внесок – досліджено падіння пластового тиску в околиці нафтовидобувної свердловини з урахуванням неоднорідного розподілу проникності пористого середовища в близькій та віддаленій зонах дії свердловини).*

10. Lubkov, M. V., & **Levchenko, O. O.** (2018). Modeling of filling process of the gas cap of geosoliton field. Paper presented at the *17th International Conference on Geoinformatics - Theoretical and Applied Aspects*, doi:10.3997/2214-4609.201801792 (**Scopus**)

*(Особистий внесок – досліджено вплив кількості та потужності геосолітонових джерел на розподіл пластових тисків в газонасиченому пласті).*

11. Lubkov, M. V., **Levchenko, O. O.**, & Mangura, A. N. (2017). Modeling of reservoir pressures in heterogeneous porous layers of oil-gas deposits. Paper presented at the *16th International Conference Geoinformatics - Theoretical and Applied Aspects*, doi:10.3997/2214-4609.201701845 (**Scopus**)

*(Особистий внесок – досліджено вплив терміну експлуатації свердловини на розподіл поля пластового тиску в нафтогазовому родовищі з урахуванням коефіцієнту інфільтрації через границі змодельованої області).*

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	17
РОЗДІЛ 1. СУЧАСНИЙ СТАН ПИТАННЯ. МЕТА ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕНЬ .....	23
1.1. Оцінювання параметрів фільтраційних процесів у неоднорідних вуглеводневих пластах.....	23
1.2. Основні теоретичні положення розрахунку фільтраційних задач в ізо- та анізотропних середовищах.....	26
1.3. Аналітичні методи розрахунку рівняння п'єзопровідності .....	33
1.4. Чисельні методи розв'язку фільтраційних задач в неоднорідному середовищі.....	37
1.5. Висновки за розділом 1. Мета та задачі досліджень.....	49
РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ НАВКОЛО ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ СВЕРДЛОВИН У НЕОДНОРІДНИХ ТА АНІЗОТРОПНИХ ПЛАСТАХ.....	52
2.1. Математична постановка та спосіб розв'язання нестационарної ізотропної задачі п'єзопровідності комбінованим скінчено- елементно-різницеvim методом.....	52
2.2. Математична постановка та спосіб розв'язання нестационарної анізотропної задачі п'єзопровідності комбінованим скінчено- елементно-різницеvim методом.....	57
2.3. Верифікація комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу розв'язку рівняння п'єзопровідності.....	59
2.4. Висновки за розділом 2.....	65
РОЗДІЛ 3. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ФІЛЬТРАЦІЇ У НЕОДНОРІДНИХ ІЗОТРОПНИХ ВУГЛЕВОДНЕВОВМІСНИХ ПЛАСТАХ НАВКОЛО ВИДОБУВНОЇ СВЕРДЛОВИНИ.....	66

3.1. Моделювання фільтраційного процесу в ізотропних нафтоносних пластах.....	67
3.2. Моделювання фільтраційного процесу в ізотропних пластах навколо нафтовидобувної свердловини.....	73
3.3. Моделювання процесу заповнення газової шапки геосолітонового родовища.....	79
3.4. Висновки за розділом 3.....	83
РОЗДІЛ 4. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ФІЛЬТРАЦІЇ У НЕОДНОРІДНИХ АНІЗОТРОПНИХ ВУГЛЕВОДНЕВОВМІСНИХ ПЛАСТАХ НАВКОЛО ВИДОБУВНОЇ СВЕРДЛОВИНИ .....	85
4.1. Моделювання процесів фільтрації нафти навколо видобувної свердловини.....	85
4.1.1. Моделювання процесів витіснення в анізотропних нафтоносних пластах.....	86
4.1.2. Моделювання фільтраційного процесу в неоднорідних анізотропних нафтоносних пластах.....	93
4.1.3. Моделювання фільтраційних процесів навколо горизонтальних свердловин у слабопроникних анізотропних нафтоносних пластах.....	101
4.2. Моделювання процесів фільтрації газу навколо видобувної свердловини.....	107
4.2.1. Моделювання процесів витіснення в анізотропних газоносних пластах.....	108
4.2.2. Моделювання фільтраційного процесу в неоднорідних анізотропних газоносних пластах.....	115
4.2.3. Моделювання фільтраційних процесів навколо горизонтальних свердловин в анізотропних газоносних пластах.....	123
4.3. Висновки за розділом 4.....	129
РОЗДІЛ 5. ПІДРАХУНОК ВИДОБУВНИХ ЗАПАСІВ НАФТИ ТА ГАЗУ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ У ПРОДУКТИВНИХ ПЛАСТАХ.....	131

5.1. Підрахунок видобувних запасів продуктивного пласта В-17 Ромашівського нафтового родовища .....	132
5.2. Підрахунок видобувних запасів продуктивного пласта В-26–Т-1а Червонозаярського газового родовища .....	142
5.3. Підрахунок видобувних запасів продуктивного пласта В-26 Західно-Радченківського газоконденсатного родовища .....	162
5.3.1. Загальні відомості про Західно-Радченківське газоконденсатне родовище.....	162
5.3.2. Моделювання розподілу тиску в продуктивному пласті В-26.....	166
5.3.3. Розрахунок радіусу контура живлення свердловини № 205 Західно-Радченківського газоконденсатного родовища .....	172
5.3.4. Розрахунок дренажних запасів свердловиною № 205 Західно-Радченківського газоконденсатного родовища.....	179
5.4 Висновки за розділом 5.....	184
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....	185
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	187
ДОДАТКИ.....	201
Додаток А Алгоритм програми розв’язку нестационарної ізо- та анізотропної задачі п’єзопровідності для нафтової та газової фази.....	202
Додаток Б Основні параметри компонентів природних газів.....	213
Додаток В Інформація про Ромашівське нафтове родовище (з Атласу родовищ України).....	215
Додаток Г Інформація про Червонозаярське газове родовище (з Атласу родовищ України).....	218
Додаток Д Акти впровадження.....	229
Додаток Е Список публікацій здобувача за темою дисертації.....	222
Додаток Є Апробація основних результатів дослідження.....	225

## ВСТУП

**Актуальність теми.** У сфері нафтогазової інженерії та технологій провідне місце належить питанням збільшення та ефективної підтримки стабільного рівня видобутку нафти та газу. Більшість родовищ України знаходяться на завершальних стадіях розробки, що зумовлює необхідність застосування методів інтенсифікації та проведення детального аналізу для зменшення ступеня ризику експлуатації систем свердловин у виснажених пластах. У цій ситуації користуються попитом методи комп'ютерного моделювання анізотропних нафто- та газоносних пластів, тому що вони дозволяють отримати уявлення про фільтраційні процеси навколо видобувних та нагнітальних свердловин у різних практичних випадках.

З іншого боку в наш час залишається ряд питань, які пов'язані з точністю та адекватністю моделювання складних неоднорідних анізотропних нафто- та газоносних колекторських систем в умовах реальної експлуатації родовищ. Використаний у даній роботі комбінований скінчено-елементно-різницевий метод розв'язання нестационарної анізотропної задачі п'єзопровідності, з урахуванням неоднорідного розподілу різних фільтраційних параметрів всередині анізотропного деформованого продуктивного пласта і на його межах, дозволяє адекватно розрахувати розподіл пластового тиску в складних умовах експлуатації нафто- та газовидобувних свердловин. Результати моделювання фільтраційних процесів за допомогою комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу можуть бути використані для розв'язку багатьох актуальних задач у сфері нафтогазової інженерії та технологій (уточнення розрахунку видобувних запасів родовища, прогнозування дебітів свердловин, уточнення розрахунку коефіцієнтів газо- та п'єзопровідності близької і віддаленої зон пласта, виявлення зон аномально високих та низьких пластових тисків, підбір розташування експлуатаційних свердловин в анізотропних пластах для збільшення інтенсивності фільтраційних процесів). Таким чином, комбінований скінчено-елементно-різницевий метод розв'язання нестационарної анізотропної задачі

п'єзопровідності має широкі перспективи впровадження, зокрема, при складанні проектів розробки родовищ та дослідно-промислової експлуатації свердловин.

### **Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами**

Робота виконана на кафедрі нафтогазової інженерії та технологій Навчально-наукового інституту нафти і газу Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» у межах науково-дослідної теми «Розробка технології для видобування важковидобувних вуглеводнів (бітуми, високов'язкі нафти, газові гідрати та інші) на основі фізичних та хімічних процесів» (№ державної реєстрації 0120U104892).

**Метою дисертаційної роботи** є оцінювання впливу неоднорідного розподілу проникності та в'язкості на зміну пластового тиску та удосконалення розрахунку видобувних запасів вуглеводневого пласта на основі моделювання фільтраційних процесів шляхом розв'язку рівняння п'єзопровідності комбінованим скінчено-елементно-різницевою методом.

Для досягнення цієї мети розв'язувалися такі **завдання**:

– сформулювати математичну постановку та метод розв'язання нестационарних ізо- та анізотропних задач п'єзопровідності у газо- та нафтоносних пластах;

– розробити модель фільтрації нафти та газу в ізотропних пластах для оцінювання: а) впливу наявності проникних границь змодельованої області на розподіл пластового тиску та його зміну в часі; б) впливу неоднорідного розподілу проникності та в'язкості нафти на розподіл пластових тисків навколо свердловини; впливу нагнітальної свердловини на інтенсивність фільтраційного процесу; в) впливу кількості та потужності геосолітонових джерел на заповнення газової шапки геосолітонового родовища;

– розробити модель фільтрації нафти та газу в анізотропних пластах: а) навколо видобувних свердловин; б) між видобувною та нагнітальною свердловинами; в) навколо горизонтальних свердловин;

– оцінити вплив неоднорідного розподілу проникності середовища (зонально-неоднорідного та ортотропного) на розподіл пластових тисків для кожної розробленої моделі;

– удосконалити спосіб розрахунку видобувних запасів пласта на основі результатів моделювання фільтраційних процесів.

**Об'єкт дослідження** – фільтраційні процеси навколо видобувних свердловин, розташованих у неоднорідних анізотропних вуглеводневих пластах.

**Предмет дослідження** – удосконалення моделювання фільтраційних процесів у вуглеводневих неоднорідних анізотропних пластах навколо видобувних свердловин шляхом застосування комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу.

**Методи дослідження, які використовувалися в роботі:** теоретичні методи дослідження, що містять в собі системний аналіз використаної інформації; чисельне моделювання на основі комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу в сукупності з іншими чисельними та аналітичними методами; методи візуального подання отриманої інформації; методи статистичної обробки даних. Експериментальні методи дослідження, які полягають у перевірці відповідності розрахованих авторською методикою запасів із значеннями, наведеними в Атласі родовищ України.

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає у тому що:

1. Вперше для розв'язання рівняння п'єзопровідності для дослідження фільтраційних процесів у нафто- та газонесних пластах модифіковано комбінований скінчено-елементно-різницевий метод, що дозволив отримати якісно нову інформацію про:

– вплив неоднорідного розподілу фільтраційних параметрів (проникності та в'язкості) у зонально-неоднорідному та анізотропному нафтовому та газовому середовищі на розподіл пластових тисків навколо видобувних (в т.ч., горизонтальних) та нагнітальних свердловин;

– вплив наявності проникних границь пласта на активність фільтраційного процесу навколо свердловин.

2. Удосконалено спосіб розрахунку радіусу контура живлення видобувної свердловини на основі результатів моделювання розподілу пластових тисків.

3. Удосконалено спосіб підрахунку видобувних запасів продуктивних нафто- та газоносних пластів, розкритих однією експлуатаційною свердловиною.

**Практичне значення одержаних результатів.** Отримані за результатами математичного моделювання поля розподілу тиску в неоднорідних анізотропних нафто- та газоносних пластах можуть застосовуватися для виявлення зон аномально високих та низьких пластових тисків; для підбору оптимального розташування експлуатаційних свердловин по площі родовища. Удосконалений спосіб розрахунку радіусу контура живлення видобувної свердловини є корисним для визначення розташування наступних свердловин у вуглеводневому пласті. Удосконалений спосіб розрахунку видобувних запасів пласта, розкритого однією експлуатаційною свердловиною, може використовуватися при складанні проєктів розробки нафтових та газових родовищ та дослідно-промислової експлуатації свердловин. Запропонований автором спосіб розрахунку видобувних запасів нафтового та газового пласта можна удосконалити для можливості його застосування при наявності двох та більше експлуатаційних свердловин та в умовах багатопластових родовищ.

Застосований у роботі комбінований скінчено-елементно-різницевий метод може бути використаний для розв'язання інших фільтраційних задач (наприклад, створення методу розрахунку дебітів свердловин, коефіцієнтів газо- та п'єзопровідності близької і віддаленої зон пласта).

**Використання результатів роботи.** Результати дисертаційного дослідження впроваджено в освітньо-наукову програму 185 «Нафтогазова інженерія та технології», зокрема в навчальному курсі третього освітнього рівня «Математичне моделювання фільтраційних процесів у пористому середовищі» (акт про впровадження результатів від 10.10.2021).



Результати розрахунку видобувних запасів використано підприємством ТОВ «Нафтогазопромислова геологія» при складанні нового проекту розробки Західно-Радченківського газоконденсатного родовища (довідка про впровадження результатів від 20.03.2022).

**Особистий внесок здобувача.** На основі аналізу результатів чисельного моделювання фільтраційних процесів за допомогою комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу встановлено кореляційний зв'язок між довжиною газової горизонтальної свердловини та значеннями вибірних тисків; досліджено вплив неоднорідного розподілу проникності пористого середовища на розподіл пластових тисків навколо газової та нафтової видобувної свердловини в зонально-неоднорідних та анізотропних пластах; досліджено вплив неоднорідного розподілу проникності на падіння пластового тиску між видобувною та нагнітальною свердловинами в газо- та нафтонасичених пластах; досліджено вплив терміну експлуатації свердловин на розподіл поля пластового тиску в нафтогазовому родовищі з урахуванням коефіцієнту інфільтрації через границі пласта.

Здобувачем особисто удосконалено спосіб розрахунку запасів нафти або газу в продуктивному пласті за допомогою застосування результатів моделювання фільтраційних процесів комбінованим скінчено-елементно-різницевим методом.

**Апробація результатів досліджень.** Основні положення дисертації та результати досліджень доповідалися на:

1. XVI Міжнародній конференції «Геоінформатика: теоретичні та прикладні аспекти», 16 травня 2017 р., Київ, Навчально-науковий інститут "Інститут геології" КНУ ім. Т. Шевченка.

2. XVII Міжнародній конференції «Геоінформатика: теоретичні та прикладні аспекти», 15 травня 2018 р., Київ, Навчально-науковий інститут "Інститут геології" КНУ ім. Т. Шевченка.

3. XI Міжнародній науково-практичній конференції «Проблеми й перспективи розвитку академічної та університетської науки», 21 грудня 2018 р., Полтава, Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка.

4. XVIII Міжнародній конференції «Геоінформатика: теоретичні та прикладні аспекти», 14 травня 2019 р., Київ, Навчально-науковий інститут "Інститут геології" КНУ ім. Т. Шевченка.

5. XIX Міжнародній конференції «Геоінформатика: теоретичні та прикладні аспекти» 12 травня 2020 р., Київ, Навчально-науковий інститут "Інститут геології" КНУ ім. Т. Шевченка.

6. XX Міжнародній конференції «Геоінформатика: теоретичні та прикладні аспекти» 12 травня 2021 р., Київ, Навчально-науковий інститут "Інститут геології" КНУ ім. Т. Шевченка.

7. XI Міжнародній науково-практичній конференції «Академічна та університетська наука – результати та перспективи» 6 грудня 2018 р., Полтава, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка».

8. XII Міжнародній науково-практичній конференції «Академічна та університетська наука – результати та перспективи» 6 грудня 2019 р., Полтава, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка».

За результатами досліджень опубліковано 11 наукових праць, у тому числі 6 статей у наукових фахових виданнях (з них 2 статті у фахових виданнях України категорії "А", 4 статті у фахових виданнях за спеціальністю 185), 5 тез доповідей в збірниках матеріалів конференцій, що входять до Scopus.

**Структура і обсяг дисертації.** Дисертація складається із вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел (141 найменувань), додатків, вміщує 67 рисунків, 32 таблиці, загальний обсяг роботи складає 225 сторінок, обсяг основного тексту – 146 сторінок. Дисертація виконана під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, старшого наукового співробітника Лубкова Михайла Валерійовича, якому здобувачка висловлює глибоку подяку за постановку задачі, постійну увагу, допомогу, корисні поради і всебічну підтримку.

## РОЗДІЛ 1

### СУЧАСНИЙ СТАН ПИТАННЯ. МЕТА ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕНЬ

#### 1.1 Оцінювання параметрів фільтраційних процесів у неоднорідних вуглеводневих пластах

Моделювання фільтрації нафти і газу навколо експлуатаційних свердловин є одним із основних інструментів при проектуванні розробки родовища та управлінням видобувним процесом. Цілий ряд актуальних проблем у сфері нафтогазової інженерії та технологій пов'язаний з рухом нафти і газу в пористих середовищах. До таких практичних задач можна віднести [2, 26, 82, 90]: а) визначення процесів фільтрації нафти і газу при різних діях на пласт в околі діючих свердловин; б) загальний вибір системи розробки виснаженого пласта; в) підтримання оптимальних об'ємів видобутку нафти і газу в слабопроникних виснажених пластах; г) визначення остаточних запасів і застійних зон в насичених флюїдом пластах; д) поступовий аналіз і зменшення ступеню ризиків розробки та забезпечення стратегії і тактики експлуатації системи діючих свердловин у складних умовах видобутку. Також актуальним залишається питання фільтраційного моделювання в складних неоднорідних пластах.

Методи комп'ютерного моделювання дозволяють оцінювати та враховувати невизначеності, що виникають внаслідок недостатньої інформації про будову і властивості пласта за межами свердловин. Ця інформація може бути отримана порівняно дешевим способом і використана для ефективного аналізу, контролю та керуванню нафто- та газовидобувним процесом в анізотропних пластах. З іншого боку в наш час залишається ряд питань, які пов'язані з точністю та адекватністю моделювання складних неоднорідних анізотропних нафто- та газонесних колекторських систем в умовах реальної експлуатації родовищ. Використаний в даній роботі комбінований скінчено-елементно-різницевий метод розв'язання нестационарної анізотропної задачі п'єзопровідності, з урахуванням неоднорідного розподілу різних фільтраційних параметрів всередині

анізотропного деформованого продуктивного пласта і на його межах, дозволяє адекватно розрахувати розподіл пластового тиску в складних умовах експлуатації нафто- та газовидобувних свердловин.

Дослідження [35, 37, 109, 110, 112] показали різну динаміку зниження пластового тиску для однакових вихідних даних при наявності різних видів анізотропії пористого середовища. Така розбіжність в результатах пояснюється наявністю закономірних напрямків, де внутрішньопластовий рух флюїду буде більш інтенсивним. Важливість анізотропії проникності полягає в тому, що вона значною мірою впливає на характер гідродинамічних процесів, які протікають в пластах, що розробляються [87]. Врахування неоднорідного розподілу фільтраційно-ємнісних параметрів пласта при розрахунку важливих для розробки родовищ показників (дебітів, коефіцієнти газо- та п'єзопровідності, радіусу контура живлення свердловини, видобувних запасів та ін.) може підвищити точність та адекватність таких розрахунків.

У сфері нафтогазової інженерії та технологій актуальним залишається питання уточнення запасів нафти і газу. Враховуючи, що понад 90% розвіданих родовищ корисних копалин України, у тому числі майже усі не надані в користування, розвідані за часів СРСР і оцінювалися за критеріями, принципово відмінними як від світових, так і від тих, які діють в Україні сьогодні, вибір перспективних для освоєння родовищ потребує їх неформальної переоцінки. Запаси, що знаходяться на Державному балансі запасів корисних копалин України, розраховані в основному об'ємним методом за найбільш надійним критерієм – результатами експлуатації свердловин цих родовищ. Для збільшення точності розрахунку видобувних запасів можна поєднати об'ємний метод із результатами математичного моделювання фільтраційних процесів комбінованим скінчено-елементно-різницеvim методом. Комбінований метод розрахунку видобувних запасів має очевидні переваги в порівнянні з існуючими. Наприклад, в роботі [15] для газових режимів роботи газових покладів описано метод підрахунку запасів за зниженням пластового тиску. Він полягає в досліджуванні графічної лінійної залежності між дебітом та середнім пластовим тиском. Однак

при наявності відмінних градієнтів тиску, зумовлених низькою проникністю або її анізотропним розподілом, досліджувана залежність між дебітом та приведеними тисками не може бути лінійною. Це особливо яскраво відстежується в газових резервуарах [34] – дренажна область пласта поступово збільшується, оскільки при зниженні тиску до дренажної області підключаються пласти з початковим градієнтом тиску.

В роботі [34] розглянуто спрощену балансову модель виснаження родовищ. Неоднорідність пласта врахована шляхом розбиття моделі на зони (відмінна проникність для області кожної свердловини). Але головна умова для розрахунку – відсутність міжпластових перетоків. В той же час, застосування комбіновано-скінчено-елементно-різницевого методу дозволяє враховувати інфільтрацію флюїду через границі пласта.

Автори [87] розробили алгоритм врахування суттєвих градієнтів тисків при використанні для оцінки запасів графічної залежності дебіту від приведенного тиску. Але для використання цієї методики необхідно закривати свердловину на відновлення тиску на значні періоди часу, що є економічно недоцільним.

Також існує метод [23] побудови тривимірних геолого-технологічних моделей нафтових та газоконденсатних родовищ. При цьому модель змінюється в часі відповідно до вивченості родовища. Проте час і витрати на створення постійно-діючої моделі часто не можуть бути виправдані [34].

Удосконалення об'ємного методу підрахунку запасів пласта шляхом застосування математичного моделювання фільтраційних процесів дозволяє при розрахунках враховувати розширення радіусу дренажної площі родовища з часом та неоднорідний розподіл проникності пористого середовища. При цьому метод залишається зрозумілим і простим у використанні та потребує тих же вихідних даних для розрахунку, що й класичний об'ємний метод.

Шляхом моделювання фільтраційних процесів у неоднорідних вуглеводневоносних пластах також можна вирішувати інші практичні задачі, що постають у сфері нафтогазової інженерії та технологій.

Моделювання фільтраційних процесів завжди розпочинається з математичної постановки задачі. Фільтрацію рідини або газу в пласті можна описати за допомогою системи лінійних диференційних рівнянь [2]. Прямі задачі моделювання фільтраційних процесів зазвичай записують у вигляді змішаних початково-граничних задач. До таких задач відноситься, зокрема, і розрахунок полів тисків в продуктивному пласті. Найбільш широко для розрахунку рівняння п'єзопровідності із відповідними початковою та граничною умовами використовуються чисельні методи (метод кінцевих різниць, метод скінчених елементів, метод граничних елементів, метод прямих та ін.). Порівняльний аналіз цих методів наведено в розділі 1.4. Існують також аналітичні та наближено-аналітичні методи, що дозволяють знайти рішення математичної моделі при застосуванні різних наближень (тобто насправді розв'язується спрощена фільтраційна модель). Аналітичні методи володіють низьким ступенем універсальності, тобто орієнтовані на розв'язок вузьких класів задач, тим не менше можуть застосовуватися для розв'язання деяких постановок задач п'єзопровідності, які розглянуто в розділі 1.3.

## **1.2 Основні теоретичні положення розрахунку фільтраційних задач в ізо- та анізотропних середовищах**

Основне рівняння теорії фільтрації – закон фільтрації – встановлює зв'язок між швидкістю фільтрації (або дебітом) і градієнтом тиску, який спричиняє фільтраційний рух. При розрахунку параметрів фільтрації вводяться різні усереднені параметри. Наприклад, пористе середовище описується як суцільне, оскільки лінійні розміри досліджуваних фільтраційних задач набагато більші розмірів пор. Проникність та пористість порід (особливо при аналітичних розрахунках) приймають деякими усередненими постійними значеннями. Для неоднорідних середовищ, властивості яких змінюються по площі (чи об'єму), пористість та проникність будуть функціями просторових координат [10]. У масштабах родовища рух рідини є ламінарним та описується законом Дарсі [2].

Розглянемо постановку однофазної ізотропної задачі фільтрації. Виведення закону п'єзопровідності детально розглядається в багатьох книгах та в узагальненому випадку просторової однофазної ізотропної нестационарної фільтрації рідини набуває вигляду [26]

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \chi \nabla^2 P, \quad (1.1)$$

де  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – різницевий оператор для другої похідної по простору;

$x, y, z$  – просторові координати;

$P(x, y, z, t)$  – тиск, як функція координат і часу;

$\chi = \frac{k}{\eta(m\beta_1 + \beta_2)}$  – коефіцієнт п'єзопровідності.

Функції проникності  $k = k(x, y, z)$ , динамічної в'язкості  $\mu = \mu(P)$  та пористості  $m = m(x, y, z, P)$ , а також коефіцієнт стискування рідини  $\beta_1$  та коефіцієнт стискування скелету порід пласта  $\beta_2$  вважаються відомими величинами. Необхідно в заданій області знайти функцію  $P(x, y, z, t)$ , що задовольняє рівняння (1.1), а також відповідні початкові та граничні умови.

При розрахунку просторової однофазної фільтрації газу необхідно враховувати його здатність до стиснення. При збільшенні тиску газ здатний майже необмежено стискуватися. Газ, що характеризується безкінечною стисливістю, називається ідеальним. Для розв'язання більшості фільтраційних задач модель ідеального газу є цілком коректною. Рівняння стану ідеального газу

$$\rho = \rho_{atm} \frac{P}{P_{atm}}, \quad (1.2)$$

Де  $\rho, \rho_{atm}$  – густина газу при тиску  $P$  та атмосферному тиску  $P_{atm}$  відповідно.

Ефекти, пов'язані зі зміною властивостей газу під дією тиску, можна врахувати, замінивши тиск на функцію [11, 48]

$$\tilde{P} = \int \rho(P) dP + C = \int \rho_{atm} \frac{P}{P_{atm}} dP + C = \frac{\rho_{atm}}{P_{atm}} \frac{P^2}{2}, \quad (1.3)$$

де  $\tilde{P}$  – функція тиску Лейбензона.

Використання функції Лейбензона дозволяє застосовувати рівняння фільтрації нестисливої рідини (1.1) для розрахунку фільтрації газу [11]

$$\frac{\partial P^2}{\partial t} = \chi \nabla^2 P^2, \quad (1.4)$$

де  $\chi = \frac{k P_0}{\eta m}$  – коефіцієнт п'єзопровідності Лейбензона. Коефіцієнти проникності  $k = k(x, y, z)$ , динамічної в'язкості  $\mu = \mu(P)$  та пористості  $m = m(x, y, z, P)$ , а також початковий пластовий тиск  $P_0$  вважаються відомими величинами. По аналогії до рівняння (1.1) необхідно в заданій області знайти функцію  $P(x, y, z, t)$ , що задовольняє рівняння (1.4), а також відповідні початкові та граничні умови.

Поле швидкостей фільтрації та поле тиску пов'язані, оскільки градієнт тиску є одним з компонентів сили, яка викликає фільтрацію. Очевидно, при знаходженні функції  $P(x, y, z, t)$ , поле швидкостей  $\vec{u}$  можна автоматично визначити

$$\vec{u} = -\frac{k}{\mu} (\nabla P + \rho \vec{g}), \quad (1.5)$$

де  $\vec{g}$  – прискорення вільного падіння.

Початкова умова задається значенням початкового тиску (в момент часу  $t = 0$ ):  $P(x, y, z, t) = P_0(x, y, z)$ .

Граничні умови можуть бути різних видів, наприклад, значення граничного



тиску (умова 1 роду), значення граничної швидкості фільтрації (умова 2 роду) [26, 47]. Також використовуються граничні умови 3 роду, при яких задається лінійний зв'язок між значеннями функції та її нормальними похідними на границі.

На практиці для опису фільтрації у багатьох випадках можна перейти до двовимірної області. Похибка переходу від тривимірного випадку фільтрації до двовимірного тим менше, що більше співвідношення латеральних розмірів пласта до його середньої потужності. Разом з тим, похибку може вносити вертикальна неоднорідність за проникністю. Однак у цьому випадку розроблено ефективні алгоритми для врахування даного типу неоднорідності через запровадження функцій модифікованих відносних фазових проникностей [33]. Тому при моделюванні великих родовищ має сенс перейти до розгляду двовимірної фільтрації. Також моделювання фільтрації у двовимірному наближенні доцільно проводити для оціночних розрахунків при розв'язанні обернених завдань.

Якщо припустити, що потік рідини через підшву та покрівлю пласта відсутній, потужність пласта слабо змінюється, а також з урахуванням того, що проникність пласта поблизу покрівлі та підшви близька до нуля, то, скориставшись теоремою про середнє, прийдемо до наступного рівняння [45]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \tilde{k} h \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \tilde{k} h \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \frac{1}{\tilde{\chi}} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (1.6)$$

де величини  $\tilde{k}$ ,  $\tilde{\chi}$  – ефективна проникність та п'єзопровідність пласта.

Аналогічно можна вивести рівняння для фільтрації газу [11]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \tilde{k} h \frac{\partial P^2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \tilde{k} h \frac{\partial P^2}{\partial y} \right) = \frac{1}{\tilde{\chi}} \frac{\partial P^2}{\partial t}, \quad (1.7)$$

Якщо знехтувати вертикальною неоднорідністю пласта (по осі  $z$ ) та допустити, що потужність пласта значно менша його горизонтальних розмірів, рівняння п'єзопровідності для нестационарної однофазної фільтрації рідини

можна записати у декартовій системі координат  $x, y$  наступним чином [2, 38]

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \chi \left( \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) + \gamma, \quad (1.8)$$

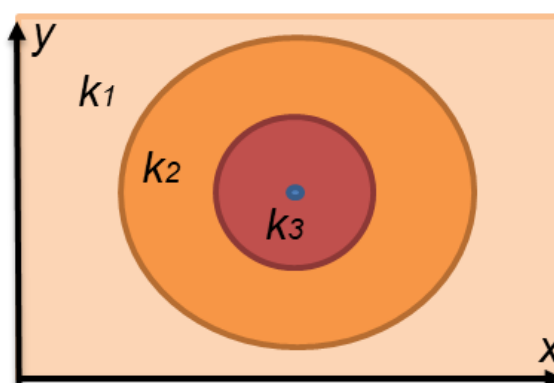
де  $\gamma$  – параметр інтенсивності видобутку рідини в свердловині.

Аналогічно можна записати двовимірне рівняння п'єзопровідності Лейбензона (для газу) [48]

$$\frac{\partial P^2}{\partial t} = \chi \left( \frac{\partial^2 P^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P^2}{\partial y^2} \right) + \gamma, \quad (1.9)$$

Рівняння (1.8) та (1.9) описують ізотропну постановку задачі п'єзопровідності. Тобто робиться припущення про деякі постійні значення фільтраційно-ємнісних характеристик пласта по всій його площі.

Але існують пласти, значні області яких дуже відрізняються один від одного, наприклад, за проникністю  $k$ . Тоді зручно користуватися зонально-неоднорідною схемою пласта (рис. 1.1).



**Рис. 1.1.** Схематичне зображення пласта з наявністю зонально-неоднорідного розподілу проникності

Така постановка задачі теж буде ізотропною, оскільки в межах кожної зони

значення проникності  $k = const$ , а на границях змінюється стрибкоподібно.

Врахування в розрахунках зональної неоднорідності – це теж певна схематизація реального пласта, оскільки характеристики порід змінюються хаотично в різних напрямках. Відмінність властивостей пласта в різних напрямках називається анізотропією. Анізотропія фільтраційно-ємнісних характеристик пласта пояснюється його упорядкованою структурою з пріоритетною паралельною орієнтацією часток за якимось напрямом.

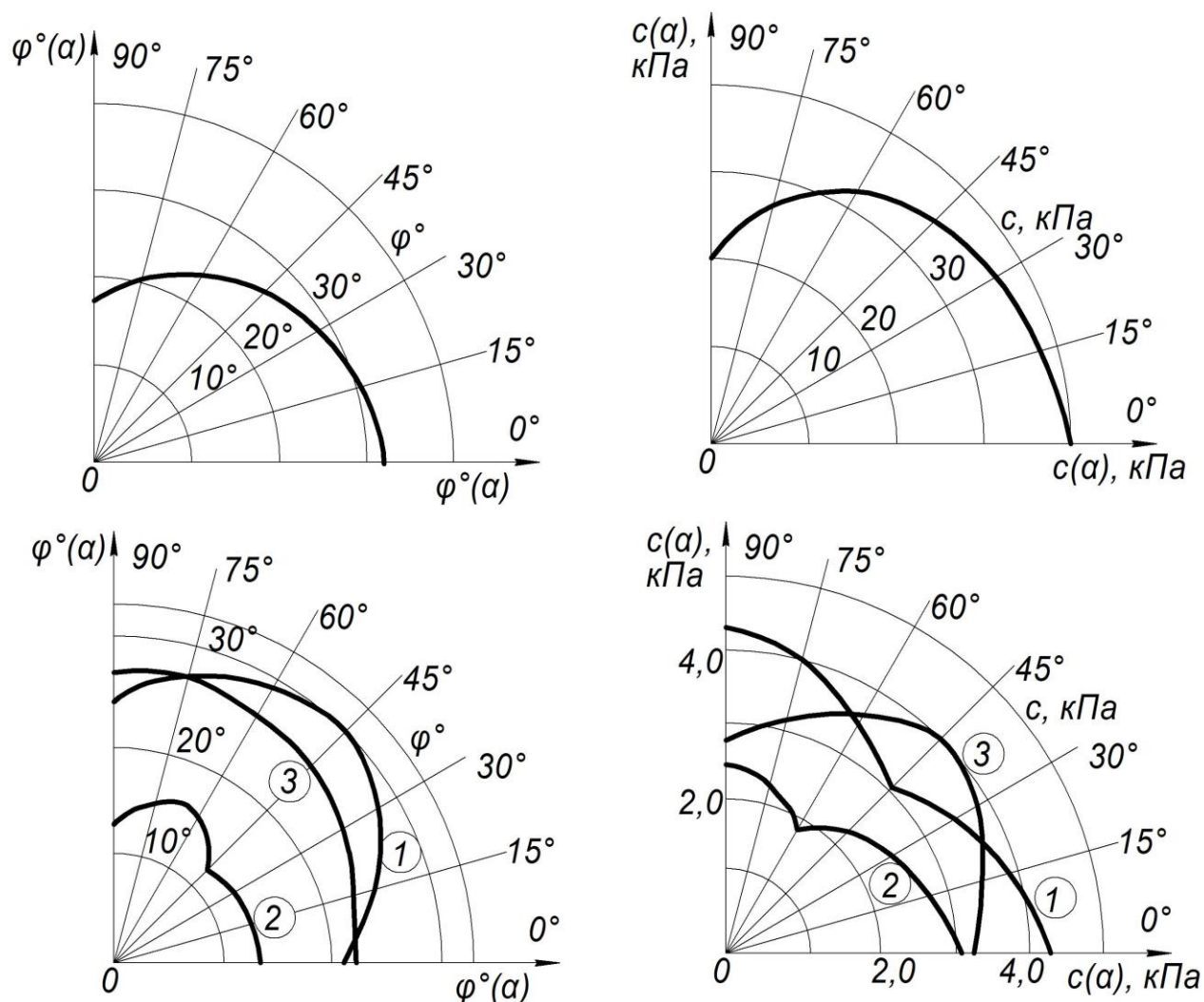
Анізотропія є характерною для всіх груп гірських порід за походженням та добре експериментально досліджена на прикладі ґрунтів [16]. Анізотропію ґрунтів за механічними властивостями досліджують шляхом відбору їх зразків, що є чітко зорієнтованими під різними кутами (наприклад,  $\alpha = 0, 45, 90^\circ$ ) до горизонтальної площини, з наступним випробуванням на міцність [7]. Отримують різні значення механічних властивостей ґрунту в різних напрямках – аналог пластової анізотропії, що відображається у різних значеннях фільтраційно-ємнісних характеристик в різних напрямках.

Залежності механічних властивостей зразка ґрунту від його просторової орієнтації зручно подавати у вигляді годографів чи їх квадрантів (рис. 1.2), де  $\alpha$  – кут орієнтації зразка,  $\varphi(\alpha)$  – кут внутрішнього тертя,  $c(\alpha)$  – питома зчеплення, кПа.

Для врахування анізотропії вуглеводневовмісного пласта в двовимірній постановці рівняння п'єзопровідності (1.11) проникність розглядається відмінною в трьох напрямках, тобто вводяться просторові анізотропні коефіцієнти проникності  $k_{xx}$ ,  $k_{yy}$ ,  $k_{xy}$ , і рівняння п'єзопровідності для нестисливої рідини набуває вигляду

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{\tilde{c}} \left( k_{xx} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + k_{yy} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + 2k_{xy} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \gamma, \quad (1.10)$$

де  $k_{yy}$  – значення проникності у вертикальному напрямку (вздовж осі  $y$ ),  $k_{xx}$  – у діагональному та  $k_{xy}$  у горизонтальному (вздовж осі  $x$ ).



**Рис. 1.2.** Приклади квадрантів годографів характеристик міцності для ґрунтів з природною анізотропією [16]: а, б) за даними О.В. Школи; в, г) за даними М.Ю. Абелева: 1– лесовий суглинок у природному стані; 2 – він же у зволоженому стані; 3 – лесовий супісок у природному стані.

Відповідно, анізотропне рівняння п'єзопровідності Лейбензона для газу матиме вигляд

$$\frac{\partial P^2}{\partial t} = \frac{1}{\tilde{c}} \left( k_{xx} \frac{\partial^2 P^2}{\partial x^2} + k_{yy} \frac{\partial^2 P^2}{\partial y^2} + 2k_{xy} \frac{\partial P^2}{\partial x} \frac{\partial P^2}{\partial y} \right) + \gamma, \quad (1.11)$$

Отже, основним рівнянням при розрахунку фільтраційних задач в ізо- та

анізотропних середовищах є закон фільтрації. При розрахунку просторової фільтрації газу необхідно враховувати його здатність до стиснення за допомогою функції Лейбензона. У багатьох випадках можна перейти до двовимірної постановки задачі. Похибка переходу від тривимірного випадку фільтрації до двовимірного тим менше, що більше співвідношення латеральних розмірів пласта до його середньої потужності. Якщо зробити припущення про деякі постійні значення фільтраційно-ємнісних характеристик пласта по всій його площі, постановка задачі буде ізотропною. В пластах, значні області яких дуже відрізняються один від одного за проникністю, зручно користуватися зонально-неоднорідною схемою пласта. Врахування в розрахунках зональної неоднорідності – це теж певна схематизація реального пласта, оскільки характеристики порід змінюються хаотично в різних напрямках. Для врахування анізотропії вуглеводневовмісного пласта в двовимірній постановці рівняння п'єзопровідності проникність розглядається відмінною в трьох напрямках, тобто вводяться просторові анізотропні коефіцієнти проникності  $k_{xx}$ ,  $k_{yy}$ ,  $k_{xy}$ .

### 1.3 Аналітичні методи розрахунку рівняння п'єзопровідності

Рівняння п'єзопровідності (1.1) по виду збігається з рівнянням теплопровідності – рівнянням, що описує поширення тепла в суцільному середовищі за умови виконання закону Фур'є (аналогу закону Дарсі для теплопровідності) про лінійний зв'язок між градієнтом температури та тепловим потоком. Тому методи розв'язання рівняння теплопровідності можуть бути застосовані і до задач ізотермічної однофазної фільтрації на пружному режимі. Найбільш повно методи розв'язання рівняння теплопровідності викладено у фундаментальній монографії Г. Карслоу та Д. Єгера [5].

Рівняння неусталеної однофазної фільтрації (1.1) можна розрахувати, використовуючи наступні аналітичні методи.

Властивість автомодельності. Цей метод полягає у можливості звести рівняння в частинних похідних з відповідними початковим та граничними

умовами від декількох змінних (наприклад, від часу та координати) до рівняння, в якому  $x$  та  $t$  входять лише в комбінації. Таким чином, дві змінні величини замінюються однією автотельною. Наприклад, рівняння п'єзопровідності для прямолінійно-паралельного потоку має властивість автотельності [1, 48]. Вводячи відповідну заміну змінних, можна звести рівняння п'єзопровідності до звичайного диференційного рівняння.

Обмеження застосування методу полягає у розв'язанні задач лише для прямолінійно-паралельного потоку рідини, очевидно неможливо задати анізотропію пористого середовища.

Метод розділення змінних полягає в алгебраїчному перетворенні вихідного рівняння п'єзопровідності до рівності двох рівнянь, які залежать від різних змінних [1]. Схема розділу змінних приводить до знаходження рішення у вигляді інтеграла Фур'є. В порівнянні з іншими аналітичними методами спосіб розділення змінних методом Фур'є має переваги, коли немає необхідності в розрахунках для дуже малого часу від початку процесу. Задача п'єзопровідності при використанні методу розділення змінних записується у вигляді

$$\Delta P(r,t) = \phi(r)\Theta(t). \quad (1.12)$$

Тобто шукана функція є тотожною функції, що залежить лише від часу, і функції, що залежить лише від координат. Для простих випадків можна відразу знайти вид функцій  $\phi(r)$  та  $\Theta(t)$ . В більш складних – користуються властивістю лінійності рівняння п'єзопровідності [7, 27, 33, 76, 114].

Рішення задач методом розділення змінних вдається отримати тільки для найпростіших умов, для тіл простої форми, при цьому відмічається висока обчислювальна складність.

При розв'язанні завдань неусталеної теорії фільтрації, вкрай корисні методи операційного обчислення – різні інтегральні перетворення. За допомогою таких перетворень рівняння у частинних похідних зводяться до більш простого вигляду. Широке застосування при розв'язанні задач неусталеної фільтрації отримало

перетворення Лапласа [18, 26, 45, 42].

Провести аналітичне інтегрування для оберненого перетворення Лапласа інколи дуже складно і з математичної точки зору – недоцільно. Тому можна скористатися чисельним перетворенням Лапласа [26]. В результаті, рівняння п'єзопровідності переходить у звичайне диференційне рівняння Баселля.

За допомогою перетворення Лапласа можна розв'язати широке коло задач теорії однофазної неусталеної фільтрації [135].

Для неусталеного режиму однофазної фільтрації використовують також різні апроксимації рівняння п'єзопровідності. Найбільш поширені дві моделі роботи свердловин: при постійному дебіті та при постійному тиску. Розв'язок задачі для плоскорадіального потоку при  $Q=const$  в безкінечному пласті можна отримати після інтегрування відповідного рівняння [84] та отримати логарифмічну апроксимацію рівняння розподілу тиску. При розрахунку параметрів свердловини, що працює на неусталеному режимі з постійним вибійним тиском  $P_{wf}=const$  можна використати апроксимацію [60].

Існує також метод розв'язку рівняння п'єзопровідності для обмеженого пласта зі сталим тиском на контурі живлення, розроблений Чарним І.А. [25]. Чисельна перевірка розв'язку основного рівняння припливу для цього випадку без використання ЕОМ практично неможлива з тієї причини, що в розв'язок входить нескінчений ряд, виражений складними функціями Бесселя. Враховуючи, що для свердловини (радіус якої значно менше радіусу контуру живлення) через невеликий проміжок часу після зупинки свердловини у вищесказаному ряді основну роль відіграє його перший член, І.А.Чарний спростив розв'язок і представив його у вигляді логарифмічної залежності [60].

Загалом, існує багато методів аналітичного визначення тиску, кожен з яких має свою область застосування. Згідно [25] для малопродуктивних свердловин (продуктивність 20–50 т/добу) найбільш доцільно використовувати інтегральний метод Е.Б.Чекалюка; для свердловин з середньою продуктивністю (50–150 т/добу) найкраще використовувати інтегрально-диференційний метод І.А. Чарного-

І.Д.Умрихіна, а для високопродуктивних свердловин (більше 150 т/добу) найбільшу точність забезпечить метод Ю.П.Борисова.

Більшість аналітичних методів розв'язку рівняння п'єзопровідності ґуртуються на припущенні про те, що пласт являється нескінченним (Д.Р. Хорнера; Чатаса; Ю.П. Борисова; Г.І. Баренблата – Ю.П. Борисова, С.Г. Каменецького, А.П. Крилова; Г.І. Баренблата – В.А.Максимова; І.А. Чарного – І.Д. Умрихіна; Е.Б. Чекалюка; УфНДІ; Ф.А. Требіна – Г.В. Щербакова) [25, 53, 60]. Але існують також методи, побудовані на припущенні, що пласт має кінцеві розміри (методи Міллера, Дайєса, Хетчинсона; І.А. Чарного) [53].

Всі розглянуті методи розрахунку задачі п'єзопровідності виходять з деяких загальних спрощуючих передумов. Так, наприклад, обумовлено приймається, що перед зупинкою дебіт свердловини стабілізувався, тиск навколо неї розподіляється за стаціонарним законом; пласт характеризується сталою потужністю і однорідною проникністю; приплив однофазний [43]. Приймається, що неусталений розподіл тиску в пружному однорідному пласті, насиченому пружним однорідним газом або однорідною рідиною навколо однієї збурюючої свердловини задовольняє основному диференціальному рівнянню п'єзопровідності.

За допомогою аналітичних методів були відомі спроби розрахунку фільтраційних задач в неоднорідних середовищах. Проведені авторами [80] дослідження дозволили дійти висновку, що фільтрація рідини в шаруватих середовищах (тобто таких, що складаються з ізотропних шарів малої потужності) еквівалентна однотипним течіям рідини в деякому фіктивному пористому середовищі, проникність якого уздовж нашарування ізотропних шарів відмінна від проникності уздовж їх простягання. Причому для визначення таких проникностей було вказано розрахункові формули.

Частковий випадок анізотропної фільтрації (фільтрація води в багат шаровому ґрунті) розглядався Б.К. Різенкампом. При зазначеному



характері анізотропії пористого середовища, розрахунок фільтрації приводився до розрахунку фільтрації у фіктивному однорідно-ізотропному пористому середовищі. Аналогічний спосіб зведення розрахунку плоскопаралельної фільтрації в анізотропному середовищі до розрахунку течії рідини в ізотропному однорідному середовищі (спотвореному геометрично) з наступним поверненням в початкову область застосовувався В.І. Аравіним, згодом цей спосіб було застосовано до середовищ з криволінійною анізотропією [8].

Описаний вище спосіб перетворення анізотропної області фільтрації у фіктивну ізотропну був потім застосований для розв'язання різних фільтраційних завдань: рух рідини під гідротехнічними спорудами в ґрунтах з прямолінійною анізотропією [27], приплив рідини до дренажів в анізотропних ґрунтах [47] та інші задачі, пов'язані з гідроенергетичним будівництвом [3, 5–7, 19–21, 27, 29, 33, 46].

Отже, майже усі методи, засновані на використанні аналітичної теорії лінійних диференціальних рівнянь, дозволяють за допомогою лінійної ізотропної підстановки звести рівняння руху флюїду до рівняння Лапласа [1, 3, 5, 28, 33, 43, 135, 139]. Разом з тим, аналітичні методи можливо застосовувати для задач з досить простою геометрією. Найбільш широкі перспективи використання при розв'язанні анізотропних фільтраційних задач мають чисельні методи.

#### **1.4 Чисельні методи розв'язку фільтраційних задач в неоднорідному середовищі**

Чисельні методи широко використовуються з кінця 70-х років і їх розвиток в області фільтраційних задач почалося разом з розвитком ЕОМ. Ці методи дозволяють отримати ефективні рішення багатьох задач теорії фільтрації рідин і газів, а також їх сумішей в пористих, в тому числі і деформованих середовищах. Для розв'язання фільтраційних задач широко використовуються різні чисельні методи: метод кінцевих різниць (МКР), метод скінчених елементів (МСЕ) і метод граничних елементів (МГЕ). Ці методи засновані на розв'язанні основного

рівняння усталеної фільтрації при заданих граничних умовах і можуть застосовуватися для розрахунків фільтрації в складних фільтраційно-неоднорідних областях.

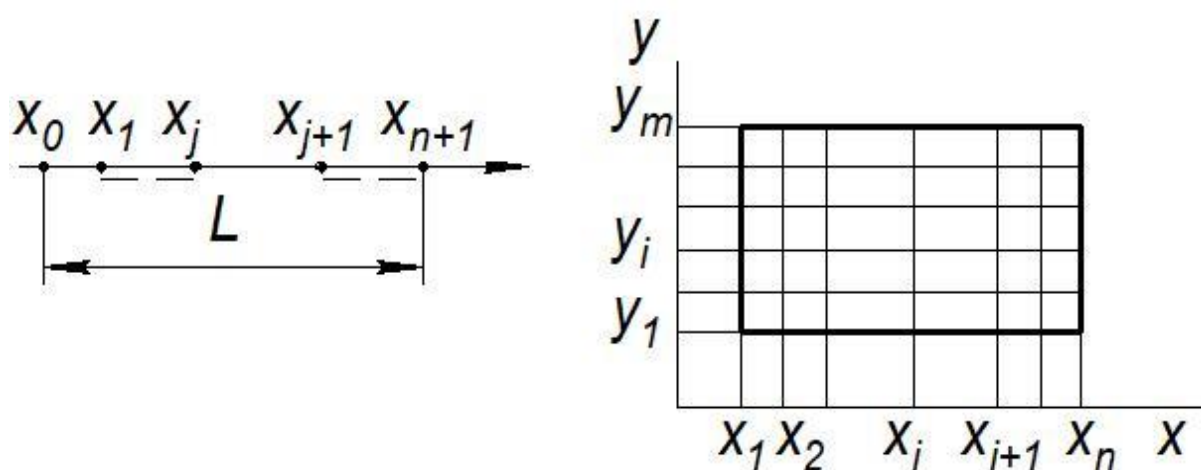
Дослідженням фільтраційних потоків у викривлених анізотропних пластах починаючи з 1999 р. займався В.А. Толпаєв, роботи якого [55–57] мають практичну значущість при розрахунку течій до свердловин з вертикальними чи горизонтальними тріщинами гідророзриву із врахуванням кінцевої проникності та розмірів тріщин. Чисельному моделюванню анізотропного насиченого тріщинуватого пористого середовища присвячено роботи Б. Гуревича [98], а також Ш. Панга та Ч. Го в рамках геофізичних досліджень [97, 121, 122]. Різні підходи до складення моделі насиченого пористого середовища наведені в книзі Г. Хуана [99], зокрема, для врахування анізотропії пласта автор використовує моделі подвійної пористості/проникності для моделювання фільтраційних потоків в пористо-тріщинуватому середовищі. Врахування анізотропії пласта шляхом застосування моделі подвійної (а згодом, і потрійної) пористості підхоплюється деякими вченими [86, 94, 100–102, 105, 136] та знаходить застосування у розв'язанні деяких конкретних задач сфери нафтогазової інженерії та технологій при моделюванні фільтрації нафти чи газу в пористо-тріщинуватому середовищі (зокрема, розв'язання питання фільтрації флюїду в аргілітових та сланцевих породах).

Багато інших робіт В.А. Толпаєва, а також Л.М. Расказова, М.А. Аніскіна, К.С. Баснієва [7, 6, 11, 12, 51] та деякі праці зарубіжних науковців [64, 66, 76, 88, 89, 103, 99, 123, 141] присвячено вирішенню проблем водопостачання, будівництва та експлуатації гідротехнічних споруд, боротьбі із забрудненням і засоленням ґрунтовими водами сільськогосподарських площ і т.п. Таким чином, роботи названих авторів, а також теорія фільтрації в багатошарових викривлених пластах О.В. Голубової [18–21], теорія фільтрації В.В. Пілатовського в тонких кругових пластах [45], методика розрахунків потенціальних полів в анізотропних середовищах В.М. Острейко [43], алгоритми застосування методів скінчених

елементів З. Чена [81–84] та скінчено-різницевих наближень В. Шабро [129] є великим внеском у теорію розрахунків плоскопаралельних фільтраційних потоків у багат шарових неоднорідних анізотропних середовищах, але мало застосовувались для розв'язання практичних задач у сфері нафтогазової інженерії та технологій.

Розглянемо більш детально відомі чисельні методи розв'язання фільтраційних задач.

Метод кінцевих різниць (або метод сіток) є одним з універсальних та широко використовуваних методів розв'язання крайових задач. Його популярність багато в чому пояснюється відносною простотою підходу до дискретизації диференціальних рівнянь. Суть методу полягає в наступному. Область безперервної зміни аргументу замінюють скінченною (дискретною) безліччю точок (вузлів), що називається сіткою (рис. 1.3). Замість функцій безперервного аргументу розглядають функції, визначені лише у вузлах сітки – сіткові функції. Похідні, які входять у диференціальне рівняння та крайові умови, замінюють їх різницевиими аналогами – лінійними комбінаціями значень сіткових функцій у деяких вузлах сітки.



**Рис. 1.3.** Схематичне зображення дискретизації області дослідження при використанні МКР

Розв'язання нестационарних задач методом кінцевих різниць є ітераційним

процесом – на кожній ітерації знаходять рішення на новому тимчасовому шарі. Для розв'язання таких завдань використовуються явні, неявні схеми та предиктор-коректор (пара зі спеціально підібраних явної та неявної схеми). Явні схеми і схеми предиктор-коректор просто перераховують значення, використовуючи інформацію з попередніх шарів часу, використання неявної схеми призводить до розв'язання рівняння (або системи рівнянь).

Одне з перших застосувань МКР при фільтраційних розрахунках було вперше запропоновано в 1924 р (задовго до появи ЕОМ) Е.Л. Ніколаї в доповіді в Ленінградському гідротехнічному інституті [24]. Різними авторами цей метод був застосований в період 1937-1960 рр. [24]. На сьогодні цей метод широко застосовується для розв'язання фільтраційних задач, де можна знехтувати геометричними ускладненнями змодельованої області. Зокрема, на основі чисельного МКР побудований гідродинамічний симулятор Schlumberger Eclipse.

Незважаючи на простоту скінченно-різницевого методу, при його використанні доводиться вирішувати ряд проблем. Наприклад, слід мати на увазі, що для одного крайового завдання можна побудувати велику кількість різних схем різниці, серед яких далеко не всі придатні для використання на практиці.

Найбільшого поширення набув сьогодні метод скінченних елементів, побудований на використанні варіаційних принципів [33, 60–62, 106, 128, 131].

До переваг МСЕ можна віднести наступне:

- можливість застосування у складних неоднорідних областях (зонально- та шарувато-неоднорідні пласти);

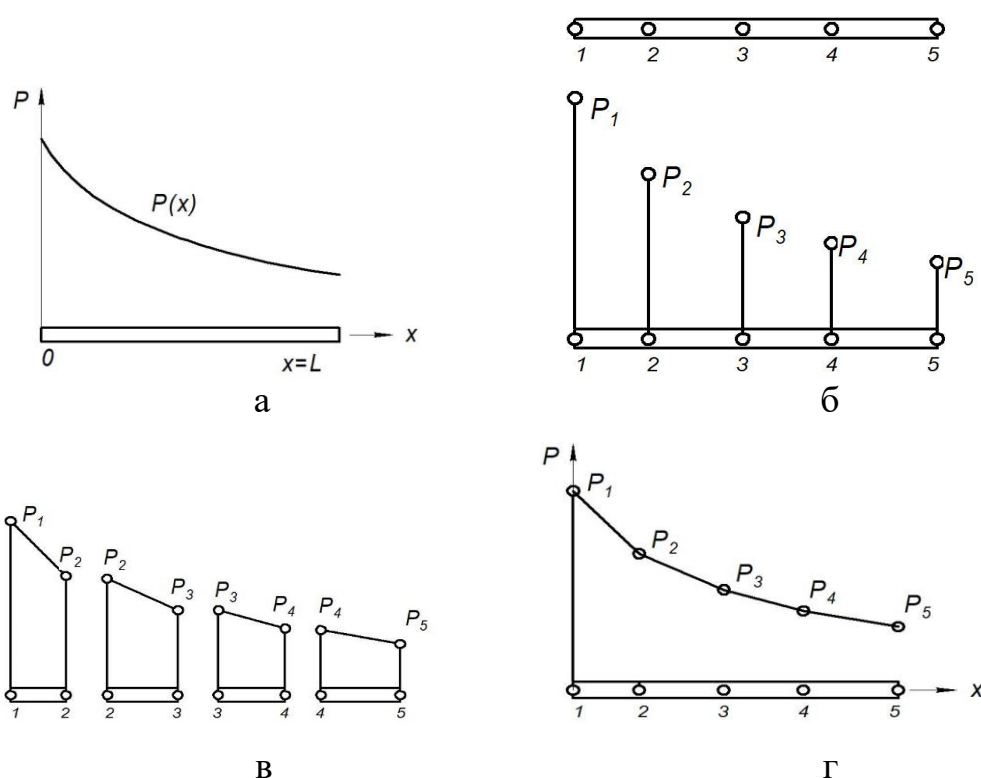
- криволінійна область може бути апроксимована за допомогою прямолінійних елементів або описана точно за допомогою криволінійних (тобто можна задавати пласти будь-якої форми)

- розміри елементів можуть бути змінними (це дозволяє зменшити сітку розбиття області, наприклад, у присвердловинній зоні, та (або) розширити у дальній зоні дії свердловини);

- в порівнянні з МКР легше задавати граничні умови.

У випадку найпростішої одновимірної задачі алгоритм розрахунку

розподілу тиску методом скінченних елементів набуває вигляду (рис. 1.4).



**Рис. 1.4.** Схематичне зображення алгоритму розрахунку рівняння п'єзопровідності МСЕ: а – реальний розподіл тиску в одновимірному об'єкті; б – розбиття об'єкту на вузлові точки (значення тиску в кожній точці вважається змінною величиною); в – розбиття області на скінченну кількість елементів, г – кінцева апроксимація  $P(x)$

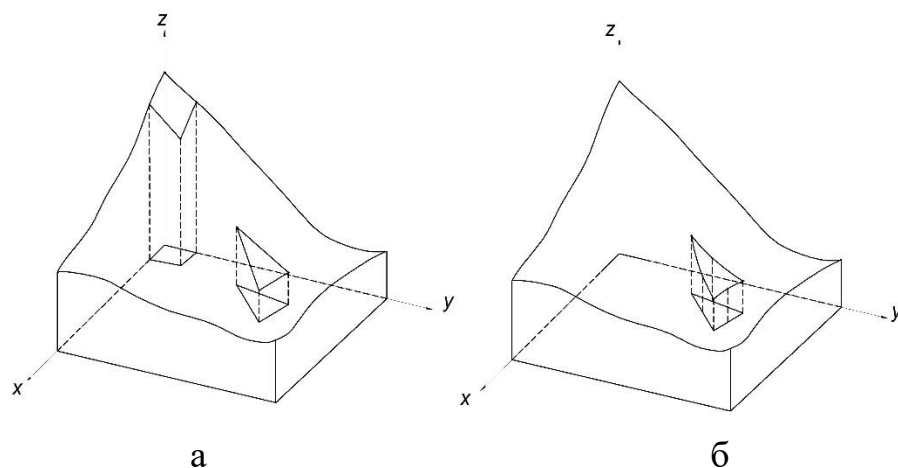
Основна ідея МСЕ полягає в тому, що:

1) будь-яку безперервну величину (у нашому випадку – тиск) можна апроксимувати дискретною моделлю, яка будується на безлічі шматково-безперервних функцій, що визначаються на скінченному числі підобластей (елементів);

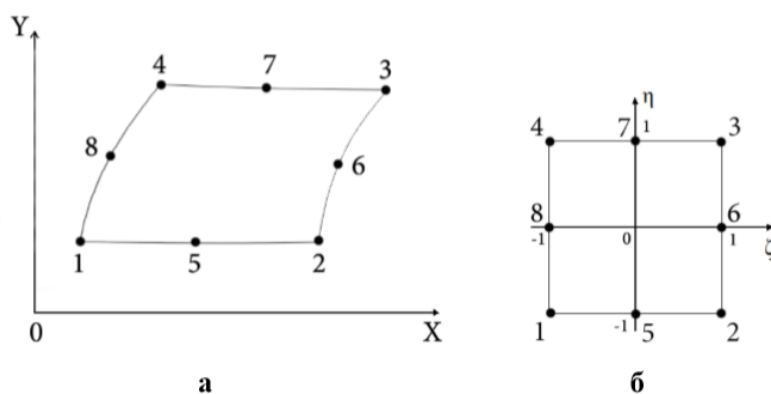
2) шматково-безперервні функції визначаються за допомогою значень безперервної величини в скінченному числі точок розглядуваної області.

При розрахунку дискретної моделі у дво- чи трьохвимірному просторі основна концепція МСЕ застосовується аналогічно. У двохвимірних випадках

найчастіше розглядаються скінчені елементи у формі трикутників (рис. 1.5) та чотирикутників (рис. 1.6).



**Рис. 1.5.** Дискретизація області: а – плоскими трикутниками; б – криволінійними трикутниками



**Рис. 1.6.** Скінченний чотирикутний криволінійний елемент у: а – декартовій системі координат  $(x, y)$ ; б – нормалізованій системі координат  $(\zeta, \eta)$

При цьому функції елементів можуть бути як плоскими (рис. 1.5, а), так і криволінійними (рис. 3, б; рис. 4). Крім того, залишкова кількість вузлів дає змогу розглядувати елементи з криволінійними границями.

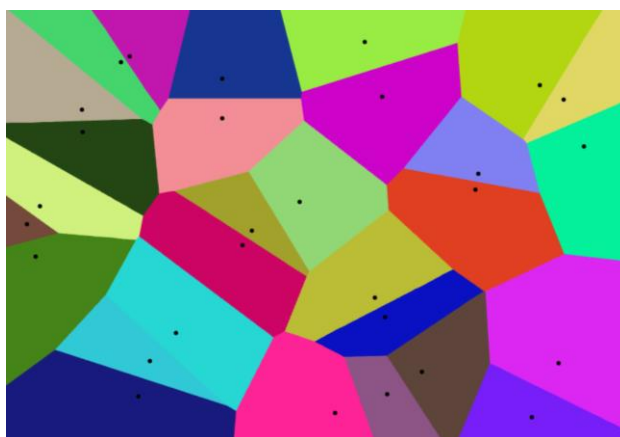
Таким чином, кінцевою апроксимацією двовимірної неперервної величини  $P(x, y)$  слугує сукупність шматково-неперервних поверхностей, кожна з яких визначається на окремому елементі за допомогою значень  $P(x, y)$  у відповідних вузлових точках. Для автоматичного розбиття області на сітки добре розроблені

метод триангуляції Делоне, а також діаграма Вороного.

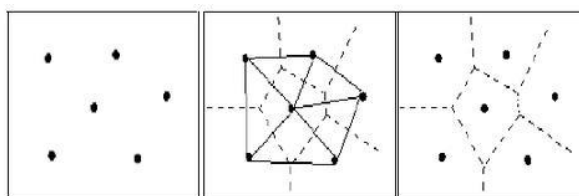
Тим не менше, основні недоліки МСЕ – час, необхідний для розрахунків, а також вимоги до об'єму інформаційної пам'яті комп'ютера

Розрахунок гідродинамічних моделей у програмному забезпеченні Petrel та симуляторі Visage проводиться на основі скінчено-елементного методу.

Для фільтраційних задач, де необхідно чітко обмежити границі розподілу елементів неправильної форми (наприклад, моделювання тріщин та рідини гідророзриву, моделювання фільтраційного руху із сильною деформацією границь потоку) може застосовуватися дискретизація простору за допомогою діаграми Вороного. Поділ простору на випуклі багатокутники Вороного будується таким чином, що кожному елементу належать точки, які знаходять найближче до цього елемента (рис. 1.7).



а

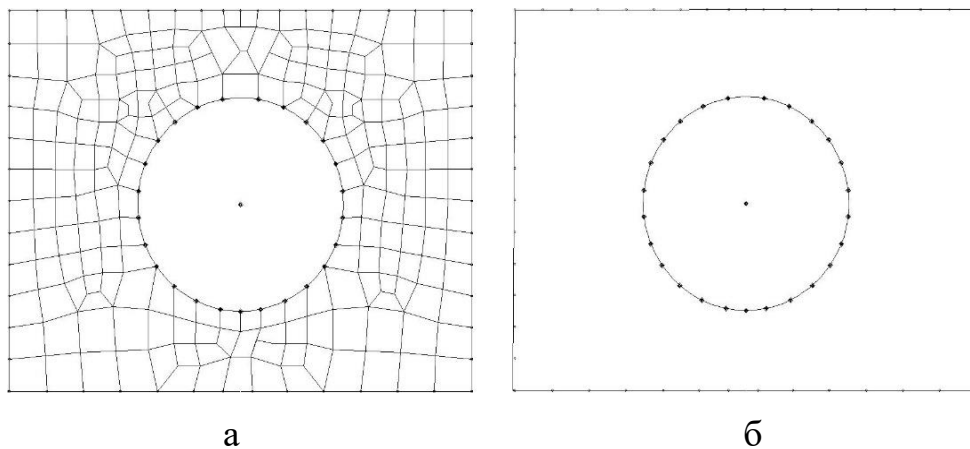


б

**Рис. 1.7.** Дискретизація області дослідження на багатокутники Вороного: а – для випадкової кількості точок з використанням інтерактивного візуалізатора <http://alexbeutel.com/webgl/voronoi.html>; б – алгоритм дискретизації [27]

Використання діаграми Вороного може бути актуальним у фільтраційних задачах з рухливими границями потоку. Наприклад, при використанні МКЕ для кожного кроку за часом існує сітка, на якій будується розв'язок, при цьому вузловий зв'язок є незмінним. В задачах з рухливими границями це може призводити до похибок в розрахунках, тому необхідно перебудовувати сітку на кожному часовому кроці. При застосуванні діаграми Вороного можна розв'язати питання визначення границь для багатозв'язних областей [29]. Таким чином, для моделювання фільтрації однофазних рідин у пласті немає сенсу використовувати розбиття на багатокутники Вороного. Складні геометричні умови з високою точністю можна описати криволінійними скінчено-елементними сітками.

Для розрахунку фільтраційних задач також використовується метод граничних елементів [28, 48]. Задача п'єзопровідності, в такому випадку, зводиться до розв'язання інтегрального рівняння на границі розрахункової області. Дискретизація проводиться лише для границі досліджуваної області (рис. 1.8, б).



**Рис. 1.8.** Схематичне зображення дискретизації: а – області методом скінчених елементів; б – границі методом граничних елементів

Перевагами МГЕ є:

- точний розв'язок вихідного диференційного рівняння всередині змодельованої області;
- у задачах з безкінечною границею легко її врахувати.

Недоліки:

- накладаються обмеження на запис граничних умов (теорія розв'язку



фільтраційних рівнянь МГЕ існує лише для граничних умов першого та другого виду);

- матриця отриманої системи лінійних алгебраїчних рівнянь, що замінюють інтегральне, зовсім не має нулів (тобто є повністю заповненою, що збільшує час розрахунку);

- математична складність методу;

- не існує теорії розв'язку нестационарних фільтраційних задач для тривалих процесів.

Для розв'язання складних гідрогеологічних задач також користуються комбінованими чисельними та чисельно-аналітичними методами. Наприклад, побудова діаграми Вороного в комбінації з методом об'ємних елементів [40] дає можливість з підвищеною точністю враховувати геометрію, наприклад, тріщин гідророзриву, та проводити розрахунки в пластах з високою вертикальною неоднорідністю. Метод кінцевих різниць часто поєднують з аналітичними методами [89, 92] (коли необхідно додатково уточнити значення в складних областях, наприклад, значення тиску та швидкості фільтрації в привибійній зоні пласта). Метод скінчених елементів в поєднанні з методом локальних варіацій [40], реалізовані в програмному комплексі "FILTR" дозволили розв'язати широкий клас фільтраційних задач [6, 7]. Як бачимо, вдале поєднання чисельних (і чисельно-аналітичних) методів допомагає спростити розв'язок деяких фільтраційних задач.

У розрізі даного дисертаційного дослідження обов'язковою умовою є здатність математичного методу адекватно розрахувати розподіл тиску в складних неоднорідних колекторських умовах. Тому розглянемо найвідоміші з математичних методів (як аналітичних, так і чисельних) з точки зору можливості розрахунку нестационарного однофазного рівняння п'єзопровідності (для нестисливої рідини – нафти) та рівняння п'єзопровідності Лейбензона (для стисливого флюїду – газу) із врахуванням неоднорідного розподілу фільтраційних характеристик пласта.

Порівняльна оцінка математичних методів розрахунку фільтраційних процесів наведена в табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Порівняльна оцінка найчастіше вживаних математичних методів розрахунку фільтраційних процесів

Методи		Найпоширеніші області застосування	Можливість застосування для розрахунку анізотропних задач	Доцільність застосування
Аналітичні	<i>Властивість автотельності</i>	Розв'язання нестационарних задач для прямолинійно-паралельного потоку з двома змінними	–	Недоцільно: розподіл тиску можна розрахувати тільки для тіл простої форми, для найпростіших умов, відзначається висока обчислювальна складність
	<i>Метод розділення змінних</i>	Розв'язання нестационарних задач, коли розрахунками для малого проміжку часу від початку процесу можна знехтувати	–	
	<i>Перетворення Лапласа</i>	Універсальний метод серед аналітичних, можна розв'язати широкий клас прямих задач фільтрації.	–	
Чисельні	<i>Метод кінцевих різниць</i>	Широкий клас фільтраційних задач, де можна знехтувати геометричними ускладненнями області (гідродинамічний симулятор Schlumberger Eclipse)	+	Недоцільно (побудова нерегулярної сітки ускладнює розрахунки)
	<i>Метод скінчених елементів</i>	Застосування у складних неоднорідних областях з границями неправильної форми (Petrel, Visage)	+	+
	<i>Методи з використанням діаграми Вороного</i>	Застосування у складних неоднорідних областях, а також при врахування рухомих границь, границь розділу сумішей	+	+
	<i>Метод граничних елементів</i>	У задачах, де можна зробити припущення про безкінечну границю	+	Недоцільно (накладаються обмеження на запис граничних умов, тривалий час розрахунку)

Один із можливих чисельних методів розрахунку рівняння п'єзопровідності, а саме – метод об'ємних елементів, не розглядається внаслідок постановки задачі у плоскому двовимірному просторі. Внаслідок такої постановки є недоцільним розбиття досліджуваної області на об'ємні скінчені елементи.

Метод з використанням діаграм Вороного цілком можна використати для розв'язку анізотропних задач. Але питання розв'язку значень побудованої сітки математично легше розв'язати за допомогою МСЕ. При цьому якість опису складних колекторських систем в масштабах родовищ (тобто у двовимірній постановці задачі) для однофазного потоку буде однаково високою, як за допомогою діаграм Вороного, так і МСЕ. Тому очевидно краще обирати МСЕ.

Разом з тим, метод скінчених елементів потребує більше часу на розрахунки і об'єму оперативної пам'яті в порівнянні з МКР. Метод кінцевих різниць – швидкодіючий універсальний метод розрахунку, але використання регулярної сітки ускладнює застосування методу для врахування неоднорідностей всередині змодельованої області.

Як вже зазначалося раніше, алгоритми розв'язку рівнянь з теорії теплопровідності можуть бути застосовані до задач п'єзопровідності. Таким чином, інтерес викликає комбінований скінчено-елементно-різницевий метод Лубкова М. В. [38]. Це метод дозволяє розраховувати зонально-неоднорідні області, неоднорідність пористого середовища у різних напрямках (анізотропію), а також складні області з наявністю як зональної неоднорідності, так і анізотропії. Також особливої уваги заслуговує гранична умова – умова інфільтрації флюїду через границі досліджуваного пласта. Замість припущення про безкінечність пласта (наприклад, як у [1, 34, 48]) або припущення про повністю непроникні границі (наприклад, [81, 93, 96]) можна враховувати вплив наявності чи відсутності підживлення пласта. Дискретизація області чотирикутними восьмивузловими криволінійними елементами дає змогу точно описувати складні форми області дослідження. Програма для розв'язку рівняння п'єзопровідності комбінованим скінчено-елементним методом розроблена Лубковим М.В. на мові

програмування Fortran. Для візуалізації отриманих даних використовується програмне забезпечення Surfer.

Застосування комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу Лубкова М. В. [38] дозволяє поєднувати переваги скінчено-елементного методу [83, 93, 101] та методу кінцевих різниць [20, 130]: моделювати геометрично складні області, знаходити значення в будь-якій точці досліджуваного об'єкта, при цьому застосування неявної різницевої схеми при знаходженні вузлових значень сітки забезпечує високу надійність та схожимість результатів.

З аналізу математичних методів моделювання нестационарних фільтраційних задач стає очевидним, що застосування чисельних методів є одним із основних інструментів для проектування розробки родовища та управління видобувним процесом. З розглянутих чисельних алгоритмів розрахунку рівняння п'єзопровідності для врахування неоднорідного розподілу фільтраційно-ємнісних характеристик всередині пласта та на його межах доцільно застосовувати МСЕ. Разом з тим, вдале поєднання декількох чисельних методів (наприклад, [6, 7, 89, 92]) допомагає спростити розв'язок складних фільтраційних задач. Тому в розрізі дисертаційного дослідження для розв'язку рівняння п'єзопровідності пропонується застосування комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу Лубкова М. В., що поєднує МСЕ та МКР.

Результати моделювання фільтраційних процесів за допомогою комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу можуть бути використані для розв'язання багатьох практичних задач у сфері нафтогазової інженерії та технологій (розрахунок видобувних запасів родовища, прогнозування дебітів свердловин, розрахунок коефіцієнтів газо- та п'єзопровідності близької і віддаленої зон пласта, виявлення зон аномально високих та низьких пластових тисків, прогнозування впливу нагнітальних свердловин на інтенсивність фільтраційних процесів навколо експлуатаційних).

Розв'язання згаданих задач є важливим для нафтогазової галузі, зокрема, при складанні проектів розробки родовищ та дослідно-промислової експлуатації свердловин.

## 1.5 Висновки за розділом 1. Мета та задачі досліджень

1. Моделювання фільтрації нафти і газу в радіусі дії експлуатаційних свердловин є одним із основних інструментів при проектуванні розробки родовища та управлінням видобувним процесом. Фільтраційний рух флюїду в пласті описується рівнянням п'єзопровідності.

2. Аналітичні методи розрахунку рівняння п'єзопровідності (застосування властивості автомодельності, метод розділення змінних, методи операційного обчислення та ін.) широко застосовуються для розрахунку розподілу пластового тиску. Всі аналітичні методи ґрунтуються на певних спрощуючих умовах та мають свою конкретну область застосування. Разом з тим, за допомогою аналітичних методів дуже складно і математично недоцільно врахувати геометрію пласта з неправильними формами. До того ж, взагалі не існує теорії розв'язку для врахування зональної неоднорідності та анізотропії пористого середовища.

3. Для розв'язку анізотропної задачі п'єзопровідності доцільно використати комбінований скінчено-елементно різницевий метод, що вигідно поєднує переваги скінчено-елементного методу та методу кінцевих різниць: дозволяє моделювати геометрично складні області, враховувати інфільтрацію рідини через границі, неоднорідний розподіл проникності та (або) в'язкості всередині пласта, при цьому застосування неявної різницевої схеми при знаходженні вузлових значень сітки забезпечує високу надійність та сходимість результатів.

Таким чином, метою дисертаційного дослідження є оцінювання впливу неоднорідного розподілу проникності та в'язкості на зміну пластового тиску та розрахунок видобувних запасів пласта на основі удосконалення моделювання фільтраційних процесів шляхом розв'язку рівняння п'єзопровідності комбінованим скінчено-елементно-різницевим методом.

Для досягнення поставленої мети було складено структурну схему дисертаційної роботи ( рис. 1.9).

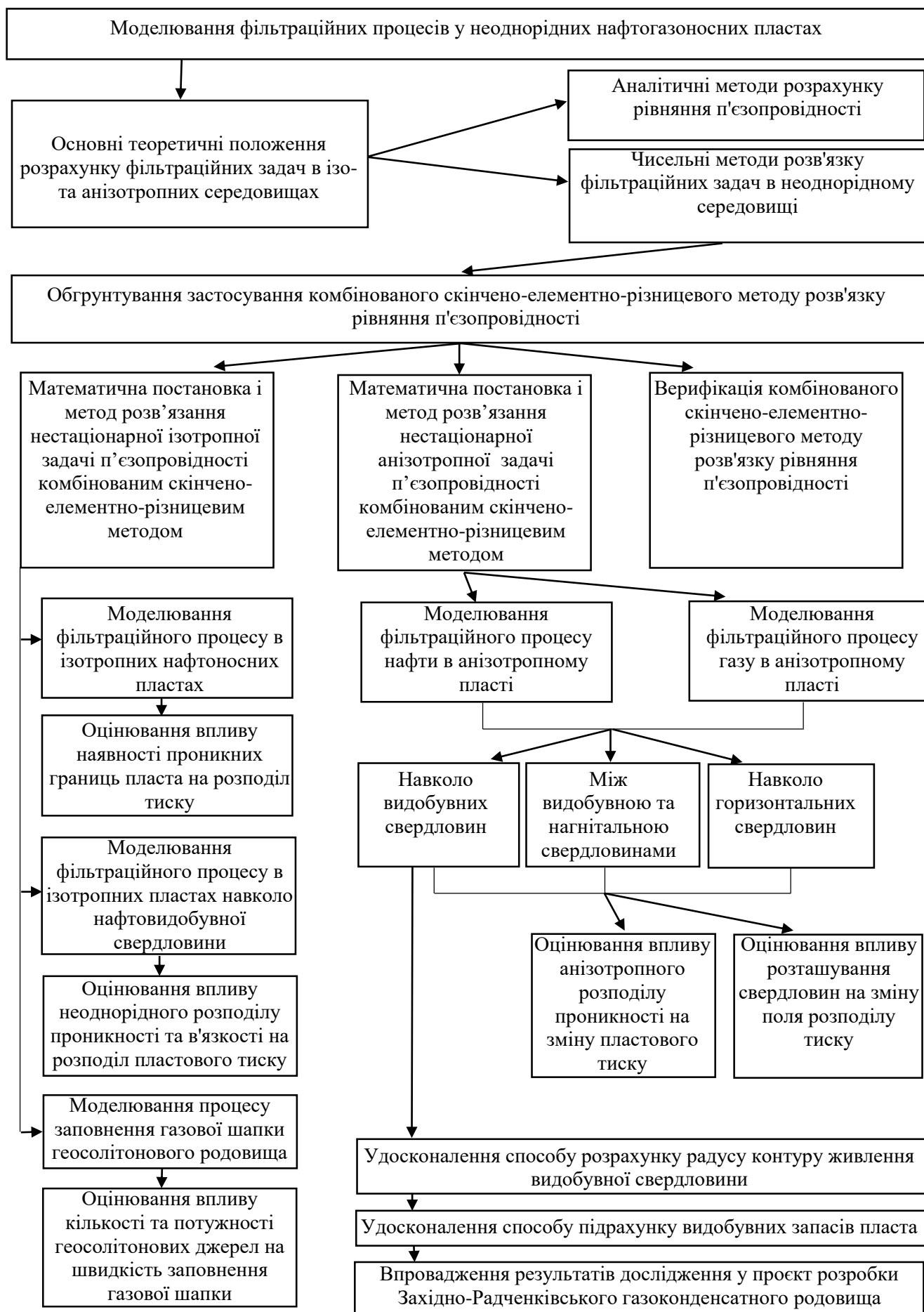


Рис. 1.9. Структурна схема дисертаційної роботи

Для досягнення мети дисертації розв'язувалися такі завдання:

- сформулювати математичну постановку та метод розв'язання нестационарних ізо- та анізотропних задачі п'єзопровідності у газо- та нафтоносних пластах;
- розробити модель фільтрації в ізотропних пластах для оцінювання:
  - а) впливу наявності проникних границь змодельованої області на розподіл пластового тиску та його зміну в часі; б) впливу неоднорідного розподілу проникності та в'язкості нафти на розподіл пластових тисків навколо свердловини; впливу нагнітальної свердловини на інтенсивність фільтраційного процесу; в) впливу кількості та потужності геосолітонових джерел на заповнення газової шапки геосолітонового родовища;
- розробити модель фільтрації нафти та газу в анізотропних пластах:
  - а) навколо видобувних свердловин; б) між видобувною та нагнітальною свердловинами; в) навколо горизонтальних свердловин;
- оцінити вплив неоднорідного розподілу проникності середовища (зонально-неоднорідного та ортотропного) на розподіл пластових тисків для кожної розробленої моделі;
- удосконалити спосіб розрахунку видобувних запасів пласта пласта на основі результатів моделювання фільтраційних процесів.

## РОЗДІЛ 2

### МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ НАВКОЛО ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ СВЕРДЛОВИН В НЕОДНОРІДНИХ ТА АНІЗОТРОПНИХ ПЛАСТАХ

Питанням збільшення та ефективної підтримки стабільного рівня видобутку вуглеводнів належить провідне місце в сфері нафтогазової інженерії та технологій. На практиці використовуються різні сучасні технології збільшення інтенсифікації фільтрації вуглеводневої фази поблизу діючої видобувної свердловини [26, 32, 41, 82]. Це можуть бути різні технології впливу на основні фільтраційні параметри такі, як проникність, пористість, в'язкість та інші додаткові фактори. Однак для ефективного використання цих технологій на практиці необхідно розуміти повну картину фільтрації вуглеводневої фази поблизу видобувної свердловини та вплив різних фільтраційних параметрів на загальний процес видобутку. В цій ситуації затребуваними є методи комп'ютерного моделювання продуктивних вуглеводневих пластів, тому що вони дозволяють отримати уявлення про фільтраційні процеси навколо видобувної свердловини у різних практичних випадках. Таким чином, моделювання процесів видобутку нафти і газу є інструментом для обґрунтованого прийняття стратегічних і тактичних рішень при розробці родовищ вуглеводнів.

#### **2.1 Математична постановка та спосіб розв'язання нестационарної ізотропної задачі п'єзопровідності комбінованим скінчено-елементно-різницеvim методом**

При математичній постановці задач приймаються наступні припущення. Потужність пласта є сталою величиною та значно меншою горизонтальних розмірів пласта, в такому випадку задача розглядається як двовимірною. Проникність, пористість, в'язкість та коефіцієнт стиснення флюїду, початковий пластовий тиск, дебіт є відомими та незмінними у часі величинами. Задача



розраховується для однофазного потоку.

Для запису узагальненого рівняння п'єзопровідності, що буде використовуватися для розрахунку як нестисливої рідини (нафти), так і газу, користуємося функцією Лейбензона  $\tilde{P}$  (див. рівняння 1.3). Тоді загальна постановка двовимірної нестационарної однофазної задачі п'єзопровідності, з урахуванням початкової умови та умови проникності флюїду (нафти або газу) на границі досліджуваної області, набуває вигляду [33]

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} = \tilde{\chi} \left( \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial y^2} \right) + \gamma; \quad (2.1)$$

$$P(t=0) = P_0; \quad (2.2)$$

$$k_{zp} \text{grad} \tilde{P} = \alpha (\tilde{P} - \tilde{P}_{zp}). \quad (2.3)$$

Тут (2.1) – рівняння п'єзопровідності; (2.2) – початкова умова; (2.3) – гранична умова інфільтрації флюїду на границях розглянутої області, при розрахунку фільтрації нафти  $\tilde{P} = P$  та  $\tilde{\chi} = \chi_n$ ; при розрахунку фільтрації газу

$\tilde{P} = P^2$  та  $\tilde{\chi} = \chi_z$ ;  $\chi_n = \frac{k_n}{\eta_n (m_n \beta_{n1} + \beta_{n2})}$  – коефіцієнт п'єзопровідності для нафтового

пласта, м<sup>2</sup>/с;  $k_n$  – проникність нафтової фази, м<sup>2</sup>;  $\eta_n$  – динамічна в'язкість нафти, Па·с;  $m_n$  – пористість нафтоносного пласта, д.о.;  $\beta_{n1}$  – коефіцієнт стискування нафти, Па<sup>-1</sup>;  $\beta_{n2}$  – коефіцієнт стискування скелету порід

нафтоносного пласта, Па<sup>-1</sup>;  $\chi_z = \frac{k_z P_0}{\eta_z m_z}$  – коефіцієнт п'єзопровідності для газового

пласта, м<sup>2</sup>/с;  $k_z$  – проникність газової фази, м<sup>2</sup>;  $\eta_z$  – динамічна в'язкість газу, Па·с;  $m_z$  – пористість газоносного пласта, д.о.;  $P_0$  – початковий тиск пористого

шару, Па;  $\alpha$  – коефіцієнт інфільтрації флюїду на границях розглянутої області, м;

$\tilde{P}_{zp}$  – тиск на границях розглянутої області, Па.

В даній роботі для розв'язання плоских (двовимірних) нестационарних задач п'єзопровідності з урахуванням неоднорідного розподілу різних фільтраційних параметрів всередині деформованого колекторського пласта і на його границях

використовується комбінована скінчено-елементна методика Лубкова М.В. [38, 39]. Представлена методика складається з варіаційного скінчено-елементного методу та методу кінцевих різниць. Алгоритм розрахунку полягає в наступному.

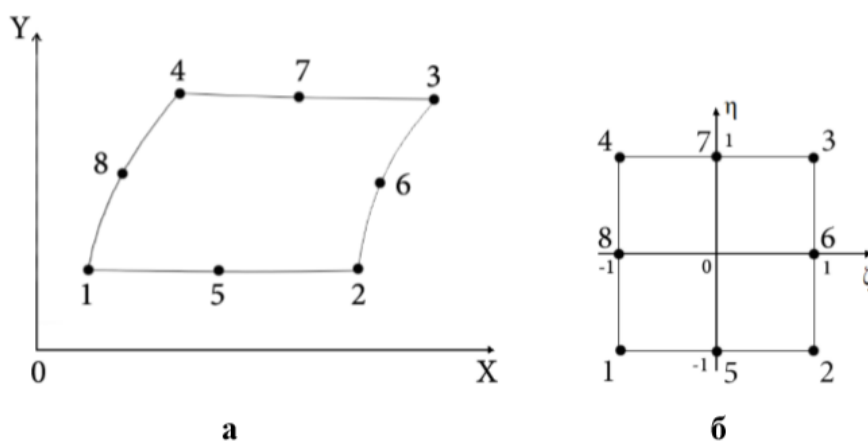
Спочатку задача формулюється у варіаційній постановці. Функціонал варіаційного формулювання нестационарної плоскої задачі п'єзопровідності в загальному випадку має вид

$$I(\tilde{P}) = \frac{1}{2} \iint_S \{k[(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial x})^2 + (\frac{\partial \tilde{P}}{\partial y})^2] + 2 \int_{p_0}^P \frac{k}{\chi} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} d\tilde{P} - 2\gamma \tilde{P}\} dx dy - \frac{1}{2} \int_L \alpha(\tilde{P} - 2\tilde{P}_{sp}) \tilde{P} dl. \quad (2.4)$$

При розв'язанні плоских нестационарних задач п'єзопровідності використовується метод скінчених елементів у формі переміщень, оснований на варіаційному принципі Лагранжа

$$\delta I(P) = 0. \quad (2.5)$$

Область дослідження розбивається на 81 восьмивузловий ізопараметричний чотирикутний скінчений елемент (рис.2.1).



**Рис. 2.1.** Восьмивузловий ізопараметричний чотирикутний скінчений елемент для плоских задач у: а – декартовій системі координат  $(x, y)$ ; б – нормалізованій системі координат  $(\zeta, \eta)$

В якості глобальної системи координат для плоских задач (системі, де відбувається об'єднання усіх скінчених елементів в області досліджування) використовується декартова система координат  $(x, y)$ . В якості локальної системи координат, де в межах скінченого елемента визначаються функції апроксимації  $\varphi_i$  на основі квадратичних поліномів і проводиться чисельне інтегрування, використовується нормалізована система координат  $(\zeta, \eta)$

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{1}{4}(1-\zeta)(1-\eta)(-\zeta-\eta-1); \varphi_2 = \frac{1}{4}(1+\zeta)(1-\eta)(\zeta-\eta-1); \varphi_3 = \frac{1}{4}(1+\zeta)(1+\eta)(\zeta+\eta-1); \\ \varphi_4 &= \frac{1}{4}(1-\zeta)(1+\eta)(-\zeta+\eta-1); \varphi_5 = \frac{1}{2}(1-\zeta^2)(1-\eta); \varphi_6 = \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1+\zeta); \\ \varphi_7 &= \frac{1}{2}(1-\zeta^2)(1+\eta); \varphi_8 = \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1-\zeta).\end{aligned}\quad (2.6)$$

Припустимо, що в межах кожного елемента тиск, початковий тиск пласта, тиск на межах області, коефіцієнт інфільтрації флюїду на межах області, а також похідні від тиску по координатам апроксимуються наступним чином

$$\begin{aligned}x &= \sum_{i=1}^8 x_i \varphi_i; y = \sum_{i=1}^8 y_i \varphi_i; \tilde{P} = \sum_{i=1}^8 P_i \varphi_i; \tilde{P}_0 = \sum_{i=1}^8 P_{0i} \varphi_i; \tilde{P}_m = \sum_{i=1}^8 P_{mi} \varphi_i; \alpha = \sum_{i=1}^8 \alpha_i \varphi_i; \\ \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} &= \sum_{i=1}^8 P_i \Psi_i; \frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} = \sum_{i=1}^8 P_i \Phi_i; \Psi_i = \frac{1}{|J|} \left( \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right); \Phi_i = \frac{1}{|J|} \left( \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right);\end{aligned}\quad (2.7)$$

де  $J = \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi}$  – якобіан переходу між системами  $(x, y)$  і  $(\zeta, \eta)$ .

Виходячи з варіаційного рівняння (2.4) і вважаючи, що вузлові значення від похідних тиску за часом  $\frac{dP_i}{dt}$  є відомими величинами і не варіюються, складемо систему диференціальних рівнянь для  $n$ -го вузла  $p$ -го скінченого елемента у виді

$$\frac{\partial I_p}{\partial P_n} = \sum_{i=1}^8 \{H_{ni}^p \frac{dP_i}{dt} + (A_{ni}^p + Q_{ni}^p)P_i - Q_{ni}^p P_0^i\} - \gamma_n^p = 0; \quad (2.8)$$

$$H_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{k^p}{\chi^p} \varphi_i \varphi_j |J| d\xi d\eta; A_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 k^p (\Psi_i \Psi_j + \Phi_i \Phi_j) |J| d\xi d\eta; Q_{ij}^p = \int_L \alpha \varphi_i \varphi_j dl; \gamma_i^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \gamma^p \varphi_i |J| d\xi d\eta.$$

Для розв'язання системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку (2.7) при початкових умовах з (2.6) використовується метод кінцевих різниць, в якому апроксимація похідної за часом здійснюється на основі неявної різницевої схеми

$$\frac{dP}{dt} = \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t}. \quad (2.9)$$

Підставляючи вираз (2.10) в систему (2.9), отримуємо наступну систему лінійних алгебраїчних рівнянь

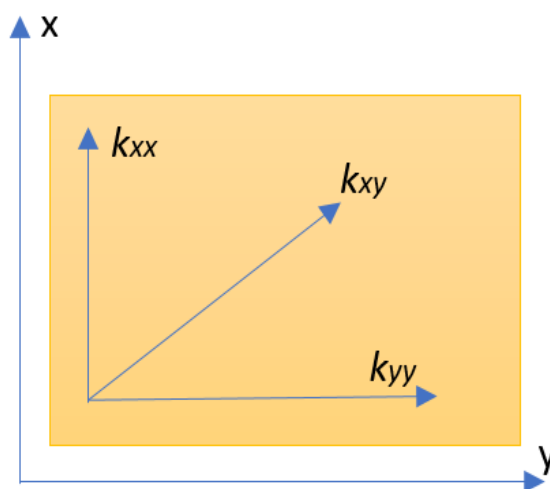
$$\sum_{i=1}^8 \left\{ \left( \frac{1}{\Delta t} H_{ni}^p + A_{ni}^p + Q_{ni}^p \right) P_i(t + \Delta t) - \frac{1}{\Delta t} H_{ni}^p P_i(t) - Q_{ni}^p P_0^i \right\} - \gamma_n^p = 0 \quad (n=1-8). \quad (2.10)$$

Роблячи додавання рівнянь (2.10) по всім скінченим елементам, отримуємо глобальну систему лінійних алгебраїчних рівнянь, що дозволяє визначати невідомі значення тиску в момент часу  $t + \Delta t$  через їх значення в попередній момент часу  $t$ . Зазначимо, що завдяки вибору неявної різносної схеми (2.9), процедура обчислень по відношенню до вибору величини  $\Delta t$  залишається стійкою. Розв'язання глобальної системи рівнянь здійснюється на основі чисельного методу Гауса без вибору головного елемента.

В результаті розв'язання, тиск визначається в усіх вузлових точках скінчено-елементної сітки. По знайденим вузловим значенням тиск визначається у довільній точці вуглеводневоносного пласта досліджуваної області в заданий момент часу.

## 2.2 Математична постановка та спосіб розв'язання нестационарної анізотропної задачі п'єзопровідності комбінованим скінчено-елементно-різницевим методом

Для врахування анізотропії вуглеводневономісного пласта в рівнянні п'єзопровідності (2.1) проникність нафтової та газової фази відповідно розглядаються відмінними в різних напрямках, тобто вводяться анізотропні коефіцієнти проникності  $k_{xx}$ ,  $k_{xy}$  та  $k_{yy}$  (рис. 2.2).



**Рис. 2.2.** Схематичне зображення відмінностей значень проникності пласта в горизонтальному, вертикальному та діагональному напрямках

Замість коефіцієнтів п'єзопровідності для нафтового  $\chi_n = \frac{k_n}{\eta_n(m_n\beta_{n1} + \beta_{n2})}$  та газового  $\chi_g = \frac{k_g P_0}{\eta_g m_g}$  пластів для зручності розрахунків вводимо коефіцієнти п'єзоопору  $c_n = \eta_n(m_n\beta_{n1} + \beta_{n2})$  та  $c_g = \frac{\eta_g m_g}{P_0}$ .

Тоді загальна постановка двовимірної нестационарної однофазної анізотропної задачі п'єзопровідності, з урахуванням початкової умови та умови проникності флюїду (нафти або газу) на границі досліджуваної області, набуває вигляду

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} = \frac{1}{\tilde{c}} \left( k_{xx} \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial x^2} + k_{yy} \frac{\partial^2 \tilde{P}}{\partial y^2} + 2k_{xy} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} \right) + \gamma; \quad (2.12)$$

$$P(t=0) = P_0; \quad (2.13)$$

$$k_{cp} \text{grad} \tilde{P} = \alpha (\tilde{P} - \tilde{P}_{cp}). \quad (2.14)$$

Тут  $\tilde{P} = P$  та  $\tilde{c} = c_n$  для нафтової фази,  $\tilde{P} = P^2$  та  $\tilde{c} = c_g$  для газової фази (з урахуванням функції Лейбензона); (2.12) – рівняння п'єзопровідності; (2.13) – початкова умова; (2.14) – гранична умова інфільтрації флюїду на границях розглянутої області;  $c_n = \eta_n (m_n \beta_{n1} + \beta_{n2})$  – коефіцієнт п'єзоопору для нафтового пласта, с;  $k_n$  – проникність нафтової фази, м<sup>2</sup>;  $\eta_n$  – динамічна в'язкість нафти, Па·с;  $m_n$  – пористість нафтоносного пласта, д.о.;  $\beta_{n1}$  – коефіцієнт стискування нафти, Па<sup>-1</sup>;  $\beta_{n2}$  – коефіцієнт стискування скелету порід нафтоносного пласта, Па<sup>-1</sup>;  $c_g = \frac{\eta_g m_g}{P_0}$  – коефіцієнт п'єзоопору для газового пласта, с;  $k_g$  – проникність газової фази, м<sup>2</sup>;  $\eta_g$  – динамічна в'язкість газу, Па·с;  $m_g$  – пористість газоносного пласта, д.о.;  $P_0$  – початковий тиск пористого шару, Па;  $\alpha$  – коефіцієнт інфільтрації флюїду на границях розглянутої області, м;  $\tilde{P}_{cp}$  – тиск на границях розглянутої області, Па.

Для розв'язання нестационарної анізотропної задачі п'єзопровідності (2.12)–(2.14) застосовується комбінований скінчено-елементно-різницевий метод Лубкова М.В [38]. Функціонал варіаційного формулювання нестационарної плоскої анізотропної задачі п'єзопровідності в загальному випадку має вид

$$I(\tilde{P}) = \frac{1}{2} \iint_S \left\{ k_{xx} \left[ \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \right)^2 + k_{yy} \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} \right)^2 + 2k_{xy} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} \right] + 2 \int_{P_0}^{\tilde{P}} \tilde{c} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} d\tilde{P} - 2\gamma \tilde{P} \right\} dx dy - \frac{1}{2} \int_L \alpha (\tilde{P} - 2\tilde{P}_{cp}) \tilde{P} dl. \quad (2.15)$$

Розв'язуємо варіаційне рівняння (2.4), використовуючи восьмивузловий ізопараметричний чотирикутний скінчений елемент (рис. 2.1) та рівняння

(2.4)–(2.6). Виходячи з варіаційного рівняння (2.15) і вважаючи, що вузлові значення від похідних тиску за часом  $\frac{dP_i}{dt}$  є відомими величинами і не варіюються складемо систему диференціальних рівнянь для  $n$ -го вузла  $p$ -го скінченного елемента у виді

$$\frac{\partial I_p}{\partial P_n} = \sum_{i=1}^8 \{H_{ni}^p \frac{dP_i}{dt} + (A_{ni}^p + Q_{ni}^p)P_i - Q_{ni}^p P_0^i\} - \gamma_n^p = 0; \quad (2.16)$$

$$H_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 c^p \varphi_i \varphi_j |J| d\xi d\eta; A_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (k_{xx}^p \Psi_i \Psi_j + k_{yy}^p \Phi_i \Phi_j + k_{xy}^p \Psi_i \Phi_j) |J| d\xi d\eta; Q_{ij}^p = \int_L \alpha \varphi_i \varphi_j dl;$$

$$\gamma_i^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \gamma^p \varphi_i |J| d\xi d\eta.$$

Для розв'язання системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку (2.16) при початкових умовах з (2.7) використовується метод скінчених різниць, в якому апроксимація похідної за часом здійснюється на основі неявної різницевої схеми (2.9). Підставляючи вираз (2.9) в систему (2.16), отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (2.10).

Роблячи додавання рівнянь (2.10) по всім скінченим елементам, отримуємо глобальну систему лінійних алгебраїчних рівнянь, що дозволяє визначати невідомі значення тиску в момент часу  $t + \Delta t$  через їх значення в попередній момент часу  $t$ . В результаті розв'язання, тиск визначається у довільній точці вуглеводневоносного анізотропного пласта досліджуваної області в заданий момент часу.

### 2.3 Верифікація комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу розв'язку рівняння п'єзопровідності

Розглянемо порівняння розв'язків для розподілу встановлених тисків навколо нафтовидобувної та газовидобувної свердловин в однорідних ізотропних пластах, які отримані на основі представленого скінчено-елементно-різницевого

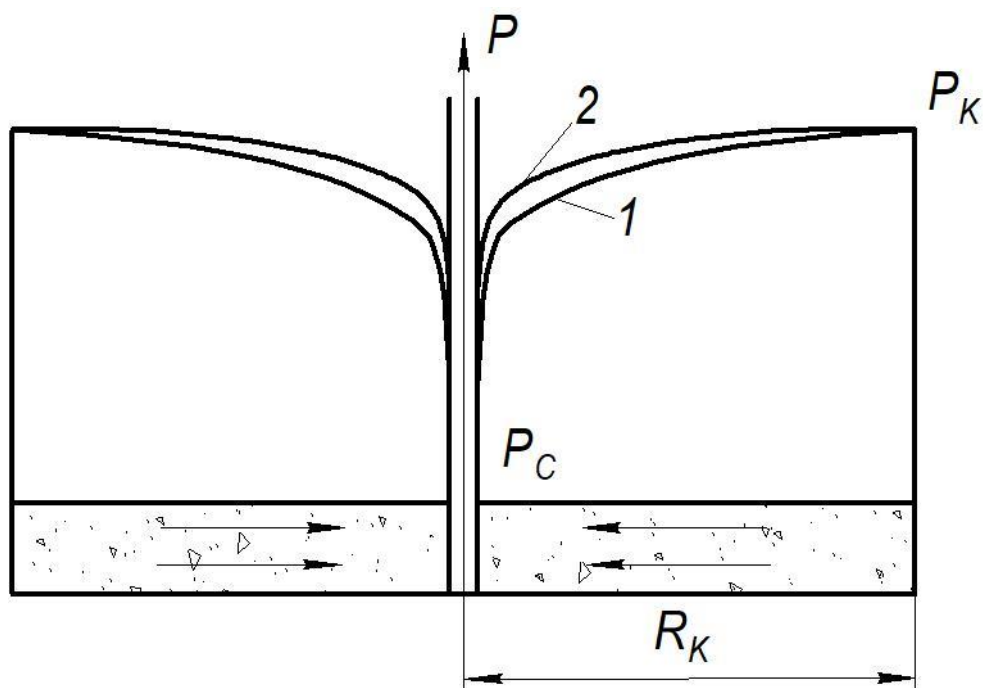
методу та відповідних аналітичних формул [11]

$$P_{\text{наф}}(r) = P_c + \frac{P_k - P_c}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c}; \quad (2.17)$$

$$P_{\text{газ}}(r) = \sqrt{P_k^2 - \frac{P_k^2 - P_c^2}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \ln \frac{r_k}{r}}. \quad (2.18)$$

Тут (2.17) – формула радіально-симетричного розподілу тиску навколо нафтовидобувної свердловини; (2.18) – формула радіально-симетричного розподілу тиску навколо газовидобувної свердловини;  $P_c$  – тиск у свердловині, Па;  $P_k$  – тиск на контурі радіальної області відповідного пласта, Па;  $r_c$  – радіус свердловини, м;  $r_k$  – радіус контуру пласта, м.

На рис. 2.3 схематично представлені графіки розподілу тиску відповідно аналітичних формул (2.17) і (2.18).

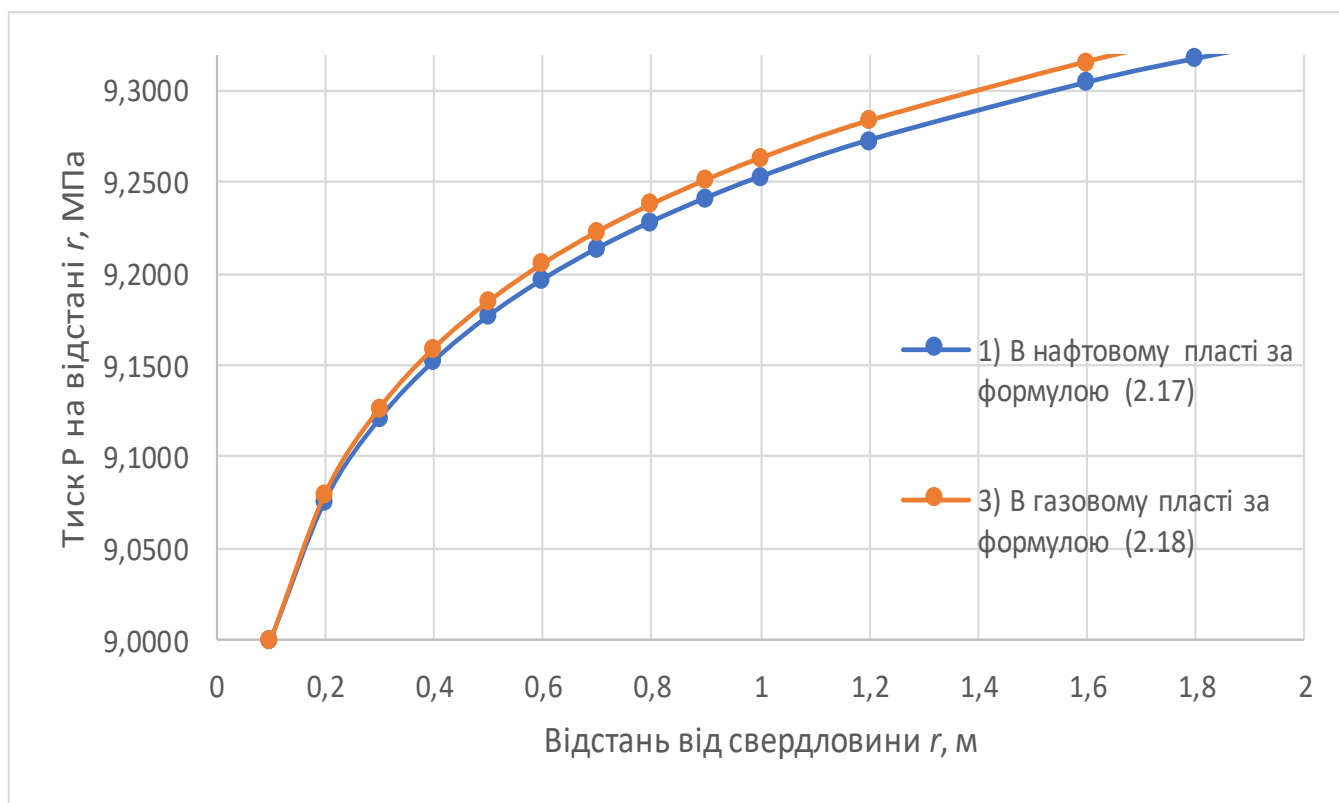


**Рис. 2.3.** Схематичні радіально-симетричні розподіли тиску навколо нафтовидобувної – (1) та газовидобувної – (2) свердловин [10]

Вихідні дані для розрахунку розподілу тиску навколо свердловин у



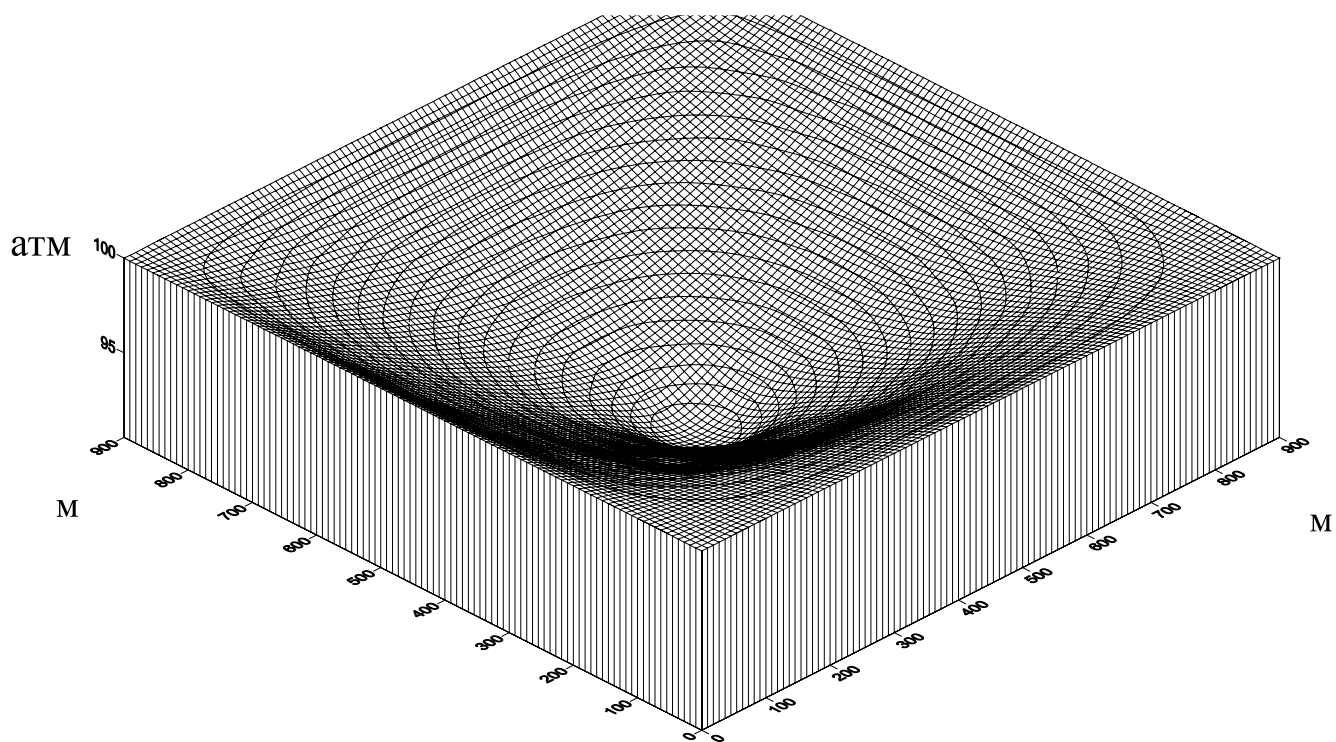
нафтовому та газовому пластах приймаються:  $P_c = 90$  атм,  $P_\kappa = 100$  атм,  $r_c = 0.1$  м,  $r_\kappa = 900$  м. Результати розрахунку значень тисків при наведених вище вихідних даних для різних значень відстані від свердловини ( $r = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1, 1.2, 1.6, 1.8, 2$  м) на основі аналітичних формул (2.17) і (2.18) наведено на графіку (рис. 2.4).



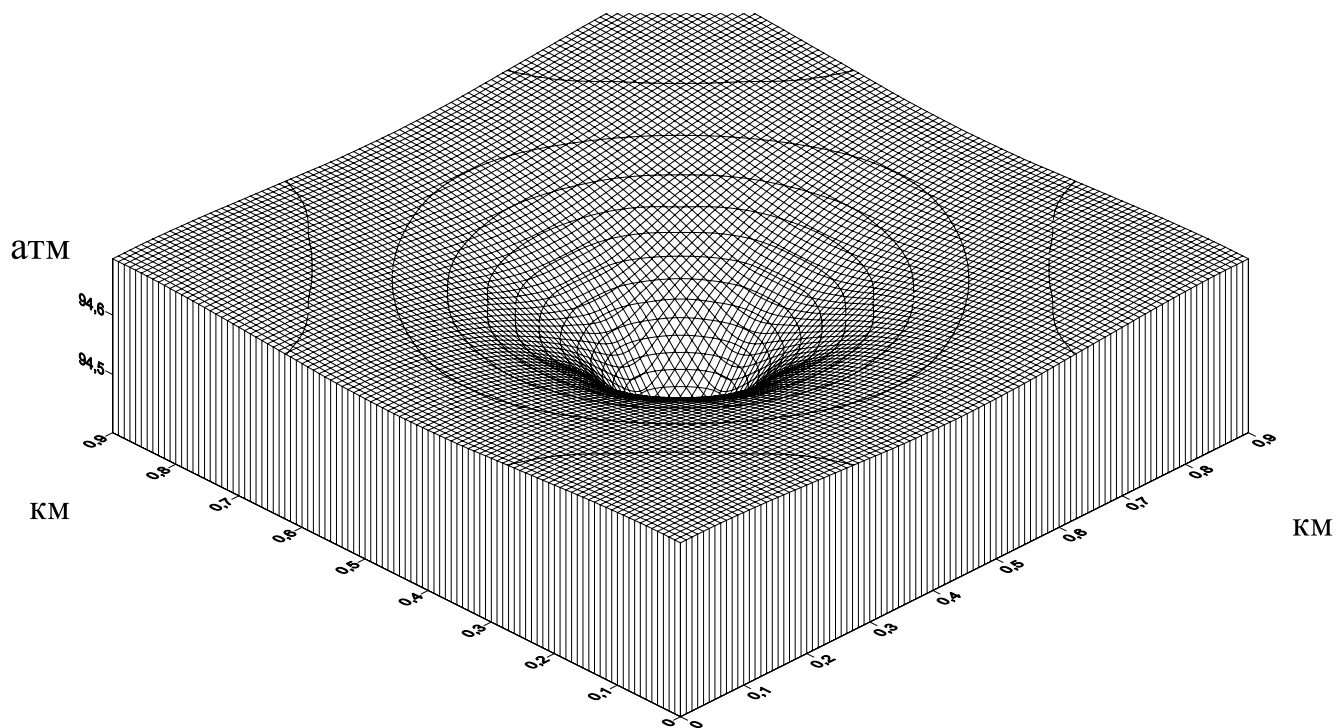
**Рис. 2.4.** Результати розрахунку розподілу тиску навколо експлуатаційної свердловини за аналітичними формулами, де  $R$  коефіцієнт кореляції

Для цих же вихідних даних ( $P_c = 90$  атм,  $P_\kappa = 100$  атм,  $r_c = 0.1$  м,  $r_\kappa = 900$  м) побудовані моделі розподілу тиску за допомогою комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу (рис. 2.5, 2.6). Область дослідження розмірами  $900 \cdot 900$  м<sup>2</sup> включає 81 скінчений елемент у формі криволінійних чотирикутників.

На рис. 2.5 представлено поле депресії тиску в однорідному ізотропному пласті навколо нафтовидобувної свердловини. На рис. 2.6 – поле депресії тиску в однорідному ізотропному пласті навколо газовидобувної свердловини.



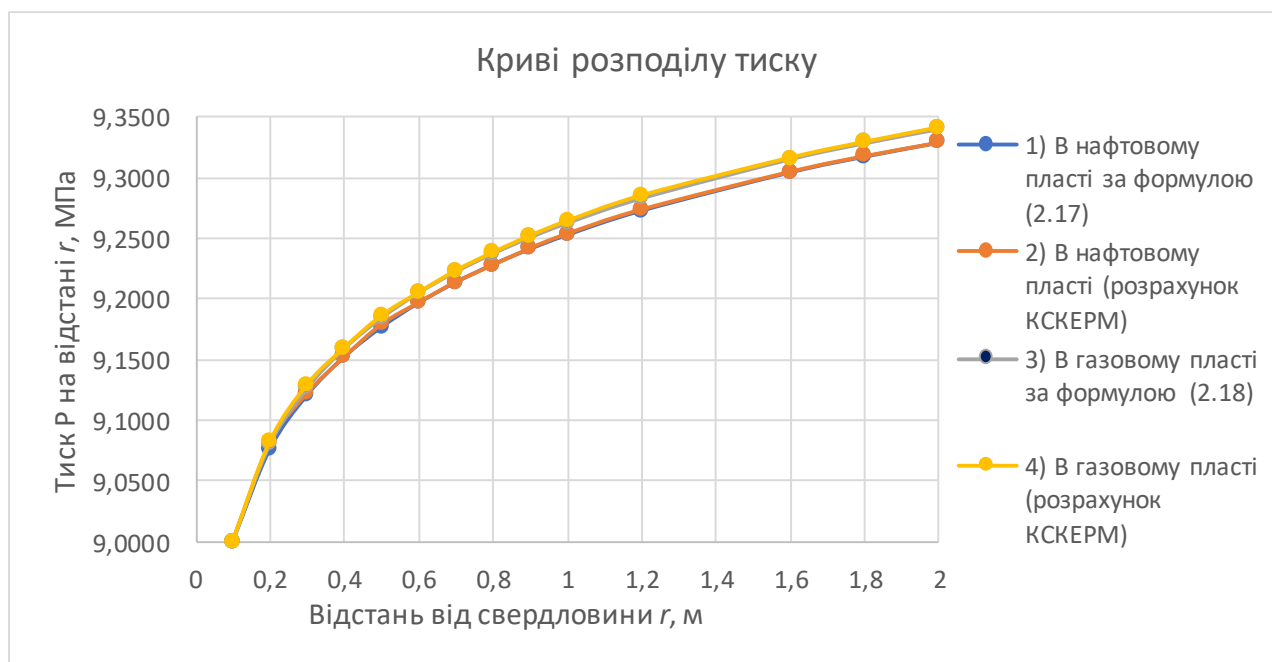
**Рис. 2.5.** Поле депресії тиску навколо нафтовидобувної свердловини в однорідному ізотропному пласті



**Рис. 2.6.** Поле депресії тиску навколо газовидобувної свердловини в однорідному ізотропному пласті

Ми бачимо, що криві розподілу тиску навколо нафто- і газовидобувної свердловин, що представлені на рис. 2.5 і 2.6 відповідають логарифмічним схематичним кривим 1 і 2 рис. 2.3. Дійсно газова крива депресії тиску поблизу свердловини має більш крутий характер у порівнянні з нафтовою кривою депресії тиску. По мірі відступу від свердловини поведінки кривих змінюються на протилежні. Така поведінка кривих нафтової та газової депресій тиску узгоджується із схематичним рис. 1 і відповідно з аналітичними логарифмічними формулами (2.17) і (2.18).

Візьмемо значення тиску з побудованих моделей (рис. 2.5 і 2.6) на відстані від свердловини  $r = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1, 1.2, 1.6, 1.8, 2$  м та співставимо отримані результати із значеннями тиску, розрахованими аналітично (див. рис. 2.7).



**Рис. 2.7.** Результати розрахунку розподілу тиску за допомогою аналітичних формул (криві 1, 3) та КСКЕРМ – комбінованого скінченно-елементно-різницевого методу (криві 2, 4), де  $R$  – коефіцієнт кореляції.

Таким чином, представлений скінченно-елементно-різницевий метод в даному випадку узгоджується із приведеним аналітичним методом: (крива 1

збігається з кривою 2; крива 3 – з кривою 4). Відносну похибку розрахунку тиску на відстані  $r$  від свердловини можна оцінити за формулою

$$\delta = \frac{P_{r.a} - P_{r.m}}{P_{r.a}} 100\% , \quad (2.19)$$

де  $P_{r.a}$  – значення тиску на відстані  $r$  від свердловини, розраховані за аналітичними формулами (2.17, 2.18), МПа;  $P_{r.m}$  – значення тиску на відстані  $r$  від свердловини, отримані в результаті моделювання, МПа.

Розраховані значення відносних похибок наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1 – Похибка розрахунку пластових тисків КСЕРМ відносно аналітичного розрахунку

Відстань від свердловини $r$ , м	Нафтоносний пласт			Газоносний пласт		
	$P_{r.a}$ , МПа	$P_{r.m}$ , МПа	$\delta$ , %	$P_{r.a}$ , МПа	$P_{r.m}$ , МПа	$\delta$ , %
0,1	9,0000	9,0000	0	9,0000	9,0000	0
0,2	9,0761	9,0810	$-5,37 \cdot 10^{-6}$	9,0800	9,0820	$-2,20 \cdot 10^{-6}$
0,3	9,1207	9,1220	$-1,47 \cdot 10^{-6}$	9,1265	9,1290	$-2,77 \cdot 10^{-6}$
0,4	9,1523	9,1520	$0,28 \cdot 10^{-6}$	9,1593	9,1594	$-0,10 \cdot 10^{-6}$
0,5	9,1768	9,1790	$-2,44 \cdot 10^{-6}$	9,1847	9,1858	$-1,21 \cdot 10^{-6}$
0,6	9,1968	9,1970	$-0,23 \cdot 10^{-6}$	9,2054	9,2050	$0,41 \cdot 10^{-6}$
0,7	9,2137	9,2140	$-0,30 \cdot 10^{-6}$	9,2228	9,2230	$-0,18 \cdot 10^{-6}$
0,8	9,2284	9,2280	$0,42 \cdot 10^{-6}$	9,2379	9,2380	$-0,08 \cdot 10^{-6}$
0,9	9,2413	9,2419	$-0,62 \cdot 10^{-6}$	9,2512	9,2518	$-0,62 \cdot 10^{-6}$
1,0	9,2529	9,2539	$-1,09 \cdot 10^{-6}$	9,2631	9,2639	$-0,87 \cdot 10^{-6}$
1,2	9,2729	9,2739	$-1,06 \cdot 10^{-6}$	9,2836	9,2849	$-1,39 \cdot 10^{-6}$
1,6	9,3045	9,3050	$-0,52 \cdot 10^{-6}$	9,3159	9,3160	$-0,12 \cdot 10^{-6}$
1,8	9,3174	9,3179	$-0,48 \cdot 10^{-6}$	9,3291	9,3290	$0,07 \cdot 10^{-6}$
2,0	9,3290	9,3290	$0,02 \cdot 10^{-6}$	9,3408	9,3410	$-0,16 \cdot 10^{-6}$

Як бачимо, відносні похибки при розрахунках пласотвого тиску на різних відстанях від свердловини  $r$  за допомогою аналітичних формул та КСКЕРМ знаходяться в діапазоні  $0 - 5,37 \cdot 10^{-6} \%$ , що свідчить про високу збіжність та сходимість результатів.

## 2.4 Висновки за розділом 2

1. Сформульована загальна постановка двовимірної нестационарної однофазної задачі п'єзопровідності з урахуванням початкової умови  $P(t=0) = P_0$  та умови проникності флюїду (нафти або газу) на границі досліджуваної області буде використовуватися для розрахунку поля тиску в ізотропному середовищі (розділ 3) та анізотропному (розділ 4). Розрахунок буде здійснюватися на основі комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу, реалізованого на мові програмування Fortran Лубковим М.В.

2. Верифікація комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу проведена шляхом порівняння результатів розв'язку задачі з результатами, отриманими при застосуванні аналітичних формул. Криві розподілу тиску, побудовані шляхом розв'язку аналітичних рівнянь, збігаються з кривими розподілу тиску, отриманими шляхом застосування комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу. Відносні похибки при розрахунках не перевищують  $5,37 \cdot 10^{-6} \%$ , що свідчить про високу збіжність результатів.

### РОЗДІЛ 3

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ФІЛЬТРАЦІЇ У НЕОДНОРІДНИХ ІЗОТРОПНИХ ВУГЛЕВОДНЕВОВМІСНИХ ПЛАСТАХ НАВКОЛО ВИДОБУВНОЇ СВЕРДЛОВИНИ

Для ефективного використання нафто- та газовидобувних технологій на практиці необхідно розуміти повну картину фільтрації вуглеводневої фази поблизу видобувної свердловини в ізо- та анізотропних пластах. В цій ситуації затребуваними є методи комп'ютерного моделювання продуктивних неоднорідних нафто- та газоносних пластів, тому що вони дозволяють отримати уявлення про фільтраційні процеси навколо видобувної свердловини у різних практичних випадках. Ця інформація може бути отримана порівняно дешевим способом і використана для ефективного аналізу, контролю та керування нафтогазовидобувним процесом. На даний момент існують багато методів комп'ютерного моделювання, що дозволяють розв'язувати різні практичні задачі [2, 26, 82, 90]: а) визначення процесів фільтрації нафти та газу при різних діях на пласт поблизу діючої свердловини; б) загальний вибір системи розробки нафто- чи газоносного пласта; в) підтримання оптимальних об'ємів видобутку в свердловині; г) визначення остаточних запасів і застійних зон в околиці діючої свердловини; д) поступовий аналіз і зменшення ступеню ризиків розробки та забезпечення стратегії і тактики експлуатації системи діючих видобувних свердловин.

Використаний в даній роботі комбінований скінчено-елементно-різницевий метод розв'язання нестационарних ізо- та анізотропних задач п'єзопровідності, з урахуванням неоднорідного розподілу різних фільтраційних параметрів всередині деформованого вуглеводнево-вмісного пласта і на його границях, дозволяє адекватно розрахувати розподіл пластового тиску в насиченому флюїдом пласті. Зокрема, комбінований скінчено-елементно-різницевий метод поєднує переваги скінчено-елементного методу та методу кінцевих різниць: дозволяє моделювати геометрично складні області, враховувати інфільтрацію рідини через границі, неоднорідний розподіл проникності та (або) в'язкості всередині пласта, при цьому

застосування неявної різницевої схеми при знаходженні вузлових значень сітки забезпечує високу надійність та схожимість результатів.

В цьому розділі проведено моделювання ізотропної фільтрації з метою:

1) дослідження впливу наявності проникних границь досліджуваної області на розподіл пластового тиску та його зміну в часі (п. 3.1);

2) дослідження впливу неоднорідного розподілу проникності та в'язкості нафти на розподіл пластових тисків в межах дії свердловини; дослідження впливу нагнітальної свердловини на інтенсивність фільтраційного процесу (п. 3.2);

3) дослідження впливу кількості геосолітонових джерел на швидкість зростання тиску в пласті (п. 3.3).

Математична постановка та алгоритм розв'язку двовимірних ізотропних задач детально описані в п. 2.2.

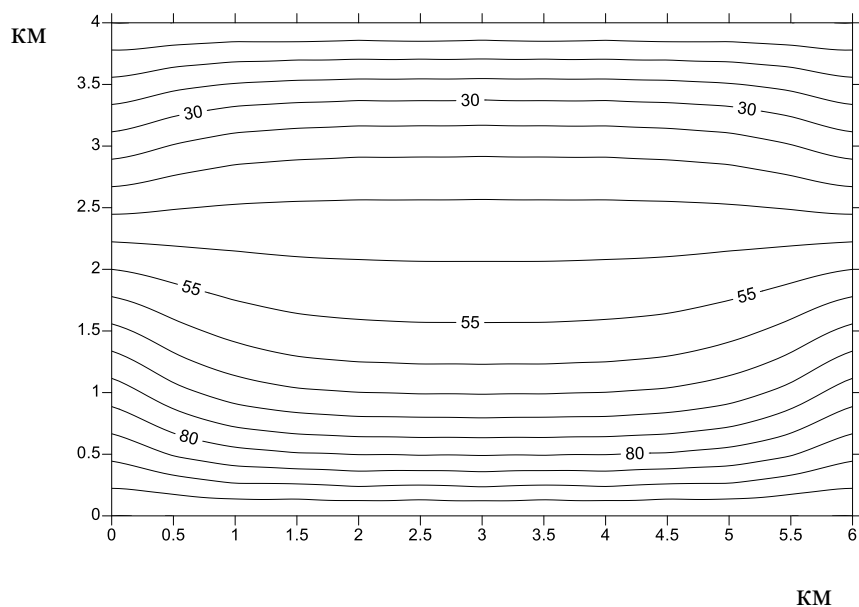
### 3.1. Моделювання фільтраційного процесу в ізотропних нафтоносних пластах

Дослідження впливу наявності проникних границь пласта на розподіл тисків проводилося з використанням наступних вихідних даних (табл. 3.1).

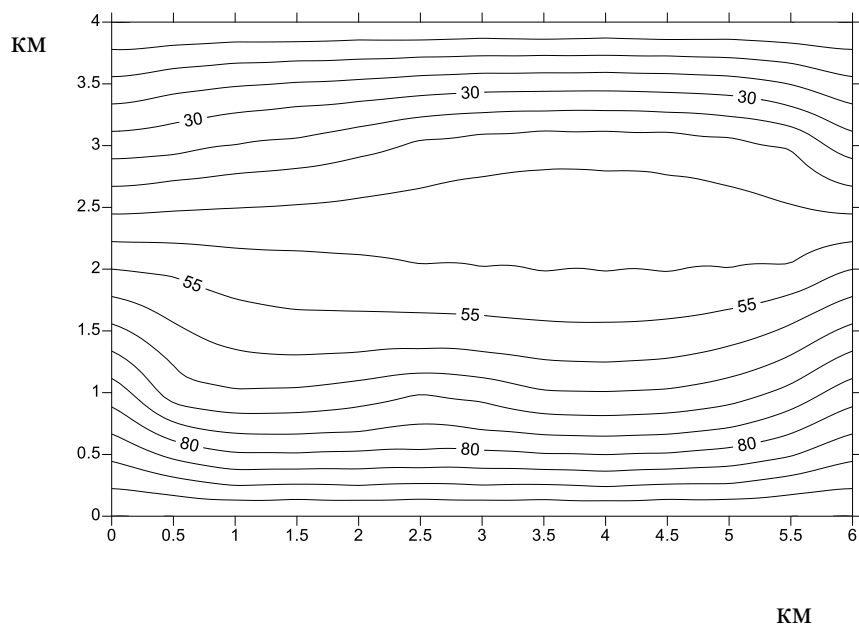
Таблиця 3.1 – Вихідні дані для моделювання фільтраційного процесу в ізотропних нафтоносних пластах

Назва, позначення	Значення	Одиниці виміру
Площа нафтоносного пласта $S$	$6 \times 4$	км <sup>2</sup>
Коефіцієнт пористості $m$	0,2	–
Коефіцієнт динамічної в'язкості нафти $\eta$	$10^{-3}$	Па·с
Коефіцієнт стиснення нафти $\beta_1$	$10^{-9}$	Па <sup>-1</sup>
Коефіцієнт стиснення скелету гірської породи $\beta_2$	$10^{-10}$	Па <sup>-1</sup>
Коефіцієнт п'єзопровідності пласта $\chi$	3,33	м <sup>2</sup> /с
Коефіцієнт п'єзоопору пласта $c$	$0,3 \cdot 10^{-12}$	с

Приймаємо нерівномірність розподілу початкового пластового тиску в пласті по осі  $y$ : для верхньої границі пласта  $P_{01} = 10$  атм, для нижньої границі  $P_{02} = 100$  атм. При цьому границі є проникними, коефіцієнт інфільтрації нафти через межі розглянутої ділянки  $\alpha = 1$  м. Спочатку розглянемо стаціонарний розподіл тиску (рис. 3.1) в пористому середовищі.



а



б

**Рис. 3.1.** Розподіл встановленого пластового тиску у випадках похилого залягання пористих порід з: а – однорідними властивостями колектора; б – неоднорідними властивостями колектора



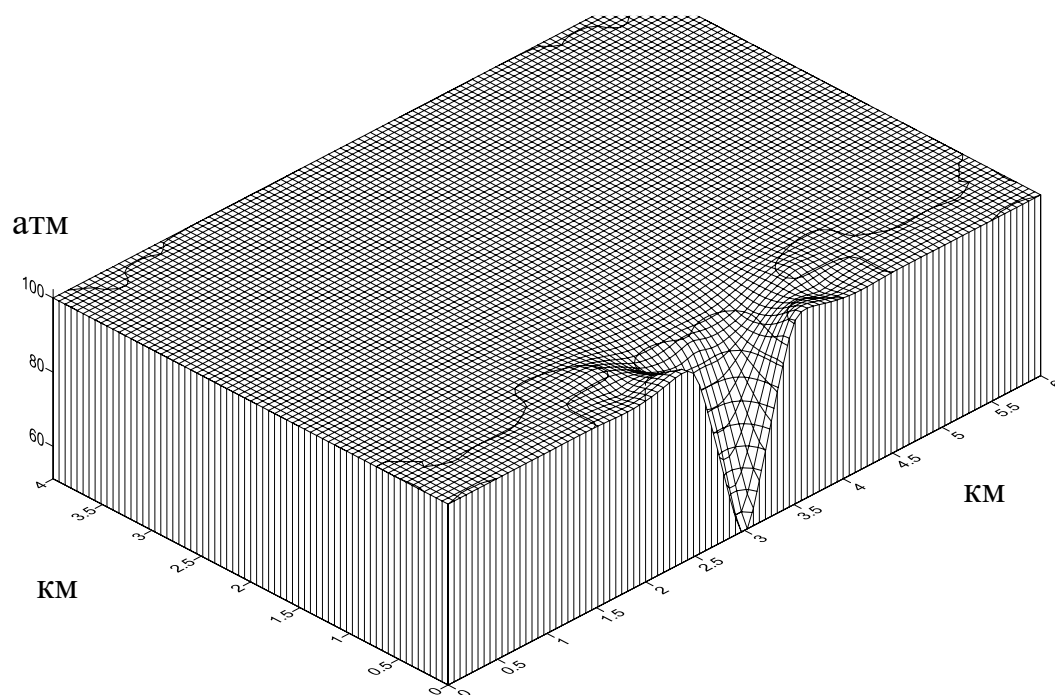
Як вже зазначалося, використання методу скінчених елементів дозволяє задавати змінні значення проникності (або пористості чи в'язкості) в будь-яких областях змодельованого пласта. Візуально це показано на рис. 3.1 б, де в межах окремих 8-ми скінчених елементів значення  $k$  змінено на менше в 10 разів значення (всього область розбита на 81 скінчений елемент). Аналіз отриманих результатів на рис. 3.1 показує, що розподіл пластових тисків істотно залежить від нерівномірності розподілу колекторних характеристик (в даному випадку, проникності).

Також зауважуємо, що геометрію пласта можна задати у будь-якому вигляді, без прив'язки до простих геометричних фігур. Можливість врахування наявності чи відсутності фільтраційних перетоків через границі досліджуваної області пласта дозволяє застосовувати метод Лубкова М.В. для дослідження термінів виснаження родовища [108]. Отже, використовуючи модель пористого середовища (див. рис. 3.1 а) та вихідні дані з табл. 3.1, розглянемо нестационарну задачу розподілу тиску в пласті з непроникними та проникними границями. Початковий тиск приймаємо  $P_0 = 100$  атм, тиск на вибої свердловини є постійним  $P_v = 50$  атм = *const*.

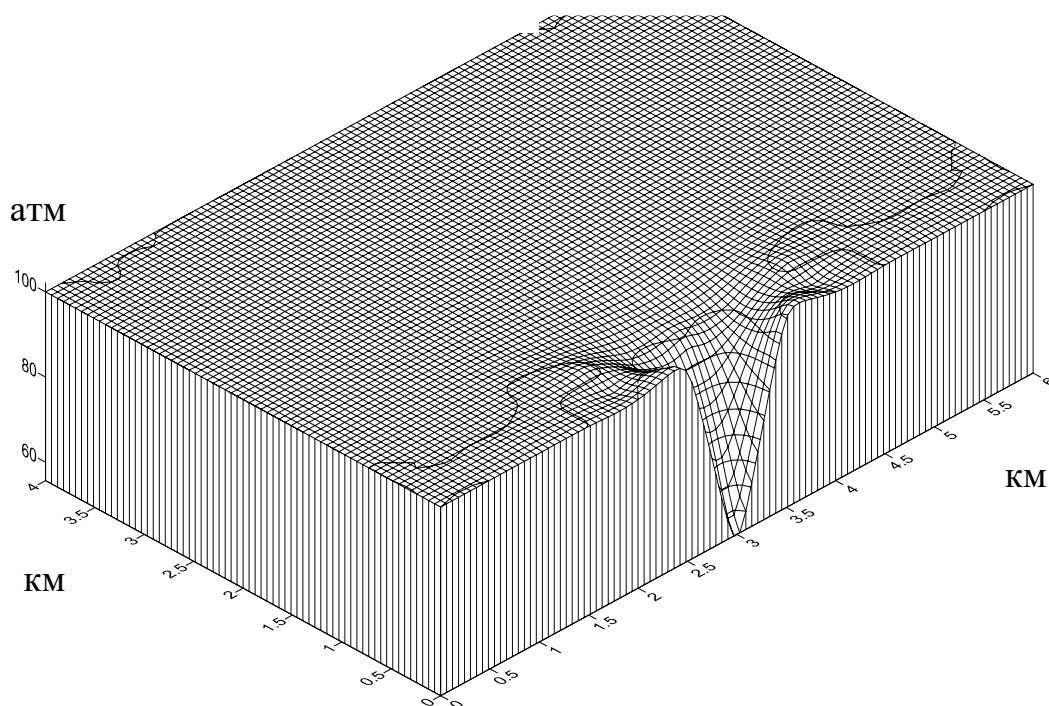
На рис. 3.2 можна бачити розподіл пластового тиску нафтогазового родовища з коефіцієнтом перетоку газорідинного середовища на границі досліджуваної області рівним 1 м на різних стадіях експлуатації.

На рис. 3.3 наведений розподіл пластового тиску нафтогазового родовища з коефіцієнтом перетоку газорідинного середовища на границі досліджуваної області рівним 0 м (непроникні границі пласта) на різних стадіях експлуатації.

Виходячи з отриманих результатів моделювання (рис. 3.2 та 3.3), будемо криві розподілу тиску в пласті з проникними (рис. 3.4) та непроникними границями (рис. 3.5).

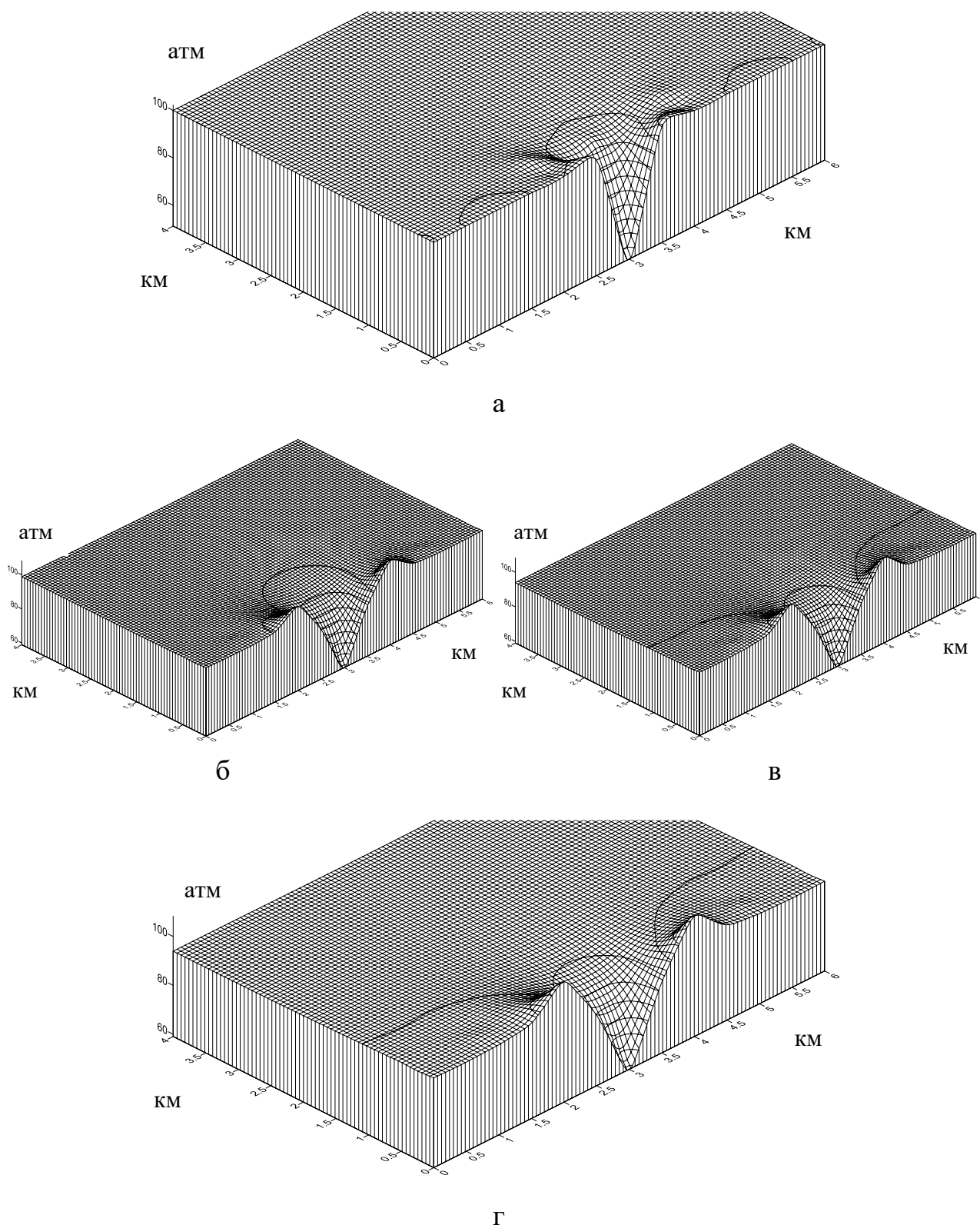


а

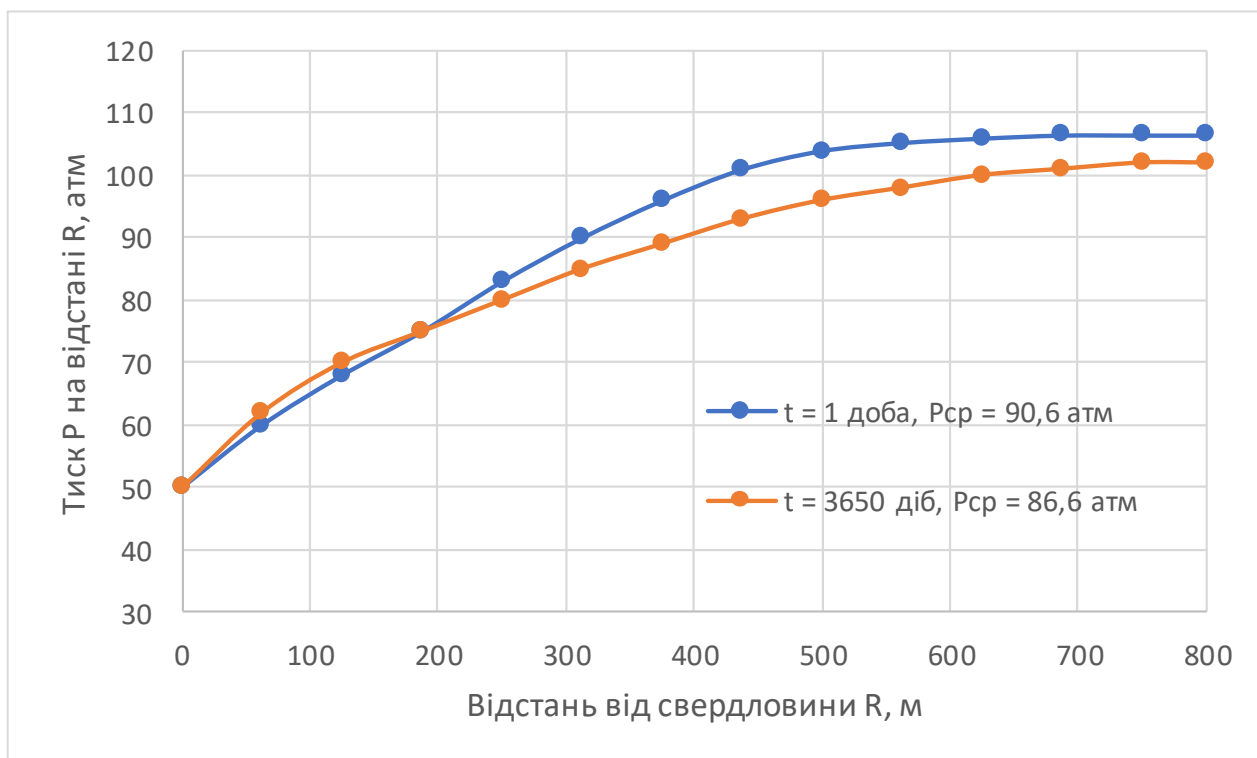


б

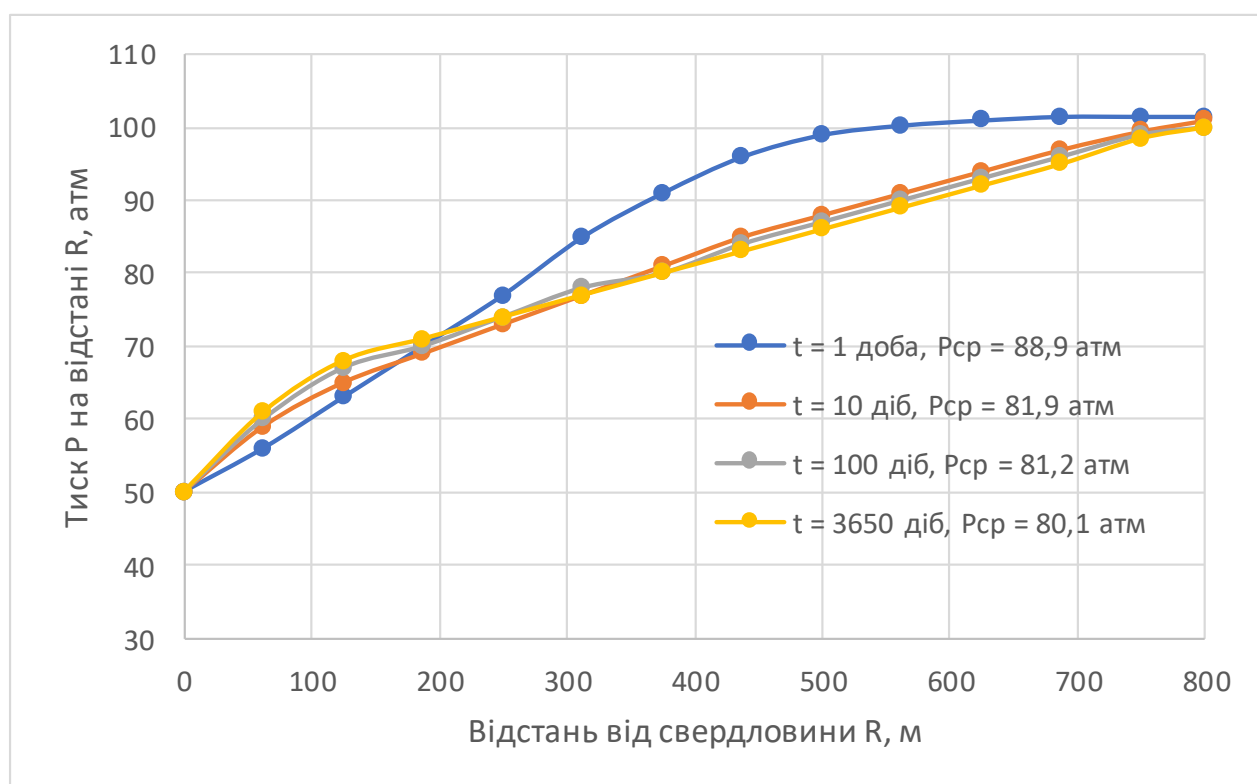
**Рис. 3.2.** Розподіл пластового тиску нафтогазового родовища з коефіцієнтом перетоку газорідинного середовища на границі досліджуваної області, що дорівнює 1 м після: а – одного дня від початку експлуатації; б – десяти років з початку експлуатації



**Рис. 3.3.** Розподіл пластового тиску нафтогазового родовища з коефіцієнтом перетоку газорідинного середовища на границі досліджуваної області, що дорівнює 0 м після: а – одного дня від початку експлуатації; б – десяти днів з початку експлуатації; в – ста дням від початку експлуатації; г – десяти років від початку експлуатації



**Рис. 3.4.** Криві розподілу тиску в пласті з проникними границями ( $\alpha = 1$  м),  $t$  – термін експлуатації свердловини, діб,  $P_{cp}$  – середній пластовий тиск, атм



**Рис. 3.5.** Криві розподілу тиску в пласті з непроникними границями ( $\alpha = 0$  м),  $t$  – термін експлуатації свердловини, діб,  $P_{cp}$  – середній пластовий тиск, атм

Аналіз результатів (рис. 3.4) показує, що в разі експлуатації нафтових покладів з проникними границями початковий високий тиск у свердловині може бути підтриманий протягом десяти років (середній пластовий тиск знизився всього на 4 атм за 10 років). Проте, необхідно брати до уваги, що у нафтогазових родовищах можуть бути водяні перетоки (обводнення пласта). Ми можемо бачити також (рис. 3.2), що радіус переходу між зонами тиску в свердловині і середнім пластовим тиском дорівнює приблизно 500 м.

Аналіз результатів на рис. 3.3 показує, що, в разі родовищ з непроникними кордонами, помітне зменшення тиску в свердловині відбувається протягом десяти днів (різниця між рис. 3.3 а та б) – на 7 атм. Понад сто днів - розподіл пластових тисків в межах свердловини (радіус приблизно дорівнює одному км) досягає постійного характеру, який мало змінюється протягом декількох років. Отже, зовнішнє підживлення пласта може забезпечити підтримку середнього пластового тиску на більш високому рівні (при терміні експлуатації  $t = 10$  років,  $\alpha = 1$  м середній пластовий тиск вищий на 8,1 % в порівнянні з випадком непроникних границь  $\alpha = 0$  м).

### **3.2 Моделювання фільтраційного процесу в ізотропних пластах навколо нафтовидобувної свердловини**

Припускаємо, що вміст газу незначний і пористе середовище насичене нестисливою рідиною (нафтою), таким чином, задача є однофазною. Дебіт свердловини підтримується на одному рівні, тобто  $Q = const$  [112]. Неоднорідність пористого середовища буде задаватися відмінністю коефіцієнта проникності і коефіцієнта динамічної в'язкості нафти у ближній ( $R_d < 5$  м) та дальній ( $R_d > 5$  м) зоні дії свердловини.

Щоб оцінити вплив неоднорідностей на розподіл пластового тиску, спочатку змодельуємо повністю ізотропний пласт (рис. 3.6) для наступних вихідних даних (табл. 3.2).

Таблиця 3.2 – Вихідні дані для моделювання фільтраційного процесу в ізотропних пластах навколо нафтовидобувної свердловини

Назва, позначення	Значення	Одиниці виміру
Площа нафтоносного пласта $S$	$90 \cdot 90$	$\text{м}^2$
Коефіцієнт проникності $k$	$10^{-12}$	$\text{м}^2$
Коефіцієнт пористості $m$	$0,2$	–
Коефіцієнт динамічної в'язкості нафти $\eta$	$10^{-3}$	$\text{Па} \cdot \text{с}$
Коефіцієнт стиснення нафти $\beta_1$	$10^{-9}$	$\text{Па}^{-1}$
Коефіцієнт стиснення скелету гірської породи $\beta_2$	$10^{-10}$	$\text{Па}^{-1}$
Коефіцієнт п'єзопровідності пласта $\chi$	$3,33$	$\text{м}^2/\text{с}$
Початковий пластовий тиск $P_0$	$20 \cdot 10^6$	$\text{Па}$
Середній дебіт видобувної свердловини $Q$	$173$	$\text{м}^3/\text{добу}$
Коефіцієнт інфільтрації нафти через межі розглянутої ділянки $\alpha$	$0,001$	$\text{м}$
Час від пуску свердловини $t$	$86400$	$\text{с}$

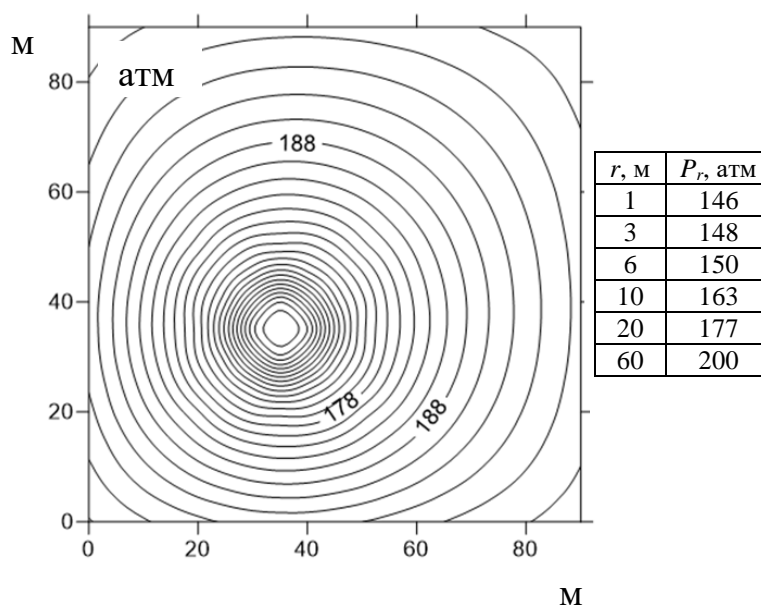
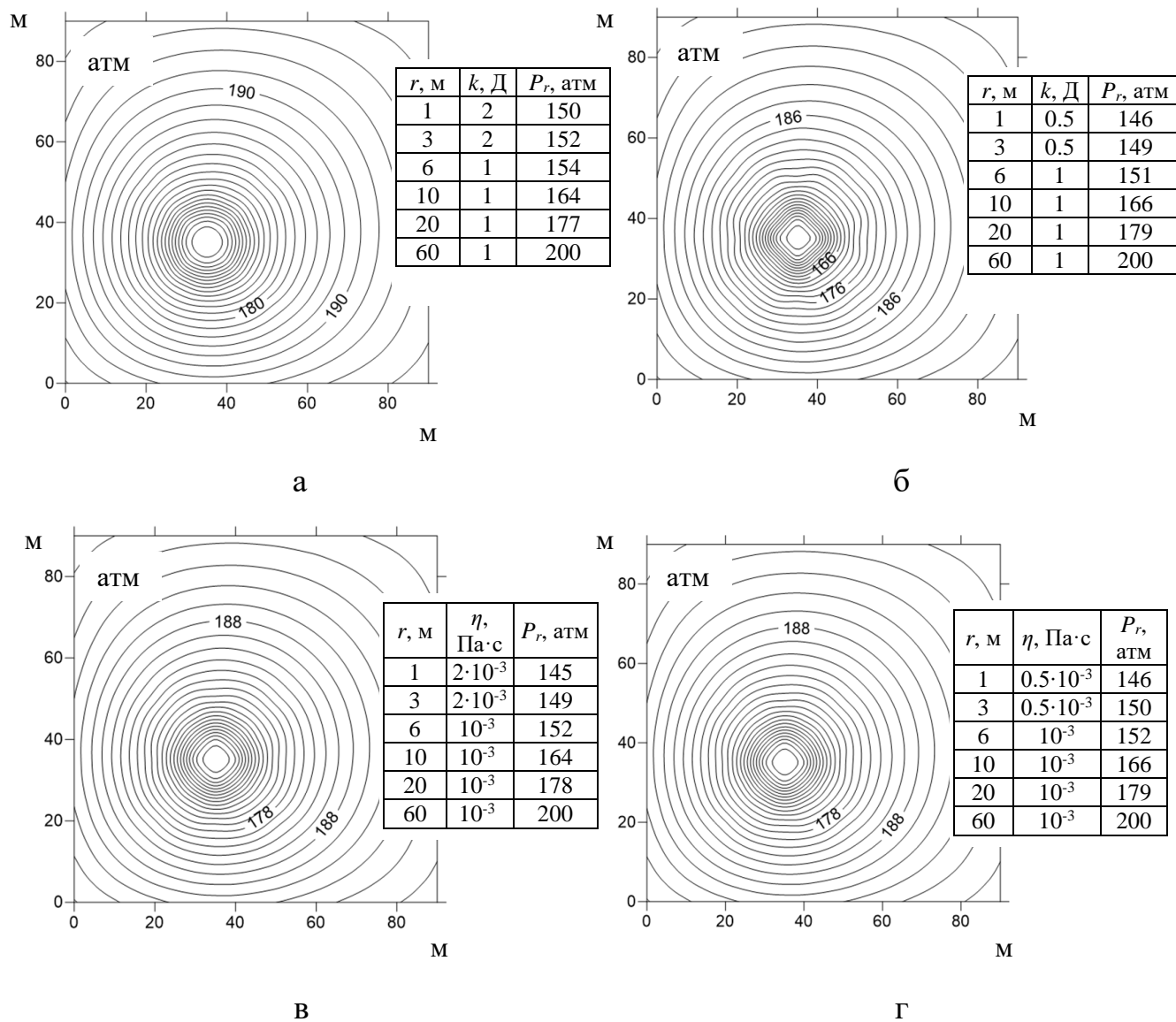


Рис. 3.6. Розподілення тиску навколо видобувної свердловини ( $r$  – відстань від вибою свердловини,  $\text{м}$ ,  $P_r$  – тиск на відстані  $r$ ,  $\text{атм}$ )

Використовуючи вихідні дані (табл. 3.2) та змінюючи коефіцієнти проникності та динамічної в'язкості у ближній зоні дії свердловини ( $R_d < 5$  м), отримуємо наступні результати (рис. 3.7).

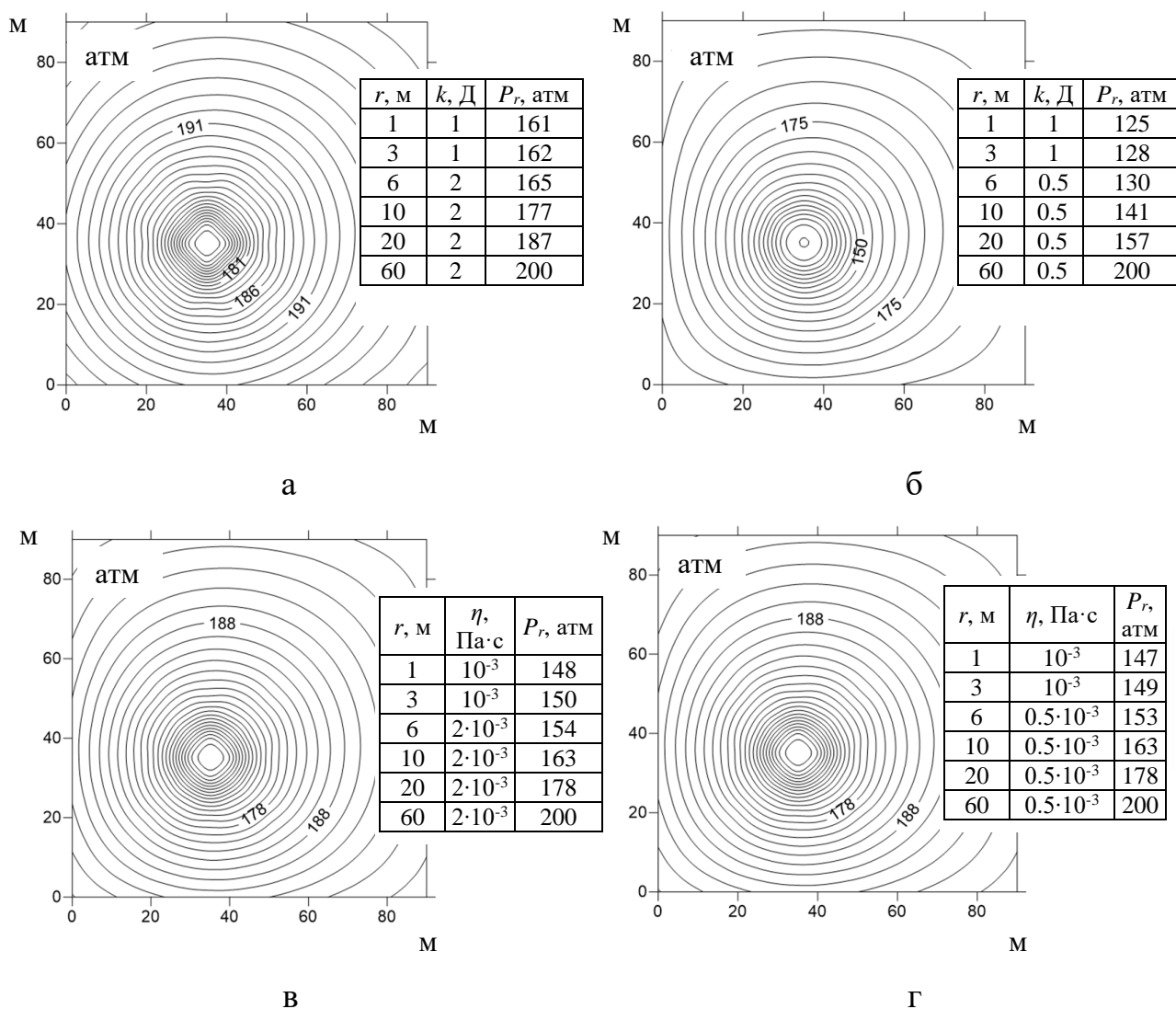


**Рис. 3.7.** Розподілення тиску навколо видобувної свердловини при різних коефіцієнтах проникності та в'язкості нафти у близькій зоні дії свердловини ( $R_d < 5$  м)

Аналіз рис. 3.7 показує, що достатньо високий коефіцієнт проникності нафтової фази  $k = 2$  Д у ближній зоні діючої свердловини сприяє інтенсивному процесу фільтрації, що забезпечує збільшення тиску у привибійній зоні пласта до 150 атм (рис. 3.7 а), що на 4 атм більше, ніж у випадку абсолютно ізотропного

пласта при  $k = 1$  Д (рис. 3.6). Незначне погіршення проникності ( $k = 0,1$  Д), а також зміна коефіцієнта в'язкості як у більшу, так і меншу сторону у ближній зоні  $R_d < 5$  м впливають на процес фільтрації несуттєво, хоча в цілому дещо змінюється розподіл поля пластового тиску (рис. 3.7 б, г).

Розглянемо вплив зміни коефіцієнтів проникності та динамічної в'язкості у дальній зоні дії свердловини ( $R_d > 5$  м) на розподіл пластового тиску в радіусі дії видобувної свердловини (рис. 3.8).



**Рис. 3.8.** Розподілення тиску навколо видобувної свердловини при різних коефіцієнтах проникності та в'язкості нафтової фази у віддаленій зоні дії свердловини ( $R_d > 5$  м)



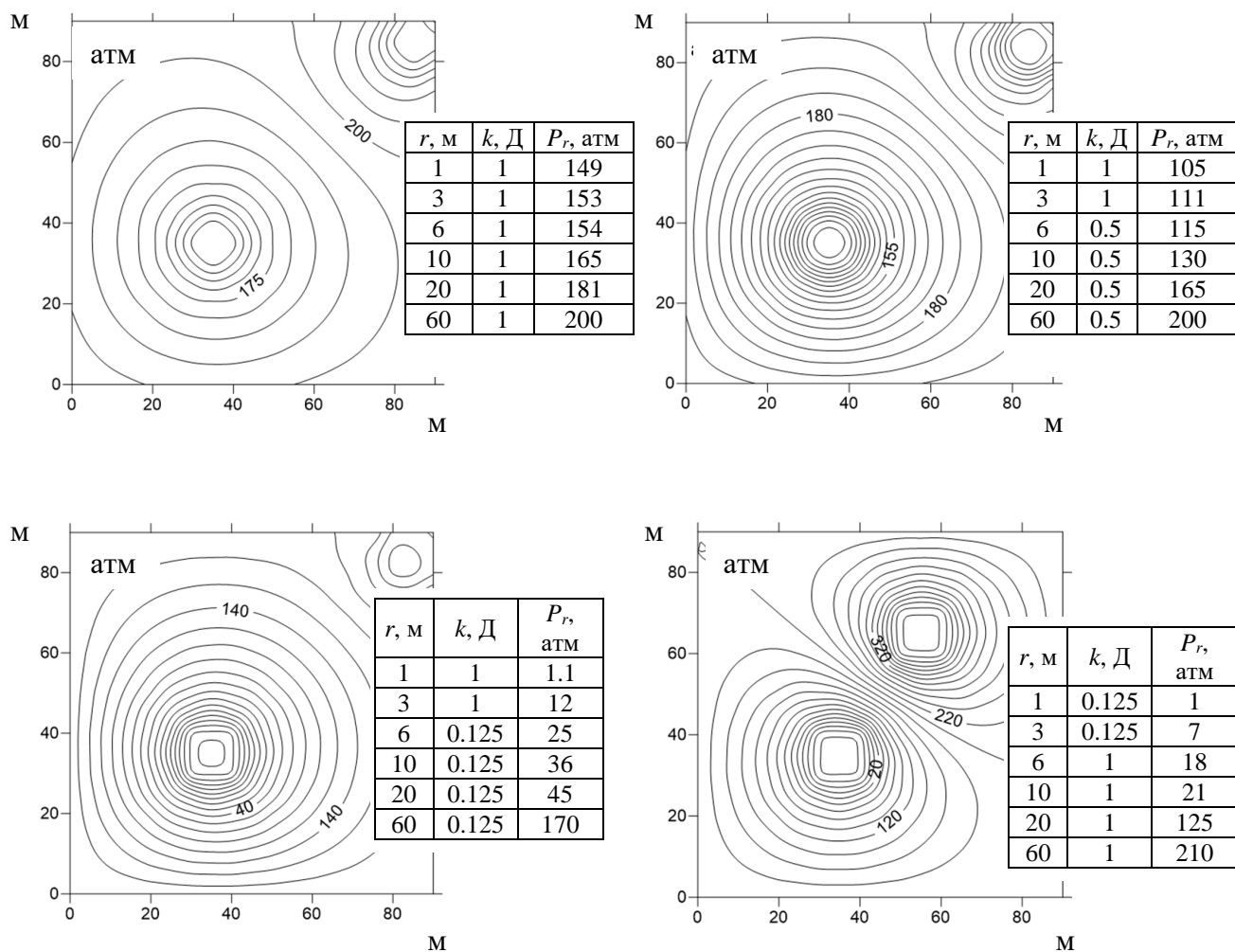
Аналіз рис. 3.8 а, б підтверджує вплив коефіцієнта проникності нафтової фази у віддаленій зоні дії свердловини на інтенсивність фільтраційного процесу: при підвищенні коефіцієнта проникності на 1 Д привибійний тиск зростає до 161 атм (що на 15 атм вище привибійного тиску контрольної моделі на рис. 3.6) і сприяє інтенсивному процесу фільтрації. При зниженні коефіцієнта проникності на 0,5 Д привибійний тиск знижується до 125 атм (що на 21 атм менше привибійного тиску контрольної моделі на рис. 3.6). Причому вплив зміни проникності на розподіл пластового тиску у віддаленій зоні свердловини  $R_d > 5$  м більший у порівнянні з впливом у близькій зоні дії свердловини  $R_d < 5$  м.

Розгляд рис. 3.8 в, г показує, що зміна в'язкості нафти у віддаленій зоні дії свердловини мало впливає на процес фільтрації нафти в околиці видобувної свердловини. Це підтверджується незначними змінами привибійного тиску (зростання на 2 атм (рис. 3.8 в) при підвищенні в'язкості нафти до  $2 \cdot 10^{-3}$  Па·с та зростання на 1 атм (рис. 3.8 г) при зниженні в'язкості до  $0,5 \cdot 10^{-3}$  Па·с).

Розглянемо вплив нагнітальної свердловини на інтенсивність процесу фільтрації при різних значеннях проникності в зонах  $R_d > 5$  м та  $R_d < 5$  м (рис. 3.9).

Аналіз рис. 3.9 а–г показує, що для стабільного підтримання достатньо високого рівня тиску в околиці нафтовидобувної свердловини при низьких параметрах проникності нафтової фази ( $k = 0,5$  Д,  $k = 1$  Д) необхідно використовувати нагнітальні свердловини. Надлишок тиску, створений нагнітальною рідиною, призводить до виникнення високої депресії на пласт:  $\Delta P = 51$  атм у випадку ізотропного пласта (рис. 3.9 а), а також для зонально-неоднорідних пластів  $\Delta P = 95$  атм (рис. 3.9 б),  $\Delta P = 198,9$  атм (рис. 3.9 в),  $\Delta P = 199$  атм (рис. 3.9 г). Таким чином, найінтенсивніший процес фільтрації відображає рис. 3.9 г, але разом з тим, необхідно враховувати факт обводнення нафтових родовищ.

Очевидно, найкращі умови видобутку нафти у відповідному практичному випадку досягаються внаслідок урахування всіх впливових факторів фільтрації, які можуть бути оцінені за допомогою скінчено-елементно-різницевого методу.



**Рис. 3.9.** Розподілення тиску навколо видобувної свердловини під впливом нагнітальної свердловини тієї ж потужності у різних практичних випадках: а – при вихідних параметрах фільтрації (табл. 3.2); б – при  $k = 0,5$  Д у віддаленій зоні дії свердловини  $R_d > 5$  м; в – при  $k = 0,125$  Д ( $R_d > 5$  м); г – при  $k = 0,125$  Д у ближній зоні дії свердловини ( $R_d < 5$  м)

Отже, результати моделювання показують, що інтенсивність процесу фільтрації в околиці нафтовидобувної свердловини головним чином залежить від проникності нафтової фази, як у близькій ( $R_d < 5$  м), так і віддаленій ( $R_d > 5$  м) зонах дії свердловини. Причому вплив проникності нафтової фази у віддаленій зоні (рис. 3.8 а, б) більший у порівнянні з впливом у близькій зоні дії свердловини (рис. 3.7 а). В'язкість нафти у близькій та віддаленій зонах дії свердловини явним чином мало впливають на процес фільтрації нафтової фази в околиці видобувної

свердловини (рис. 3.7 в, г, рис. 3.8 в, г). Аналіз динаміки впливу нагнітальної рідини на інтенсивність фільтраційного процесу навколо видобувної свердловини в залежності від проникності нафтової фази і розташування нагнітальної свердловини показує, що для стабільного підтримання достатньо високого рівня тиску в околиці нафтовидобувної свердловини при низьких параметрах проникності нафтової фази необхідно використовувати нагнітальні свердловини.

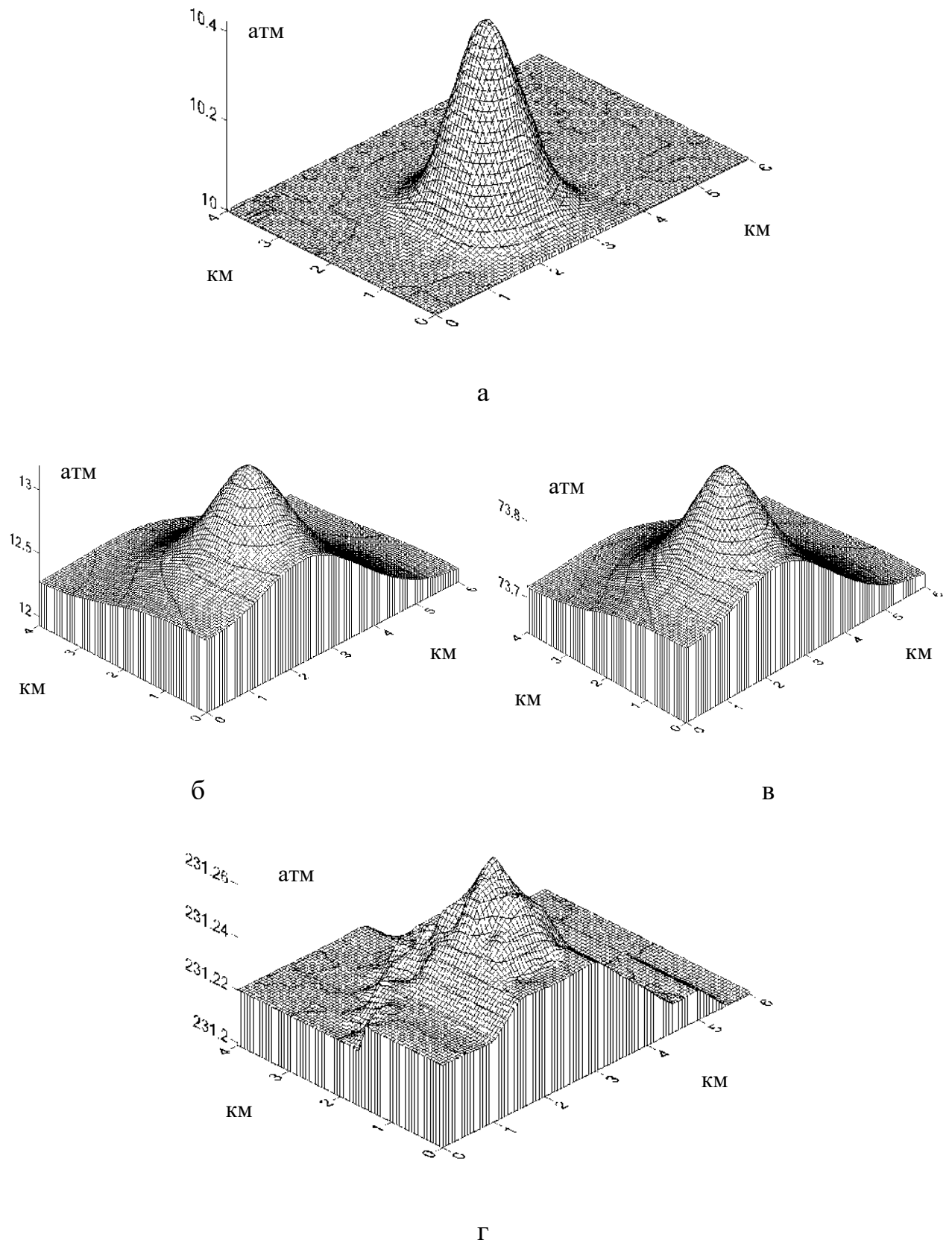
### 3.3 Моделювання процесу заповнення газової шапки геосолітонового родовища

За допомогою математичного моделювання процесу заповнення газової шапки розглянемо вплив кількості та потужності геосолітонових джерел на швидкість зростання тиску в пласті, використовуючи вихідні дані з табл. 3.3.

Таблиця 3.3 – Вихідні дані для моделювання процесу заповнення газової шапки геосолітонового родовища

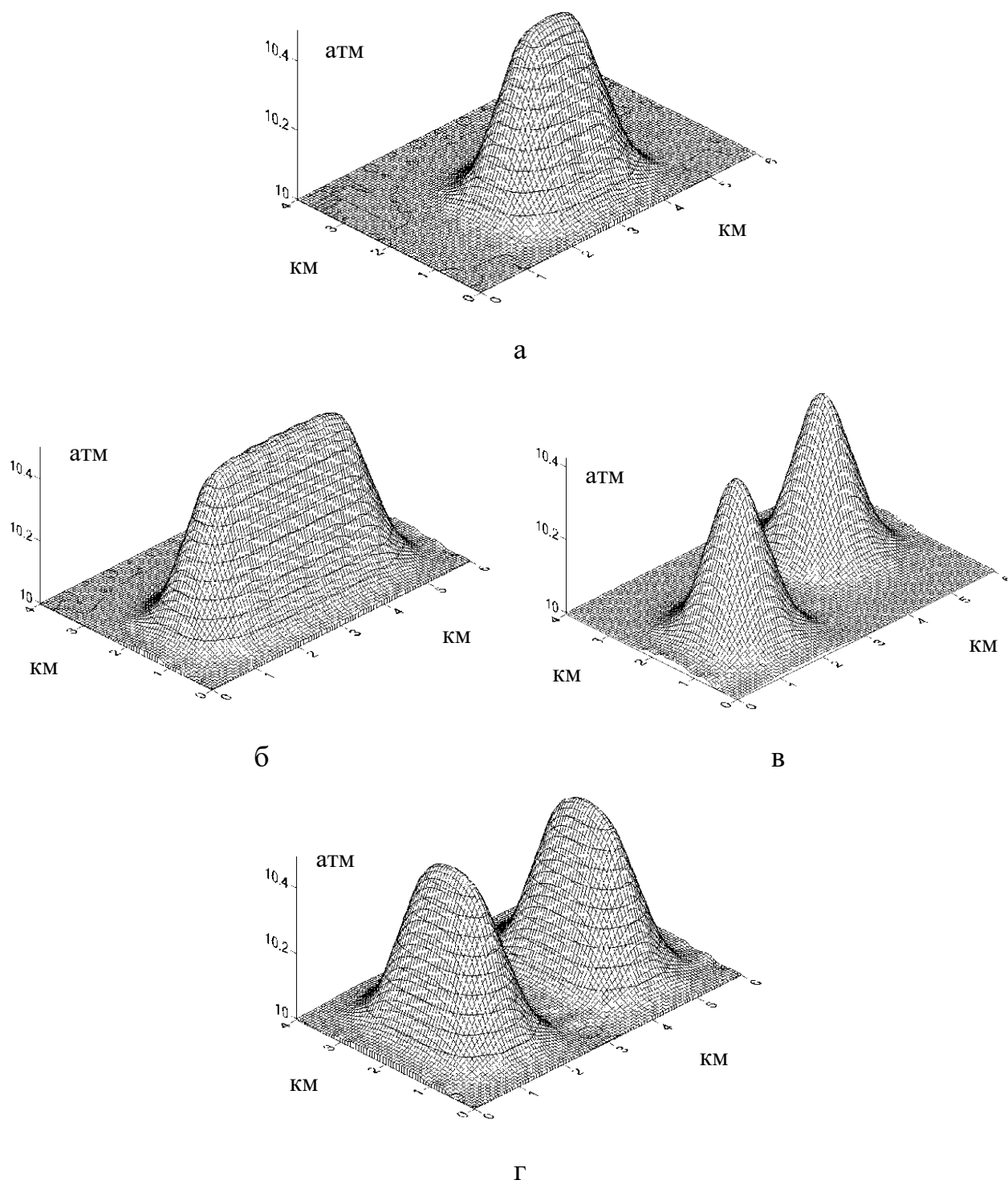
Назва, позначення	Значення	Одиниці виміру
Площа нафтоносного пласта $S$	$6 \times 4$	км <sup>2</sup>
Коефіцієнт пористості $m$	0,2	–
Коефіцієнт динамічної в'язкості газу $\eta$	$0,18 \cdot 10^{-4}$	Па·с
Коефіцієнт перетоку газу в межах пласта $\alpha$	0	м
Коефіцієнт п'єзопровідності Лейбензона $\chi$	$0,45 \cdot 10^{-3}$	м <sup>2</sup> /с
Коефіцієнт п'єзоопору Лейбензона $c$	$0,27 \cdot 10^{-12}$	с

По-перше, розглянемо випадок заповнення газової шапки в геосолітоні одним походженням з розміром 1 км<sup>2</sup> і потужністю 1,7 атм/м<sup>2</sup> · день. На рис. 3.10 можна побачити процес заповнення газової шапки геосолітону.



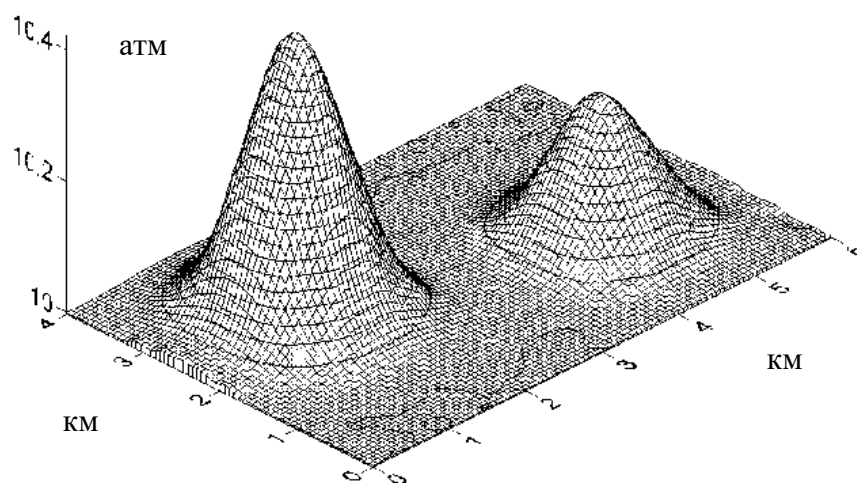
**Рис. 3.10.** Розподіл тиску в газовій шапці геосолітону з одним джерелом, більше:  
 а – одного місяця; б – одного року; в – 1000 років; г – 10000 років

Далі розглянуто процес заповнення газової шапки геосолітону з різними кількостями однакового джерела потужності з розмірами  $1 \text{ км}^2$  та потужністю  $1,7 \text{ атм/м}^2 \cdot \text{день}$ , протягом одного місяця (рис. 3.11).

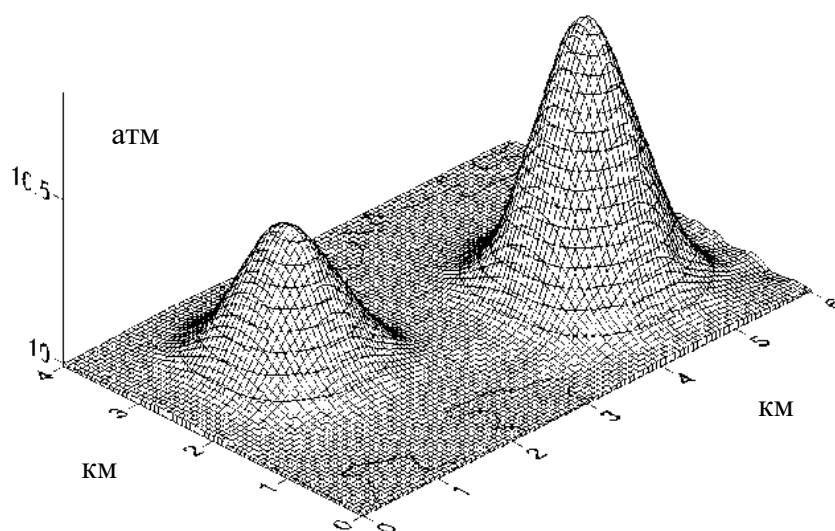


**Рис 3.11.** Розподіл тиску в газовій шапці геосолітону з різними кількостями однакового джерела потужності протягом одного місяця: а – два близьких походження; б – чотири близькі походження; в – два єдиного походження; г – два подвійного походження

Також розглянемо процес заповнення газової шапки геосолітону джерелом з розміром  $1 \text{ км}^2$  та потужністю  $1,7 \text{ атм/м}^2$  на добу та відмітною потужністю протягом одного місяця (рис. 3.12).



а



б

**Рис. 3.12.** Розподіл тиску в газовій шапці геосолітону з двома однорідними джерелами різної потужності протягом одного місяця: а – згадана та двічі менша потужність; б – згадана і двічі більша потужність

Відповідно до отриманого аналізу даних, процес заповнення газової шапки істотно залежить від параметрів фільтрації, що враховують пористий пласт, його

розмір та характеристики наповнювального джерела. Швидкість заповнення газової шапки в основному визначається джерелами потужності і меншою мірою залежить від їх розмірів та кількості. У випадку однакового джерела потужності швидкість заповнення газової шапки пропорційна потужності цих джерел. У випадку, коли виникають різні джерела потужності, процес заповнення газової шапки проходить нерегулярно.

На початкових етапах процесу заповнення місця надлишкового тиску пласта тісно співвідносяться з встановленим джерелом. Оскільки газові шапки геосолітонів формуються в основному за рахунок їх центральних вертикальних каналів, то в центральній частині родовища формуються місця підвищеного тиску. На наступних етапах заповнення тиск поступово вирівнюється у всіх місцях пласта, а потім регулярно збільшується. Як показують розрахунки, регулярне заповнення всієї газопровідної області відбувається приблизно через сто років з моменту початку процесу.

### 3.4 Висновки за розділом 3

1. Результати розв'язання нестационарної ізотропної задачі п'єзопровідності дозволили дослідити вплив наявності проникних границь пласта на розподіл пластового тиску та його зміну в часі. Зовнішнє підживлення пласта ( $\alpha = 1$  м) може забезпечити підтримку середнього пластового тиску вищим на 8,1 % (при терміні експлуатації  $t = 10$  років в порівнянні з випадком непроникних границь  $\alpha = 0$  м). Але слід мати на увазі, що при високих коефіцієнтах інфільтрації пластовий тиск може підтримуватися внаслідок обводнення.

В разі родовищ з непроникними кордонами, помітне зменшення тиску в свердловині (на 7 атм) відбувається протягом перших десяти днів експлуатації пласта, потім тиск стабілізується та протягом 10 років змінюється слабо.

2. Досліджено взаємозв'язок між розподілом пластового тиску в околиці діючої свердловини та неоднорідним розподілом фільтраційних характеристик (проникності та в'язкості нафти) в близькій та віддаленій зонах дії свердловини.

Зокрема, встановлено, що вплив зміни проникності на розподіл пластового тиску у віддаленій зоні свердловини  $R_d > 5$  м більший у порівнянні з впливом у близькій зоні дії свердловини  $R_d < 5$  м та сприяє

– зростанню привибійного тиску на 9,32 % при збільшенні проникності в 2 рази (для близької зони зростання тиску становить 2,74 %);

– зниженню привибійного тиску на 16,81 % при зниженні проникності в 2 рази (для близької зони зниження тиску – 0,05 %).

Встановлено, що зміна в'язкості нафти як у близькій, так і віддаленій зоні дії свердловини мало впливає на процес фільтрації нафти в радіусі дії видобувної свердловини (тиск змінюється не більше, ніж на 1,36 атм).

3. Приведені результати розв'язання нестационарної ізотропної задачі п'єзопровідності Лейбензона, на основі чого досліджено процес заповнення газової шапки геосолітонового родовища. Встановлено, що швидкість заповнення газової шапки в основному визначається джерелами потужності і меншою мірою залежить від їх розмірів та кількості.



## РОЗДІЛ 4

### МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ФІЛЬТРАЦІЇ У НЕОДНОРІДНИХ АНІЗОТРОПНИХ ВУГЛЕВОДНЕВОВМІСНИХ ПЛАСТАХ НАВКОЛО ВИДОБУВНОЇ СВЕРДЛОВИНИ

Розглянемо задачі фільтрації вуглеводневої фази, які умовно можна розділити на дві групи:

1) в анізотропних нафтоносних пластах з використанням комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу розв'язання нестационарної задачі п'єзопровідності.

2) в анізотропних газоносних пластах з використанням комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу розв'язання нестационарної задачі п'єзопровідності Лейбензона [11, 107].

Анізотропія пористого середовища задається відмінною проникністю в напрямках  $xx$  (горизонтальному),  $yy$  (вертикальному) та  $xu$  (діагональному). Сітка для розрахунку моделей включає 81 восьмивузловий ізопараметричний чотирикутний скінчений елемент.

#### 4.1 Моделювання процесів фільтрації нафти навколо видобувної свердловини

Моделювання здійснюється з метою:

– дослідження впливу анізотропного розподілу проникності пористого середовища на розподіл пластових тисків між видобувною та нагнітальною свердловинами, підбір розташування системи «видобувна – нагнітальна свердловини» для забезпечення кращого фільтраційного взаємообміну між ними (п. 4.1.1);

– дослідження впливу зонально-неоднорідного анізотропного розподілу проникності на поле тиску в пласті, підбір розташування системи «видобувна – видобувна свердловини» для забезпечення більш повільного падіння пластового тиску та кращих умов фільтрації (п. 4.1.2);

– дослідження закономірностей між інтенсивністю фільтраційного процесу та розташуванням горизонтальної свердловини в анізотропному нафтоносному пласті (п. 4.1.3).

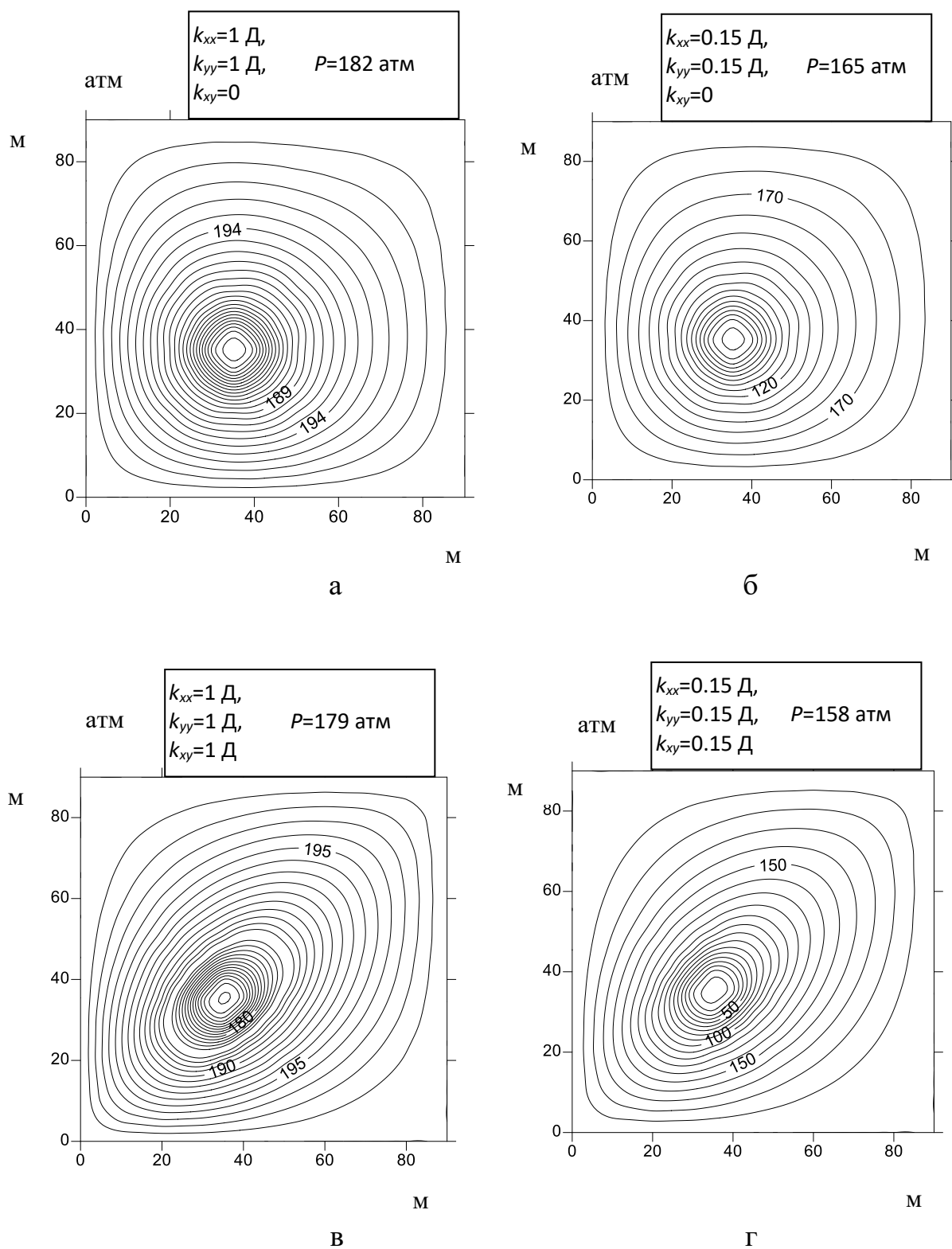
#### 4.1.1 Моделювання процесів витіснення в анізотропних нафтоносних пластах

Вихідні дані для отриманих результатів дослідження впливу анізотропного розподілу проникності пористого середовища на розподіл пластових тисків між видобувною та нагнітальною свердловинами наведені в табл. 4. 1.

Таблиця 4.1 – Вихідні дані для моделювання процесів витіснення в анізотропних нафтоносних пластах

Назва, позначення	Значення	Одиниці виміру
Площа нафтоносного пласта $S$	$90 \times 90$	$\text{м}^2$
Коефіцієнт пористості $m$	$0,2$	–
Коефіцієнт динамічної в'язкості нафти $\eta$	$10^{-3}$	$\text{Па} \cdot \text{с}$
Коефіцієнт стиснення нафти $\beta_1$	$10^{-9}$	$\text{Па}^{-1}$
Коефіцієнт стиснення скелету гірської породи $\beta_2$	$10^{-10}$	$\text{Па}^{-1}$
Коефіцієнт п'єзоопору пласта $c$	$0,3 \cdot 10^{-12}$	$\text{с}$
Початковий пластовий тиск $P_0$	$20 \cdot 10^6$	$\text{Па}$
Середній дебіт видобувної свердловини $Q$	$100$	$\text{м}^3/\text{добу}$
Коефіцієнт інфільтрації нафти через межі розглянутої ділянки $\alpha$	$0,001$	$\text{м}$
Час від пуску свердловини $t$	$86400$	$\text{с}$

Результати дослідження на рис. 4.1 показують зміну розподілу пластового тиску поблизу видобувної свердловини в залежності від величини проникності та типу ізотропії нафтоносного пласта ( $P$  – величина середнього пластового тиску, атм).



**Рис. 4.1.** Розподілення встановленого тиску (де  $P$  – його середнє значення) в радіусі дії видобувної свердловини при різних параметрах проникності: а, б – ізотропні пласти; в, г – наявність у пласті зрушувальної ізотропії

Найбільш інтенсивний процес фільтрації убік видобувної свердловини відбувається саме в абсолютно ізотропному випадку, тоді нафта рівномірно з усіх боків (радіально) надходить до свердловини. Це можна виявити на рис. 4.1 а, б, де середні пластові тиски становлять  $P=18,2$  МПа при проникності 1 Д та  $P=16,5$  МПа при проникності 0,15 Д.

У випадку зрушувальної ізотропії проникності пласта (рис. 4.1 в, г), нафта найшвидше підходить у зрушувальному (діагональному) напрямку, при цьому осьові напрямки частково блокуються, а у зрушувальному напрямку пласта відбувається швидке його виснаження. Про це свідчить відповідне зниження середнього пластового тиску (на 2 % при проникності 1 Д (рис. 4.1 в) та на 4,25 % при проникності 0,15 Д (рис. 4.1 г)).

Далі було розглянуто зміну розподілу тиску в ізотропному та ізотропно-зрушувальному пластах при розташуванні нагнітальної свердловини на різній відстані  $R$  від видобувної (рис. 4.2).

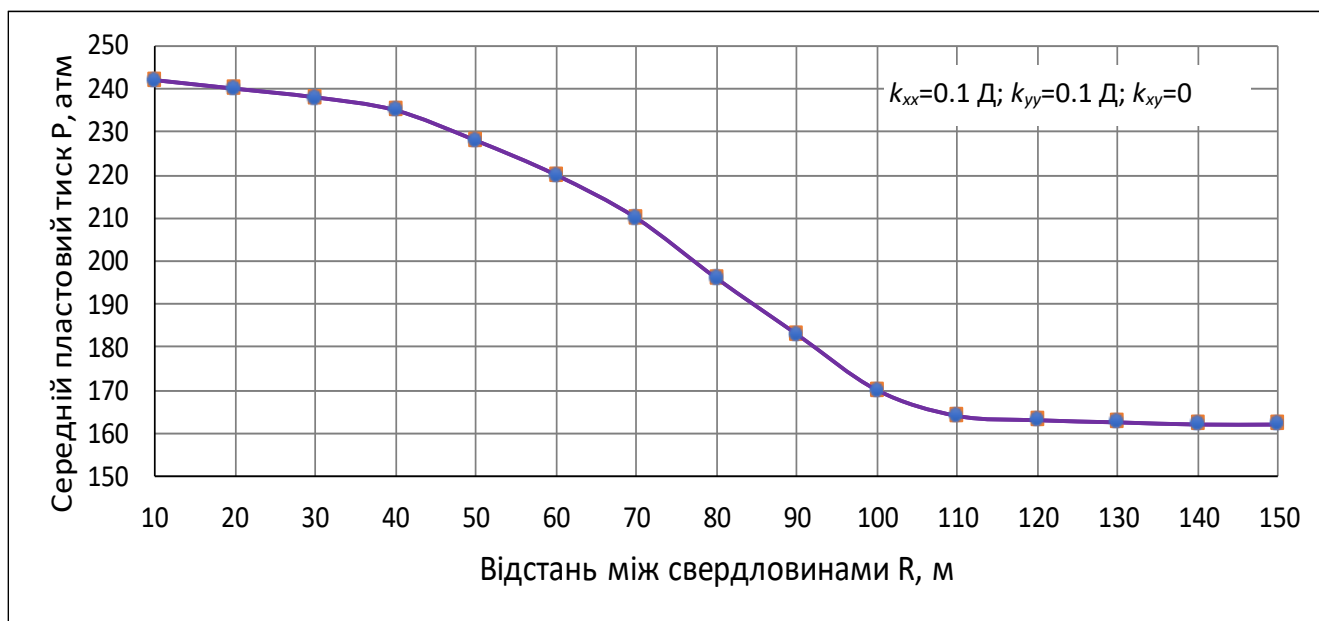
Графіки залежності значення середнього пластового тиску від відстані між видобувною та нагнітальною свердловинами (рис. 4.2) побудовані за результатами 40 побудованих моделей (по 20 для кожного пласта) полів розподілу тиску для різних значень  $R$  (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 120, 130, 140, 150, 200, 500, 800, 1000 та 1010 м). При моделюванні видобувна та нагнітальна свердловини розташовувалися по діагоналі координатної сітки (в напрямку  $xu$ ).

Результати моделювання полів пластових тисків при різних відстанях між видобувною та нагнітальною свердловинами  $R$  (рис. 4.2) показали наступне:

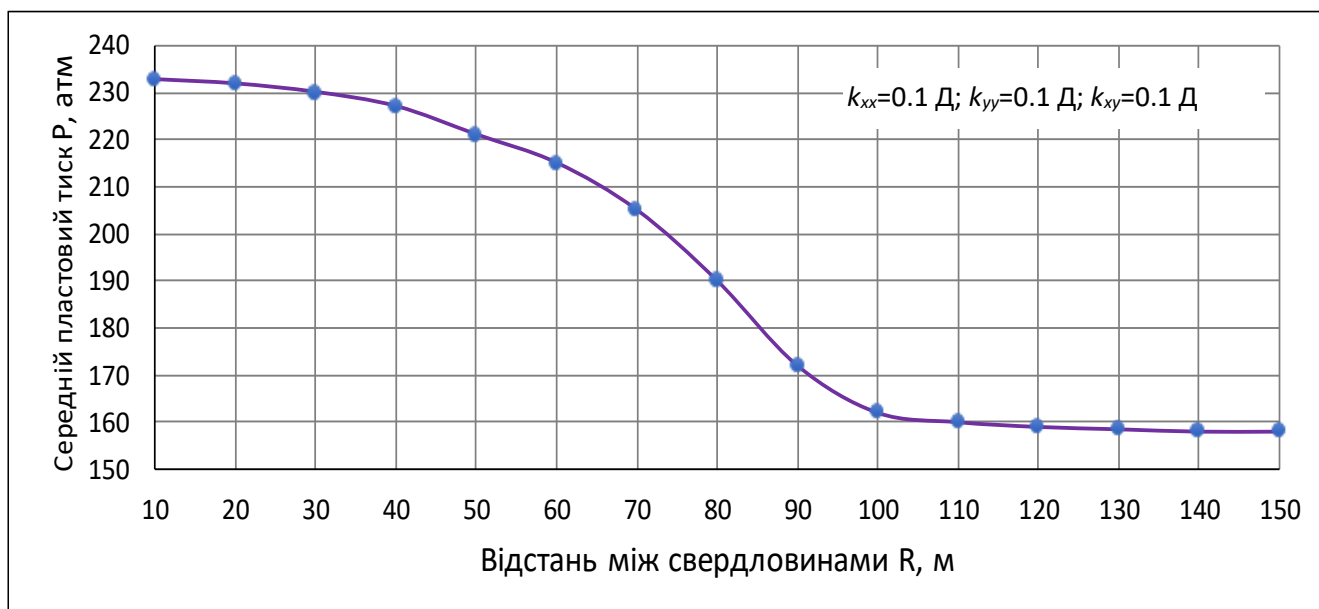
а) для ефективного використання слабопроникних (проникність становить 0,1 Д) ізотропних (рис. 4.2 а) пластів слід розташовувати нагнітальну свердловину не далі, як за 110 м від видобувної;

б) у слабопроникних ізотропно-зрушувальних (рис. 4.2 б) пластах відстань між видобувною та нагнітальною має дорівнювати не більше 100 м.

Також було виявлено, що встановлення нагнітальної свердловини на відстані більшій 1 км нівелює її ефективність [109].



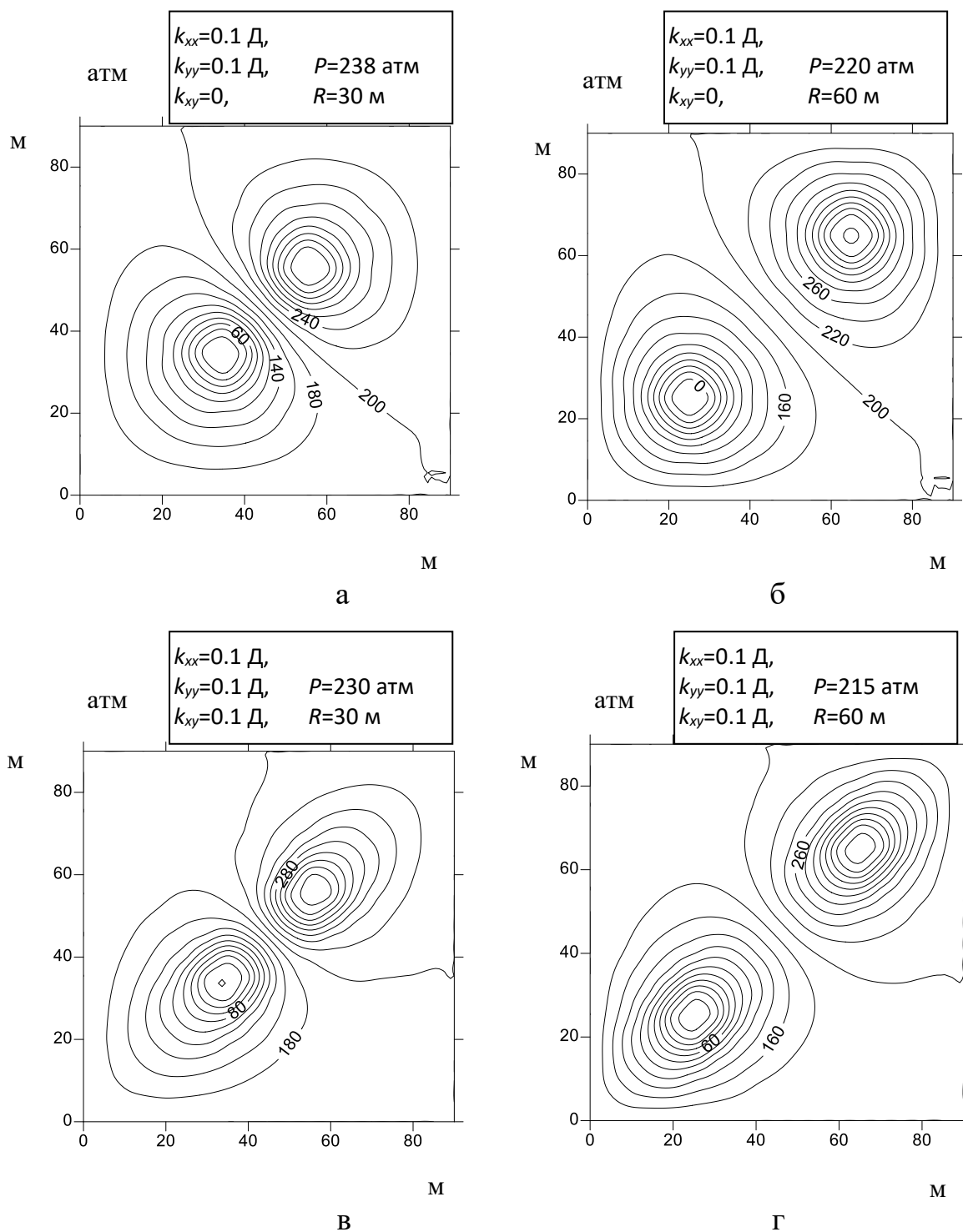
а



б

**Рис. 4.2.** Зниження середнього пластового тиску при збільшенні відстані між видобувною та нагнітальною свердловинами: а – у випадку абсолютно ізотропного пласта; б – у випадку ізотропно-зрушувального пласта

На рис. 4.3 можна виявити розподіл пластових тисків між видобувною та нагнітальною свердловинами в абсолютно ізотропному та ізотропно-зрушувальному пластах на різних відстанях  $R$  між ними.



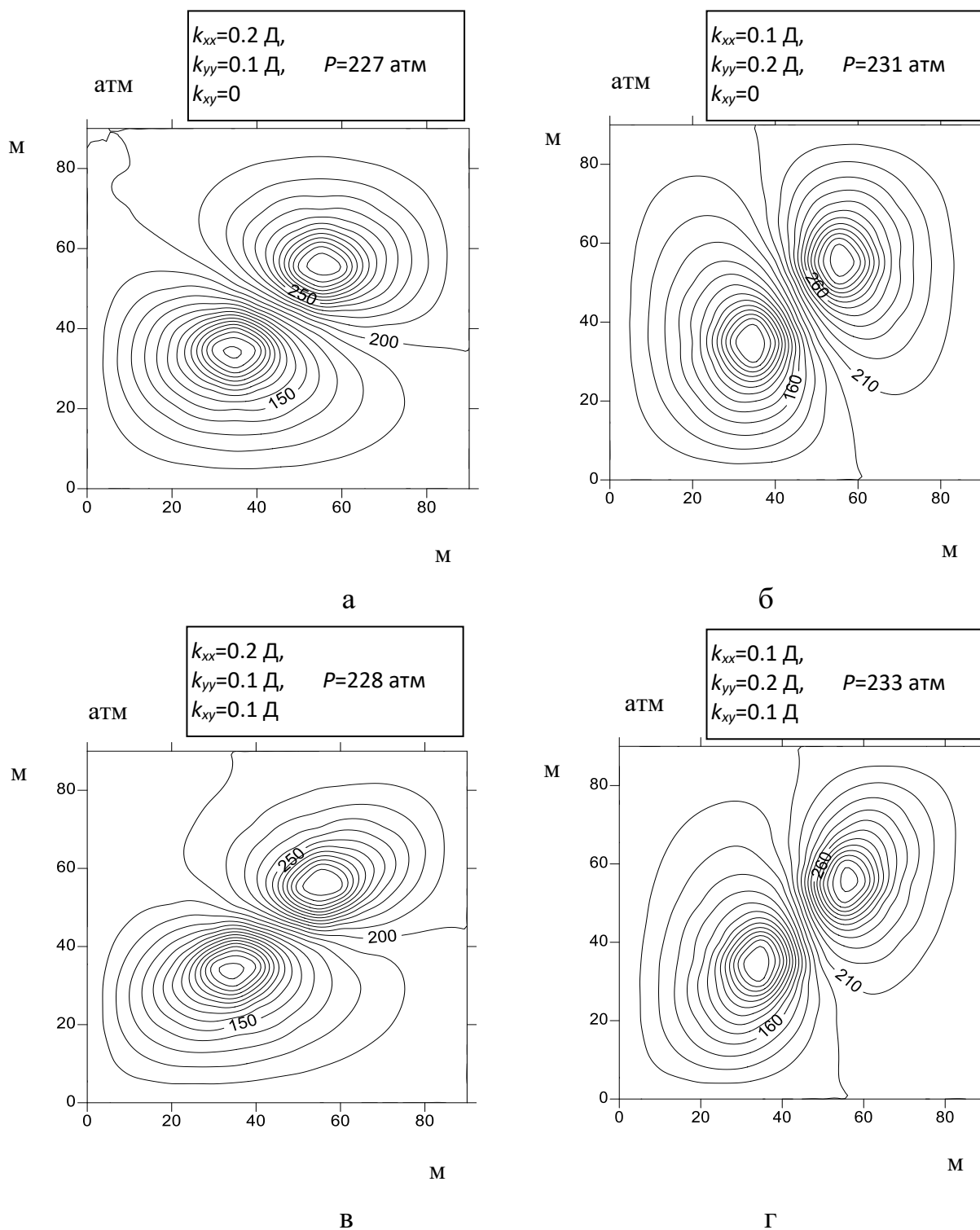
**Рис. 4.3.** Розподілення встановленого тиску в абсолютно ізотропному та ізотропно-зрушувальному нафтоносних пластах при різних відстанях  $R$  між видобувною та нагнітальною свердловинами: а – при  $R = 30$  м в абсолютно ізотропному пласті; б – при  $R=60$  м в абсолютно ізотропному пласті; в – при  $R = 30$  м в ізотропно-зрушувальному пласті; г – при  $R = 60$  м в ізотропно-зрушувальному пласті

Найбільш інтенсивний процес фільтрації при погіршеній проникності 0,1 Д відбувається саме в абсолютно ізотропному випадку (рис. 4.3 а, б), про що свідчать високі середні пластові тиски  $P$  (для всіх змодельованих значень  $R$  – рис. 4.2 а). Але при розташуванні видобувної та нагнітальної свердловин у ізотропно-зрушувальному пласті саме в зрушувальному (діагональному) напрямку (рис. 4.3 в, г) інтенсивність процесу фільтрації практично не зменшується (для всіх змодельованих значень  $R$  – рис. 4.2 б). Таке розташування забезпечує найменше зниження середнього тиску ізотропно-зрушувального пласта в порівнянні з повністю ізотропним (в середньому, на 4 %), тоді як розташування свердловин паралельно осі  $x$  забезпечує найгірші умови фільтрації (падіння тиску, в середньому на 9,5 %).

На рис. 4.4 можна виявити інтенсивність процесів фільтрації між видобувною та нагнітальною свердловинами в анізотропному нафтоносному пласті при наявності та відсутності зрушувальної проникності ( $R=30$  м).

Бачимо, що інтенсивність процесу фільтрації між видобувною та нагнітальною свердловинами залежить від такого їх взаємного розташування в анізотропному нафтоносному пласті, коли спостерігається найкращий взаємний обмін між ними [35]. Наприклад, взаємний обмін, що характеризується вищими середніми пластовими тисками, у випадках (рис. 4.4 б, г) кращий, ніж у випадках (рис. 4.4 а, в).

Очевидно, що для оптимального розміщення видобувних та нагнітальних свердловин у анізотропному нафтоносному пласті необхідно проводити відповідні дослідження для знаходження найкращого взаємного обміну між ними. Важливо таке розташування свердловин, щоб з однієї сторони не відбувалось блокування нафти з боку пониженої проникності, а з іншої сторони не відбувалось швидке виснаження пласта з боку підвищеної проникності. А також не припинявся взаємний обмін між видобувною та нагнітальною свердловинами.



**Рис. 4.4.** Розподілення встановленого тиску між видобувною та нагнітальною свердловинами при різній проникності нафтової фази в різних напрямках:  
 а, б – зрушувальна проникність відсутня; в, г – зрушувальна проникність  $k_{xy}=0,1$  Д

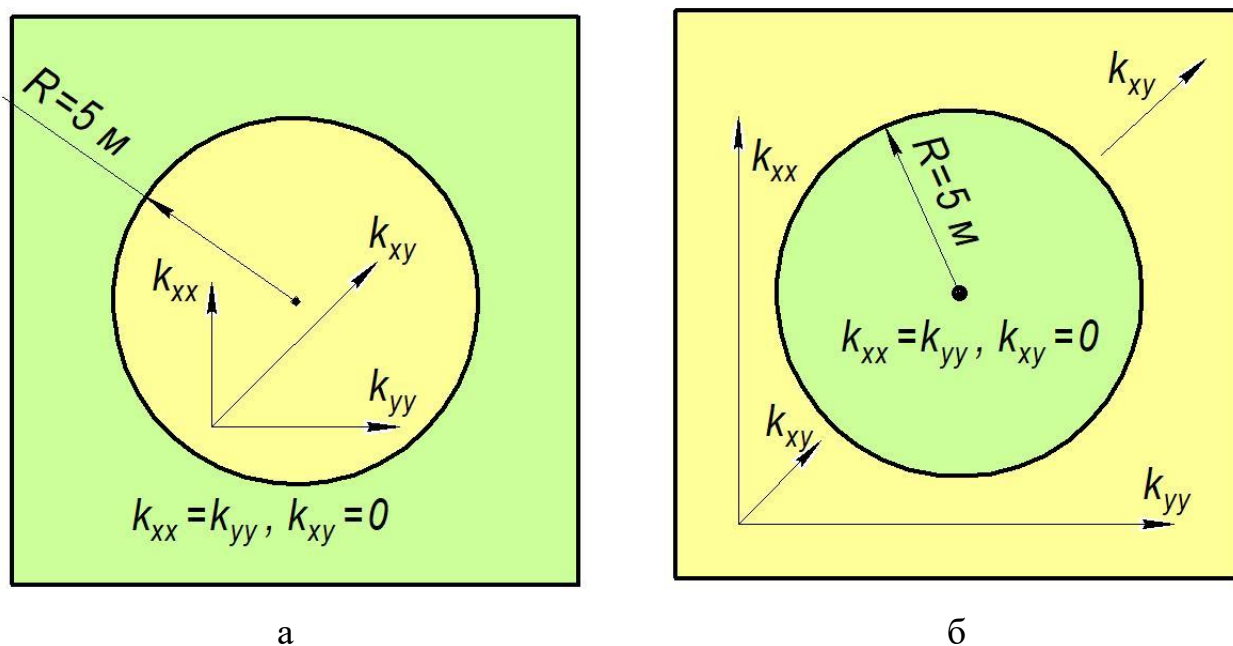
Виходячи з отриманої інформації, для ефективного використання анізотропних слабопроникних пластів необхідно розміщувати видобувні та



нагнітальні свердловини в областях з відносно низькою анізотропією проникності пласта, особливо уникати місць із наявністю зрушувальної проникності пласта. При розміщенні системи видобувних та нагнітальних свердловин у анізотропних пластах нафтового родовища необхідно проведення системного аналізу навколишньої анізотропії пластів з метою такого їх розміщення, яке б забезпечувало ефективну динаміку процесів фільтрації навколо цих свердловин.

#### 4.1.2 Моделювання фільтраційного процесу в неоднорідних анізотропних нафтоносних пластах

Як вже зазначалося, анізотропія пористого середовища задається відмінною проникністю в напрямках  $xx$  (горизонтальному),  $yy$  (вертикальному) та  $xy$  (діагональному) [36, 110]. В цьому підрозділі змодельовані зонально-неоднорідні анізотропні пласти (рис. 4.5).



**Рис. 4.5.** Схематичне зображення врахування зонально-неоднорідного анізотропного за проникністю  $k$  середовища: а – ізотропний пласт з наявністю анізотропії в близькій зоні дії свердловини  $R_d < 5\text{ м}$ ; б – анізотропний пласт з наявністю ізотропії в близькій зоні дії свердловини  $R_d < 5\text{ м}$

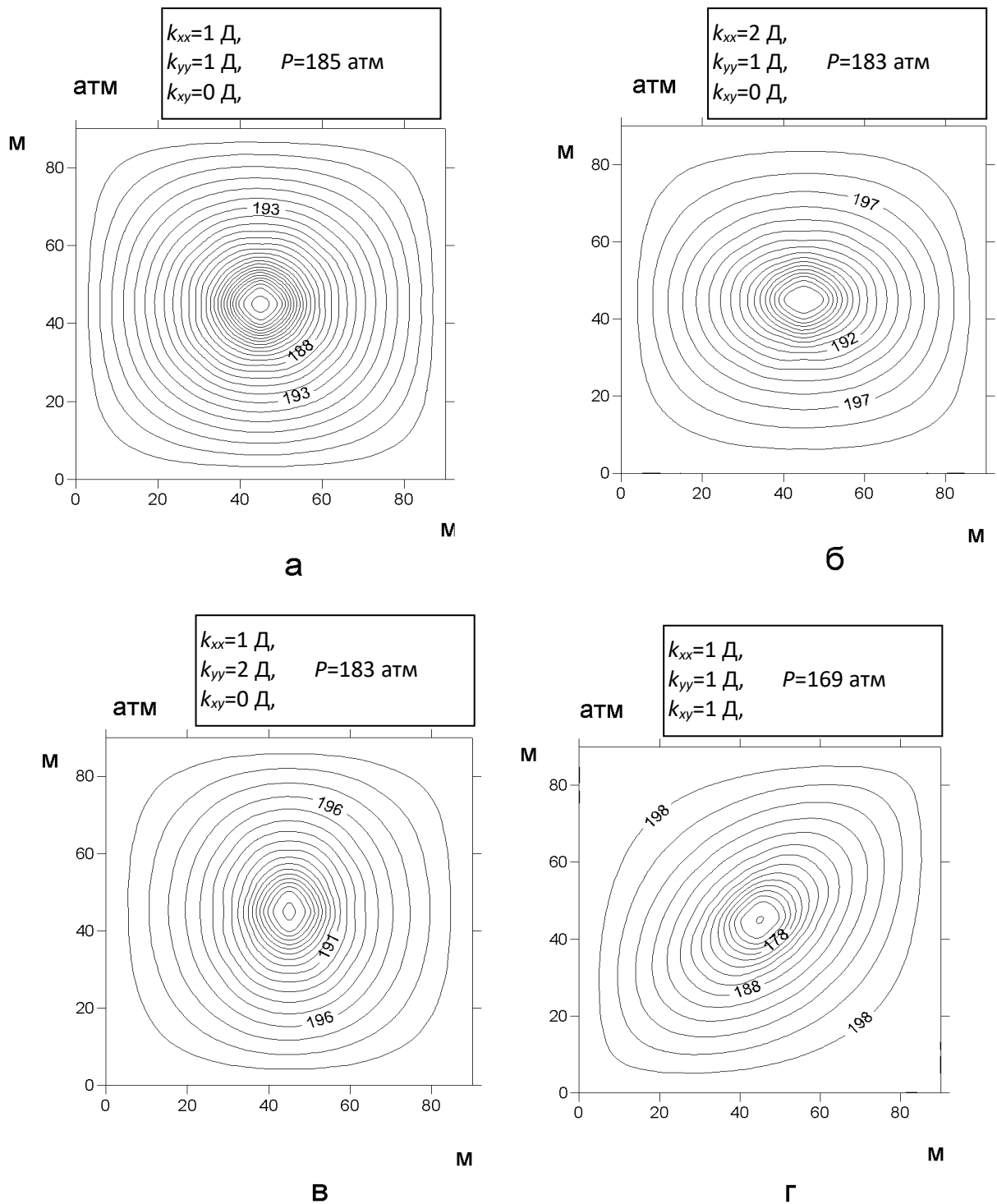
Вихідні дані для отриманих результатів дослідження впливу зонально-неоднорідного анізотропного розподілу проникності на поле тиску в пласті наведені в табл. 4.2.

Таблиця 4.2 – Вихідні дані для моделювання фільтраційного процесу в неоднорідних анізотропних нафтоносних пластах

Назва, позначення	Значення	Одиниці виміру
Площа нафтоносного пласта $S$	$90 \times 90$	$\text{м}^2$
Коефіцієнт пористості $m$	$0,2$	–
Коефіцієнт динамічної в'язкості нафти $\eta$	$10^{-3}$	$\text{Па} \cdot \text{с}$
Коефіцієнт стиснення нафти $\beta_1$	$10^{-9}$	$\text{Па}^{-1}$
Коефіцієнт стиснення скелету гірської породи $\beta_2$	$10^{-10}$	$\text{Па}^{-1}$
Коефіцієнт п'єзоопору пласта $c$	$0,3 \cdot 10^{-12}$	$\text{с}$
Початковий пластовий тиск $P_0$	$20 \cdot 10^6$	$\text{Па}$
Середній дебіт видобувної свердловини $Q$	$100$	$\text{м}^3/\text{добу}$
Коефіцієнт інфільтрації нафти через межі розглянутої ділянки $\alpha$	$0,001$	$\text{м}$
Час від пуску свердловини $t$	$1$	доба

Спочатку розглянемо випадок фільтрації при вихідних даних (табл. 4.2) у абсолютно ізотропному пласті (рис. 4.6 а) та в пластах з різними видами анізотропії (рис. 4.6 а, б)

Результати моделювання демонструють значний вплив анізотропії проникності нафтоносного пласта на характер процесів фільтрації навколо видобувної свердловини, отже на процес видобутку нафти. На рис. 4.6 можна виявити ступінь інтенсивності фільтраційного процесу поблизу діючої свердловини в залежності від її розташування в анізотропному нафтоносному пласті.



**Рис. 4.6.** Розподілення встановленого тиску в анізотропному нафтоносному пласті в околиці діючої свердловини ( $P$  – значення вибійного тиску, атм): а – абсолютно ізотропний пласт; б, в – наявність ортотропної неоднорідності за проникністю; г – анізотропний пласт.

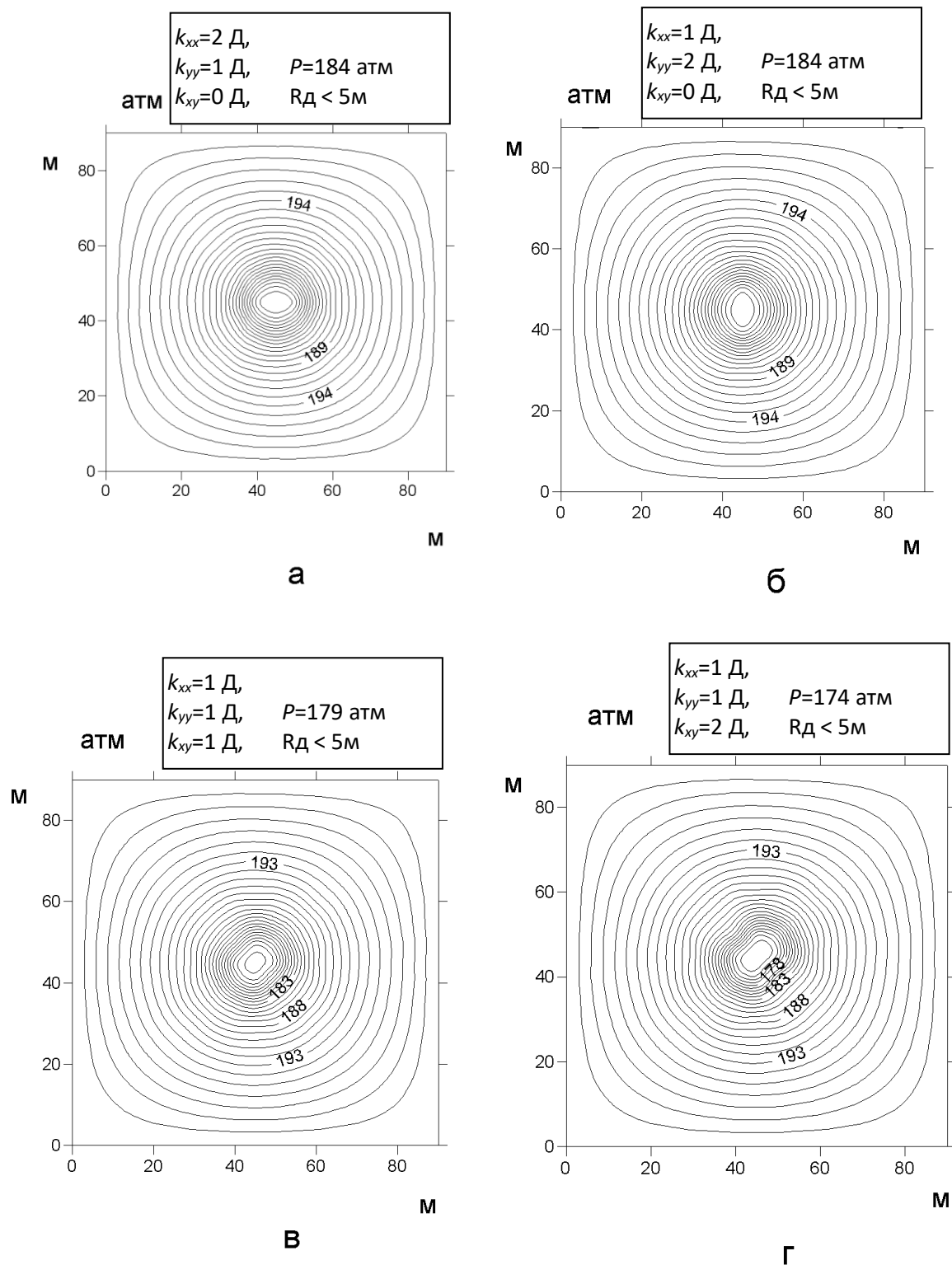
Найбільш інтенсивний процес фільтрації убік видобувної свердловини відбувається саме в ізотропному випадку, тоді нафта рівномірно з усіх боків (радіально) надходить до свердловини (рис. 4.6 а). У цьому випадку процес видобування нафти найбільш ефективний (вибійний тиск становить 185 атм). У випадку наявності ортотропної анізотропії пласта (рис. 4.6 б, в), нафта найшвидше підходить з того боку, де найбільший коефіцієнт проникності, при цьому напрямки з меншим коефіцієнтом проникності частково блокуються, а з боку найбільшої проникності пласта відбувається швидке його виснаження. Цей факт очевидно призводить до незначного зменшення видобутку нафти (зниження вибійного тиску на 2 атм або 1,1 %).

З рис. 4.6 г стає очевидно, що саме наявність зрушувальної ізотропії проникності пласта ( $k_{xy} \neq 0$ ) призводить до найбільш негативних наслідків нафтовидобування (зменшення вибійного тиску на 10 атм, що становить 5,6 % від значення вибійного тиску в абсолютно ізотропному пласті).

На рис. 4.7 можна бачити процеси фільтрації при наявності анізотропії проникності нафтоносного пласта в ближній зоні дії свердловини ( $R_d < 5\text{м}$ ), при цьому решта пласта вважається ізотропною (як на рис. 4.5 а).

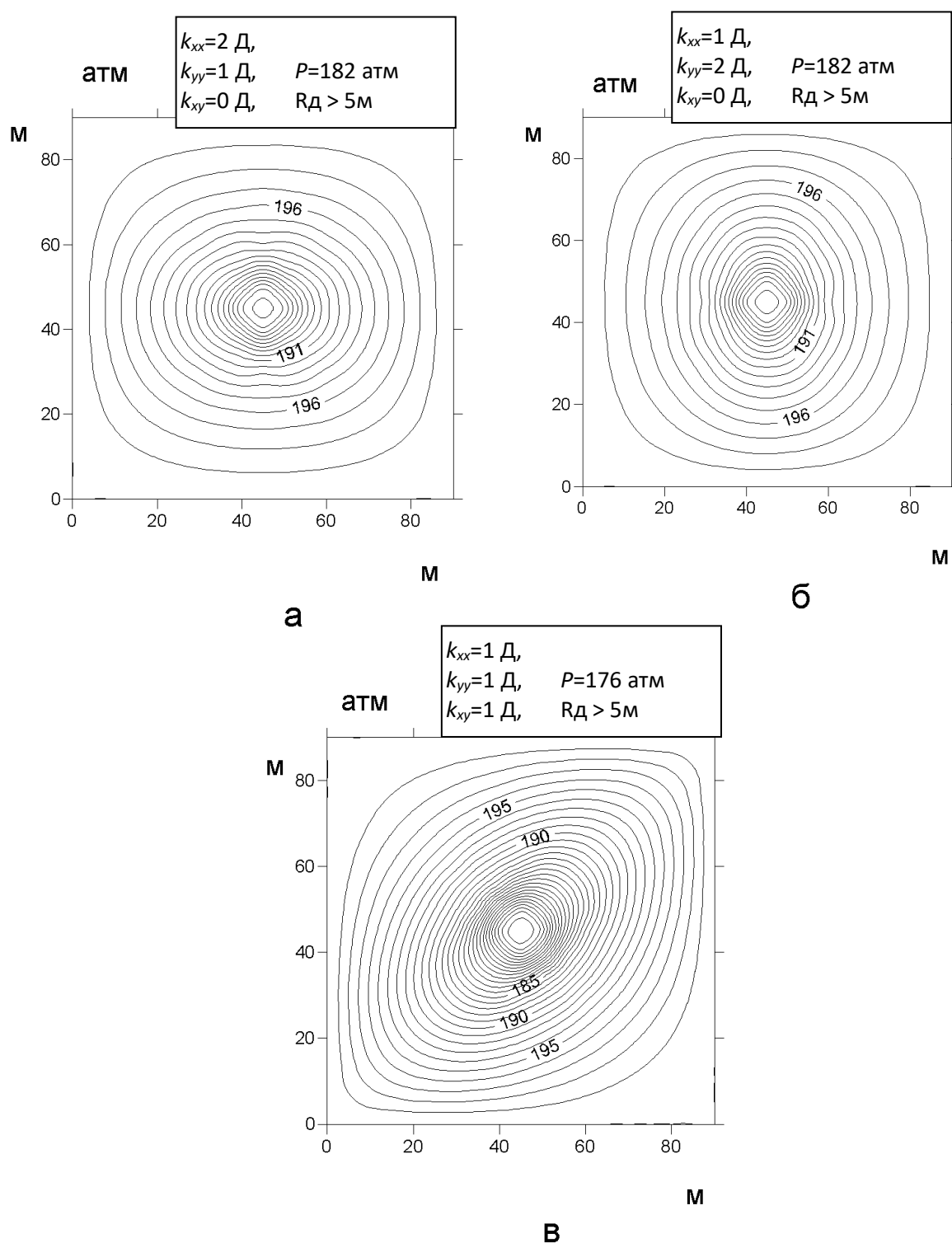
Розгляд рис. 4.7 а–г показує, що у порівнянні з повністю ізотропним випадком нафтоносного пласту (рис. 4.6 а), в залежності від типу анізотропії проникності пласта, виникають деякі складнощі видобутку нафти. Ці складнощі пов'язані, в першу чергу, з блокуванням напрямків з меншою проникністю нафти, але з іншого боку, завдяки невеликій області анізотропії, відбувається ефективне підживлення з напрямків більшої проникності нафти, тобто ці ефекти можуть бути взаємно скомпенсовані.

У випадку ортотропного розподілу проникності в близькій зоні дії свердловини вибійний тиск знижується всього на 1 атм, тоді як наявність анізотропії у всіх напрямках призводить до зниження вибійного тиску на 6 – 11 атм (в порівнянні з ізотропним випадком на рис. 4.6 а)



**Рис. 4.7.** Розподілення встановленого тиску при наявності анізотропії нафтоносного пласта у близькій зоні дії свердловини ( $R_d < 5$  м,  $P$  – значення вибійного тиску, атм): а, б – ортотропні за проникністю пласта; б – зрушувально-ізотропний; в – зрушувально-анізотропний.

На рис. 4.8 приведено процеси фільтрації при наявності анізотропії проникності нафтоносного пласта у дальній зоні дії свердловини ( $R_d > 5\text{м}$ ), при цьому ближня зона пласта вважається ізотропною (як на рис. 4.5 б).



**Рис. 4.8.** Розподілення встановленого тиску при наявності анізотропії нафтоносного пласта у віддаленій зоні дії свердловини ( $R_d > 5\text{м}$ ,  $P$  – значення вибійного тиску, атм): а, б – ортотропні пласти; в – зрушувально-ізотропний.

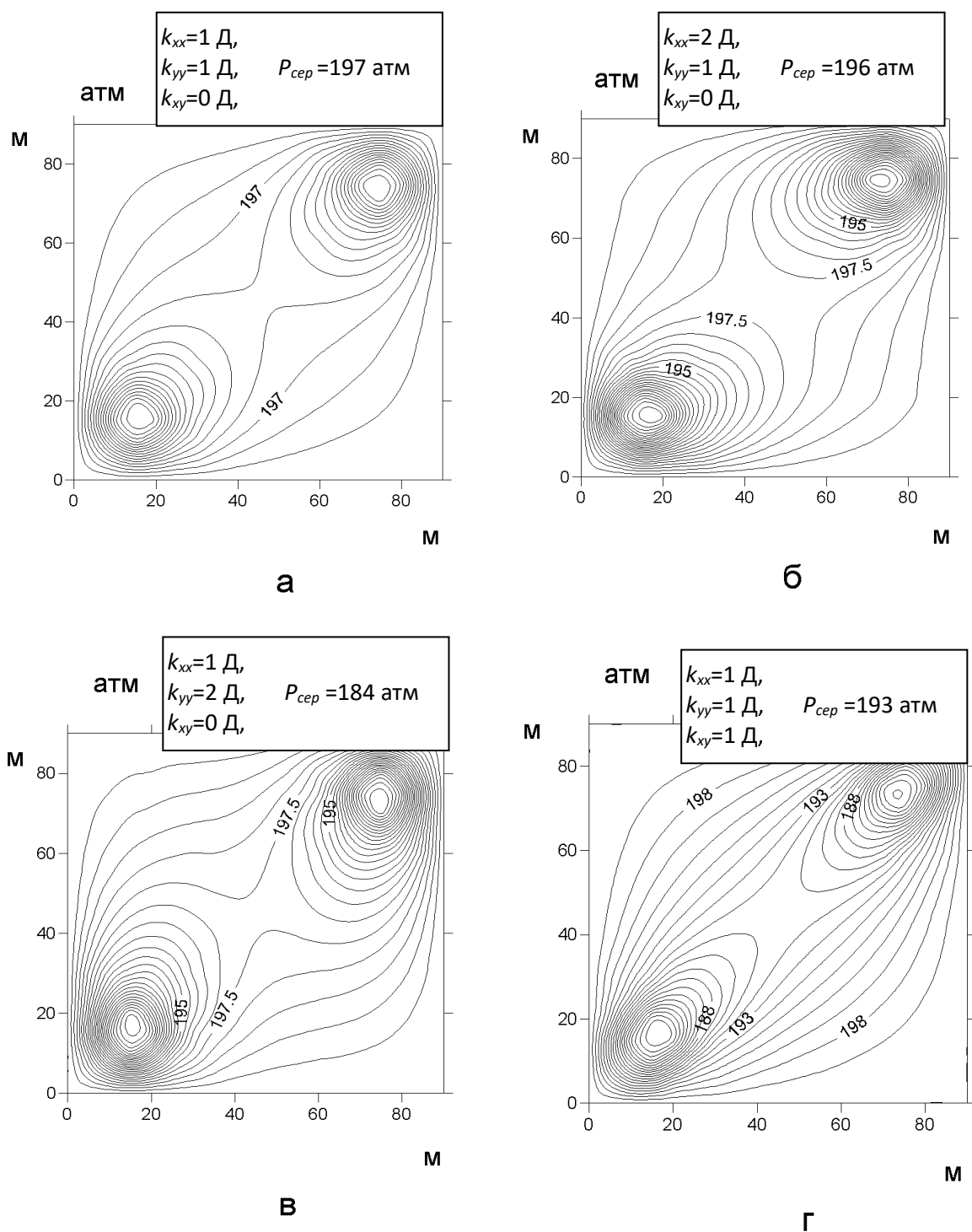
Аналіз рис. 4.8 а, б показує, що в цьому випадку недоліки анізотропії зовнішньої області помітно компенсуються ізотропією ближньої зони дії свердловини, яка в силу своїх кінцевих розмірів покращує взаємний обмін нафтою між цими областями. З іншого боку, аналіз рис. 4.8 в показує, що у випадку наявності зрушувальної ізотропії проникності у зовнішньої області нафтоносного пласта, взаємного обміну між внутрішньою і зовнішньою областями недостатньо. Це призводить до суттєвого зменшення інтенсивності фільтраційного процесу навколо нафтовидобувної свердловини і відповідно призводить до зниження тиску на 9 атм. Аналіз результатів моделювання (рис. 4.7 та 4.8) наведені в табл. 4.3.

Таблиця 4.3 – Зниження вибійного тиску при наявності зонально-неоднорідного анізотропного розподілу проникності в пласті (від значення вибійного тиску в абсолютно ізотропному пласті  $P = 185$  атм)

Вид анізотропії	В ближній зоні дії свердловини $R_d < 5\text{м}$	В дальній зоні дії свердловини $R_d > 5\text{м}$
Отротропна (в напрямку $xx, yy$ )	1 атм	3 атм
Абсолютна (в напрямку $xx, yy, xy$ )	6 атм	9 атм

Як видно з табл. 4.3, ортотропна неоднорідність середовища менше впливає на зниження вибійного тиску, як в близькій, так і дальній зонах дії свердловини. Вплив анізотропії середовища відчутніший в дальній зоні  $R_d > 5\text{м}$ .

На рис. 4.9 представлено процеси фільтрації навколо двох видобувних свердловин при наявності різних видів анізотропії проникності нафтоносного пласта. Найбільш ефективний видобуток нафти в околиці двох діючих свердловин досягається у випадку ізотропного нафтоносного пласта (рис. 4.9 а), про що свідчить високий середній пластовий тиск (197 атм).



**Рис. 4.9.** Розподілення встановленого тиску в анізотропному нафтоносному пласті в околиці двох діючих свердловин ( $P_{сеп}$  – значення середнього пластового тиску, атм: а – абсолютно ізотропний пласт; б, в – наявність ортотропної неоднорідності по проникності; г – зрушувально-ізотропний пласт.

У випадку наявності зрушувальної ізотропії нафтоносного пласта інтенсивність процесу фільтрації і відповідно рівень видобутку нафти залежить



від взаємного розташування свердловин. Важливо таке розташування свердловин, щоб з однієї сторони не відбувалось блокування нафти з боку пониженої проникності, а з іншої сторони не відбувалось швидке виснаження пласта з боку підвищеної проникності. Аналіз моделювання різних варіантів розташування видобувних свердловин у пласті (по осі  $xx$ ,  $yy$  та  $xy$ ) показав, що найбільш вигідною конфігурацією є розташування свердловин у діагональному напрямку (по осі  $xy$ ) по відношенню до головних осей анізотропії проникності нафтоносного пласта. Для  $k_{xx} = k_{yy} = k_{xy} = 1$  Д зниження середнього пластового тиску від початкового  $P_0 = 200$  атм у випадку розташування двох видобувних свердловин по осі  $xx$  або  $yy$  становить 11 атм. Розташування в діагональному напрямку призводить до зниження  $P_{сер}$  на 7 атм (рис. 4.9 г).

Виходячи з отриманої інформації, для ефективного використання анізотропних пластів необхідно розміщувати видобувні свердловини в локальних областях з відносно низькою анізотропією проникності пласта, особливо уникати місць із наявністю зрушувальної анізотропії. При розміщенні системи видобувних свердловин у анізотропних пластах нафтоносного родовища необхідно проведення системного аналізу навколишньої анізотропії пластів [111, 115] з метою такого їх розміщення, яка б забезпечувала ефективну динаміку процесів фільтрації навколо цих свердловин.

#### **4.1.3 Моделювання фільтраційних процесів навколо горизонтальних свердловин у слабопроникних анізотропних нафтоносних пластах**

Результати моделювання показують, що процес встановлення тиску у межах розглянутої ділянки відбувається за добу після початку дії свердловини (при технологічному режимі постійного дебіту  $Q = const$ ). Тому процес фільтрації можна розглядати як усталений.

Коефіцієнти проникності задаються відмінними у напрямках  $xx$ ,  $yy$  та  $xy$ , тобто пласт є анізотропним.

Вихідні дані для отриманих результатів дослідження наведені в табл. 4.3.

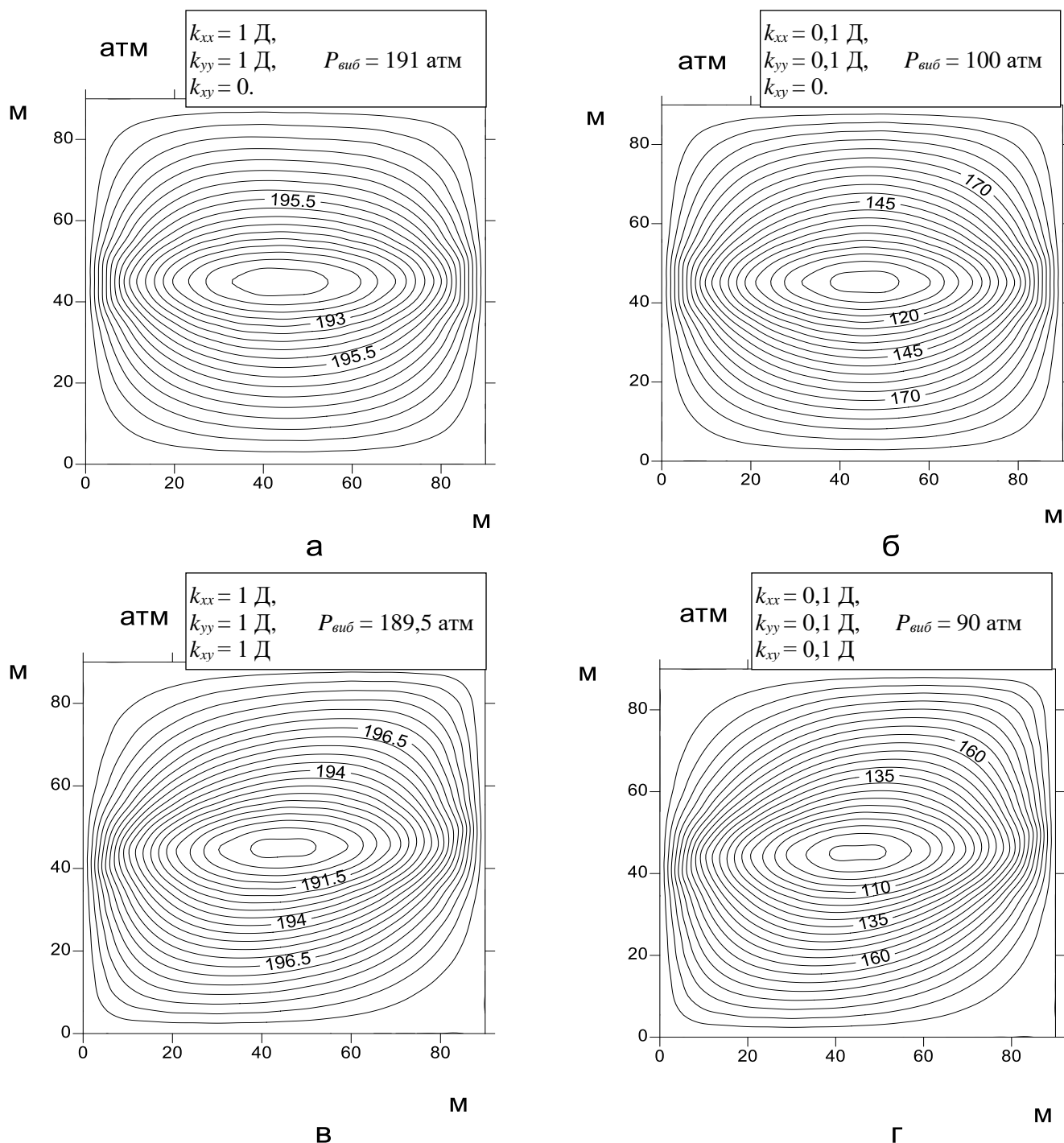
Таблиця 4.3 – Вихідні дані для моделювання фільтраційних процесів навколо горизонтальних нафтових свердловин

Назва, позначення	Значення	Одиниці виміру
Площа нафтоносного пласта $S$	$90 \times 90$	$\text{м}^2$
Коефіцієнт пористості $m$	$0,2$	–
Коефіцієнт динамічної в'язкості нафти $\eta$	$10^{-3}$	$\text{Па} \cdot \text{с}$
Коефіцієнт стиснення нафти $\beta_1$	$10^{-9}$	$\text{Па}^{-1}$
Коефіцієнт стиснення скелету гірської породи $\beta_2$	$10^{-10}$	$\text{Па}^{-1}$
Коефіцієнт п'єзоопору пласта $c$	$0,3 \cdot 10^{-12}$	$\text{с}$
Початковий пластовий тиск $P_0$	$20 \cdot 10^6$	$\text{Па}$
Середній дебіт видобувної свердловини $Q$	$100$	$\text{м}^3/\text{добу}$
Коефіцієнт інфільтрації нафти через межі розглянутої ділянки $\alpha$	$0,001$	$\text{м}$
Час від пуску свердловини $t$	$1$	доба
Довжина свердловини	$90$	$\text{м}$

Розглянемо поле розподілу тиску в свердловині при заданих вище параметрах фільтрації та при різних значеннях коефіцієнтів проникності у напрямках  $xx$ ,  $yy$  та  $xy$  (рис. 4.10). Свердловина направлена вздовж осі  $x$  [37, 113].

Таким чином, на рис. 4.10 можна виявити ступінь інтенсивності фільтраційного процесу поблизу горизонтальної свердловини, що розташована в напрямку осі  $x$ , в залежності від величини проникності та типу ізотропії нафтоносного пласта. Найбільш інтенсивний процес фільтрації убік видобувної свердловини відбувається саме в абсолютно ізотропному випадку, тоді нафта рівномірно з усіх сторін надходить до свердловини (рис. 4.10 а, б). У цьому випадку процес видобування нафти найбільш ефективний. У випадку зрушувальної ізотропії проникності пласта (рис. 4.10 в, г), нафта додатково підходить у зрушувальному (діагональному) напрямку, при цьому осьові

напрямки частково блокуються, а у зрушувальному напрямку пласта відбувається виснаження.



**Рис. 4.10.** Розподілення встановленого тиску в радіусі дії горизонтальної свердловини (напрявленої вздовж осі  $x$ ) при різних параметрах проникності нафтоносного пласта: а – абсолютно ізотропний з проникністю 1 Д ( $k_{xy}=0$ ); б – абсолютно ізотропний слабопроникний (0,1 Д); в – середньо-проникний ізотропно-зрушувальний ( $k_{xx} = k_{yy} = k_{xy}$ ); г – слабопроникний ізотропно-зрушувальний

Вплив зрушувальної ізотропії (рис. 4.10 в, г) на зниження вибійного тиску дорівнює:

- 0,79 % (на 1,5 атм) при проникності 1 Дарсі;
- 10 % (на 10 атм) при проникності 0,1 Дарсі.

Тобто негативний вплив наявності зрушувальної ізотропії яскравіше відстежується у пласті з нижчою проникністю.

На рис. 4.11 а–г змодельоване встановлене розподілення тиску в околиці горизонтальної свердловини, що напрямлена вздовж осі  $x$ , в анізотропних пластах ( $k_{xx} \neq k_{yy} \neq k_{xy}$ ).

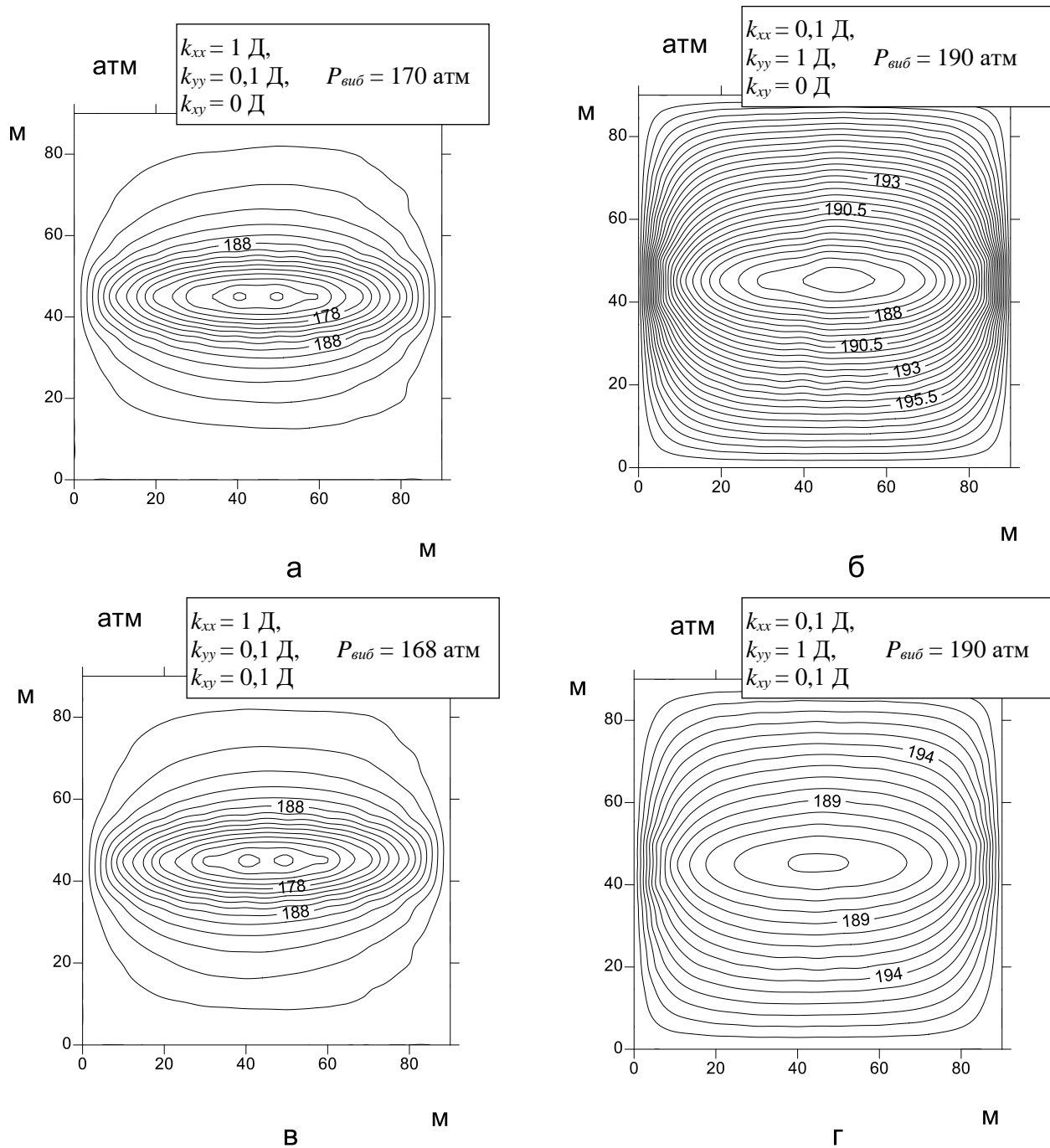
Порівнюючи рис. 4.11 а і 4.11 б можна виявити, що більш інтенсивний фільтраційний процес (який характеризується  $P_{виб} = 190$  атм) відбувається у випадку, коли збільшена проникність пласта напрямлена перпендикулярно до напрямку розташування свердловини (рис. 4.11 б). Це можна пояснити кращим доступом нафти до горизонтальної свердловини у поперечному напрямку вздовж її розташування.

Наявність зрушувальної ізотропії (рис. 4.11 в, г) у відповідних випадках призводить до зменшення інтенсивності фільтраційного процесу, що знаходить своє відображення у зниженні вибійного тиску:

- на 0,2 атм при підвищеній проникності в напрямку розташування свердловини;
- на 21 атм при підвищеній проникності в напрямку, перпендикулярному до розташування свердловини.

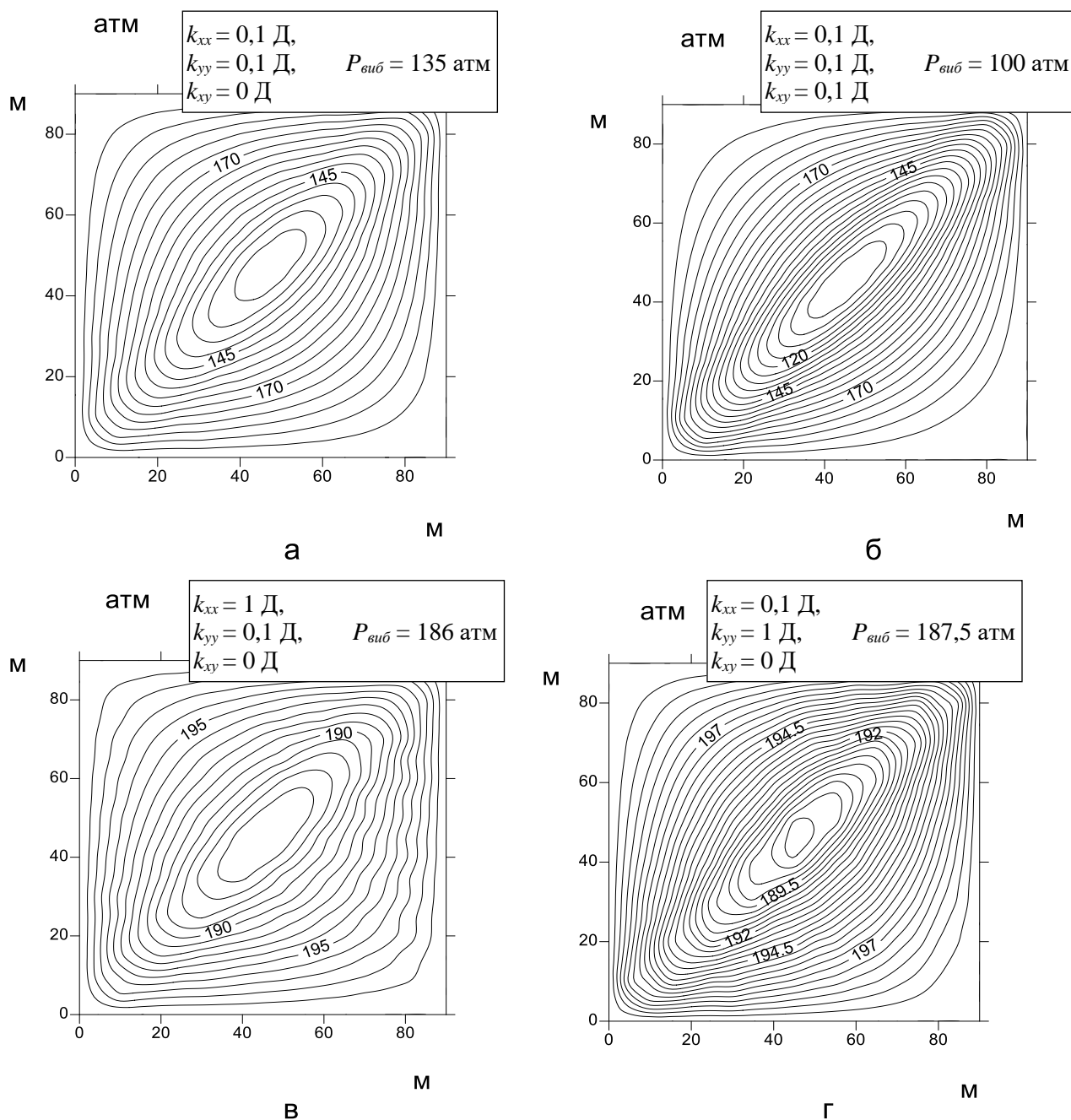
Тобто негативний вплив наявності зрушувальної ізотропії яскравіше відстежується у пласті з інтенсивнішим фільтраційним процесом.

На рис. 4.10 та 4.11 горизонтальна нафтовидобувна свердловина розташована в пласті в напрямку однієї з головних осей анізотропії (тобто вздовж осі  $x$ ), при цьому наявність зрушувальної ізотропії в усіх змодельованих випадках негативно впливає на інтенсивність фільтраційних процесів. Тому має сенс розглянути, як вплине на розподіл пластових тисків розташування свердловини вздовж осі зрушувальної ізотропії (в напрямку  $xy$ ).



**Рис. 4.11.** Розподілення встановленого тиску в радіусі дії горизонтальної свердловини при різних параметрах проникності нафтоносного пласта

На рис. 4.12 можна визначити інтенсивність фільтраційного процесу навколо горизонтальної свердловини, що розташована в діагональному напрямку відносно осей анізотропії пласті, у випадках абсолютної і зрушувальної ізотропії (рис. 4.12 а, б) та анізотропії нафтоносного пласта (рис. 4.12 в, г).



**Рис. 4.12.** Розподілення встановленого тиску в радіусі дії горизонтальної свердловини при різних параметрах проникності нафтоносного пласта: а – абсолютно ізотропний слабопроникний пласт ( $k_{xy} = 0$ ); б – слабопроникний пласт із наявністю зрушувальної ізотропії; в, г – ортотропні пласти.

Порівнюючи випадки 4.10 б і 4.12 а, можна побачити помітне зростання інтенсивності фільтраційного процесу при діагональному розташуванні горизонтальної свердловини. Це можна пояснити рівномірним доступом нафти до

горизонтальної свердловини, як з напрямку  $x$ , так із напрямку  $y$ . Наявність зрушувальної ізотропії (рис. 4.12 б), як і в усіх попередніх випадках, приводить до зменшення інтенсивності фільтраційного процесів. Порівнюючи (рис. 4.11 а) і (рис. 4.12 в), ми бачимо безумовну перевагу діагонального розташування горизонтальної свердловини відносно осей анізотропії пласта по відношенню до її розміщення вздовж осей анізотропії.

Як видно з (рис. 4.12 в, г), при діагональному розміщенні горизонтальної свердловини в ортотропному пласті вплив обох видів осьової анізотропії на інтенсивність фільтраційного процесу майже однаковий.

Загалом, розташування свердловини у діагональному напрямку відносно головних осей  $x$  та  $y$  (рис. 4.12 а–в) в порівнянні з горизонтальним (рис. 4.1- а, б та рис. 4.11 а) дозволяє підтримувати вибійний тиск вищим на:

- 35 атм (35 %) – для ізотропного слабопроникного пласта;
- 10 атм (11,11 %) – для слабопроникного пласта з наявністю зрушувальної ізотропії;
- 16 атм (9,41 %) – для ортотропного пласта.

Тобто розташування горизонтальної свердловини у діагональному напрямку відносно головних осей  $x$  та  $y$  допомагає підтримувати тиск на більш високому рівні при наявності будь-якої анізотропії середовища. Виняток становить лише ортотропний пласт, в якому напрямок підвищеної проникності є перпендикулярним до розташування свердловини. Тоді діагональне розташування є недоцільним, оскільки призводить до незначного зниження вибійного тиску (на 2,5 атм або 1,3 %).

## **4.2 Моделювання процесів фільтрації газу навколо видобувної свердловини**

Моделювання фільтраційних процесів газу навколо свердловини здійснюються для:

– дослідження впливу анізотропного розподілу проникності пористого середовища на розподіл пластових тисків навколо газовидобувної свердловини, а

також між видобувною та нагнітальною свердловинами; підбір розташування системи «видобувна – нагнітальна свердловина» для забезпечення кращого фільтраційного взаємообміну між ними (п. 4.2.1);

– дослідження впливу зонально-неоднорідного анізотропного розподілу проникності на поле тиску в пласті, підбір розташування системи «видобувна – видобувна свердловина» для забезпечення більш повільного темпу падіння пластового тиску (п. 4.2.2);

– встановлення закономірностей між інтенсивністю фільтраційного процесу та розташуванням горизонтальної свердловини в неоднорідному за проникністю пласті (п. 4.2.3).

При моделюванні робиться припущення, що потужність пласта значно менше його горизонтальних розмірів, потік через покрівлю та підшву пласта відсутній. В такому випадку можна скористатися двовимірною постановкою задачі. Також вважається, що вмістом рідини в пласті можна знехтувати, пласт насичений тільки газом. Тому можна скористатися нестационарною анізотропною постановкою задачі п'єзопровідності Лейбензона. Математична постановка і розв'язок такої задачі детально описані в п. 2.2.

Анізотропія пористого середовища задається відмінною проникністю в напрямках  $xx$  (горизонтальному),  $yy$  (вертикальному) та  $xy$  (діагональному). Сітка для розрахунку моделей включає 81 восьмивузловий ізопараметричний чотирикутний скінчений елемент.

#### **4.2.1 Моделювання процесів витіснення в анізотропних газоносних пластах**

Моделювання проводиться з метою побудови полів розподілу тиску між газовидобувними та нагнітальними свердловинами, розташованими у пластах з різними видами анізотропії. Приймається, що газовидобувні свердловини працюють при технологічних режимах постійного дебіту  $Q_2 = const$ ; границі змодельованої області є непроникними (коефіцієнт інфільтрації газу через контур пласта рівний 0 м). Вихідні дані для отриманих результатів дослідження наведені в табл. 4.4.



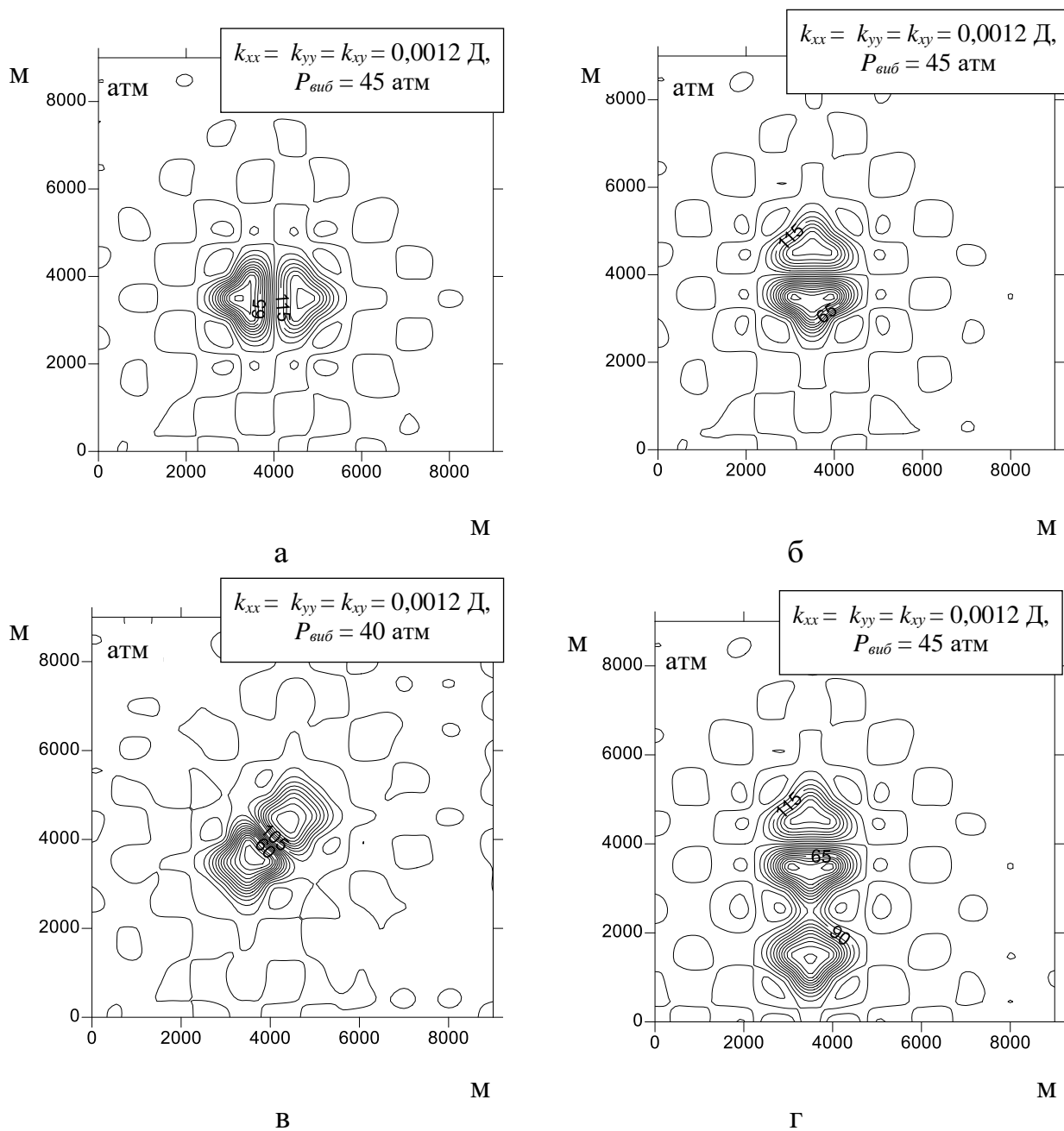
Таблиця 4.4 – Вихідні дані для моделювання процесів витіснення в анізотропних газоносних пластах

Назва, позначення	Значення	Одиниці виміру
Площа нафтоносного пласта $S$	9.9	км <sup>2</sup>
Коефіцієнт пористості $m$	0,15	–
Коефіцієнт динамічної в'язкості газу $\eta$	$0,18 \cdot 10^{-4}$	Па·с
Коефіцієнт стиснення скелету гірської породи $\beta_2$	$10^{-10}$	Па <sup>-1</sup>
Коефіцієнт п'єзоопору Лейбензона $c$	$0,27 \cdot 10^{-12}$	с
Початковий пластовий тиск $P_0$	$10 \cdot 10^6$	Па
Середній дебіт видобувної свердловини $Q$	24840	м <sup>3</sup> /добу
Дебіт свердловини, з урахуванням коефіцієнта розширення газу $Q_e$	$2,484 \cdot 10^6$	м <sup>3</sup> /добу
Коефіцієнт інфільтрації нафти через межі розглянутої ділянки $\alpha$	0	м
Час від пуску свердловини $t$	30	діб

На рис. 4.13 представлено розподілення тиску між видобувними та нагнітальною свердловинами у випадку зрушувально-ізотропного розподілення проникності газової фази пласта ( $k_{xy} \neq 0$ ), де  $P_{виб}$  – значення вибійного тиску видобувної свердловини (чи свердловин), атм.

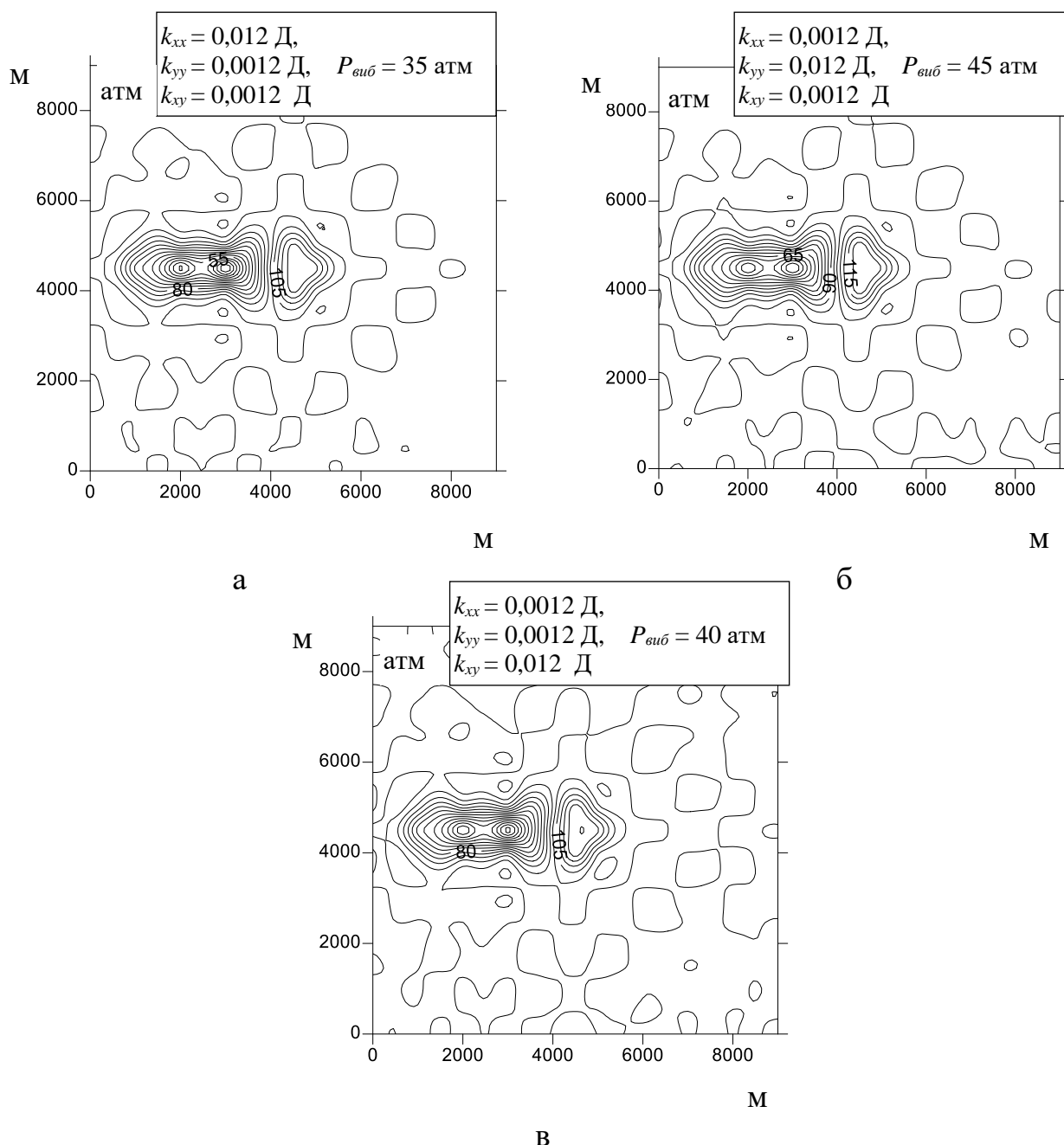
Результати моделювання демонструють помітний вплив анізотропії проникності газоносного пласта на характер процесів фільтрації навколо видобувних та нагнітальних свердловин, отже, на процес видобутку газу. На рис. 4.13 можна виявити ступінь інтенсивності фільтраційного процесу між видобувними та нагнітальними свердловинами в залежності від їх розташування в зрушувально-ізотропному газоносному пласті. Найбільш інтенсивний процес фільтрації між видобувними та нагнітальною свердловинами відбувається при їх розміщенні уздовж головних осей анізотропії (рис. 4.13 а, б, г). У цьому випадку процес видобування газу найбільш ефективний. У випадку діагонального (зрушувального) розміщення відносно головних осей анізотропії взаємний обмін

між видобувною і нагнітальною свердловинами зменшується (рис. 4.13 в), про що свідчить зниження вибійного тиску із 45 до 40 атм (на 11 %).



**Рис. 4.13.** Розподілення тиску між видобувними та нагнітальною свердловинами у випадку зрушувально-ізо­тропного розподілення проникності газової фази пласта

На рис. 4.14 зображено розподілення тиску між видобувними та нагнітальною свердловинами при їх горизонтальному розташуванні відносно головних осей анізотропії, де  $P_{\text{виб}}$  – значення вибійного тиску видобувних свердловин, атм.

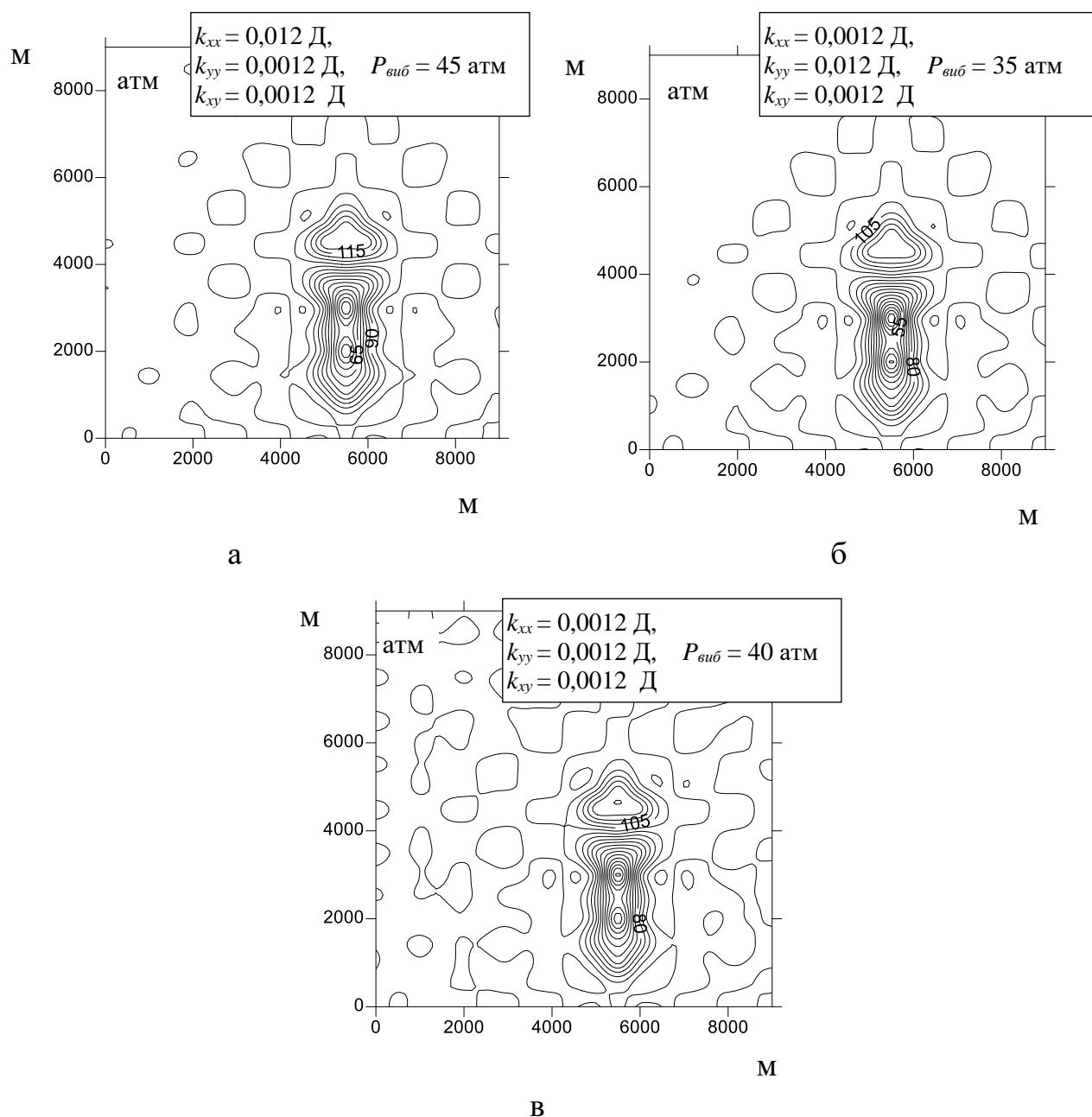


**Рис. 4.14.** Розподілення тиску між двома видобувними та нагнітальною свердловинами при їх горизонтальному розташуванні відносно головних осей анізотропії ( $k_{xy} \neq 0$ )

На рис. 4.14 можна бачити, що найбільш інтенсивний обмін між видобувними та нагнітальною свердловинами спостерігається у випадку 4.14 б, коли напрямок збільшеної проникності перпендикулярний до напрямку розташування свердловин (тоді  $P_{виб} = 45$  атм). Відповідно найменш інтенсивний обмін спостерігається у випадку 4.14 а, коли напрямок збільшеної проникності

співпадає з напрямком розташування свердловин:  $P_{виб} = 35$  атм, що на 22,2 % нижче попереднього випадку. Зрушувальний напрямок збільшеної проникності (рис. 4.14 в) відповідає середній інтенсивності обміну –  $P_{виб} = 40$  атм.

На рис. 4.15 наведено розподілення тиску між видобувними та нагнітальною свердловинами, де  $P_{виб}$  – значення вибійного тиску видобувних свердловин, атм.



**Рис. 4.15.** Розподілення тиску між двома видобувними та нагнітальною свердловинами при їх вертикальному розташуванні відносно головних осей анізотропії ( $k_{xy} \neq 0$ )

На рис. 4.15 також можна бачити, що найбільш інтенсивний обмін між видобувними та нагнітальною свердловинами спостерігається у випадку 4.15 а, коли напрямок збільшеної проникності перпендикулярний до напрямку розташування свердловин, найменш інтенсивний у випадку 3б, коли напрямок збільшеної проникності співпадає з напрямком розташування свердловин (зниження  $P_{воб}$  на 22,2 %). Тобто закономірність інтенсивності обміну між видобувними та нагнітальною свердловинами повторюється, як на рис. 4.14.

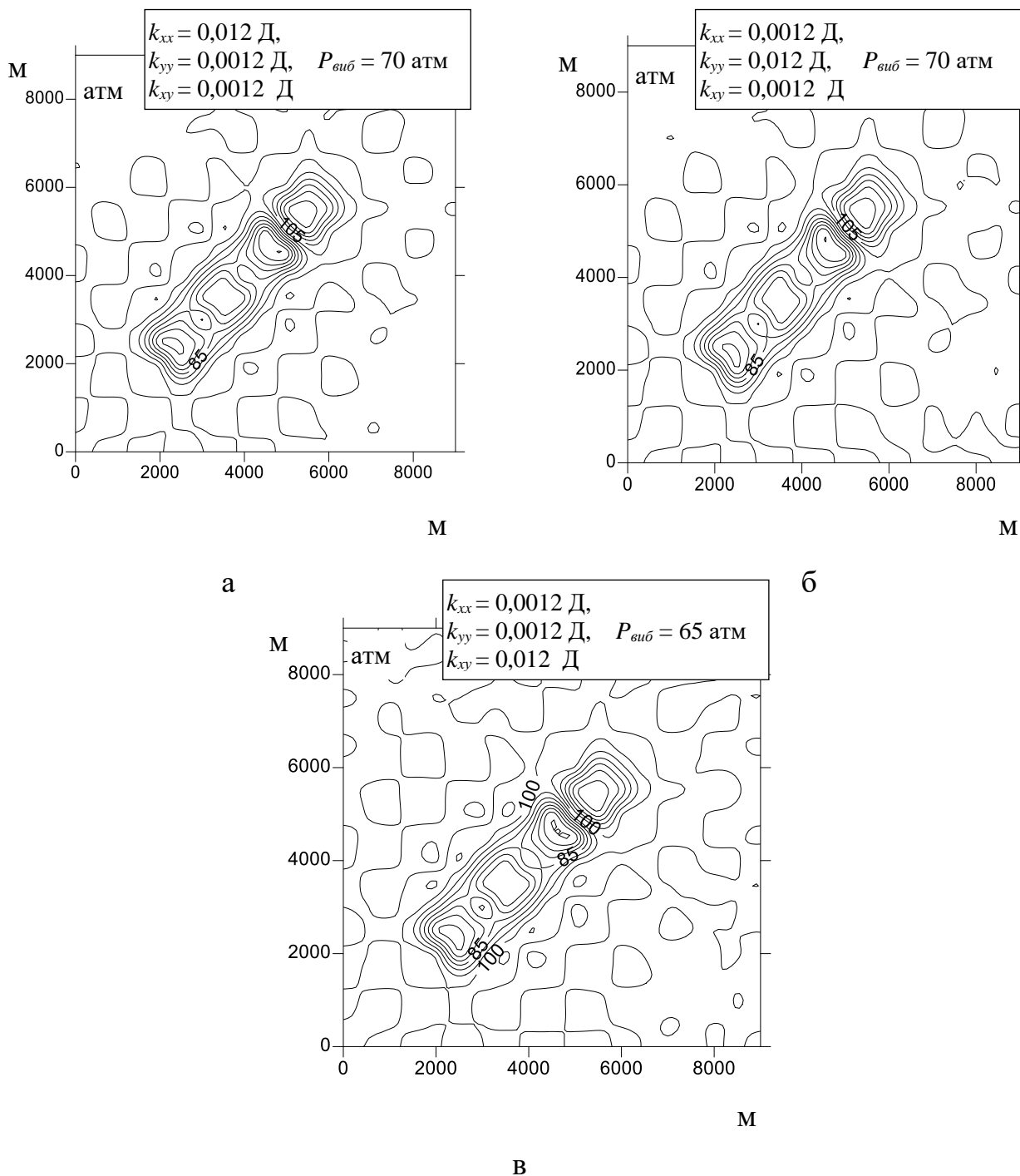
На рис. 4.16 показано розподілення тиску між видобувними та нагнітальною свердловинами при їх діагональному (зрушувальному) розташуванні відносно головних осей анізотропії, де  $P_{воб}$  – значення вибійного тиску видобувних свердловин, атм.

З рис. 4.16 видно, що найбільш інтенсивний обмін між видобувними та нагнітальною свердловинами спостерігається у випадках 4.16 а і б, коли напрямок збільшеної проникності не співпадає з напрямком розташування свердловин, але не є перпендикулярним. Значення вибійних тисків на 50 та 35 % вищі, ніж у випадках 4.14 а, б відповідно.

Виходячи з отриманої інформації, для ефективного використання слабопроникних зрушувально-ізотропних газоносних пластів необхідно:

- 1) розміщувати систему «видобувна – нагнітальна» свердловини перпендикулярно до напрямку підвищеної проникності пласта;
- 2) розміщувати систему «дві видобувні – нагнітальна» свердловини перпендикулярно до напрямку підвищеної проникності пласта;
- 3) розміщувати систему «три видобувні – нагнітальна» свердловини в діагональному напрямку відносно головних осей анізотропії пласта.

У випадку діагонального розміщення відносно головних осей анізотропії взаємний обмін між однією видобувною та нагнітальною свердловинами зменшується (рис. 4.13 в) із 45 до 40 атм (на 11 %) в порівнянні з розташуванням свердловин вздовж осей  $x$  чи  $y$ .



**Рис. 4.16.** Розподілення тиску між трьома видобувними та нагнітальною свердловинами при їх діагональному (зрушувальному) розташуванні відносно головних осей анізотропії, через місяць з початку дії

Розташування двох видобувних та однієї нагнітальної свердловини вздовж осі  $x$ , яка є перпендикулярною напрямку підвищеної проникності (рис. 4.14 б) дозволяє підтримувати вибійний тиск вищим на:

- 22,2 % в порівнянні повздожнього розташування до напрямку підвищеної проникності,
- 11 % в порівнянні з горизонтальним розташуванням у пласті із зрушувальною ізотропією.

Розташування трьох видобувних та однієї нагнітальної свердловини в діагональному напрямку відносно головних осей анізотропії дозволяє збільшити вибійний тиск видобувних свердловин 35 – 50 % в порівнянні з розташуванням системи «дві видобувні – нагнітальна» свердловин вздовж осей  $x$  чи  $y$ .

Очевидно найкращі умови видобутку газу можуть бути досягнуті тільки після системного аналізу та оптимального підбору усіх впливових факторів анізотропії газоносного пласта у кожному практичному випадку. Як показано, ці фактори можуть бути оцінені за допомогою представленого методу.

#### **4.2.2 Моделювання фільтраційного процесу в неоднорідних анізотропних газоносних пластах**

Зональна неоднорідність середовища задається відмінними значеннями проникності у близькій  $R_d < 500$  м та дільній  $R_d > 500$  м зонах дії свердловини. Таким чином, розглядаються:

- ізотропні пласти з наявністю анізотропії в близькій зоні дії свердловини  $R_d < 500$  м;
- анізотропні пласт з наявністю ізотропії в близькій зоні дії свердловини  $R_d < 500$  м.

Припускаємо, що границі зонально-неоднорідного анізотропного пласта є непроникними, тобто коефіцієнт інфільтрації газу  $\alpha = 0$  м. Свердловина працює протягом 50 днів, при чому технологічний режим експлуатації свердловини задається рівністю  $Q = const$  (режим постійного дебіту).

Інші вихідні дані для отриманих результатів дослідження наведені в табл. 4.5.

Таблиця 4.5 – Вихідні дані для моделювання фільтраційного процесу в неоднорідних анізотропних газоносних пластах

Назва, позначення	Значення	Одиниці виміру
Площа нафтоносного пласта $S$	9.9	км <sup>2</sup>
Коефіцієнт пористості $m$	0,15	–
Коефіцієнт динамічної в'язкості газу $\eta$	$0,18 \cdot 10^{-4}$	Па·с
Коефіцієнт стиснення скелету гірської породи $\beta_2$	$10^{-10}$	Па <sup>-1</sup>
Коефіцієнт п'єзоопору Лейбензона $c$	$0,27 \cdot 10^{-12}$	с
Початковий пластовий тиск $P_0$	$10 \cdot 10^6$	Па
Середній дебіт видобувної свердловини $Q$	24840	м <sup>3</sup> /добу
Дебіт свердловини, з урахуванням коефіцієнта розширення газу $Q_2$	$2,484 \cdot 10^6$	м <sup>3</sup> /добу

На рис. 4.17 а представлено розподілення тиску в околиці діючої свердловини при заданих вище параметрах фільтрації у випадку повної відсутності анізотропії ( $k_{xy}=0$ ). На рис. 4.17 б, в, г – розподілення тиску в околиці діючої свердловини при різних коефіцієнтах проникності газової фази у різних напрямках.

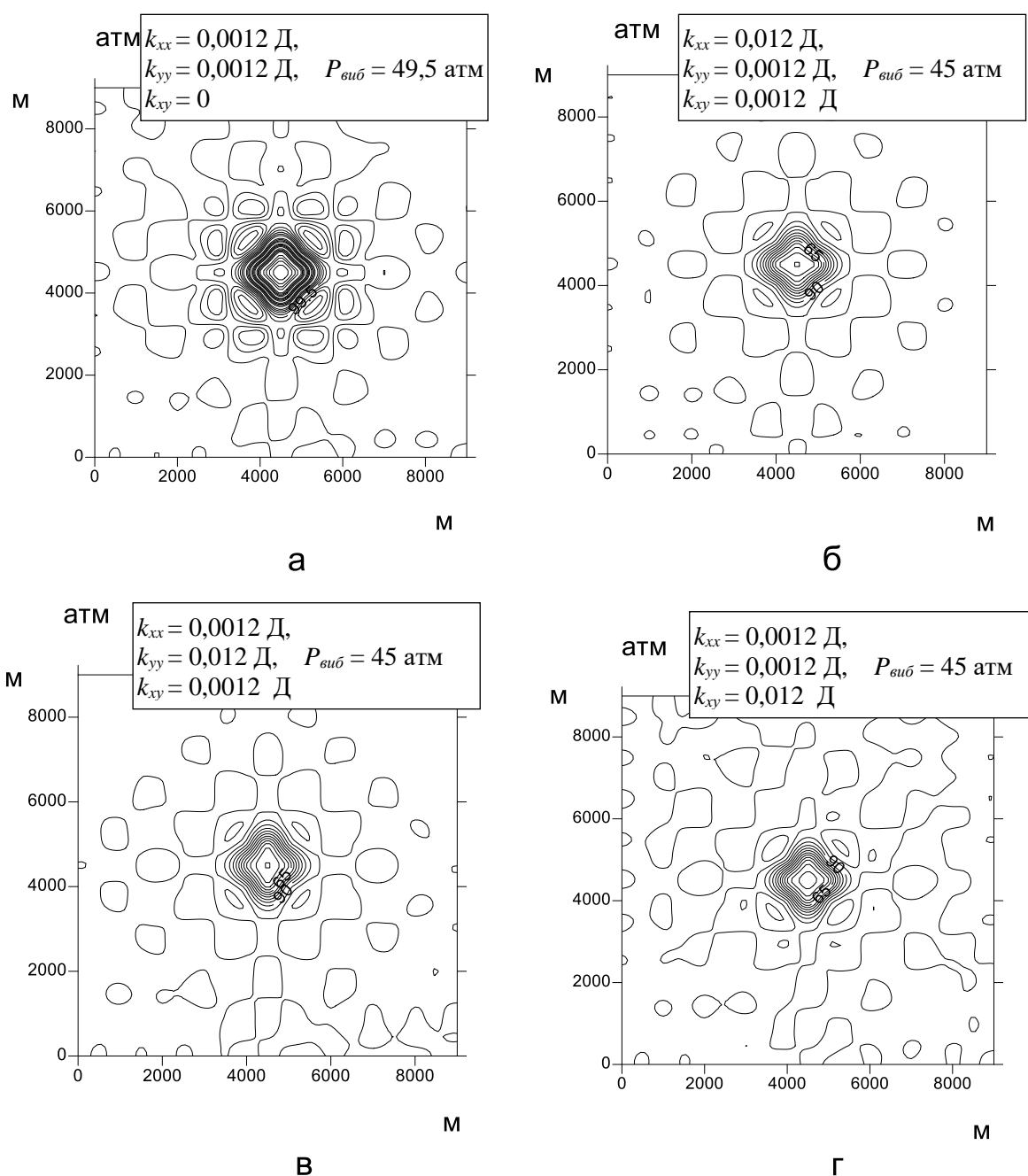
Результати моделювання демонструють суттєвий вплив анізотропії проникності газоносного пласта на характер процесів фільтрації навколо видобувної свердловини, отже, на процес видобутку газу. На рис. 4.17 можна виявити ступінь інтенсивності фільтраційного процесу в радіусі дії видобувної свердловини в залежності від її розташування в анізотропному газоносному пласті.

Найбільш інтенсивний процес фільтрації убік видобувної свердловини відбувається саме в абсолютно ізотропному випадку, коли газ рівномірно з усіх боків надходить до свердловини (рис. 4.17 а). У цьому випадку процес видобування газу найбільш ефективний та характеризується  $P_{виб} = 49,5$  атм.

У випадку наявності анізотропії пласта (рис. 4.17 б – г), газ найшвидше підходить з того боку де найбільший коефіцієнт проникності газової фази, при

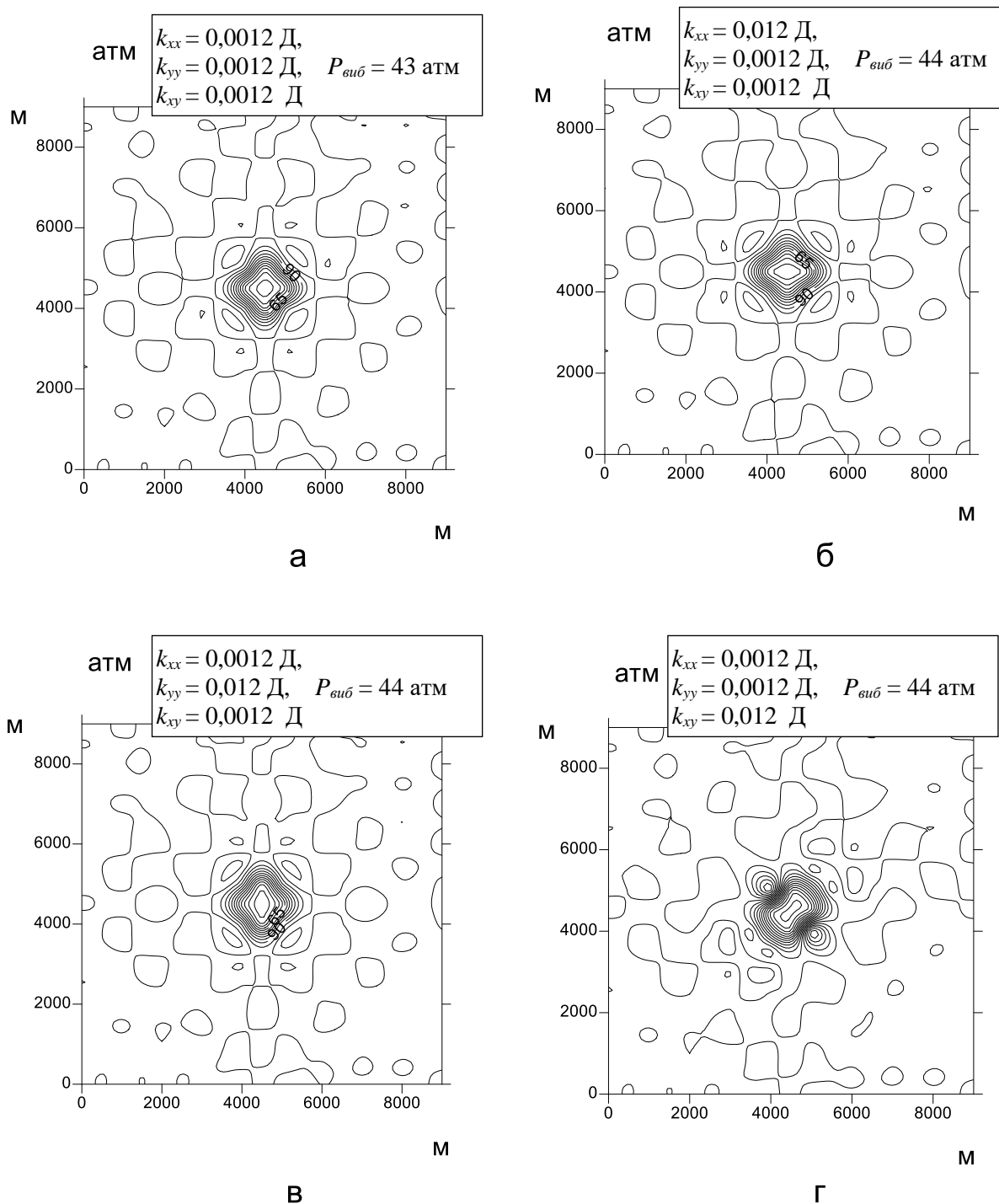


цьому напрямки з меншим коефіцієнтом проникності частково блокуються, а з боку найбільшої проникності пласта відбувається більш швидке його виснаження. Тому, очевидно, наявність зрушувальної ізотропії однаково негативно впливає на підтримку вибійного тиску, незалежно від напрямку підвищеної проникності (рис. 4.17 б – г):  $P_{виб}$  знижується на 9,1 %.



**Рис. 4.17.** Розподілення тиску в ізотропному та анізотропних газонесних пластах в радіусі дії видобувної свердловини свердловини

На рис. 4.18 можна бачити процеси фільтрації при наявності анізотропії проникності газоносного пласта в ближній зоні дії свердловини ( $R_d < 500$  м), при цьому решта області пласта вважається ізотропною.



**Рис. 4.18.** Розподілення тиску при наявності анізотропії газоносного пласта у близькій зоні дії свердловини ( $R_d < 500$  м)

Розгляд рис. 4.18 а, б, в, г показує, що у порівнянні з абсолютно ізотропним випадком газоносного пласту (рис. 4.17 а), в залежності від типу анізотропії проникності пласта, виникають деякі складнощі видобутку газу.

Це стосується і випадку рис. 4.18 а, коли однакова проникність існує в усіх напрямках, у тому числі і в зрушувальному напрямку. В цьому випадку вибійний тиск знижується 13,1 % в порівнянні з  $P_{виб}$  свердловини ізотропного пласта на рис. 4.17 а (де  $P_{виб} = 49,5$  атм).

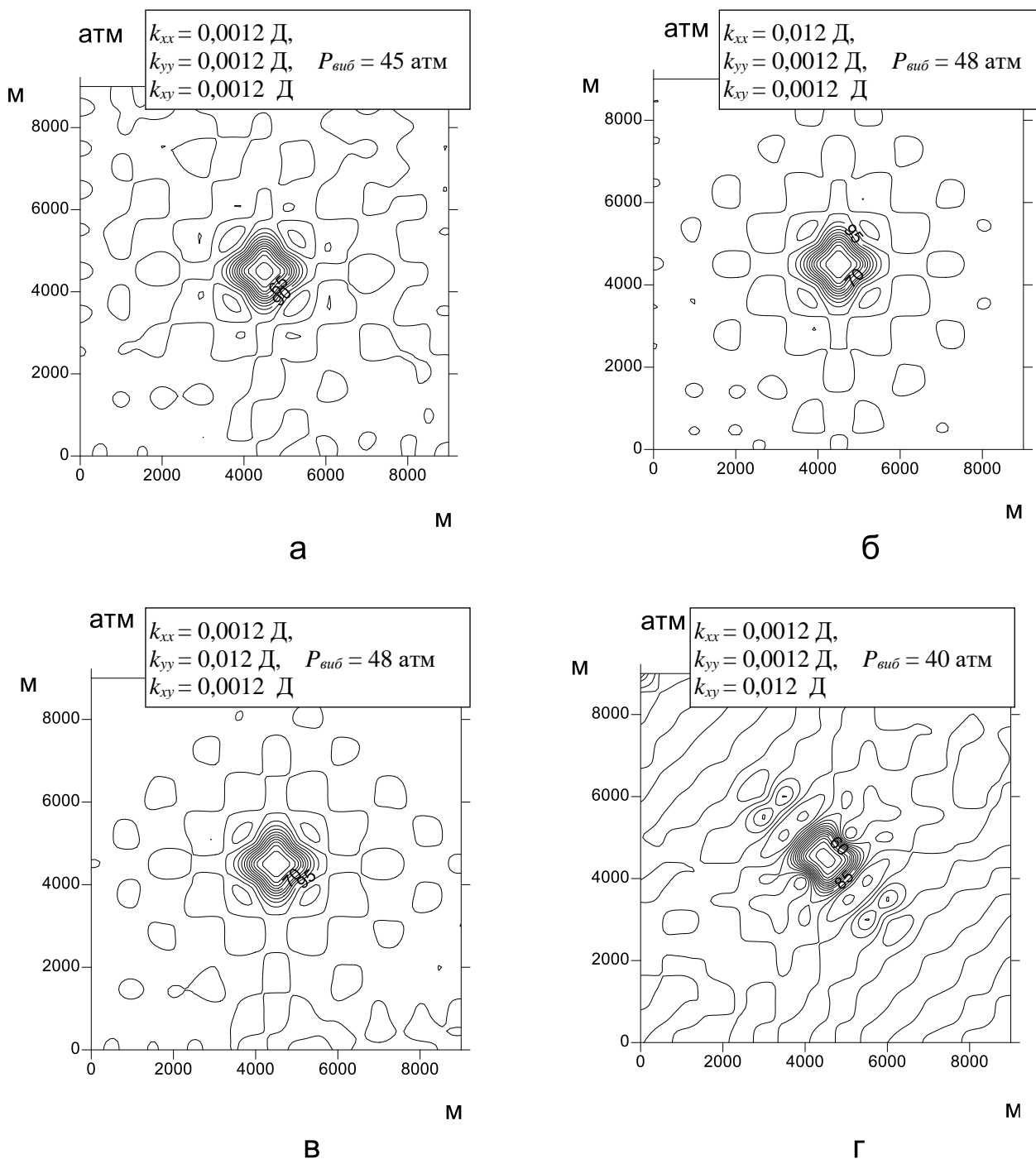
Ці складнощі пов'язані, в першу чергу, з блокуванням напрямків з меншою проникністю газу, при цьому зрушувальна анізотропія домінує над осьовою анізотропією. З іншого боку, при довгій експлуатації недоліки анізотропії у близькій зоні дії свердловини будуть компенсуватися ізотропією в дальній зоні.

На рис. 4.19 приведено процеси фільтрації при наявності анізотропії проникності газоносного пласта у дальній зоні дії свердловини ( $R_d > 500$ м), при цьому ближня зона пласта вважається ізотропною.

Аналіз рис. 4.19 а, б, в показує, що в цьому випадку недоліки анізотропії зовнішньої області помітно компенсуються ізотропією ближньої зони дії свердловини, яка в силу своїх великих розмірів покращує взаємний обмін газом між цими областями.

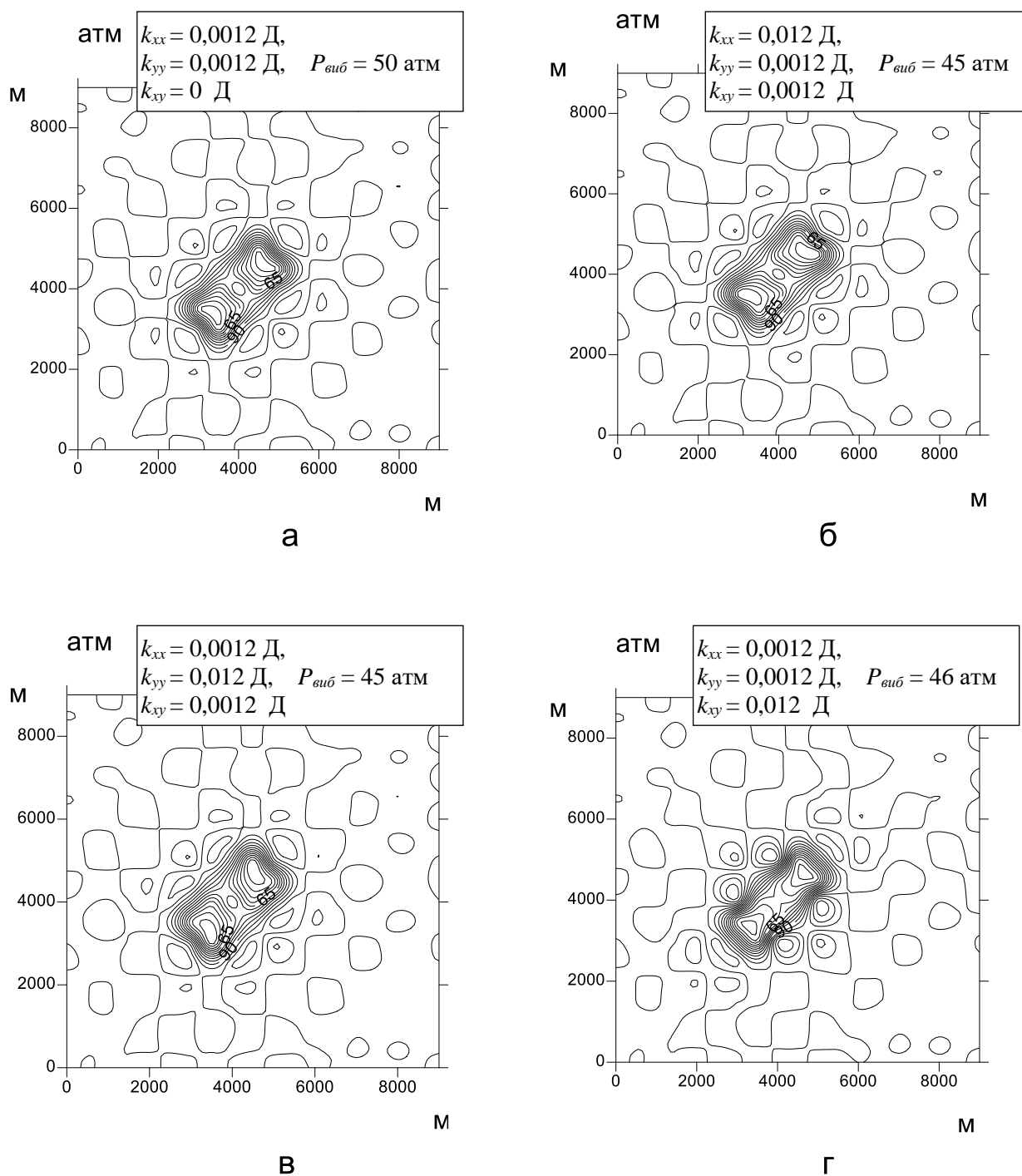
З іншого боку, аналіз рис. 4.19 г показує, що у випадку наявності зрушувальної анізотропії проникності у зовнішньої області газоносного пласта, взаємного обміну між внутрішньою і зовнішньою областями недостатньо [116]. Це призводить до зменшення інтенсивності фільтраційного процесу навколо газовидобувної свердловини, що характеризується зменшенням  $P_{виб}$  на 19,2 % в порівнянні випадком ізотропного пласта на рис. 4.17 а (де  $P_{виб} = 49,5$  атм).

Порівнюючи рис. 4.18 та 4.19 можна зробити висновок, що у випадку наявності зрушувальної ізотропії, її негативний вплив відчутніший у близькій зоні свердловини ( $R_d < 500$  м). У випадку наявності зрушувальної анізотропії (коли  $k_{xy} \neq k_{xx}$  і  $k_{xy} \neq k_{yy}$ ), її негативний вплив відчутніший у дальній зоні дії свердловини ( $R_d > 500$  м). Тоді вибійний тиск знижується на 9,5 атм в порівнянні з повністю ізотропним випадком.



**Рис. 4.19.** Розподілення тиску при наявності анізотропії газоносного пласта у дальній зоні дії свердловини ( $R_d > 500 \text{ м}$ )

На рис. 4.20 представлено процеси фільтрації навколо двох видобувних свердловин при наявності різних видів анізотропії проникності газоносного пласта.



**Рис. 4.20.** Розподілення тиску в анізотропному газоносному пласті в радіусі двох діючих свердловин при різних коефіцієнтах проникності в різних напрямках

Найбільш ефективний видобуток нафти в околі двох діючих свердловин досягається у випадку ізотропного газоносного пласта (рис. 4.20 а). Тут взаємний вплив між видобувними свердловинами мінімальний. У випадку анізотропного газоносного пласта інтенсивність процесу фільтрації і відповідно рівень

видобутку газу залежить від взаємного розташування свердловин. Важливе таке розташування свердловин, щоб з однієї сторони не відбувалось блокування газу з боку пониженої проникності, а з іншої сторони не відбувалось швидке виснаження пласта з боку підвищеної проникності й взаємний вплив між свердловинами був мінімальний.

Аналіз моделювання різних варіантів розташування видобувних свердловин у пласті (по осі  $xx$ ,  $yy$  та  $xy$ ) показав, що найбільш вигідною конфігурацією є розташування свердловин у діагональному напрямку (по осі  $xy$ ) по відношенню до головних осей анізотропії проникності нафтоносного пласта (рис. 4.20).

Виходячи з отриманої інформації, для ефективного використання анізотропних газоносних пластів необхідно розміщувати видобувні свердловини в локальних областях з відносно низькою анізотропією проникності пласта, особливо уникати місць із наявністю зрушувальної анізотропії. При розміщенні системи видобувних свердловин у анізотропних пластах газоносного родовища необхідно проведення системного аналізу навколишньої анізотропії пластів з метою такого їх розміщення, яка б забезпечувала ефективний процес фільтрації газової фази навколо цих свердловин. Очевидно найкращі умови видобутку газу у відповідному практичному випадку досягаються внаслідок оптимального підбору усіх впливових факторів анізотропії газової фази. Як показано, ці фактори можуть бути оцінені за допомогою представленого методу.

Отже, у випадку наявності зрушувальної ізоетропії (коли  $k_{xy} = k_{xx}$  або  $k_{xy} = k_{yy}$ ), її негативний вплив відчутніший у близькій зоні свердловини ( $R_d < 500$  м). Тоді вибійний тиск знижується на 5,5 – 6,5 атм (що відповідає 11 – 13 % ) в порівнянні з повністю ізоетропним випадком, де  $P_{виб} = 49,5$  атм.

У випадку наявності зрушувальної анізотропії (коли  $k_{xy} \neq k_{xx}$  і  $k_{xy} \neq k_{yy}$ ), її негативний вплив відчутніший у дальній зоні дії свердловини ( $R_d > 500$  м). Тоді вибійний тиск знижується на 9,5 атм (що відповідає 19,19 % ) в порівнянні з повністю ізоетропним випадком, де  $P_{виб} = 49,5$  атм. Негативний вплив зрушувальної ізоетропії у ближній зоні ( $R_d < 500$  м) є меншим та оцінюється втратами вибійного тиску на 11,1 %.

При розташуванні системи «видобувна – видобувна» свердловини найбільш вигідна їх діагональна конфігурації відносно головних осей анізотропії.

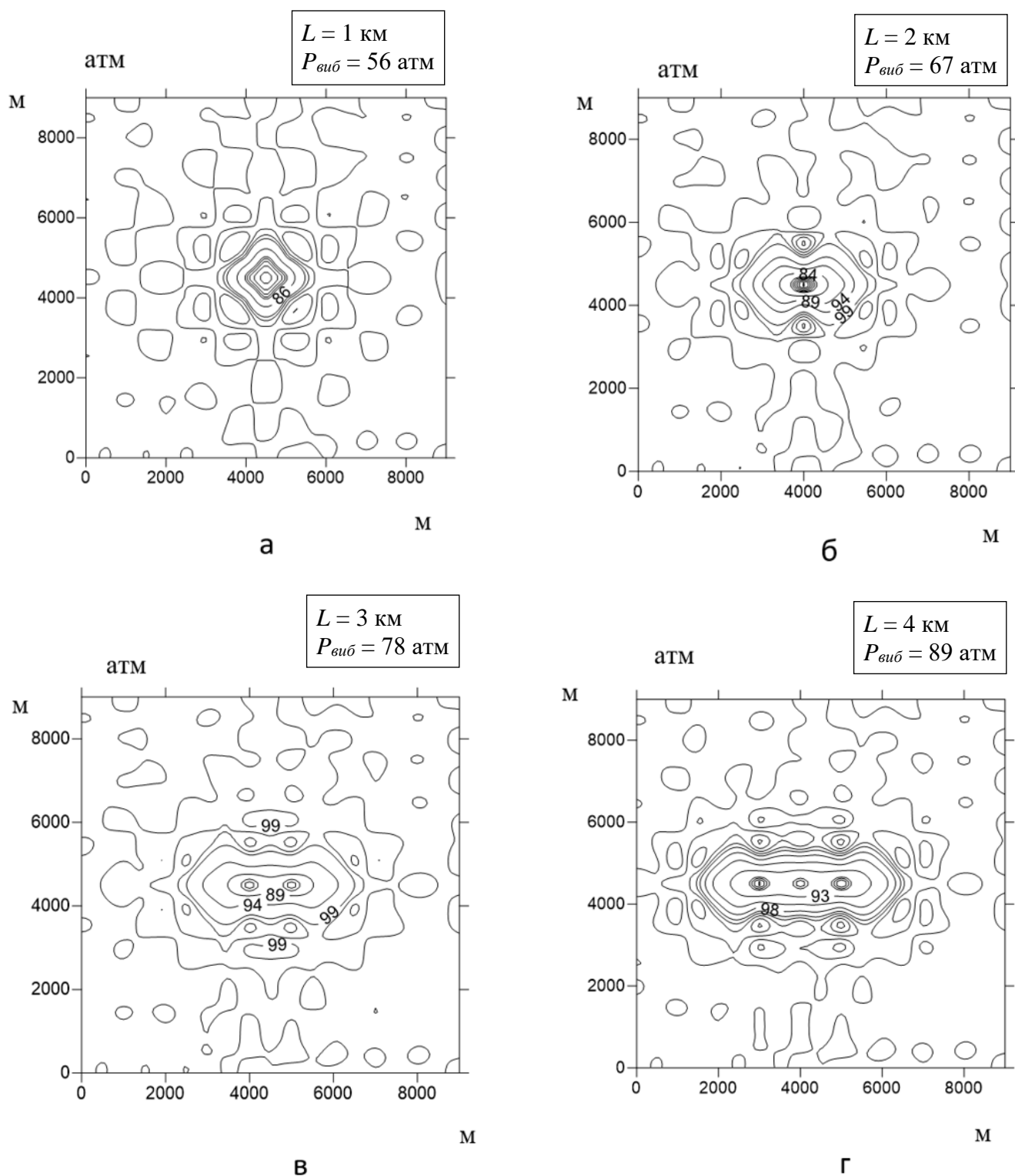
#### 4.2.3 Моделювання фільтраційних процесів навколо горизонтальних свердловин в анізотропних газоносних пластах

Вихідні дані для отриманих результатів дослідження наведені в табл. 4.6. Анізотропія пористого середовища задавалася відмінною проникністю в напрямках  $xx$  (горизонтальному),  $yy$  (вертикальному) та  $xy$  (діагональному).

Таблиця 4.6 – Вихідні дані для моделювання фільтраційних процесів навколо горизонтальних свердловин в анізотропних газоносних пластах

Назва, позначення	Значення	Одиниці виміру
Площа нафтоносного пласта $S$	9,9	км <sup>2</sup>
Коефіцієнт пористості $m$	0,15	–
Коефіцієнт динамічної в'язкості газу $\eta$	$0,18 \cdot 10^{-4}$	Па·с
Коефіцієнт стиснення скелету гірської породи $\beta_2$	$10^{-10}$	Па <sup>-1</sup>
Коефіцієнт п'єзоопору пласта $c$	$0,27 \cdot 10^{-12}$	с
Початковий пластовий тиск $P_0$	$10 \cdot 10^6$	Па
Середній дебіт видобувної свердловини $Q$	24840	м <sup>3</sup> /добу
Дебіт свердловини, з урахуванням коефіцієнта розширення газу $Q_2$	$2,484 \cdot 10^6$	м <sup>3</sup> /добу
Коефіцієнт інфільтрації нафти через межі розглянутої ділянки $\alpha$	0	м
Час від пуску свердловини $t$	30	діб

Результати моделювання продемонстрували залежність розподілу пластового тиску (а отже, інтенсивності фільтраційного процесу) від довжини (рис. 4.21) і розташування горизонтальної свердловини.



**Рис. 4.21.** Розподіл тиску навколо горизонтальної свердловини різної довжини  $L$  (напрявленої вздовж осі  $x$ ) при проникності газоносного пласта

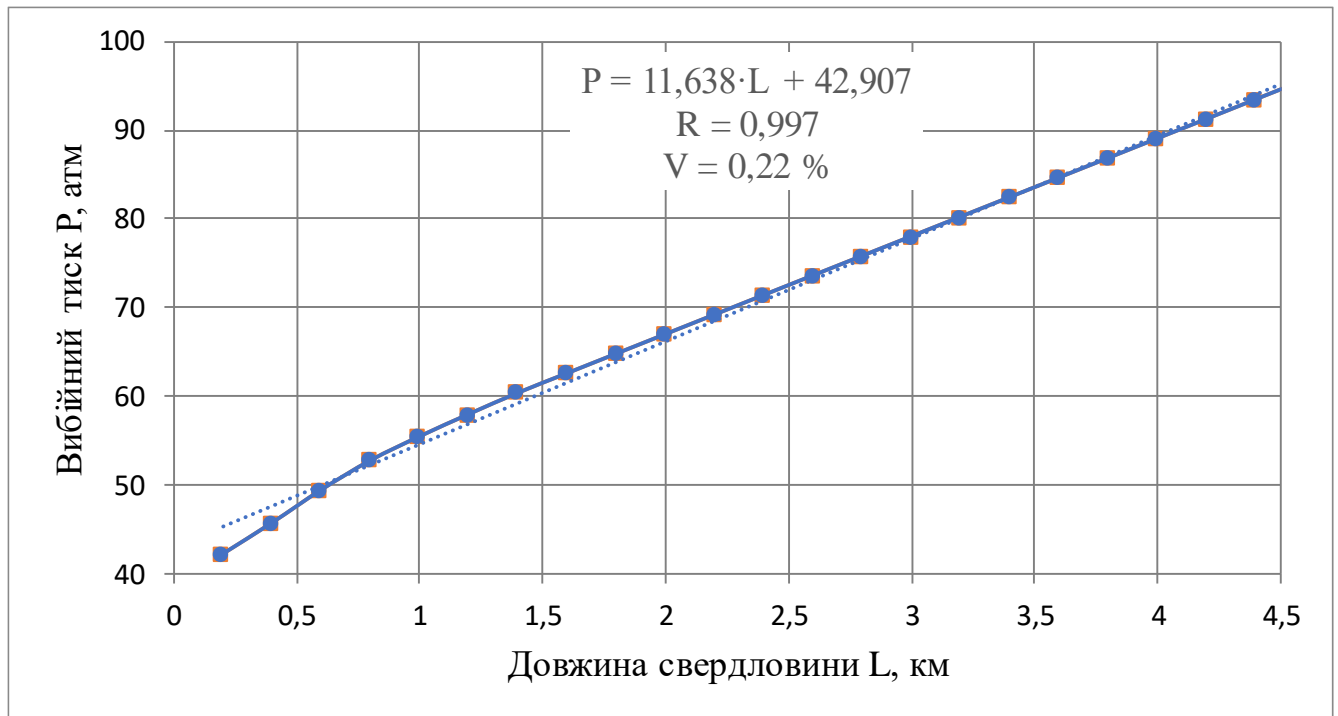
$$k_{xx} = k_{yy} = k_{xy} = 0,0012 \text{ Д}$$

Таким чином, інтенсивність фільтраційного процесу навколо горизонтальної свердловини прямо пропорційна її довжині, про що свідчить відповідне зростання



значення вибійного тиску із збільшенням довжини горизонтального стовбура свердловини (рис. 4.22).

При проникності газоносного пласта  $k_{xx} = k_{yy} = k_{xy} = 0,0012$  Д залежність вибійного тиску  $P$  від довжини горизонтальної свердловини  $L$  описується лінійним рівнянням  $P = 11,638 \cdot L + 42,907$ , коефіцієнт кореляції при цьому складає  $R = 0,997$ .

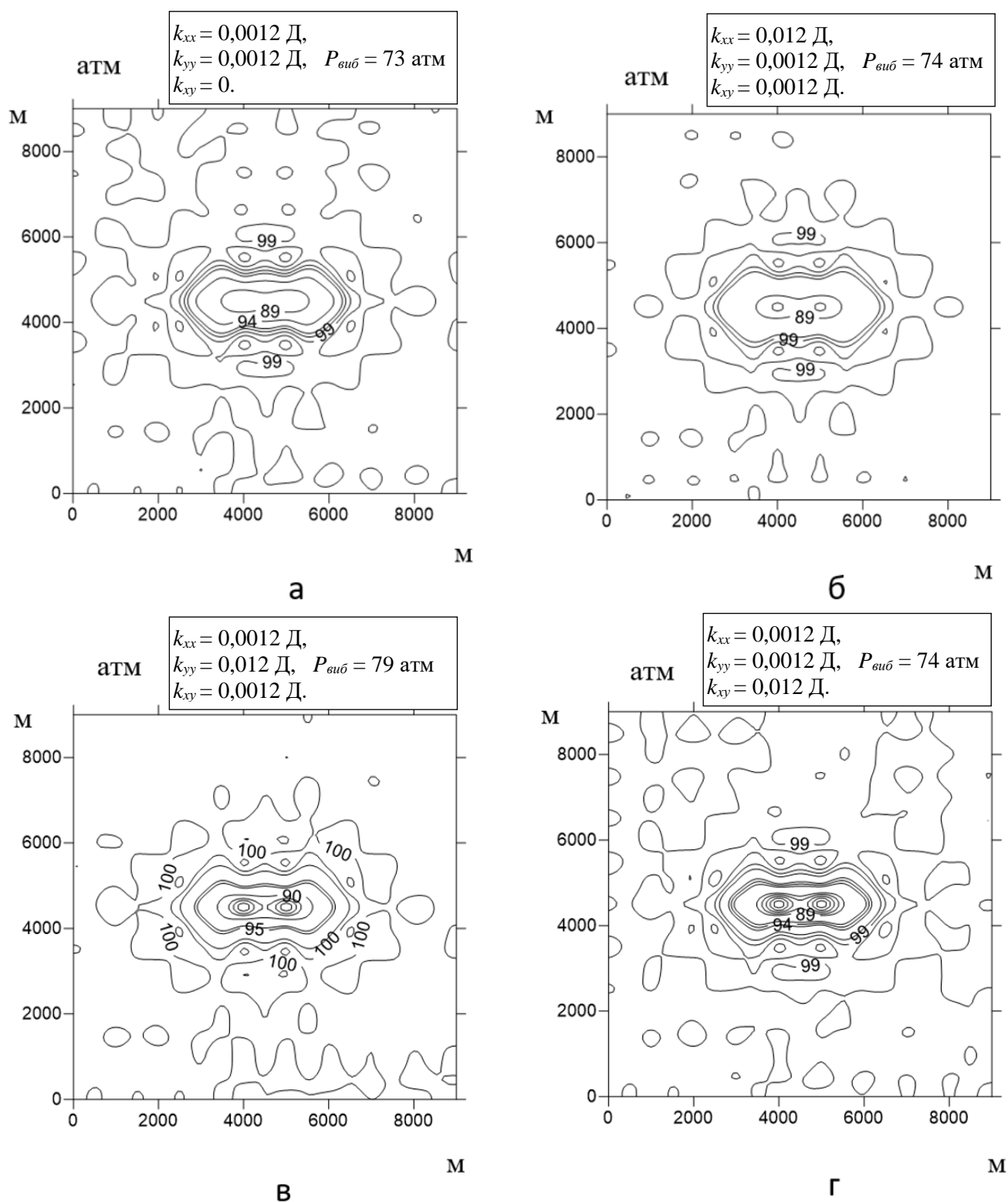


**Рис. 4.22.** Залежність вибійного тиску від довжини горизонтальної свердловини у пласті з проникністю  $k_{xx} = k_{yy} = k_{xy} = 0,0012$  Д, де  $R$  – коефіцієнт кореляції,  $V$  – коефіцієнт варіації, %.

На рис. 4.23 наведені поля розподілу пластових тисків навколо горизонтальної свердловини довжиною 3 км, розташованої вздовж осі  $x$ , при різних значеннях коефіцієнтів проникності у різних напрямках.

Порівнюючи рис. 4.23 а та 4.23 б, ми бачимо, що зростання проникності в напрямку  $x$  в 10 разів (із 0,0012 до 0,012 Д) призводить до підвищення  $P_{виб}$  всього в 1,01 раз (із 73 до 74 атм). Причина тут полягає в тому, що підвищена проникність фільтрації в напрямку  $x$  блокується розташуванням свердловини в тому ж напрямку. На рис. 4.23 г ми бачимо, що підвищена проникність у

зрушувальному напрямку блокує приток газу в інших напрямках, тому інтенсивність фільтрації співпадає із випадком 4.23 б ( $P_{виб} = 74$  атм).



**Рис. 4.23.** Розподіл тиску навколо горизонтальної свердловини довжиною 3 км (напрявленої вздовж осі  $x$ ) при різних параметрах проникності газоносного пласта

Найбільш інтенсивний процес фільтрації ми спостерігаємо на рис. 4.23 в, де  $P_{виб} = 79$  атм (що на 6,3 % вище випадків на рис. 4.23 б та 4.23 г). Тобто підвищена проникність, що напрямлена перпендикулярно до розташування свердловини, забезпечує максимальний приток газу.

На рис. 4.24 можна виявити інтенсивність фільтраційного процесу навколо горизонтальної свердловини довжиною 3 км, що розташована в діагональному напрямку відносно осей анізотропії пласта, при різних значеннях проникності в газоносному пласті.

Порівнюючи розподіли тиску, ми бачимо високу інтенсивність фільтраційного процесу (значення вибійних тисків 80 – 82 атм) у всіх випадках рис. 4.23 а – г. Це можна пояснити рівномірним доступом нафти до горизонтальної свердловини, як з напрямку  $x$ , так із напрямку  $y$ . Наявність зрушувальної анізотропії (рис. 4.24 г), тут мало впливає на загальний результат.

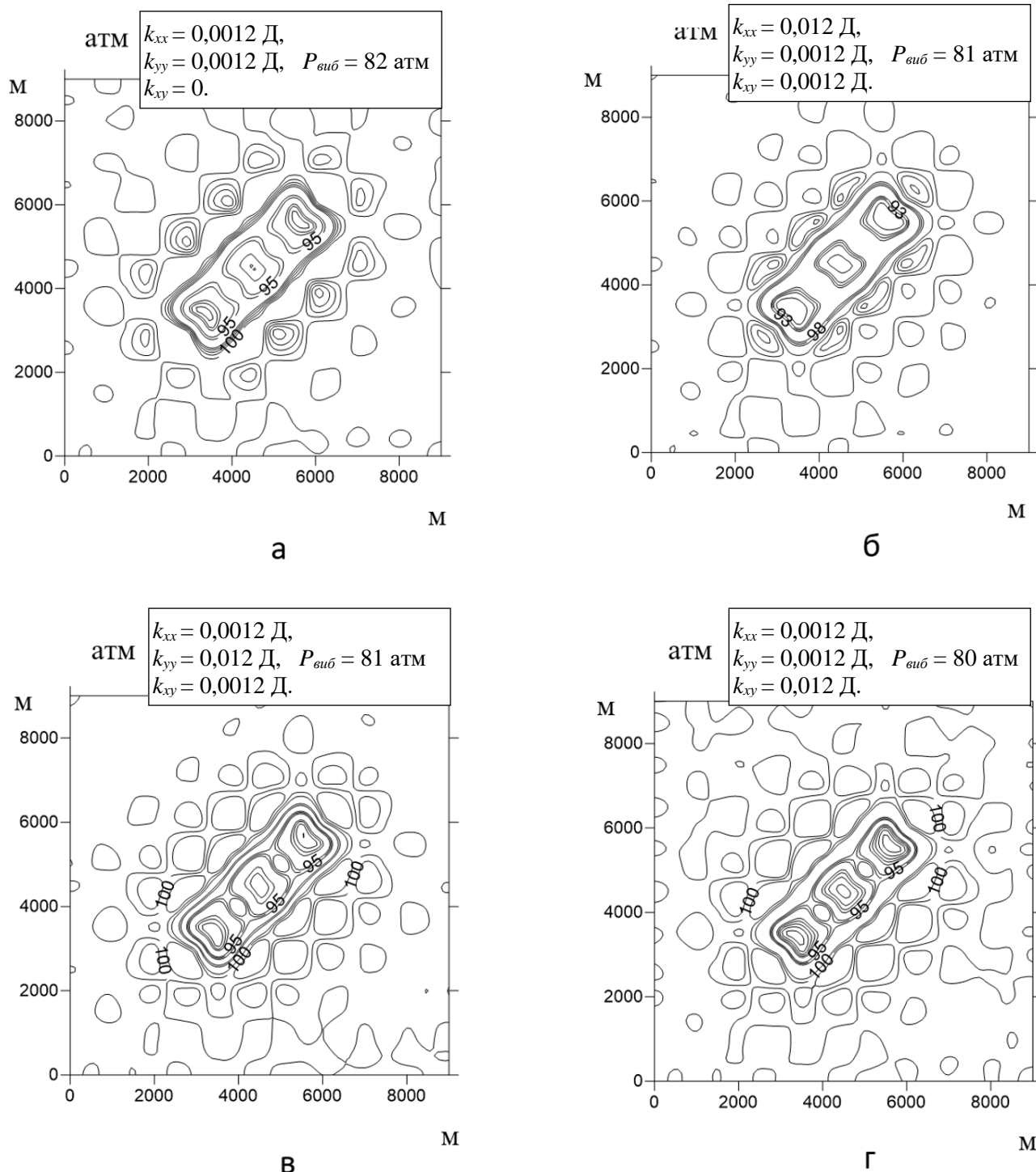
Загалом, розташування свердловини у діагональному напрямку (рис. 4.24 а – г) в порівнянні з горизонтальним (рис. 4.23 а – г) дозволяє підтримувати вибійний тиск вищим на:

- 0,9 атм (12,33 %) – для  $k_{xx} = 0,0012$  Д,  $k_{yy} = 0,0012$  Д,  $k_{xy} = 0$ ;
- 0,7 атм (9,46 %) – для  $k_{xx} = 0,012$  Д,  $k_{yy} = 0,0012$  Д,  $k_{xy} = 0,0012$  Д;
- 0,2 атм (2,52 %) – для  $k_{xx} = 0,0012$  Д,  $k_{yy} = 0,012$  Д,  $k_{xy} = 0,0012$  Д;
- 0,6 атм (8,1 %) – для  $k_{xx} = 0,0012$  Д,  $k_{yy} = 0,0012$  Д,  $k_{xy} = 0,012$  Д.

Отже, існує безумовна перевага діагонального розташування горизонтальної свердловини відносно осей анізотропії газоносного пласта у порівнянні з її розміщенням вздовж осей анізотропії пласта.

Підведемо підсумок. Результати моделювання показують прямо пропорційну залежність між зростанням значення вибійного тиску (а отже, інтенсивності фільтраційного процесу) та збільшенням довжини стовбура горизонтальної свердловини. Розташування горизонтальної свердловини перпендикулярно напрямку підвищеної в 10 разів проникності дозволяє на 6, 3 % збільшити вибійний тиск в порівнянні з паралельним та діагональним розташуванням відносно підвищеної в 10 разів проникності. У випадку наявності зрушувальної

анізотропії пласта найбільш ефективним є діагональне розташування свердловини (вибійний тиск зростає в залежності від напрямків підвищеної проникності на 2,52 – 12,33 % в порівнянні із розташуванням свердловини в напрямку  $x$ ).



**Рис. 4.24.** Розподіл тиску навколо горизонтальної свердловини довжиною 3 км (розташованої в діагональному напрямку) при різних параметрах проникності газоносного пласта

Виходячи з отриманої інформації, для ефективного використання анізотропних слабопроникних пластів необхідно розміщувати горизонтальну свердловину в областях з відносно низькою анізотропією проникності пласта, особливо уникати місць із наявністю зрушувальної проникності пласта. Якщо уникнути неоднорідного розподілу проникності неможливо, найбільш ефективним є діагональне розташування відносно осей анізотропії пласта.

### 4.3 Висновки за розділом 4

За результатами математичного моделювання фільтраційних процесів нафти та газу в анізотропних та зонально-неоднорідних анізотропних пластах можна зробити наступні висновки:

1. Найбільш інтенсивний процес фільтрації навколо видобувної свердловини відбувається саме в абсолютно ізотропному випадку, тоді нафта або газ рівномірно з усіх боків (радіально) надходить до свердловини. У випадку зрушувальної ізотропії проникності пласта середній пластовий тиск знижується (для нафтових пластів – на 2 % при проникності 1 Д та на 4,25 % при проникності 0,15 Д).

2. Нагнітальну свердловину в нафтових слабопроникних ( $k = 0,1$  Д) ізотропних пластах слід розташовувати не далі, як за 110 м від видобувної; а в ізотропно-зрушувальних – за 100 м. Встановлення нагнітальної свердловини на відстані більшій 1 км нівелює її ефективність.

3. При розташуванні системи «нафтовидобувна-нагнітальна» свердловина краще уникати місць із зрушувальною ізотропією пласта. Якщо це неможливо, розташовувати їх в зрушувальному (діагональному) напрямку, що забезпечить найменше зниження тиску ізотропно-зрушувального пласта в порівнянні з повністю ізотропним – в середньому, на 4 % (для всіх змодельованих значень відстані від видобувної та нагнітальними свердловинами).

Для слабопроникних газоносних пластів із зрушувальною ізотропією розташування системи «газовидобувна-нагнітальна» може виявитись кращим в напрямку, перпендикулярному напрямку підвищеної проникності.

4. Моделювання фільтраційних процесів в зонально-неоднорідних анізотропних нафтоносних пластах показало, що ортотропна неоднорідність середовища менше впливає на зниження вибійного тиску, як в близькій  $R_D > 5$  м, так і дальній зонах  $R_D < 5$  м дії свердловини в порівнянні з абсолютно анізотропним середовищем.

При наявності зрушувальної ізотропії найбільш вигідною конфігурацією системи з двох нафтовидобувних свердловин є розташування їх у діагональному напрямку (по осі  $xu$ ). Це призведе до зниження  $P_{сер}$  на 7 атм (розташування вздовж осі  $xx$  або  $yy$  призведе до зниження  $P_{сер}$  на 11 атм від  $P_0 = 200$  атм). Аналогічне діагональне розташування системи «видобувна – видобувна» свердловина при наявності зрушувальної ізотропії є вигідним і для газових пластів.

5. Негативний вплив наявності зрушувальної ізотропії на фільтраційні процеси в радіусі дії горизонтальної свердловини яскравіше відстежується у пласті з нижчою проникністю. Для нафтової горизонтальної свердловини зниження вибійного тиску дорівнює 0,79 % при  $k = 1$  Д та 10 % при  $k = 0,1$  Д (в порівнянні з аналогічними ізотропними випадками).

Розташування горизонтальної нафтової свердловини в ортотропному пласті в діагональному напрямку в порівнянні з горизонтальним дозволяє підтримувати вибійний тиск вищим на 9,4 – 35 % (в залежності від значення  $i$  напрямку проникності). Аналогічна закономірність виявлена для газових горизонтальних свердловин (вибійний тиск зростає в залежності від напрямків підвищеної проникності на 2,52 – 12,33 %). Виняток становлять анізотропні пласти, в яких напрямок підвищеної проникності є перпендикулярним до розташування горизонтальної свердловини.

6. Результати моделювання фільтраційних процесів в анізотропних слабопроникних газоносних пластах показали прямопропорційну залежність між довжиною горизонтальної свердловини  $L$  та значеннями вибійного тиску  $P = 11,638 \cdot L + 42,907$ . Коефіцієнти кореляції та варіації становлять 0,997 та 0,22 відповідно.

## РОЗДІЛ 5

### ПІДРАХУНОК ВИДОБУВНИХ ЗАПАСІВ НАФТИ ТА ГАЗУ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ У ПРОДУКТИВНИХ ПЛАСТАХ

Удосконалений метод розрахунку запасів газу поєднує об'ємний метод та моделювання фільтраційних процесів із застосуванням комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу. Моделювання фільтраційних процесів дозволяє отримати карти нестационарного розподілу тиску навколо свердловини. За розрахованими значеннями середніх пластових та вибійних тисків визначається радіус контуру живлення видобувної свердловини при різних термінах експлуатації. Далі застосовується об'ємний метод підрахунку видобувних запасів, де площа пласта розраховується як площа круга з радіусом рівним радіусу контуру живлення свердловини. Таким чином, можна визначити дренавані запаси однією експлуатаційною свердловиною.

Комбінований метод розрахунку запасів можна використовувати як оперативний метод, що ґрунтується на геофізичних та лабораторних даних. Оскільки інформація про розподіл пластових тисків отримана шляхом математичного моделювання фільтраційних процесів, комбінований метод розрахунку запасів не потребує гідродинамічних досліджень свердловини.

Дослідження проведені для пластів, розкритих однією видобувною свердловиною. Математичне моделювання фільтраційних процесів проводиться для однофазного потоку, тобто розрахунок запасів можна здійснити за умови насичення пласта тільки нафтою, або тільки газом.

Верифікацію удосконаленого методу розрахунку запасів можна провести шляхом порівняння результатів із значеннями запасів в Атласі родовищ України. Апробація методу здійснена для Ромашівського нафтового та Червонозаярського газового родовищ, де наявні продуктивні пласти, розкриті однією видобувною свердловиною.

Алгоритм розрахунку включає в себе:

- 1) побудову полів розподілу тиску в пласті для різного часу  $t$  від початку експлуатації свердловини за допомогою моделювання фільтраційних процесів із застосуванням комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу; визначення середнього пластового та вибійного тиску;
- 2) розрахунок радіусу контуру живлення свердловини з використанням отриманих значень середніх пластових та вибійних тисків;
- 3) розрахунок початкових видобувних запасів вуглеводнів з використанням розрахункового значення радіусу контуру живлення свердловини.

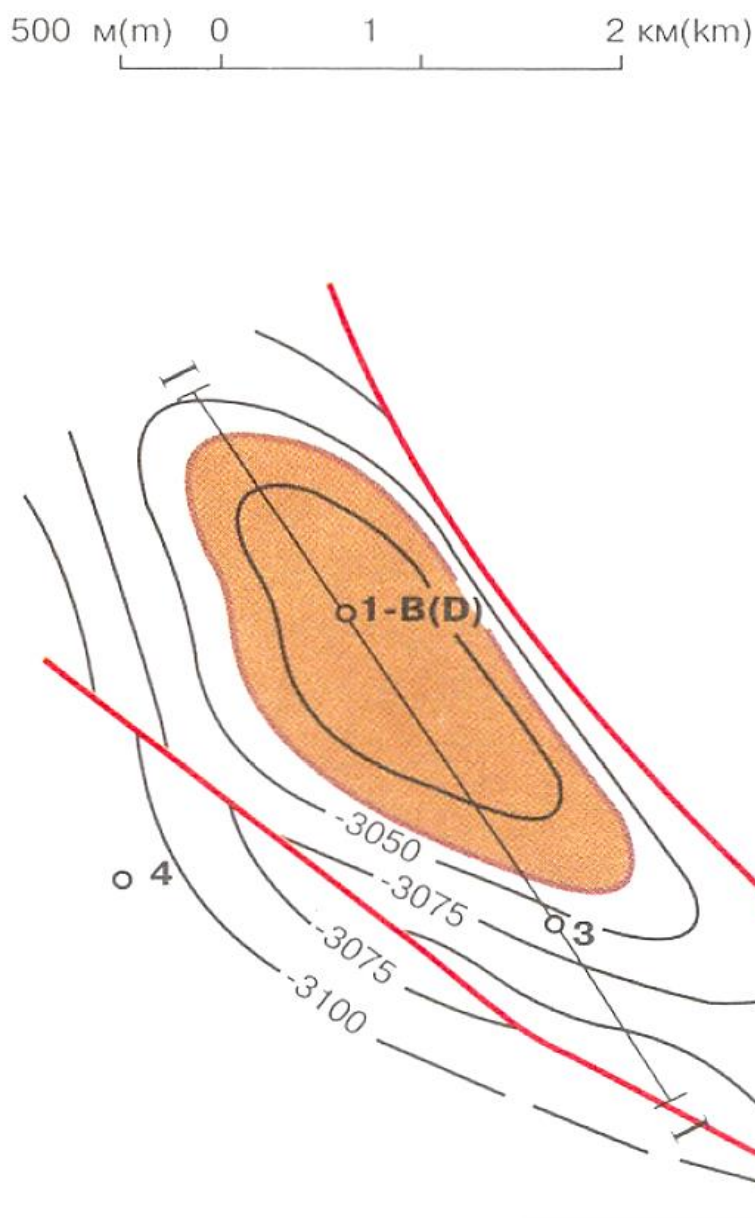
Для отримання більшої достовірності результатів дослідження, також проводиться перерахунок параметрів газу та нафти, які залежать від тиску та температури (коефіцієнти динамічної в'язкості та надстисливості).

### **5.1 Підрахунок початкових видобувних запасів продуктивного пласта В-17 Ромашівського нафтового родовища**

Ромашівське нафтове родовище розташоване в Талалаївському районі Чернігівської області на відстані 6 км від смт Талалаївка. У тектонічному відношенні воно входить до складу Великобубнівського структурного валу, який простягається вздовж північної границі Талалаївського виступу фундаменту в межах північно-західної частини прибортової зони Дніпровсько-Донецької западини. Єдиний нафтовий поклад пластовий склепінний. Колектори представлені пісковиками пористістю 15–18 %. Структурна карта покрівлі продуктивного горизонту В-17 наведена на рис. 5.1 [9]. Продуктивний пласт Ромашівського нафтового родовища розкритий єдиною видобувною свердловиною 1-В(D).

Основні показники розробки Ромашівського родовища, характеристика нафт та покладів нафти представлені в Атласі родовищ України [9] та скопійовані в додатку В.





**Рис. 5.1.** Структурна карта покрівлі продуктивного горизонту В-17 [9]

Моделювання фільтраційних процесів в радіусі дії видобувної свердловини 1-В(D) Ромашівського нафтового родовища проводиться з метою встановлення середніх пластових та вибійних тисків, на основі чого можна розрахувати радіус контура живлення свердловини з наступним розрахунком видобувних запасів родовища.

Змоделюємо розподіл пластових тисків навколо свердловини 1-В(D). Для цього розв'язуємо рівняння п'єзопровідності за допомогою комбінованого скінчено-елементно різницевого методу. Загальний вигляд математичної постановки задачі та алгоритм її розв'язку наведено в розділі 2.

При математичній постановці задачі приймаються наступні припущення. Ефективна товщина пласта є сталою величиною та значно меншою горизонтальних розмірів пласта, в такому випадку задача розглядається як двовимірна. Проникність, пористість, в'язкість початковий пластовий тиск, дебіт є відомими та незмінними у часі величинами. Задача розраховується для однофазного потоку нестисливої рідини (нафти).

Загальна постановка двовимірної нестационарної однофазної задачі п'єзопровідності для нестисливої рідини (нафти), з урахуванням початкової умови та умови проникності нафти на границі досліджуваної області, має вигляд (див. розділ 2) [33]

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \chi \left( \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) + \gamma; \quad (5.1)$$

$$P(t = 0) = P_0; \quad (5.2)$$

$$k_{cp} grad P = \alpha (P - P_{cp}). \quad (5.3)$$

Тут (5.1) – рівняння п'єзопровідності;

(5.2) – початкова умова;

(5.3) – гранична умова інфільтрації флюїду на границях розглянутої області;

$\chi = \frac{k}{\mu(m\beta_1 + \beta_2)}$  – коефіцієнт п'єзопровідності для нафтового пласта, м<sup>2</sup>/с;

$k$  – проникність нафтової фази, м<sup>2</sup>;

$\mu$  – динамічна в'язкість нафти, Па·с;

$m$  – пористість нафтоносного пласта, д.о.;

$\beta_1$  – коефіцієнт стискування нафти, Па<sup>-1</sup>;

$\beta_2$  – коефіцієнт стискування скелету порід нафтоносного пласта, Па<sup>-1</sup>;

$P_0$  – початковий тиск пористого шару, Па;

$\alpha$  – коефіцієнт інфільтрації флюїду на границях розглянутої області, м;

$P_{cp}$  – тиск на границях розглянутої області, Па.

В даній роботі для розв'язання плоских (двовимірних) нестационарних задач п'єзопровідності використовується комбінована скінчено-елементна методика Лубкова М.В. [38, 39]. Цей метод реалізований автором на мові програмування Fortran. Алгоритм розрахунку системи рівнянь (5.1 – 5.3) скінчено-елементно-різницеvim методом описаний в розділі 2.1.

Таблиця 5.1 – Вихідні дані для моделювання фільтраційного процесу в продуктивному пласті В-17 Ромашівського нафтового родовища [9]

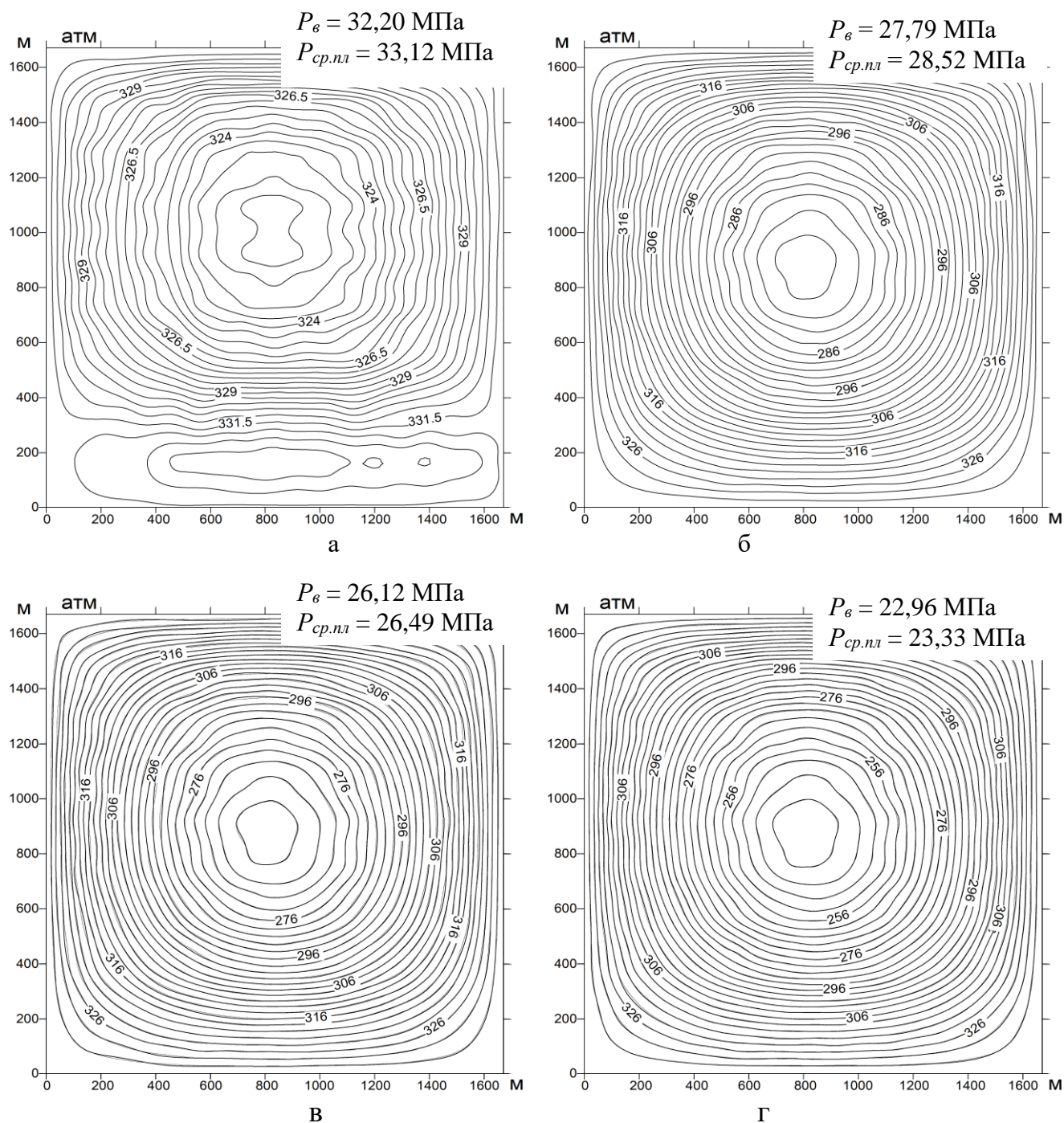
Назва, позначення	Значення	Одиниці виміру
Площа газоносного пласта $F$	2,79	км <sup>2</sup>
Коефіцієнт пористості $m$	0,137	–
Коефіцієнт динамічної в'язкості нафти $\mu$	$3,2 \cdot 10^{-3}$	Па·с
Початковий пластовий тиск $P_0$	$33,19 \cdot 10^6$	Па
Густина нафти	804	кг/м <sup>3</sup>
Середній дебіт видобувної свердловини $Q$	41,79	м <sup>3</sup> /добу
	33,6	т/добу
Ефективна товщина пласта $h$	4,1	м
Коефіцієнт проникності $k$	$5 \cdot 10^{-13}$	м <sup>2</sup>
Тиск насичення $P_{нас}$	19,01	МПа
Пластова температура $T_{пл}$	368	К
Усадка нафти $b$	0,36	–
Коефіцієнт нафтонасичення	0,86	–

Коефіцієнт стиснення скелету гірської породи приймаємо  $\beta_2 = 10^{-10}$  Па<sup>-1</sup>.

Отримуємо поля розподілу тиску для різного часу  $t$  від початку експлуатації свердловини (рис. 5.2 та 5.3).

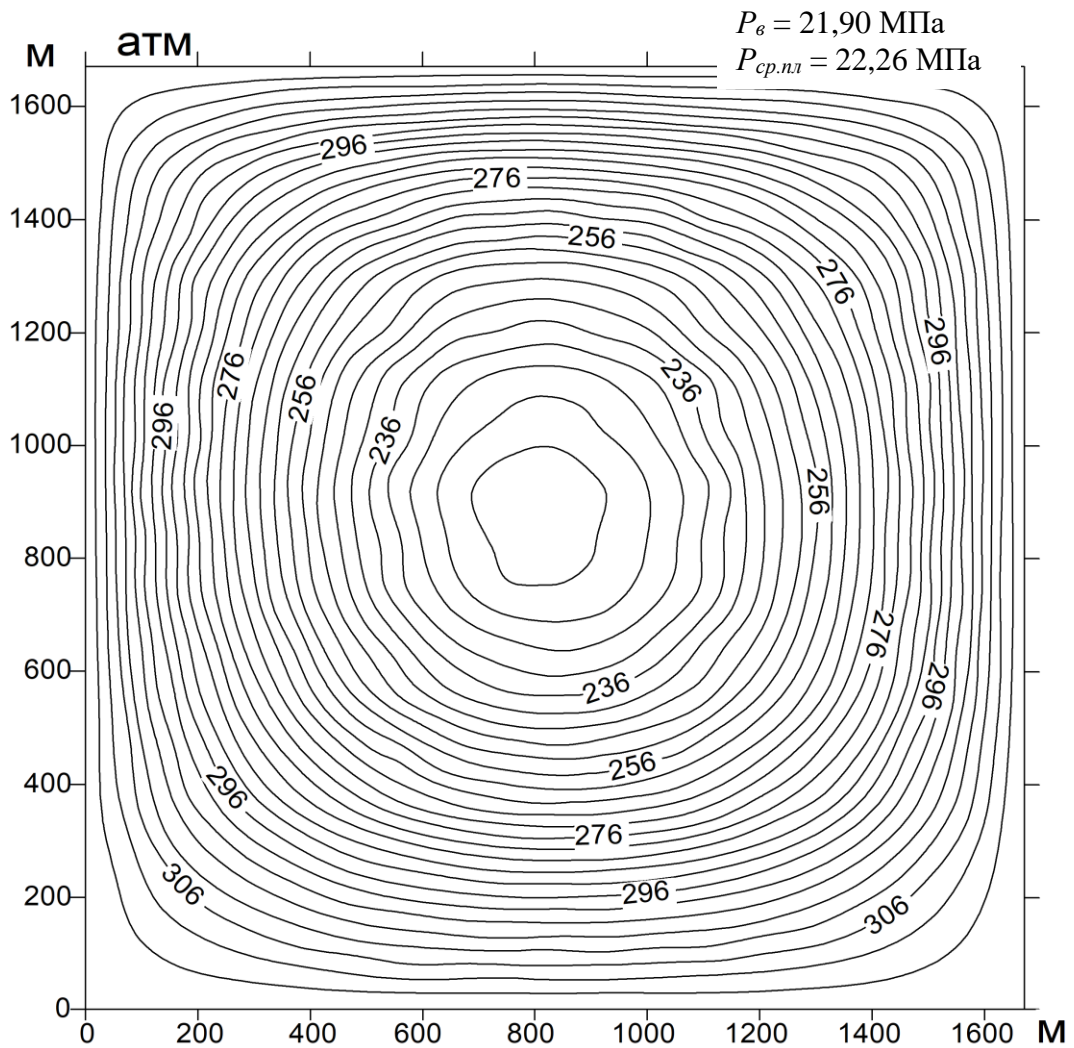
Середній пластовий тиск  $P_{ср.пл}$  визначається за картами ізобар (поля розподілу тиску на рис. 5.2, 5.3). Тобто визначається площа між кожними двома сусідніми ізобарами та розраховується середній пластовий тиск на цій площі як

середнє арифметичне зі значень тисків двох сусідніх ізобар. Це значення множимо на площу між ізобарами, підсумовуємо. Загальну суму ділимо на сумарну площу, у межах якої проводиться обчислення. Визначений таким чином середній пластовий тиск є середньозваженим по площі пласта.



**Рис. 5.2.** Поля розподілу тиску навколо свердловини 1-В(Д) при різному терміні експлуатації: а – 10 днів; б – 1 місяць; в – 2 місяці; г – 6 місяців.

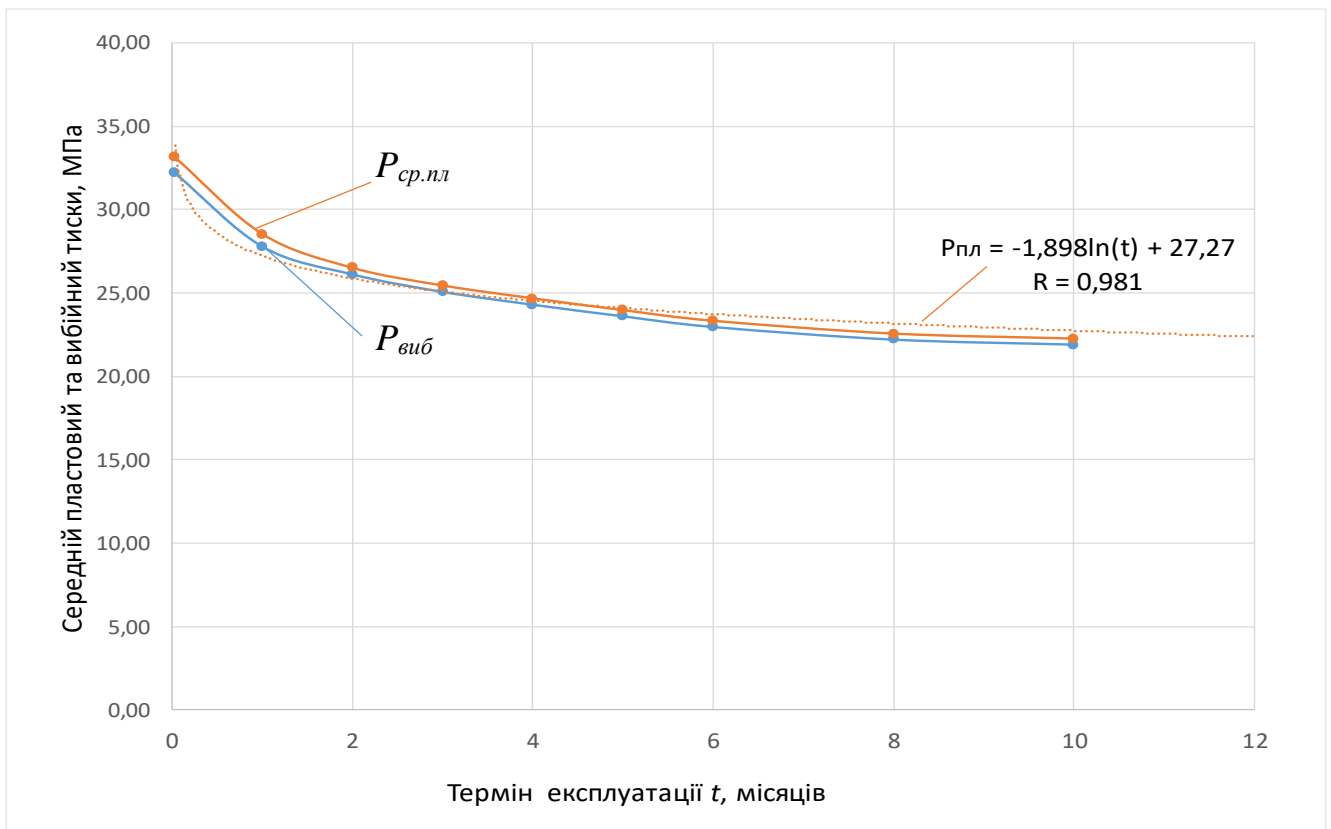
$P_{\text{ср.пл}}$  – середній пластовий тиск, МПа;  $P_{\text{в}}$  – вибійний тиск, МПа.



**Рис. 5.3.** Поле розподілу тиску навколо свердловини 1-В(Д) при терміні експлуатації  $t = 10$  місяців

Побудуємо графіки зниження тисків – вибійного та середнього пластового (рис. 5.4). Як видно з графіків, різниця між значеннями вибійних та середній пластових тисків в пласті В-17 Ромашівського родовища не перевищує 1 МПа протягом 10 місяців експлуатації. Перші 2 місяці експлуатації свердловини 1-В(Д) характеризуються різким зниженням середнього пластового та вибійного тисків. Надалі тиски стабілізуються та змінюються з часом незначно.

Апроксимація кривої падіння пластового тиску логарифмічною залежністю  $P_{пл} = -1,898 \ln(t) + 27,27$  дозволяє спрогнозувати середній пластовий тиск через 12 місяців експлуатації свердловини 1-В(Д):  $P_{ср.пл} = 22,2$  МПа.



**Рис. 5.4.** Графіки зниження середнього пластового  $P_{ср.пл}$  та вибійного  $P_{виб}$  тисків в пласті В-27 Ромашівського нафтового родовища, де  $R$  – коефіцієнт кореляції

Згідно основних показників розробки Ромашівського нафтового родовища, [9] середній пластовий тиск за рік знизився до 22,1 МПа.

Таким чином, відносна похибка визначення середнього пластового тиску в пласті В-17 Ромашівського родовища за допомогою комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу становить

$$\delta_1 = \frac{P_{ср.пл} - P'_{ср.пл}}{P_{ср.пл}} \cdot 100 = 0,45\%; \quad (5.4)$$

де  $P_{ср.пл}$  – середній пластовий тиск через 12 місяців експлуатації пласта за результатами моделювання, 22,2 МПа;  $P'_{ср.пл}$  – середній пластовий тиск через 12 місяців експлуатації пласта згідно [9], 21,2 МПа.

Результати моделювання фільтраційного процесу навколо свердловини 1-В(D) Ромашівського нафтового родовища дозволяють зробити висновки про

радіус її контуру живлення шляхом застосування аналітичної формули визначення дебіту нафтової свердловини (5.5). Оскільки значення дебіту є відомим, звідси можна дізнатися значення радіусу контуру живлення свердловини. Приплив рідини до свердловини за лінійної радіальної фільтрації нафти описується рівнянням Дюпії [58], отже

$$Q = \frac{2\pi kh(P_{cp.nl} - P_e)}{\lambda\mu \ln \frac{R_k}{r_c}} \Rightarrow \ln R_k = \frac{Q\lambda\mu}{2\pi kh(P_{cp.nl} - P_e)} + \ln r_c, \quad (5.5)$$

де  $Q$  – дебіт свердловини, 33,6 т/добу;

$\lambda$  – об'ємний коефіцієнт нафти в пластових умовах,  $\lambda = 1/(1-b) = 1,56$ ;

$b$  – усадка нафти, 0,36;

$\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості нафти, мПа·с;

$P_{атм}$  – атмосферний тиск, 0,101325 МПа;

$k$  – коефіцієнт проникності, 50 мкм<sup>2</sup>;

$h$  – ефективна потужність пласта, 4,1 м;

$r_c$  – зведений радіус свердловини, м;

$P_{cp.nl}$  – середній пластовий тиск за результатами моделювання (рис. 5.2 та 5.3) при  $t = 10$  днів, 1, 2, 6 та 10 місяців;

$P_{виб}$  – вибійний тиск за результатами моделювання (рис. 5.2 та 5.3) при  $t = 10$  днів, 1, 2, 6 та 10 місяців.

Зведений радіус свердловини можна визначити за інструкцією [4]. Оскільки в [9] не наведено інформації для розрахунку коефіцієнта гідродинамічної недосконалості свердловини по характеру розкриття  $C_2$ , цим параметром знехтуємо. Тоді [4]

$$r_{3g} = r_c e^{-C_1}, \quad (5.6)$$

де  $r_c$  – радіус свердловини по долоту, мм;

$C_1$  – коефіцієнт недосконалості по ступеню розкриття пласта.

$$C_1 = \frac{1}{h} \ln \bar{h} + \frac{1-\bar{h}}{h} \ln \frac{\delta}{\bar{r}_c}, \quad (5.7)$$

де  $\bar{h} = h_{роз}/h_{еф}$  – відносне розкриття пласта свердловиною;

$$\delta = 1,6(1 - \bar{h}^2);$$

$$\bar{r}_c = r_c/h - \text{відносний радіус свердловини.}$$

Припустимо, що розкриття продуктивної товщі пласта В-17 відбувалося долотом з діаметром 215,9 мм. Тоді діаметр свердловини по долоту  $d_c = 215,9$  мм, відповідно радіус  $r_c = 107,95$  мм.

Згідно [9] загальна товщина покладу В-17 становить  $h_{роз} = 25$  м; ефективна  $h_{еф} = 4,1$  м. Тоді

$$\bar{h} = h_{роз}/h_{еф} = 0,164;$$

$$\delta = 1,6(1 - \bar{h}^2) = 1,557;$$

$$\bar{r}_c = r_c/h = 0,0043;$$

$$C_1 = \frac{1}{h} \ln \bar{h} + \frac{1-\bar{h}}{h} \ln \frac{\delta}{\bar{r}_c} = 18,989.$$

Тоді за формулою (5.6) зведений радіус свердловини № 1-В(D) становить  $r_{зв} = r_c e^{-C_1} = 6,04 \cdot 10^{-10}$  м.

В'язкість краплинних рідин (за тисків вище тиску насичення газом) дещо залежить від тиску, звичайно збільшуючись під час зростання тиску, що може бути враховано експоненціальною залежністю [14]

$$\mu_i = \mu \cdot e^{a_\mu(P_{ср.пл.i} - P_{атм})}, \quad (5.8)$$

де  $\mu_i$  – коефіцієнт динамічної в'язкості нафти при тиску  $P_{ср.пл.i}$ ;

$\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості при тиску  $P_{атм} = 0,101325$  МПа;



$a_\mu$  – коефіцієнт, що залежить від складу рідин (п’єзокоефіцієнт в’язкості), значення якого обираємо  $0,0025 \text{ МПа}^{-1}$  [4].

Розв’язок рівняння (5.5) відносно значення радіусу контуру живлення свердловини дає результати (див. табл. 5.2).

Таблиця 5.2 – Значення величин радіусу контуру живлення при різному терміні експлуатації свердловини 1-В(D) за формулою (5.5)

Термін експлуатації свердловини № 1-В(D), місяців	Середній пластовий тиск за результатами моделювання $P_{ср.пл.i}$ , МПа	Вибійний тиск за результатами моделювання $P_{виб.i}$ , МПа	Коефіцієнт динамічної в’язкості нафти при тиску $P_{ср.пл.i}$ $\mu_i$ , Па·с	Значення величини радіусу контуру живлення свердловини $R_{k,i}$ , м
0,033	32,10	33,12	$3,48 \cdot 10^{-3}$	196
1	27,76	28,79	$3,44 \cdot 10^{-3}$	196
2	27,46	28,50	$3,42 \cdot 10^{-3}$	196
6	27,45	28,48	$3,39 \cdot 10^{-3}$	196
10	27,44	28,47	$3,48 \cdot 10^{-3}$	196

Видобувні запаси нафти можна розрахувати за формулою [44]

$$V_n = \pi R_k^2 h m \beta \rho \theta, \quad (5.9)$$

де  $V_n$  – початкові видобувні запаси нафти, т;

$R_k$  – радіус контуру живлення свердловини 1-В(D), 174 м;

$h$  – ефективна потужність пласта, 4,1 м;

$m$  – коефіцієнт пористості 0,137;

$\beta$  – коефіцієнт нафтонасичення 0,86;

$\rho$  – густина нафти на поверхні,  $0,804 \text{ т/м}^3$ ;

$\theta$  – коефіцієнт, що враховує усадку нафти при піднятті на поверхню  $\theta = 1/b = 2,78$ ;

$b$  – усадка нафти, 0,36

Розрахунок формули (5.9) дає результат  $V_n = 130\,136$  т.

Згідно [9] початкові видобувні запаси Ромашівського нафтового родовища становлять  $V'_n = 122$  тис. т.

Відносна похибка розрахунку становить

$$\delta_2 = \frac{V_n - V'_n}{V_n} \cdot 100 = 6,25\%; \quad (5.10)$$

де  $V_n$  – розраховані авторською методикою початкові видобувні запаси нафти, 130136т;

$V'_n$  – запаси нафти згідно [9], 122 тис.т.

Відносна похибка в 6,25 % свідчить про задовільну збіжність результатів дослідження.

Таким чином, удосконалений метод підрахунку запасів може бути корисним для складання проектів розробки родовищ та дослідно промислової експлуатації свердловин. Розрахунок радіусу контура живлення та дренованих видобувних запасів свердловиною можуть бути корисними для визначення варіантів розташування наступних експлуатаційних свердловин.

## **5.2 Підрахунок видобувних запасів продуктивного пласта В-26–Т-1а Червонозаярського газового родовища**

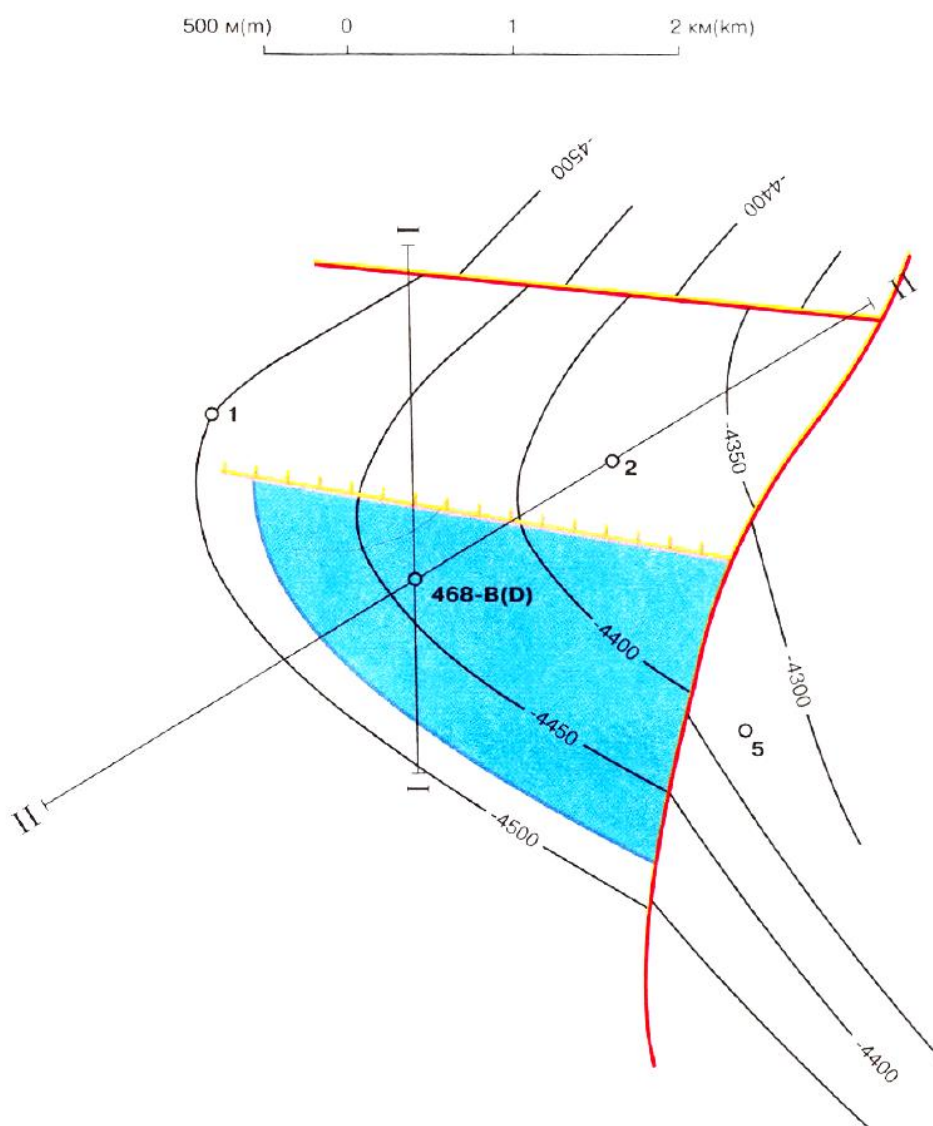
Доцільним є перевірка збіжності та надійності результатів розрахунку запасів запропонованим у цій роботі методом для газового покладу з відомими запасами. Для цього проведемо розрахунки для Червонозаярського газового родовища.

Червонозаярське газове родовище розташоване в Зінківському районі

Полтавської області на відстані 13 км. від м. Зіньків. У тектонічному відношенні воно знаходиться в центральній частині північної прибортової зони Дніпровсько-Донецької западини.

Пошуковим і розвідувальним бурінням виявлені газові поклади горизонтів В-25н, В-26–Т-1а, Т-1б і Т-1в. Вони пластові тектонічно екрановані та літологічно обмежені. Колекторами є пісковики, пористість яких змінюється від 5 до 25 %, а проникність – від 4,0 до  $420 \cdot 10^{-3}$  мкм<sup>2</sup>.

Моделювання продуктивних тисків буде проводитися для горизонту В-26–Т-1а, розкритого однією свердловиною 468-В(Д). Структурна карта покрівлі продуктивного горизонту наведена на рис. 5.5.



**Рис. 5.5.** Структурна карта покрівлі продуктивного горизонту В-26–Т-1а [9]

Основні показники розробки Червонозаярського газового родовища, характеристика природніх газів та покладів газу представлені в Атласі родовищ України [9] та скопійовані в додатку Г.

Моделювання фільтраційних процесів в радіусі дії видобувної свердловини 468-B(D) Червонозаярського газового родовища проводиться з метою встановлення радіусу контура живлення свердловини та з наступним розрахунком видобувних запасів продуктивного горизонту В-26–Т-1а.

Змоделюємо розподіл пластових тисків навколо свердловини 468-B(D). Для моделювання розподілу пластових тисків розв'язуємо рівняння п'єзопровідності за допомогою комбінованого скінчено-елементно різницевого методу. Загальний вигляд математичної постановки задачі та алгоритм її розв'язку наведено в розділі 2.

При математичній постановці задачі приймаються наступні припущення. Ефективна товщина пласта є сталою величиною та значно меншою горизонтальних розмірів пласта, в такому випадку задача розглядається як двовимірною. Проникність, пористість, в'язкість та коефіцієнт надстисливості газу, початковий пластовий тиск, дебіт є відомими та незмінними у часі величинами. Задача розраховується для однофазного потоку (газу).

Тоді для газового пласта Червонозаярського родовища постановку двовимірної нестационарної однофазної задачі п'єзопровідності Лейбензона, з урахуванням початкової умови та умови проникності газу на границі досліджуваної області, можна записати у вигляді [33]

$$\frac{\partial P^2}{\partial t} = \frac{k_z P_0}{\mu_z m_z} \left( \frac{\partial^2 P^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P^2}{\partial y^2} \right) + \gamma; \quad (5.11)$$

$$P(t=0) = P_0; \quad (5.12)$$

$$k_{zp} \text{grad} P^2 = \alpha (P^2 - P_{zp}^2). \quad (5.13)$$

Тут (5.11) – рівняння п'єзопровідності;

(5.12) – початкова умова;

(5.13) – гранична умова інфільтрації флюїду на границях розглянутої області;

$k_2$  – проникність газової фази, м<sup>2</sup>;

$\mu_2$  – динамічна в'язкість газу, Па·с;

$m_2$  – пористість газоносного пласта, д.о.;

$P_0$  – початковий тиск пористого шару, Па;

$\alpha$  – коефіцієнт інфільтрації флюїду на границях розглянутої області, м;

$P_{cp}$  – тиск на границях розглянутої області, Па.

В даній роботі для розв'язання плоских (двовимірних) нестационарних задач п'єзопровідності з урахуванням неоднорідного розподілу різних фільтраційних параметрів всередині колекторського пласта і на його границях використовується комбінований скінчено-елементний метод Лубкова М.В. [38, 39]. Цей метод реалізований автором на мові програмування Fortran. Алгоритм розрахунку системи рівнянь (5.11 – 5.13) скінчено-елементно-різницеvim методом описаний в розділі 2.1.

Для розв'язку системи рівнянь (5.11 – 5.13) змодельована область розбивається на 81 скінчений восьмивузловий елемент. В результаті розв'язку рівняння п'єзопровідності Лейбензона за допомогою комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу при вихідних даних (табл. 5.3) отримуємо значення тиску в усіх вузлових точках скінчено-елементної сітки. По знайденим вузловим значенням тиск визначається у довільній точці вуглеводневоносного пласта досліджуваної області в заданий момент часу.

Вихідні дані для результатів дослідження Червонозаярського газового родовища [9] наведені в табл. 5.3.

Коефіцієнт динамічної в'язкості розраховано в табл 5.8, при моделюванні приймається значення  $\mu = 0,027 \cdot 10^{-3}$  Па·с. Коефіцієнт стиснення гірської породи  $\beta_2 = 10^{-10}$  Па<sup>-1</sup>. Зведений радіус свердловини розрахований за формулою (5.15) та дорівнює  $r_c = 0,0015$  м. Коефіцієнт п'єзоопору Лейбензона  $c = \frac{\mu m}{P_0} = 0,27 \cdot 10^{-12}$  с.

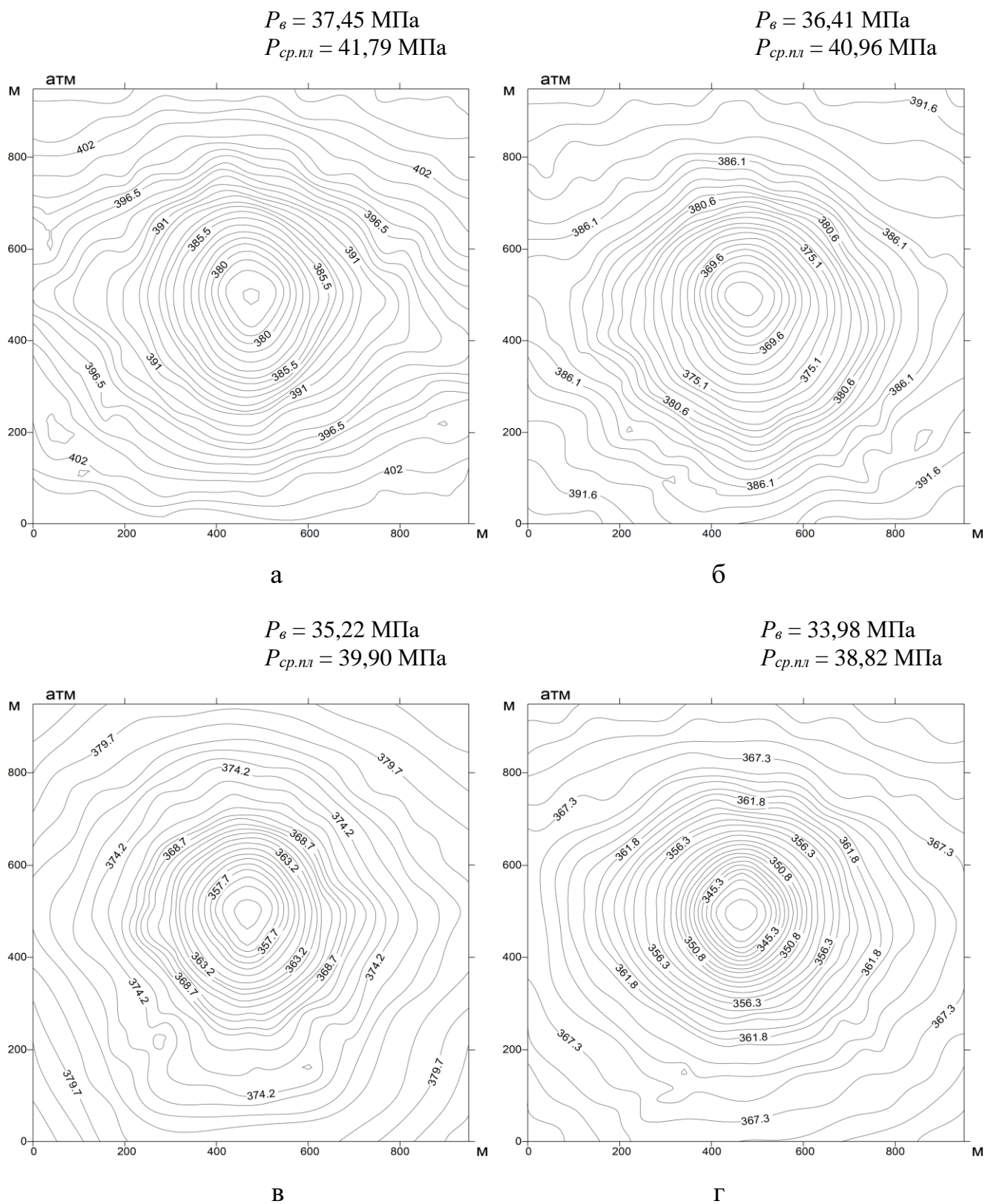
Таблиця 5.3 – Вихідні дані для моделювання фільтраційного процесу в горизонті В-26–Т-1а Червонозаярського газового родовища

Назва, позначення	Значення	Одиниці виміру
Площа газоносного пласта $F$	3,76	км <sup>2</sup>
Коефіцієнт пористості $m$	0,11	–
Коефіцієнт динамічної в'язкості газу $\mu$	$0,027 \cdot 10^{-3}$	Па·с
Коефіцієнт п'єзоопору Лейбензона $c$	$0,27 \cdot 10^{-12}$	с
Початковий пластовий тиск $P_0$	$42,1 \cdot 10^6$	Па
Середній дебіт видобувної свердловини $Q$	60,3	тис.м <sup>3</sup> /добу
Ефективна газонасичена товщина пласта $h$	3,7	м
Коефіцієнт проникності $k$	$0,3 \cdot 10^{-12}$	м <sup>2</sup>
Коефіцієнт газонасиченості пласта $\beta$	0,72	-
Зведений радіус свердловини $r_c$	0,0015	м
Пластова температура $T_{пл}$	386	К
Відносна густина газу $\rho$	0,590	-

В результаті розв'язку системи рівнянь (5.11–5.13) при вихідних даних (табл 5.3) за допомогою програми Лубкова М.В. отримано поля розподілу тиску для різного часу  $t$  від початку експлуатації свердловини (рис. 5.6 та 5.7).

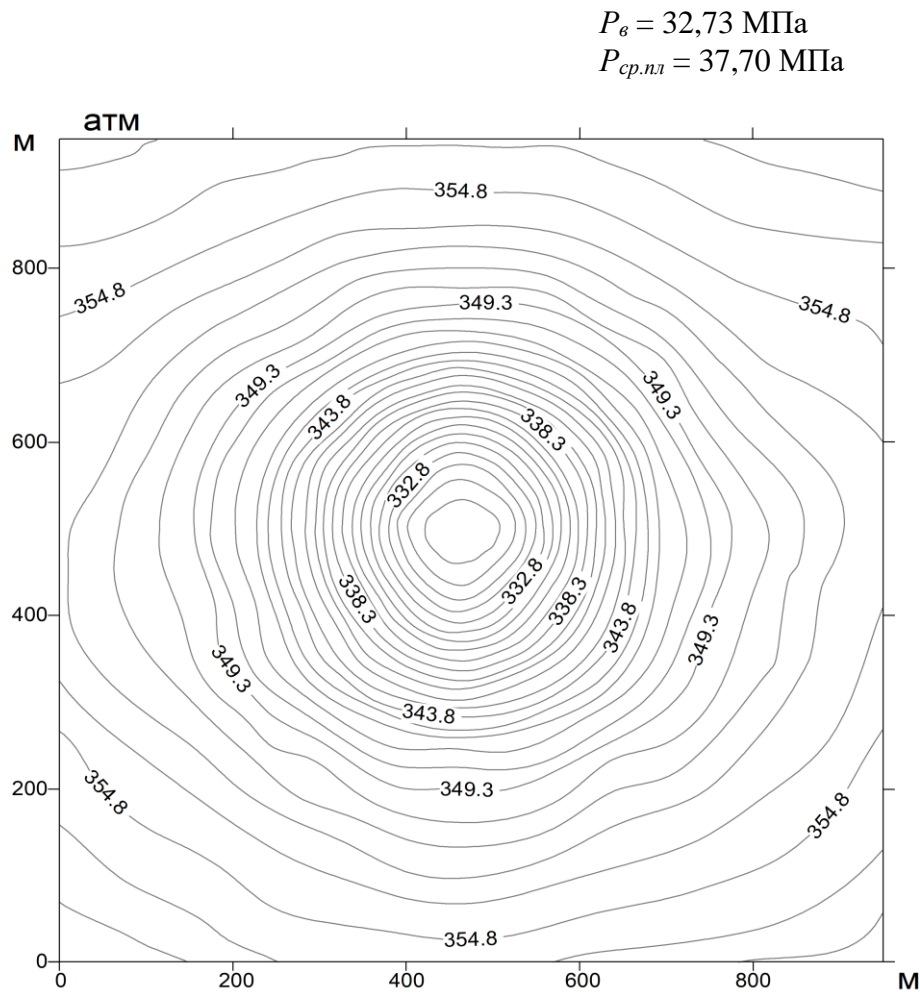
Середній пластовий тиск  $P_{ср.пл}$  визначається за картами ізобар (поля розподілу тиску). Тобто визначається площа між кожними двома сусідніми ізобарами та розраховується середній пластовий тиск на цій площі як середнє арифметичне зі значень тисків двох сусідніх ізобар. Це значення множимо на площу між ізобарами, підсумовуємо. Загальну суму ділимо на сумарну площу, у межах якої проводиться обчислення. Визначений таким чином середній пластовий тиск є середньозваженим по площі пласта. На рис. 5.6 та 5.7 наведена не вся площа пласта 3,76 км<sup>2</sup> (1939×1939 м), а близька до свердловини зона (площею 950×950 м), де наявна інтенсивна зміна тиску.

Біля границь змодельованої області ізобари набирають форму концентричних фігур.



**Рис. 5.6.** Поля розподілу тиску навколо свердловини 468-В(Д) при різному терміну експлуатації: а – 10 днів; б – 50 днів; в – 100 днів; г – 150 днів.

$P_{ср.пл}$  – середній пластовий тиск, МПа;  $P_e$  – вибійний тиск, МПа.



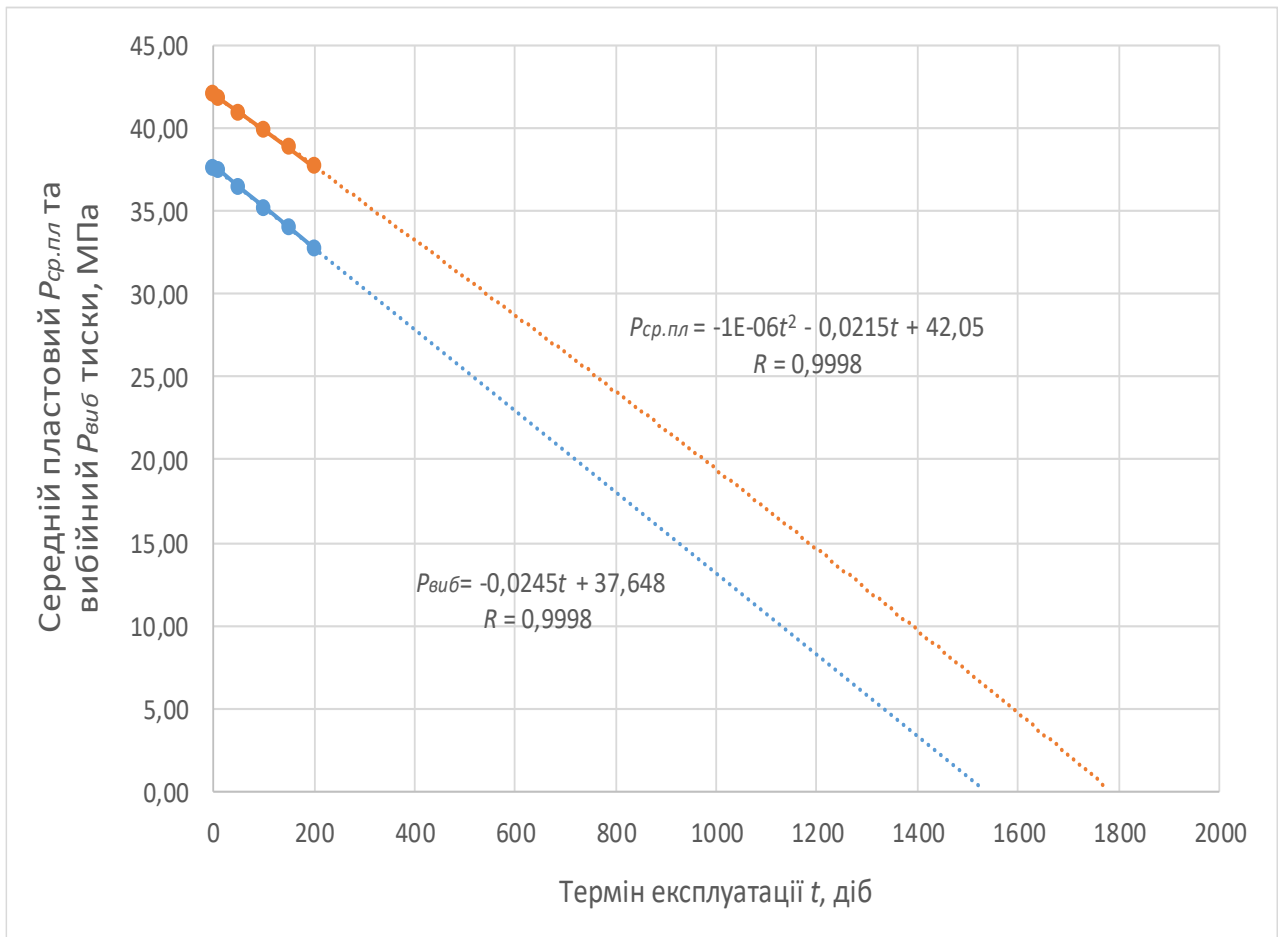
**Рис. 5.7.** Поле розподілу тиску навколо свердловини 1-В(D) при терміні експлуатації  $t = 200$  днів

На рис. 5.8 побудовані графіки зниження тисків – вибійного та середнього пластового, де  $R$  – коефіцієнт кореляції.

При проведенні апроксимації кривих зниження тиску (рис. 5.8), можна спрогнозувати термін експлуатації пласта (перетин кривих 1, 2 на рис. 5.8 із віссю абсцис графіка). Криві падіння середнього пластового та вибійного тисків апроксимовані поліномами другого та першого степеню з коефіцієнтами кореляції  $R = 0,9998$ .

За результатами моделювання, вибійний тиск знизиться до 0,1 атм через 1510 діб (приблизно 4,2 роки), а середній пластовий – 1780 діб (4,9 роки).





**Рис. 5.8.** Графіки зниження середнього пластового  $P_{ср.пл}$  та вибійного  $P_{виб}$  тисків в пласті В-26–Т-1а Червонозаярського газового родовища

Таким чином, прогнозований термін експлуатації свердловини 468-В(D) Червонозаярського родовища становить менше 5 років.

Результати моделювання фільтраційного процесу навколо свердловини 468-В(D) дозволяють зробити висновки про радіус її контуру живлення шляхом застосування аналітичної формули визначення дебіту газової свердловини. Оскільки значення дебіту є відомим, звідси можна дізнатися значення радіусу контуру живлення свердловини [58]

$$Q = \frac{\pi kh(P_{ср.пл}^2 - P_6^2)}{\mu P_{атм} \ln \frac{R_k}{r_c}} \Rightarrow \ln R_k = \frac{Q \mu P_{атм}}{\pi kh(P_{ср.пл}^2 - P_6^2)} + \ln r_c, \quad (5.26)$$

де  $Q$  – дебіт свердловини, 60,3 тис. м<sup>3</sup>/с;

$\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості газу, мПа·с;

$P_{атм}$  – атмосферний тиск, 0,101325 МПа;

$k$  – коефіцієнт проникності 0,3 мкм<sup>2</sup>;

$h$  – ефективна товщина пласта, 3,7 м;

$r_{зв}$  – зведений радіус свердловини, м;

$P_{ср.пл}$  – середній пластовий тиск за результатами моделювання (рис. 5.6, 5.7);

$P_{виб}$  – вибійний тиск за результатами моделювання (рис. 5.6, 5.7).

Зведений радіус свердловини визначається згідно інструкції [4] за формулою

$$r_{зв} = r_c e^{-C_1}, \quad (5.15)$$

де  $r_c$  – радіус свердловини по долоту, мм;

$C_1$  – коефіцієнт недосконалості по ступеню розкриття.

$$C_1 = \frac{1}{\bar{h}} \ln \bar{h} + \frac{1-\bar{h}}{\bar{h}} \ln \frac{\delta}{\bar{r}_c}, \quad (5.16)$$

де  $\bar{h} = h_{роз}/h_{еф}$  – відносне розкриття пласта свердловиною;

$\delta = 1,6(1-\bar{h}^2)$ ;

$\bar{r}_c = r_c/h$  – відносний радіус свердловини.

Припускаємо, розкриття продуктивної товщі горизонту В-26–Т-1а Червонозаярського газового родовища відбувалося долотом з діаметром 215,9 мм.

Тоді діаметр свердловини по долоту  $d_c = 215,9$  мм, відповідно радіус  $r_c = 107,95$  мм. Згідно [9] приймаємо загальну товщину продуктивного горизонту В-26–Т-1а рівною  $h_{роз} = 56$  м; ефективну  $h_{еф} = 3,7$  м.

Зведений радіус свердловини 468-B(D) розрахований в табл. 5.4

Таблиця 5.4 – Розрахунок зведеного радіусу свердловини 468-В(D)

$\bar{h} = h_{\text{поз}}/h_{\text{эф}}$	$\delta = 1,6(1 - \bar{h}^2)$	$\bar{r}_c = r_c/h$	$C_I$	$r_{36}, \text{ м}$
0,066	1,593	0,0019	54,84	0,0015

Коефіцієнт динамічної в'язкості газу при атмосферному тиску  $\mu_{\text{атм}}$  можна розрахувати по відомому складу газу (табл. 5.5) за формулою [4]

$$\mu_{\text{атм}} = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i x_i \sqrt{M_i}}{\sum_{i=1}^n x_i \sqrt{M_i}}, \quad (5.17)$$

де  $\mu_i$  – в'язкість при  $P_{\text{атм}}$  та  $T$   $i$ -го компоненту, сП;

$x_i$  – молярна (об'ємна) концентрація  $i$ -го компоненту в газі, д.о.;

$M_i$  – молекулярна маса  $i$ -го компоненту (див. додаток Б).

Відомості про компонентний склад газу свердловини 468-В(D) Червонозаярського газового родовища наведено в додатку Г.

Аналітичний розрахунок  $\mu_i$  при пластовій температурі  $T = 386 \text{ К}$  проводиться за формулою

$$\mu_i = 0,002669 \frac{\sqrt{M_i T}}{\sigma_i^2 \Omega_{\mu i}}, \quad (5.18)$$

де  $\Omega_{\mu i}$  – інтеграл зіткнень, що визначається для неполярних речовин за табл. 5.6 в залежності від  $T_i^* = \frac{T}{(\varepsilon/k)_i}$ .

Значення  $\sigma_i$ ,  $(\varepsilon/k)_i$  – параметри, що визначаються за таблицею (додаток Б).

Таблиця 5.5 – Розрахунок в'язкості газу свердловини 468-В(D) Червонозаярського газового родовища при атмосферному тиску та пластовій температурі  $T = 386$  К

Склад газу	$\sigma_i$	$(\varepsilon/k)_i$	$T_i^* = \frac{T}{(\varepsilon/k)_i}$	$\Omega_{\mu i}$	$x_i, \%$	$\mu_i, \text{сП}$	$M_i$	$x_i \cdot \mu_i \cdot \sqrt{M_i}$	$x_i \cdot \sqrt{M_i}$
CH <sub>4</sub>	3,808	140,0	2,76	1,0621	0,9612	0,013335	16,042	0,051339	3,849843
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	4,384	236,0	1,64	1,2669	0,0116	0,011548	30,068	0,000735	0,063608
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	5,420	206,0	1,87	1,2018	0,0203	0,009645	44,094	0,001300	0,134799
n-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	5,869	208,0	1,86	1,2065	0,0012	0,009407	58,120	0,000086	0,009148
i-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	5,819	217,0	1,78	1,2480	0,0004	0,009251	58,120	0,000028	0,003049
n-C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	6,099	269,0	1,43	1,3376	0,0003	0,008754	72,151	0,000022	0,002548
i-C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	6,057	269,0	1,43	1,3376	0,0002	0,008876	72,151	0,000015	0,001699
CO <sub>2</sub>	3,996	190,0	2,03	1,1681	0,0040	0,018240	44,011	0,000484	0,026536
N <sub>2</sub>	3,681	91,5	4,22	0,9589	0,0004	0,020892	28,016	0,000044	0,002117
He	2,570	10,8	35,74	0,6840	0,0004	0,022701	4,000	0,000018	0,000800
								$\Sigma =$ $= 0,054053$	$\Sigma =$ $= 4,094148$
$\mu_{am} = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i x_i \sqrt{M_i}}{\sum_{i=1}^n x_i \sqrt{M_i}} = \frac{0,054053}{4,094148} = 0,013203 \text{ сП}$									

Таблиця 5.6 – Значення інтеграла зіткнень  $\Omega_{\mu i}$  при різних  $T^*$  для неполярних елементів [4]

$T^*$	$\Omega_{\mu i}$	$T^*$	$\Omega_{\mu i}$	$T^*$	$\Omega_{\mu i}$	$T^*$	$\Omega_{\mu i}$
1	2	3	4	5	6	7	8
0,30	2,785	1,35	1,375	2,8	1,058	4,9	0,9305
0,35	2,628	1,40	1,353	2,9	1,048	5	0,9269
0,40	2,492	1,45	1,333	3,0	1,039	6	0,8963
0,45	2,368	1,50	1,314	3,8	1,030	7	0,87727
0,50	2,257	1,55	1,296	3,2	1,022	8	0,8538
0,55	2,156	1,60	1,279	3,3	1,014	9	0,8379

Продовження табл. 5.6

1	2	3	4	5	6	7	8
0,60	2,065	1,65	1,264	3,4	1,007	10	0,8242
0,65	1,982	1,70	1,248	3,5	0,9999	20	0,7432
0,70	1,908	1,75	1,234	3,6	0,9932	30	0,7005
0,75	1,841	1,80	1,221	3,7	0,9870	40	0,6718
0,80	1,780	1,85	1,209	3,8	0,9811	50	0,6504
0,85	1,725	1,90	1,197	3,9	0,9755	60	0,6335
0,90	1,675	1,95	1,186	4,0	0,9700	70	0,9194
0,95	1,629	2,00	1,175	4,1	0,9649	80	0,6076
1,00	1,587	2,10	1,156	4,2	0,9600	90	0,5973
1,05	1,549	2,20	1,138	4,3	0,9553	100	0,5882
1,10	1,514	2,30	1,122	4,4	0,9507	200	0,5320
1,15	1,482	2,40	1,107	4,5	0,9464	300	0,5016
1,20	1,452	2,50	1,093	4,6	0,9432	400	0,4811
1,25	1,424	2,60	1,081	4,7	0,9382		
1,30	1,399	2,70	1,069	4,8	0,9343		

Проміжкові значення  $\Omega_{\mu i}$  з таблиці 5.6 знайдено способом лінійної інтерполяції.

Для розрахунку в'язкості газу при пластовому тиску  $P_{пл}$  використовуємо критичні та приведені параметри газу та графік (рис.5.9) [4]

Коли природний газ містить менше 10% висококиплячих вуглеводневих фракцій та неуглеводневих компонентів, псевдокритичні параметри визначають за формулами [4]

$$P_{n.kp} = \sum_{i=1}^n x_i P_{kp,i}, \quad (5.19)$$

$$T_{n.kp} = \sum_{i=1}^n x_i T_{kp,i}, \quad (5.20)$$

де  $P_{n.kp}$  – псевдокритичний тиск газу, кгс/см<sup>2</sup>;

$T_{n.kp}$  – псевдокритична температура газу, К; ( $P_{n.kp}$  та  $T_{n.kp}$  визначаються по таблиці в додатку Б);

$x_i$  – молярна (об'ємна) концентрація  $i$ -го компоненту в газі, д.о.

Таблиця 5.7 – Розрахунок псевдокритичних параметрів газу свердловини 468-B(D) Червонозаярського газового родовища

Склад газу	$x_i, \%$	Критичні параметри		Псевдокритичні параметри	
		$P_{абс},$ кгс/см <sup>2</sup>	$T, \text{К}$	$P_{кр,i},$ кгс/см <sup>2</sup>	$T_{кр,i}, \text{К}$
CH <sub>4</sub>	0,9612	46,95	190,55	45,1283	183,1567
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	0,0116	49,76	306,43	0,5772	3,5546
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	0,0203	43,33	369,82	0,8796	7,5073
n-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0,0012	38,71	425,16	0,0465	0,5102
i-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0,0004	37,19	408,13	0,0149	0,1633
n-C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	0,0003	34,35	469,65	0,0103	0,1409
i- C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	0,0002	34,48	460,39	0,0069	0,0921
CO <sub>2</sub>	0,0040	75,27	304,20	0,3011	1,2168
N <sub>2</sub>	0,0004	34,65	126,26	0,0139	0,0505
He	0,0004	2,34	5,20	0,0009	0,0021
				$P_{кр} = 46,9796$ кгс/см <sup>2</sup> або 4,6071 МПа	$T_{кр} = 196,3944$ К

Приведені параметри – відношення відповідних параметрів до їх критичних значень

$$P_{np} = \frac{P}{P_{кр}}, \quad (5.21)$$

$$T_{np} = \frac{T}{T_{кр}}, \quad (5.22)$$

Приведені параметри природного газу визначаються як відношення тиску та температури до їх псевдокритичних значень.

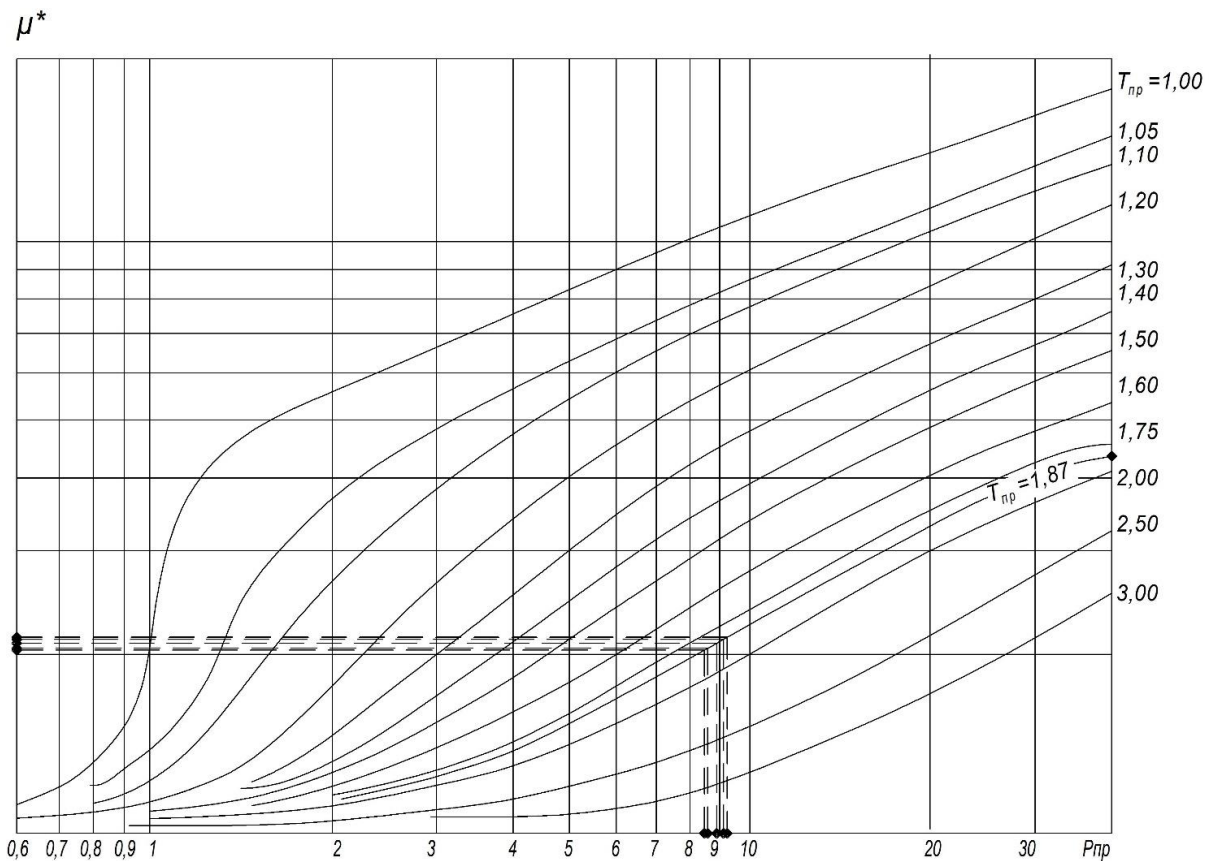
Оскільки пластова температура вважається незмінною  $T = 386 \text{ К} = const$ , то  $T_{np} = T_{пл}/T_{кр} = 386/196,3944 = 1,89$ . Приведений тиск  $P_{np} = P_{пл}/P_{кр}$  розрахований в таблиці 5.8.

По графіку на рис. 5.9 для знайдених  $P_{np}$  та  $T_{np}$  можна визначити  $\mu^* = \mu / \mu_{атм}$ .

Приведена до пластових умов динамічна в'язкість газу розрахована в таблиці 5.8.

Таблиця 5.8 – Розрахунок в'язкості газу свердловини 468-В(D)  
при пластових тисках

Термін експлуатації свердловини $t$ , діб	Середній пластовий тиск $P_{пл}$ , МПа	$P_{np} = P_{пл}/P_{кр}$	$\mu^*$ (згідно рис. 5.13)	$\mu = \mu_{атм} \cdot \mu^*$ , сП
10	41,79	9,07	2,04	0,027
50	40,96	8,89	2,06	0,027
100	39,90	8,66	2,11	0,028
150	38,82	8,42	2,15	0,028
200	37,70	8,18	2,17	0,029



**Рис.5.9.** Залежність відношення в'язкості  $\mu^*$  від приведеного тиску  $P_{пр}$  при різних приведених температурах  $T_{пр}$  [4]

Розв'язок рівняння (5.14) дає результати (див. табл. 5.9).

Згідно з розрахунками (табл. 5.9) радіус контуру живлення свердловини 468-B(D) на початку її експлуатації ( $t = 10$  днів) становить 286,56 м та розширюється з часом (при  $t = 200$  днів  $R_k = 301,78$  м).

Отримані значення радіусу контура живлення свердловини 468-B(D) визначені на основі даних моделювання розподілу тиску в пласті комбінованим скінчено-елементно-різницеvim методом Лубкова М. В.

Розраховані величини радіусу контура живлення свердловини можна використати для підрахунку експлуатаційної площі пласта (тобто площі, звідки може бути видобутий газ). За допомогою об'ємного методу розрахунку запасів визначаються дреновані запаси свердловиною 468-B(D).



Таблиця 5.9 – Значення величин радіусу контуру живлення при різному терміні експлуатації свердловини 468-B(D)

$$\ln R_k = \frac{Q\mu P_{амм}}{\pi kh(P_{ср.пл}^2 - P_в^2)} + \ln r_{зв},$$

Термін експлуатації свердловини 468-B(D), днів	Середній пластовий тиск за результатами моделювання $P_{ср.пл.i}$ , МПа	Вибійний тиск за результатами моделювання $P_{виб.i}$ , МПа	Коефіцієнт динамічної в'язкості газу, мПа·с	Значення величини радіусу контуру живлення свердловини $R_{k.i}$ , м
10	41,79	37,45	0,027	286,56
50	40,96	36,41	0,027	289,44
100	39,90	35,22	0,028	293,27
150	38,82	33,98	0,028	297,38
200	37,70	32,73	0,029	301,78

Видобувні запаси із пласта В-26-Т-1а свердловиною 468-B(D) можна розрахувати за формулою [44]

$$V_в = \pi R_k^2 h m \beta \frac{P_{пл} \alpha - P_{зал} \alpha_{зал}}{P_{см}} f \quad (5.23)$$

де  $V_в$  – початкові видобувні запаси газу, приведені до атмосферного тиску і стандартної температури, млн. м<sup>3</sup>;

$R_k$  – радіус контуру живлення, м (див. табл. 5.18);

$h$  – ефективна газонасичена товщина пласта, 3,7 м;

$m$  – коефіцієнт відкритої пористості, 0,11;

$\beta$  – коефіцієнт газонасичення, 0,72;

$\frac{P_{пл} \alpha - P_{зал} \alpha_{зал}}{P_{см}}$  – баричний коефіцієнт, що використовується для приведення

об'єму вільного газу, який міститься у покладі, до стандартних умов, де:

$P_{пл}$  – пластовий тиск в покладі, МПа (див. табл. 5.9);

$P_{зал}$  – залишковий тиск, що встановлюється в покладі, коли тиск на усті видобувної свердловини буде дорівнювати стандартному, 0,101325 МПа;

$\alpha$ ,  $\alpha_{зал}$  – поправки на відхилення вуглеводневих газів від закону Бойля-Маріотта для тисків  $P_{нл}$  ( $\alpha = 1/Z$ ) та  $P_{зал}$  ( $\alpha_{зал} = 1$ );

$P_{см}$  – тиск при стандартних умовах ( $P_{см} = 0,101325$  МПа),

$f$  – поправка на температуру для приведення об'єму газу до стандартної температури,  $f = T_{см}/T_{нл} = 293,15/386 = 0,76$ .

Для розрахунку поправки  $\alpha$  на відхилення вуглеводневих газів від закону Бойля-Маріотта для пластових тисків необхідно попередньо визначити коефіцієнт надстисливості газу  $Z$ .

Для розрахунку коефіцієнту надстисливості газу скористаємося аналітичним методом згідно з [4]. Це метод, заснований на рівнянні стану газу з віріальними коефіцієнтами, що не враховує фактор ацентричності молекул (тобто є рекомендованим для неполярних речовин та для суміші газу з молярною концентрацією висококиплячих компонентів менше 10%). Значення приведенного тиску має бути не більшим 15 (для умов Червонозаярівського родовища максимальне значення  $P_{пр} = 9,07$  – див. табл 5.8). Отже, цей метод можна використати для суміші газів Червонозаярівського газового родовища.

Для розрахунку коефіцієнту надстисливості газу використовується рівняння [4]:

$$Z = \frac{1}{1-h} - \frac{a^{*2}}{b^*} \cdot \frac{h}{h+1}, \quad (5.24)$$

де

$$\begin{aligned} h &= \frac{Pb^*}{Z}, \\ b^* &= 0,0867 \frac{T_{кр}}{P_{кр} T}, \\ a^{*2} &= 0,4278 \frac{T_{кр}^{2,5}}{P_{кр} T^{2,5}}. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Коефіцієнти рівняння для суміші визначаються з формул

$$b_{cm}^* = \sum_{i=1}^n b_i^* x_i, \quad (5.26)$$

$$a_{cm}^* = \sum_{i=1}^n a_i^* x_i.$$

Оскільки розрахунок коефіцієнту надстисливості буде проводитися для різних тисків  $P_{ср.пл.i}$ , коефіцієнт  $h = \frac{Pb^*}{Z}$  зумовить запис рівняння (5.1524 у вигляді кубічного з наступними коефіцієнтами (табл. 5.10).

Таблиця 5.10 – Розрахунок коефіцієнтів в рівнянні надстисливості газу:

$$b^* = 0,0867 \frac{T_{кр}}{P_{кр} T}, \quad a^{*2} = 0,4278 \frac{T_{кр}^{2,5}}{P_{кр} T^{2,5}}, \quad b_{cm}^* = \sum_{i=1}^n b_i^* x_i, \quad a_{cm}^* = \sum_{i=1}^n a_i^* x_i.$$

Склад газу	$x_i, \%$	Псевдокритичні параметри		$a^{*2}$	$b^*$	$a_{cm}^{*2}$	$b_{cm}^*$
		$P_{кр.i}, \text{кгс/см}^2$	$T_{кр.i}, \text{К}$				
CH <sub>4</sub>	0,9612	45,1283	183,1567	0,040543	0,000953	0,038970	0,000916
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	0,0116	0,5772	3,5546	0,002597	0,001446	0,000030	0,000017
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	0,0203	0,8796	7,5073	0,005356	0,002005	0,000109	0,000041
n-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0,0012	0,0465	0,5102	0,000809	0,002580	0,000001	0,000003
i-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0,0004	0,0149	0,1633	0,000344	0,002577	0,000000	0,000001
n-C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	0,0003	0,0103	0,1409	0,000344	0,003211	0,000000	0,000001
i-C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	0,0002	0,0069	0,0921	0,000247	0,003136	0,000000	0,000001
CO <sub>2</sub>	0,0040	0,3011	1,2168	0,000941	0,000949	0,000004	0,000004
N <sub>2</sub>	0,0004	0,0139	0,0505	0,000082	0,000856	0,000000	0,000000
He	0,0004	0,0009	0,0021	0,000006	0,000522	0,000000	0,000000
						$\Sigma =$ =0,039113	$\Sigma =$ =0,000984

Розрахунок коефіцієнту надстисливості здійснено за допомогою онлайн-калькулятора розв'язку кубічних рівнянь <https://planetcalc.ru/1122/>.

Таблиця 5.11 – Розрахунок коефіцієнтів надстисливості газу при пластовій температурі  $T = 369,15$  К та пластових тисках  $P_{cp.пл.i}$

Термін експлуатації свердловини 468-В(D), днів	Середній пластовий тиск $P_{cp.пл.i}$ , кгс/см <sup>2</sup> (1 МПа = 10,197162 кгс/см <sup>2</sup> )	$h = \frac{Pb^*}{Z}$	Зведення рівняння (5.24) $Z = \frac{1}{1-h} - \frac{a^{*2}}{b^*} \cdot \frac{h}{h+1}$ до вигляду:	Z
10	426,10	0,419180/Z	$Z^3 - Z^2 + 0,0990Z - 0,0905 = 0$	0,9922
50	417,67	0,410884/Z	$Z^3 - Z^2 + 0,1172Z - 0,0978 = 0$	0,9821
100	406,85	0,400240/Z	$Z^3 - Z^2 + 0,1375Z - 0,1087 = 0$	0,9735
150	395,73	0,389306/Z	$Z^3 - Z^2 + 1472Z - 0,1115 = 0$	0,9670
200	384,30	0,378060/Z	$Z^3 - Z^2 + 1623Z - 0,1198 = 0$	0,9608

Розраховане значення видобувних запасів із пласта В-26-Т-1а свердловиною 468-В(D) наведено в табл. 5.12.

Таблиця 5.12 – Розрахунок видобувних запасів газу Червонозаярського газового родовища  $V_g = \pi R_k^2 h m \beta \frac{P_{пл} \alpha - P_{зал} \alpha_{зал}}{P_{cm}} f$

Термін експлуатації свердловини 468-В(D), днів	Середній пластовий тиск за результатами моделювання $P_{cp.пл.i}$ , МПа	$\alpha_i = 1/Z_i$	Значення величини радіусу контуру живлення свердловини $R_{k,i}$ , м	Запаси газу, $V_{g,i}$ , млн. м <sup>3</sup>
10	41,79	1,0079	286,56	597,69
50	40,96	1,0182	289,44	597,69
100	39,90	1,0272	293,27	597,69
150	38,82	1,0341	297,38	597,69
200	37,70	1,0408	301,78	597,69

Підтвердження факту існування єдиного значення видобувних запасів ( $V_g = 597,69$  млн. м<sup>3</sup> газу) у будь-який момент часу  $t$  є самоперевіркою розрахунку.

Відносна похибка

$$\delta_3 = \frac{V_g - V'_g}{V_g} \cdot 100 = 4,63\%; \quad (5.27)$$

де  $V_n$  – розраховані авторською методикою початкові видобувні запаси нафти, 597,69 млн. м<sup>3</sup>;

$V'_n$  – запаси газу згідно [9], 570 млн. м<sup>3</sup>

Похибка в розрахунку значення видобувних запасів запропонованим методом відносно значення, вказаного в Атласі родовищ України [9], становить 4,63 %. Це свідчить про добру збіжність результатів, а отже – можливість застосування авторського методу підрахунку запасів газових покладів, розкритих однією експлуатаційною свердловиною.

Проведена верифікація запропонованого методу розрахунку видобувних запасів на прикладі Червонозаярського газового родовища дозволяє зробити висновок про достовірність отриманих результатів.

### **5.3 Підрахунок видобувних запасів продуктивного пласта В-26 Західно-Радченківського газоконденсатного родовища**

Моделювання фільтраційних процесів на Західно-Радченківському родовищі проводиться з метою оцінки початкових видобувних запасів газу. Це є актуальним завданням, оскільки в процесі розвідки та дослідно-промислової експлуатації родовища були одержані неоднозначні дані, насамперед, по видобувних запасах. Розраховані значення початкових видобувних запасів газу Західно-Радченківського газоконденсатного родовища дуже відрізняються одне від одного (від 14 тис. до 424 млн. м<sup>3</sup>). На сьогодні родовище є законсервованим, тому ще одна оцінка початкових запасів буде корисною для прийняття рішення про початок експлуатації продуктивного пласта Західно-Радченківського газоконденсатного родовища.

#### **5.3.1 Загальні відомості про Західно-Радченківське газоконденсатне родовище**

В адміністративному відношенні Західно-Радченківське газоконденсатне родовище розташоване на території Миргородського району Полтавської області України в 5,5 км на південний схід від районного центру м. Миргород та на північний захід від м. Полтава.

В період з 1992 по 2007 р. в межах Західно-Радченківської структури пробурено п'ять свердловин: № 201, 202 «біс», 203, 205, 206.

Структурна карта покрівлі газонасиченої частини пласта В-26 наведена на рис. 5.10.

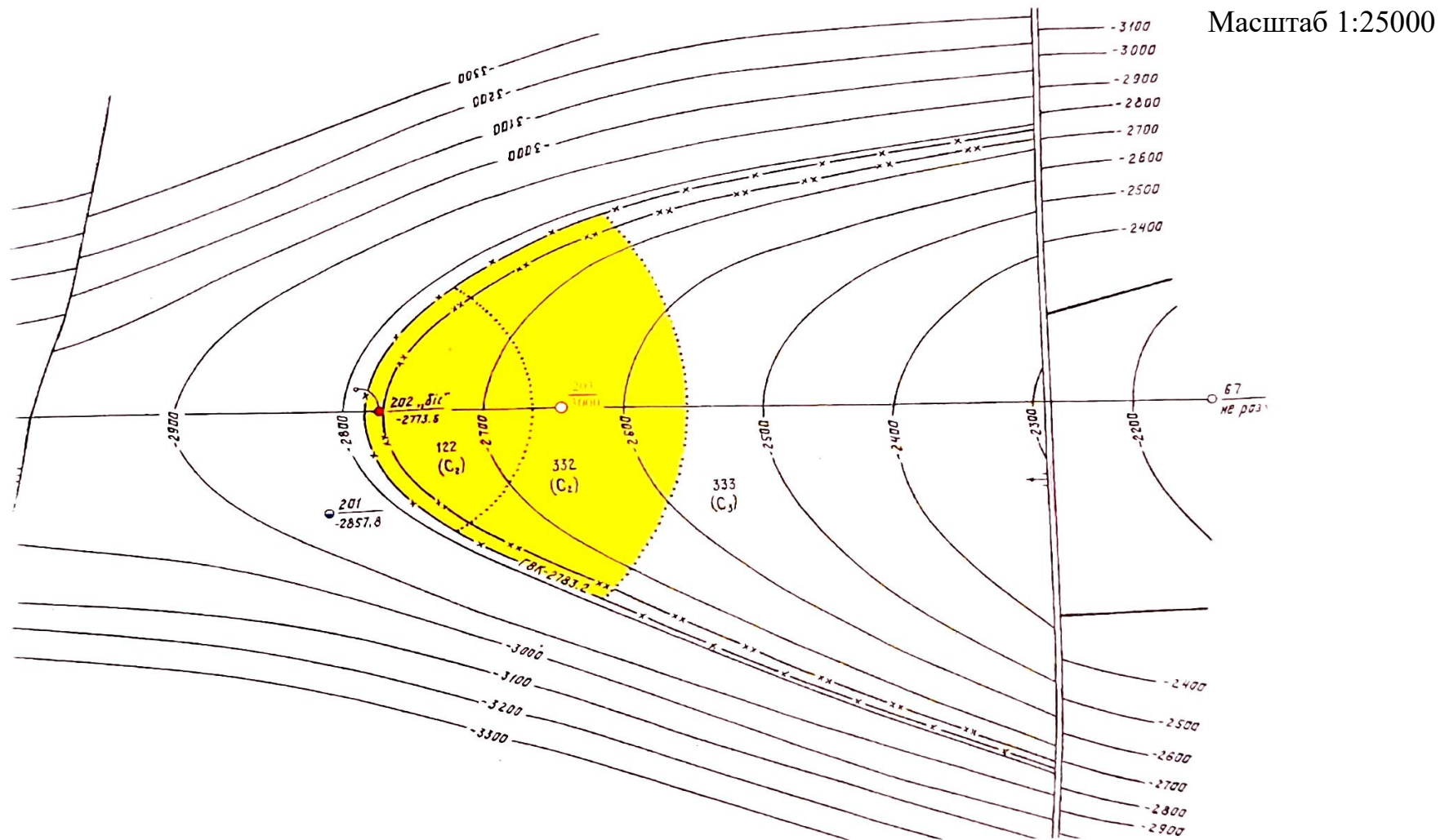


Рис. 5.10. Структурна карта покрівлі газонасиченої частини пласта В-26

(з проекту ДПР, 2005 р.) [54]

Газоносність Західно-Радченківського родовища стратиграфічно приурочена до відкладів XIV мікрофауністичного горизонту нижньовізейського під'ярусу – це горизонт В-26.

Продуктивний горизонт В-26 розкритий всіма пробуреними свердловинами в інтервалі глибин 2998-2252 м. Максимальна товщина його зустрінуто в свердловині № 201, яка пробурена у криловій частині структури, складає 157 м. Товщина його в свердловинах № 202 «біс», 203, 205, 206, які пробурені по поздовжній осі структури, досить витримана, змінюється від 89 м у свердловині № 203 до 97,5 м у свердловині № 205.

В геологічній будові Західно-Радченківського родовища беруть участь осадові утворення девонської, кам'яновугільної, тріасової, юрської, крейдової та палеоген-четвертинної систем.

Пласт В-26 розкритий усіма пробуреними свердловинами в інтервалі глибин 2998-2332 м, розвинений по всій площі родовища, однак, газоносний на невеликій ділянці в районі свердловини № 202 «біс» та її дублера – свердловини № 205. Літологічно складений пісковиками, алевролітами (св. № 206) з малопотужними пропластками аргілітів. Загальна товщина пласта змінюється від 15,4 м у свердловині № 202 «біс» до 6 м у свердловині № 203, ефективна газонасичена - від 9,4 до 10,4 м, ефективна водонасичена - від 2,4 м до 6 м.

За лабораторними даними, колекторські властивості пісковиків неоднорідні – в верхній частині керну пористість їх змінюється від 13,5 % до 17,2 %, проникність – від  $747 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$  до  $12890 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$ , в нижній частині пісковики практично не проникні, пористість їх не перевищує 0,6–0,8 %, проникність –  $0,42 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$ . Таким чином, колекторами продуктивного пласта В-26 є пісковики із задовільними і добрими фільтраційно-ємнісними властивостями, тип колекторів – поровий.

В тектонічному відношенні Західно-Радченківська структура розташована в центральній частині Дніпровсько-Донецької западини в зоні поєднання її з південною прибортовою частиною і входить до складу Малосорочинсько-Радченківського структурного валу [54] (рис.5.11).



Масштаб 1:500 000

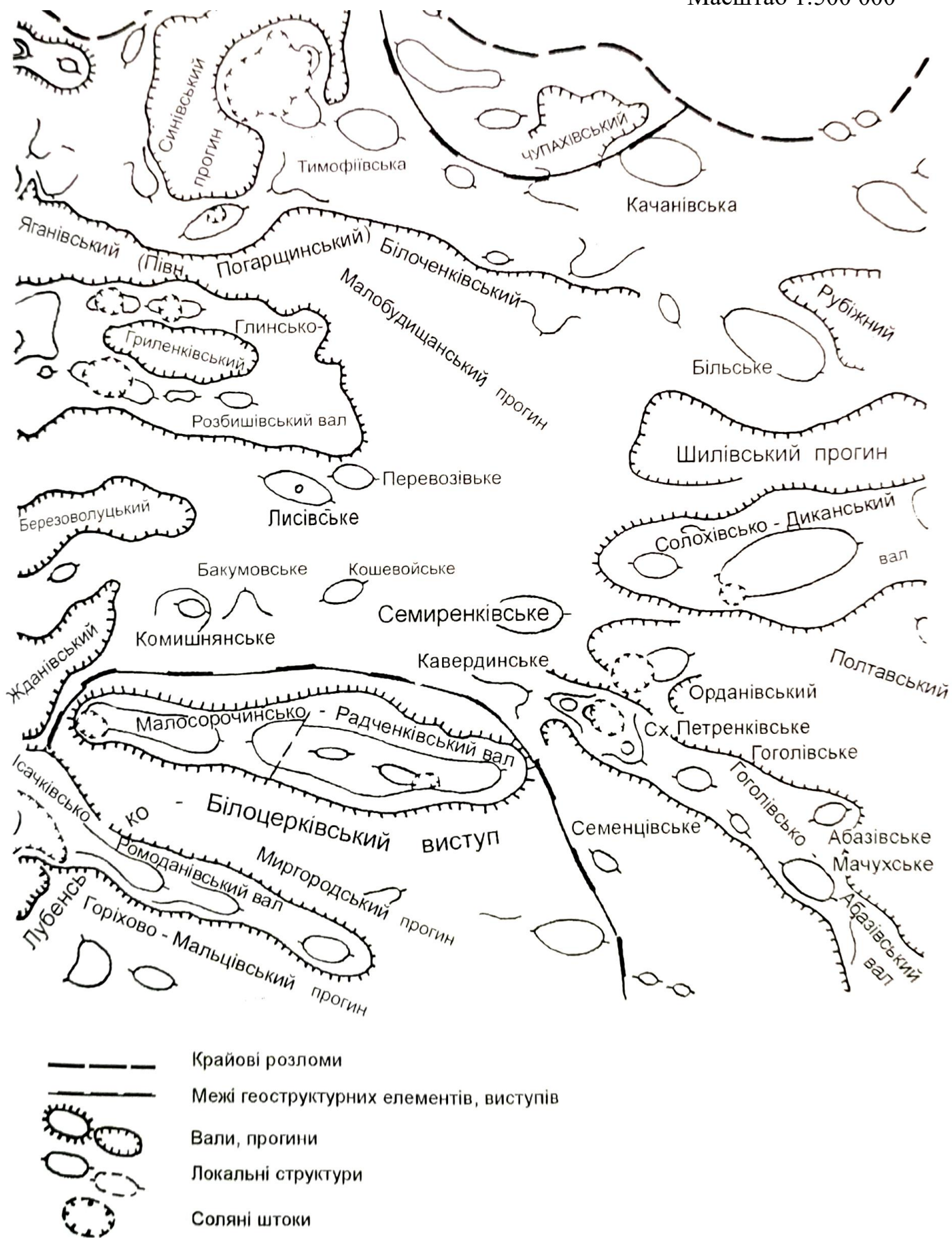


Рис. 5.11. Фрагмент тектонічної карти Дніпровсько-Донецької западини

### 5.3.2 Моделювання розподілу тиску в продуктивному пласті В-26

Моделювання фільтраційних процесів в радіусі дії видобувної свердловини № 205 Західно-Радченківського газоконденсатного родовища проводиться з метою встановлення радіусу контура живлення свердловини з наступним розрахунком видобувних запасів родовища.

Змоделюємо розподіл пластових тисків навколо свердловини № 205. Для цього розв'язуємо рівняння п'єзопровідності за допомогою комбінованого скінченно-елементно-різницевого методу. Загальний вигляд математичної постановки задачі та алгоритм її розв'язку наведено в розділі 2.

Математична постановка задачі для продуктивного горизонту В-26 Західно-Радченківського газоконденсатного родовища є аналогічною до Червонозаярського та описується формулами (5.11–5.13).

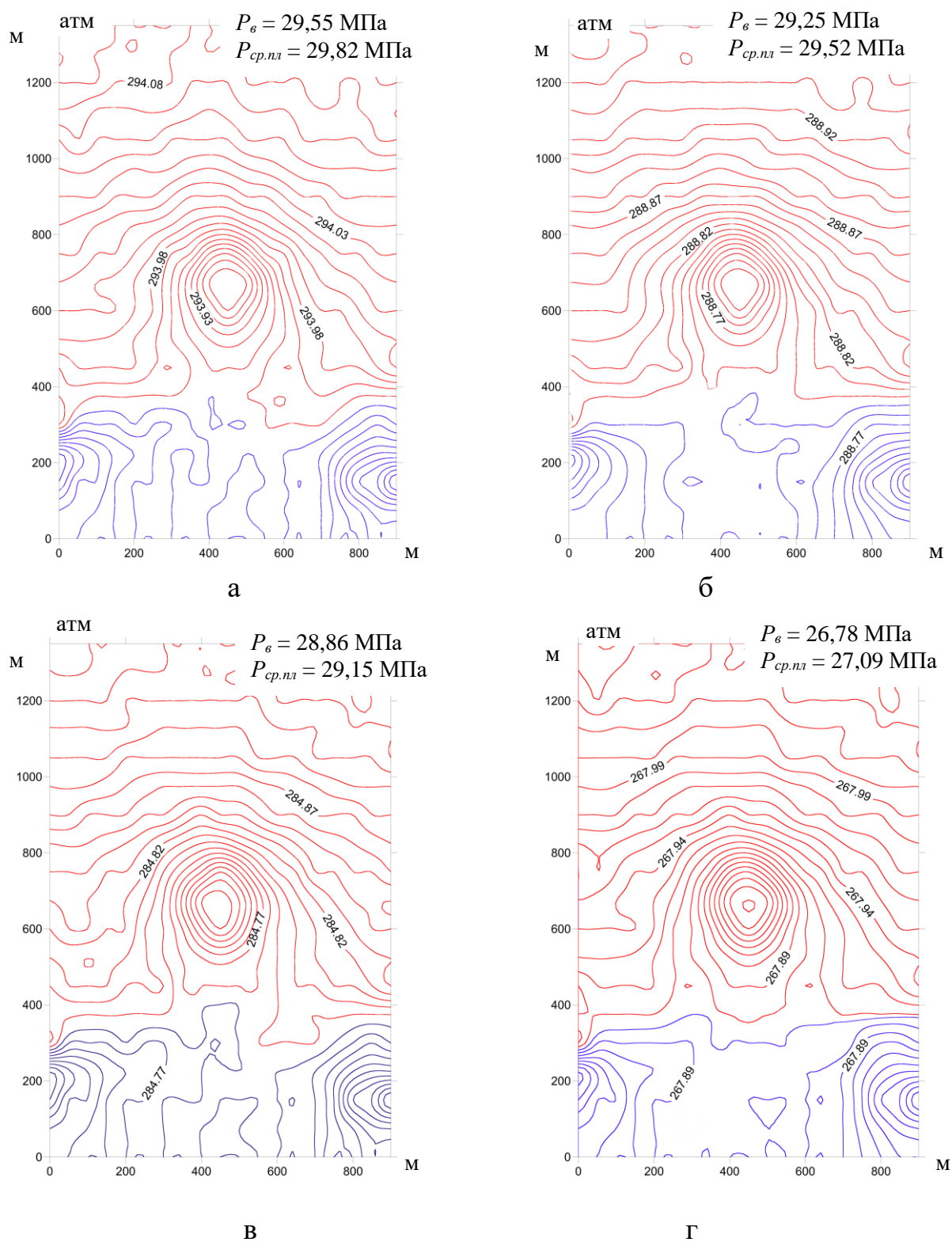
В даній роботі для розв'язання плоских (двовимірних) нестационарних задач п'єзопровідності з урахуванням неоднорідного розподілу різних фільтраційних параметрів всередині колекторського пласта і на його границях використовується комбінований скінченно-елементний метод Лубкова М.В. [38, 39]. Цей метод реалізований автором на мові програмування Fortran. Алгоритм розрахунку системи рівнянь (5.11 – 5.13) скінченно-елементно-різницевим методом описаний в п. 2.1.

Для розв'язку системи рівнянь (5.11 – 5.13) змодельована область розбивається на 81 скінчений восьмивузловий елемент. В результаті розв'язку рівняння п'єзопровідності Лейбензона за допомогою комбінованого скінченно-елементно-різницевого методу при вихідних даних (табл. 5.13) отримуємо значення тиску в усіх вузлових точках скінченно-елементної сітки. По знайденим вузловим значенням тиск визначається у довільній точці вуглеводневоносного пласта досліджуваної області в заданий момент часу. Вихідні дані для результатів дослідження згідно ГЕО Західно-Радченківського газоконденсатне родовища станом на 1.01.2010 р. [54] наведені в табл. 5.13.

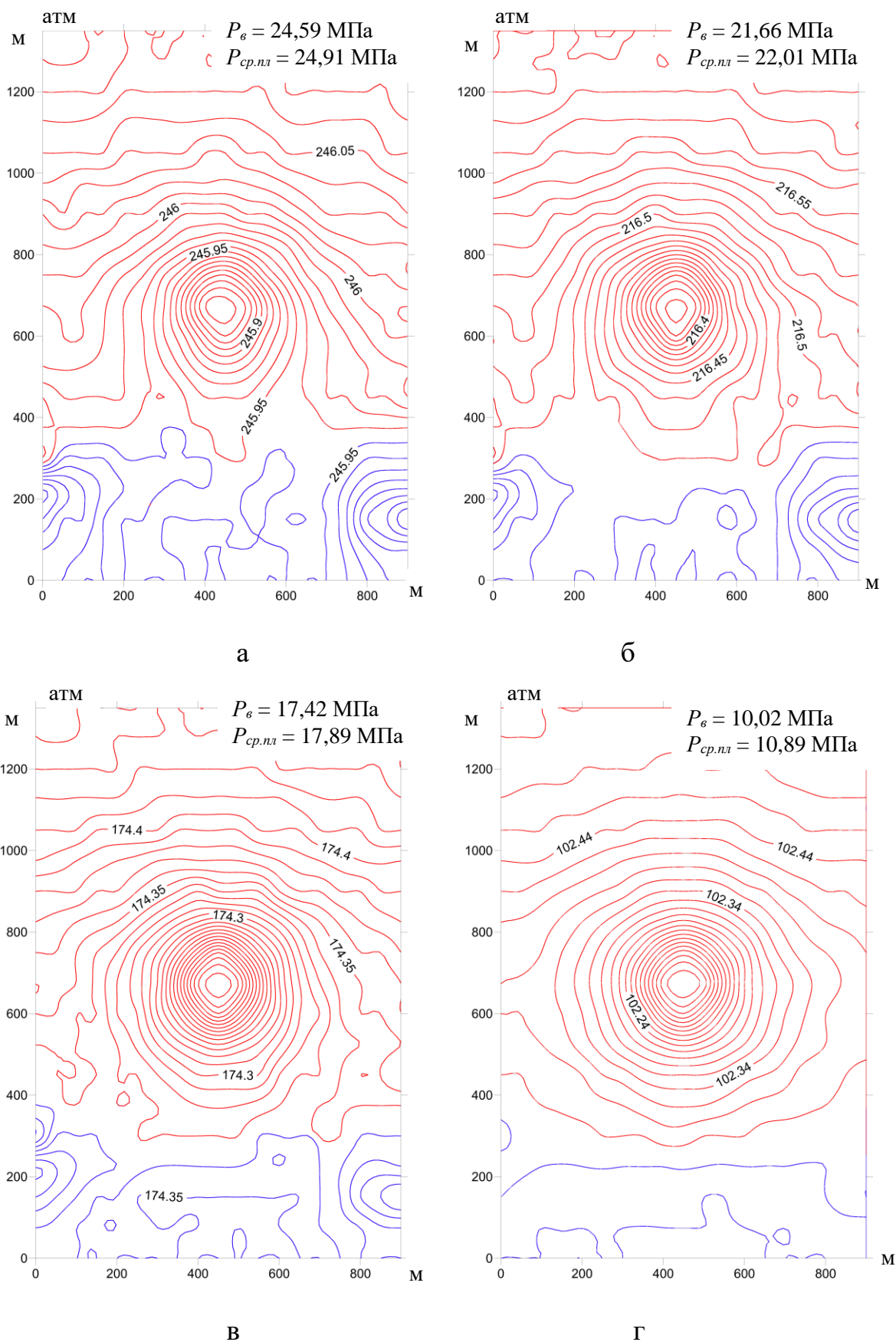
Таблиця 5.13 – Вихідні дані для моделювання фільтраційного процесу в пласті В-26 Західно-Радченківського газоконденсатного родовища

Назва, позначення	Значення	Одиниці виміру
Площа газоносного пласта $F$	1,2	км <sup>2</sup>
Коефіцієнт пористості $m$	0,16	–
Коефіцієнт динамічної в'язкості газу $\mu$	$0,025 \cdot 10^{-3}$	Па·с
Коефіцієнт стиснення скелету гірської породи $\beta_2$	$10^{-10}$	Па <sup>-1</sup>
Коефіцієнт п'єзоопору Лейбензона $c = \frac{\mu m}{P_0}$	$0,27 \cdot 10^{-12}$	с
Початковий пластовий тиск $P_0$	$30,22 \cdot 10^6$	Па
Середній дебіт видобувної свердловини $Q$	160	тис.м <sup>3</sup> /добу
Ефективна газонасичена товщина пласта $h$	10,4	м
Коефіцієнт проникності $k$	$2,315 \cdot 10^{-12}$	м <sup>2</sup>
Коефіцієнт стисливості газу $Z$	0,95	-
Коефіцієнт газонасиченості пласта $\beta$	0,74	-
Поправка на температуру для приведення об'єму газу до стандартної температури	0,8	-
Зведений радіус свердловини $r_c$	0,012	м
Пластова температура $T_{пл}$	369,15	К
Відносна густина газу $\rho$	0,661	-

Таким чином, отримуємо поля розподілу тиску для різного часу  $t$  від початку експлуатації свердловини:  $t = 10$  днів, 20 днів, 1, 2, 3, 4, 5 та 6 місяців (рис. 5.12 та 5.13). Газонасичена площа пласта позначена червоними ізобарами, водонасичена – синіми. Середній пластовий тиск визначається за картами ізобар (поля розподілу тиску на рис. 5.12, 5.13). Тобто визначається площа між кожними двома сусідніми ізобарами та розраховується середній пластовий тиск на цій площі як середнє арифметичне зі значень тисків двох сусідніх ізобар. Це значення множимо на площу між ізобарами, підсумовуємо. Загальну суму ділимо на сумарну площу, у межах якої проводиться обчислення. Визначений таким чином середній пластовий тиск є середньозваженим по площі пласта.



**Рис. 5.12.** Поля розподілу тиску навколо свердловини 205 при різному терміну експлуатації: а – 10 днів; б – 20 днів; в – 1 місяць; г – 2 місяці



**Рис. 5.13.** Поля розподілу тиску навколо свердловини 205 при різному терміні експлуатації: а – 3 місяці; б – 4 місяці; в – 5 місяців; г – 6 місяців

Як показують результати моделювання, через 6 місяців середній пластовий тиск із 29,82 МПа знизився до 10,89 МПа (різниця між рис. 5.12 а та 5.13 г), що свідчить про значне зниження фільтрації газу в радіусі дії свердловини.

Побудуємо графіки зниження тисків – вибійного та середнього пластового (рис. 5.14), де  $R$  – коефіцієнти кореляції.

Як видно з графіків (рис. 5.14), різниця між значеннями вибійних та середній пластових тисків в пласті В-26 Західно-Радченківського родовища є незначною, і депресія на пласт в середньому дорівнює 0,5 МПа. Найвище значення перепаду тиску зафіксовано через шість місяців (180 днів) від початку експлуатації свердловини та становить  $\Delta P = P_{cp.nl} - P_{виб} = 0.87$  МПа.

Очевидно, притік газу до свердловини № 205 є можливим завдяки добрим фільтраційно-ємнісним властивостям пласта. Низькі значення депресії на пласт, отримані за допомогою математичного моделювання на основі комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу, узгоджуються з результатами дослідження свердловини 205 Західно-Радченківського родовища методом усталених відборів [54, табл. 11.1].

При проведенні апроксимації кривих зниження тиску (рис. 5.14), можна спрогнозувати термін експлуатації пласта (перетин кривих 1, 2 на рис. 5.14 із віссю абсцис графіка). Криві падіння середнього пластового та вибійного тисків апроксимовані поліномами другого степеню з коефіцієнтами кореляції  $R = 0,983$  та  $R = 0,997$  відповідно

Побудова графіків 5.14 за результатами моделювання розподілу пластових тисків для різного часу  $t$  від початку експлуатації свердловини (10 днів, 20 днів, 1, 2, 3, 4, 5 та 6 місяців (рис. 5.12 та 5.13)) дозволяє зробити висновок, що вибійний тиск  $P_{виб}$  знизиться до 1 атм вже за 226,3 дні. Пластовий тиск  $P_{cp.nl}$  досягне відмітки нуля всього на три дні пізніше –  $t_{nl} = 229,5$  днів. Отже, за результатами моделювання, термін експлуатації свердловини 205 Західно-Радченківського родовища приблизно дорівнює семи з половиною місяцям.

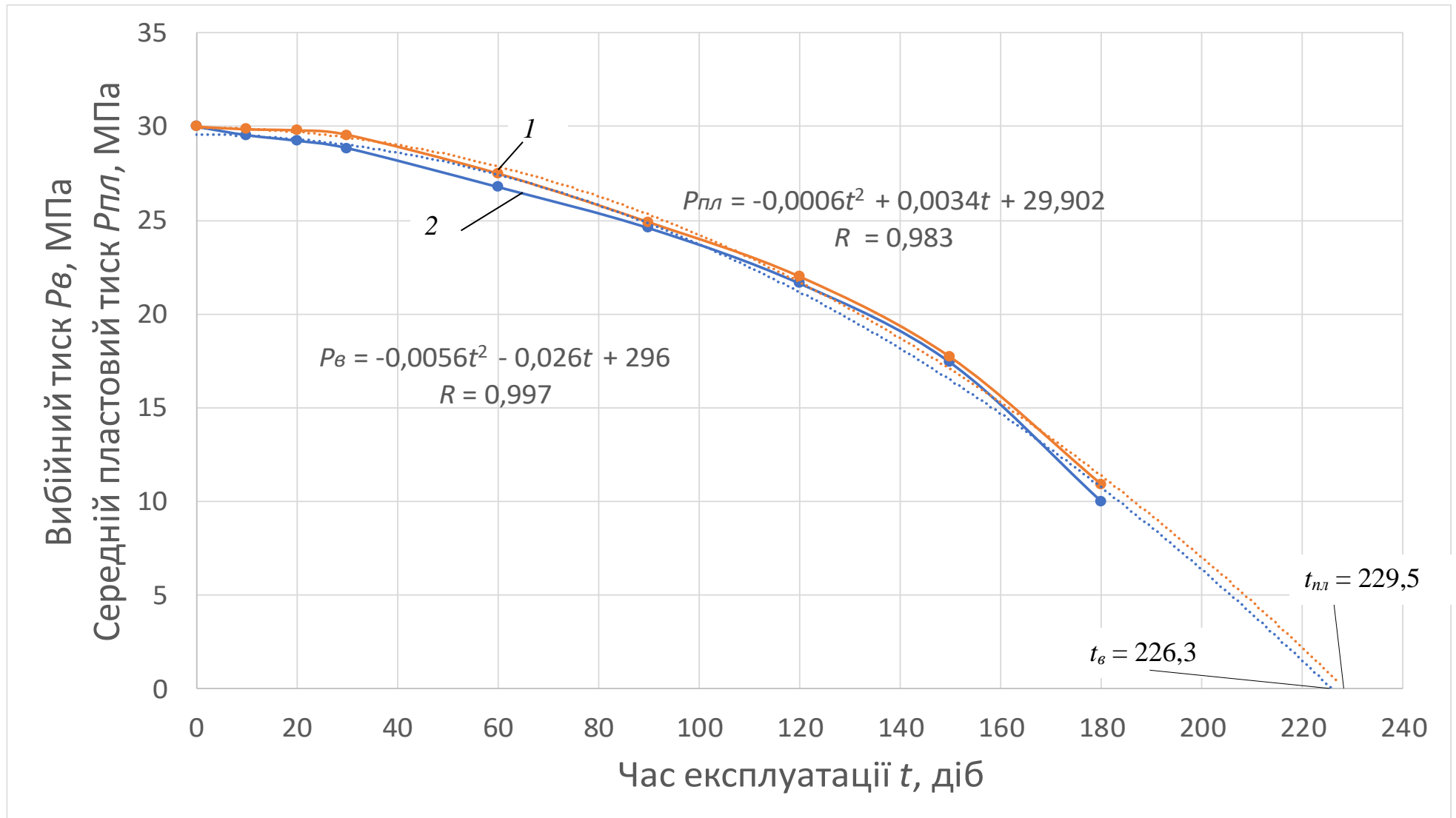


Рис. 5.14. Крива зниження тиску: 1 – середнього пластового; 2 – вибійного



### 5.3.3 Розрахунок радіусу контура живлення свердловини № 205 Західно-Радченківського газоконденсатного родовища

Результати моделювання фільтраційного процесу навколо свердловини 205 дозволяють зробити висновки про радіус її контуру живлення шляхом застосування аналітичної формули визначення дебіту газової свердловини [58]. Оскільки значення дебіту є відомим, звідси можна дізнатися значення радіусу контуру живлення свердловини

$$\ln R_k = \frac{Q\mu P_{атм}}{\pi kh(P_{ср.пл}^2 - P_г^2)} + \ln r_c, \quad (5.28)$$

де  $Q$  – дебіт свердловини, 160 тис. м<sup>3</sup>/с;

$\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості газу, мПа·с;

$P_{атм}$  – атмосферний тиск, 0,101325 МПа;

$k$  – коефіцієнт проникності 2.315 мкм<sup>2</sup>;

$h$  – ефективна потужність пласта, 10,4 м;

$r_c$  – зведений радіус свердловини, м;

$P_{ср.пл}$  – середній пластовий тиск за результатами моделювання (рис. 5.12 та 5.13) при  $t = 10$  днів, 20 днів, 1, 2, 3, 4, 5 та 6 місяців;

$P_{виб}$  – вибійний тиск за результатами моделювання (рис. 5.12 та 5.13) при  $t = 10$  днів, 20 днів, 1, 2, 3, 4, 5 та 6 місяців.

Оскільки свердловина № 205 є недосконалою по ступеню та характеру розкриття, зведений радіус свердловини визначається за формулою [4]

$$r_{зв} = r_c e^{-(C_1 + C_2)}, \quad (5.29)$$

де  $r_c$  – радіус свердловини по долоту, мм;  $C_1$  та  $C_2$  – коефіцієнти недосконалості по ступеню та характеру розкриття відповідно.



$$C_1 = \frac{1}{\bar{h}} \ln \bar{h} + \frac{1-\bar{h}}{\bar{h}} \ln \frac{\delta}{\bar{r}_c} + \frac{1}{\bar{h}}, \quad (5.30)$$

де  $\bar{h} = h_{\text{роз}}/h_{\text{еф}}$  – відносне розкриття пласта свердловиною;  $\delta = 1,6(1-\bar{h}^2)$ ;  $\bar{r}_c = r_c/h$  – відносний радіус свердловини.

Згідно [54, табл. 3.1], діаметр експлуатаційної колони свердловини № 205 становить 168 мм. Тому є цілком ймовірним, що розкриття продуктивної товщі пласта В-26 відбувалося долотом з діаметром 215,9 мм (вибір найближчого нормалізованого діаметра долота по ГОСТ 20692-80). Тоді діаметр свердловини по долоту  $d_c = 215,9$  мм, відповідно радіус  $r_c = 107,95$  мм.

Згідно [54, табл. 3.4] загальна товщина продуктивного пласта В-26 становить  $h_{\text{роз}} = 13,3$  м; ефективна  $h_{\text{еф}} = 10,4$  м. Тоді

$$\bar{h} = h_{\text{роз}}/h_{\text{еф}} = 0,7820;$$

$$\delta = 1,6(1-\bar{h}^2) = 0,6217;$$

$$\bar{r}_c = r_c/h = 0,0082;$$

$$C_1 = \frac{1}{\bar{h}} \ln \bar{h} + \frac{1-\bar{h}}{\bar{h}} \ln \frac{\delta}{\bar{r}_c} + \frac{1}{\bar{h}} = 2,1741.$$

Коефіцієнт гідродинамічної недосконалості свердловини по характеру розкриття  $C_2$  залежить від числа отворів, типу перфорації, глибини і діаметру каналів, фільтраційних характеристик середовища і т.п. Згідно з [4]

$$C_2 = \frac{h_{\text{еф}}}{nR_0} + \frac{h_{\text{еф}}^2}{3n^2R_0^3}, \quad (5.31)$$

де  $n$  – число перфораційних отворів;  $R_0$  – радіус отвору;  $h_{\text{еф}} = 10,4$  м – ефективна товщина пласта.

Згідно [54, ст. 62], пласт В-26 прострілювали кумулятивними перфораторами Spiral Shogan 2 1/8" в інтервалі 2914-2907 по 20 отв/м та в інтервалі 2923-2929 по 10 отв/м. В сумарному – 170 перфораційних отворів  $n$  з ймовірним радіусом  $R_0 = 5$  мм.

$$C_2 = \frac{h}{nR_0} + \frac{h^2}{3n^2R_0^3} = 0,0122.$$

Тоді за формулою (5.29) зведений радіус свердловини № 205 становить  $r_{36} = r_c e^{-(C_1+C_2)} = 0,012$  м.

Коефіцієнт динамічної в'язкості газу при атмосферному тиску  $\mu_{амм}$  можна розрахувати по відомому складу газу (табл 5.14) за формулою [4]

$$\mu_{ам} = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i x_i \sqrt{M_i}}{\sum_{i=1}^n x_i \sqrt{M_i}}, \quad (5.32)$$

де  $\mu_i$  – в'язкість при  $P_{амм}$  та  $T$   $i$ -го компоненту, сП;

$x_i$  – молярна (об'ємна) концентрація  $i$ -го компоненту в газі, д.о.;

$M_i$  – молекулярна маса  $i$ -го компоненту (див. додаток Б).

Відомості про компонентний склад устьового газу свердловини 205 Західно-Радченківського родовища наведено в табл. [54, табл. 8.9]. Місце відбору газу УППГ, замірна ділянка, 28.07.2008 року. Характеристика компонентного складу вільних газів базується на аналізах, виконаних в хімлабораторії ДП «Полтава РГП», центральній хімічно-аналітичній лабораторії ГПУ «Полтавагазвидобування» та в лабораторії Науково-дослідницького центру ЗАТ «Пласт» [54].

Аналітичний розрахунок  $\mu_i$  при пластовій температурі  $T = 369,15$  К проводиться за формулою [4]

$$\mu_i = 0,002669 \frac{\sqrt{M_i T}}{\sigma_i^2 \Omega_{\mu i}}, \quad (5.33)$$

де  $\Omega_{\mu i}$  – інтеграл зіткнень, що визначається для неполярних речовин за табл. 5.6 в залежності від  $T_i^* = \frac{T}{(\varepsilon/k)_i}$ . Значення  $\sigma_i$ ,  $(\varepsilon/k)_i$  – параметри, що визначаються за таблицею (див. додаток Б).

Таблиця 5.14 – Розрахунок в'язкості газу свердловини № 205 Західно-Радченківського газоконденсатного родовища при атмосферному тиску та пластовій температурі  $T = 369,15$  К

Склад газу	$\sigma_i$	$(\varepsilon/k)_i$	$T_i^* = \frac{T}{(\varepsilon/k)_i}$	$\Omega_{\mu i}$	
CH <sub>4</sub>	3,808	140,0	2,64	1,0766	
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	4,384	236,0	1,56	1,2912	
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	5,420	206,0	1,79	1,2231	
n-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	5,869	208,0	1,77	1,2276	
i-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	5,819	217,0	1,70	1,2480	
C <sub>5</sub> H <sub>12+</sub>	6,099	269,0	1,37	1,3652	
N <sub>2</sub>	3,681	91,5	4,03	0,9682	
CO <sub>2</sub>	3,996	190,0	1,94	1,1876	
O <sub>2</sub>	3,541	88,0	4,19	0,9603	
Склад газу	$x_i$ , %	$\mu_i$ , сП	$M_i$	$x_i \cdot \mu_i \cdot \sqrt{M_i}$	$x_i \cdot \sqrt{M_i}$
CH <sub>4</sub>	0,83051	0,013156	16,042	0,043763	3,326397
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	0,05340	0,011331	30,068	0,003318	0,292815
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	0,01531	0,009477	44,094	0,000963	0,101663
n-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0,00103	0,009246	58,120	0,000073	0,007852
i-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0,00077	0,009251	58,120	0,000054	0,005870
C <sub>5</sub> H <sub>12+</sub>	0,00020	0,008578	72,151	0,000015	0,001699
N <sub>2</sub>	0,06053	0,020689	28,016	0,006628	0,320386
CO <sub>2</sub>	0,03794	0,017940	44,011	0,004515	0,251697
O <sub>2</sub>	0,00031	0,024093	32,000	0,000042	0,001754
				$\Sigma =$ =0,059372	$\Sigma =$ =4,310134
$\mu_{am} = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i x_i \sqrt{M_i}}{\sum_{i=1}^n x_i \sqrt{M_i}} = \frac{0,059372}{4,310134} = 0,013775 \text{ сП}$					

Для розрахунку в'язкості газу при пластовому тиску  $P_{пл}$  використовуємо критичні та приведені параметри газу та графік (рис. 5.15) [4].

Коли природний газ містить менше 10% висококиплячих вуглеводневих фракцій та неуглеводневих компонентів, псевдокритичні параметри визначають за формулами [4]

$$P_{n.кр} = \sum_{i=1}^n x_i P_{кр,i}, \quad (5.34)$$

$$T_{n.кр} = \sum_{i=1}^n x_i T_{кр,i}, \quad (5.35)$$

де  $P_{n.кр}$  – псевдокритичний тиск газу, кгс/см<sup>2</sup>;

$T_{n.кр}$  – псевдокритична температура газу, К; ( $P_{n.кр}$  та  $T_{n.кр}$  визначаються по таблиці в додатку Б);

$x_i$  – молярна (об'ємна) концентрація  $i$ -го компонента в газі, д.о.

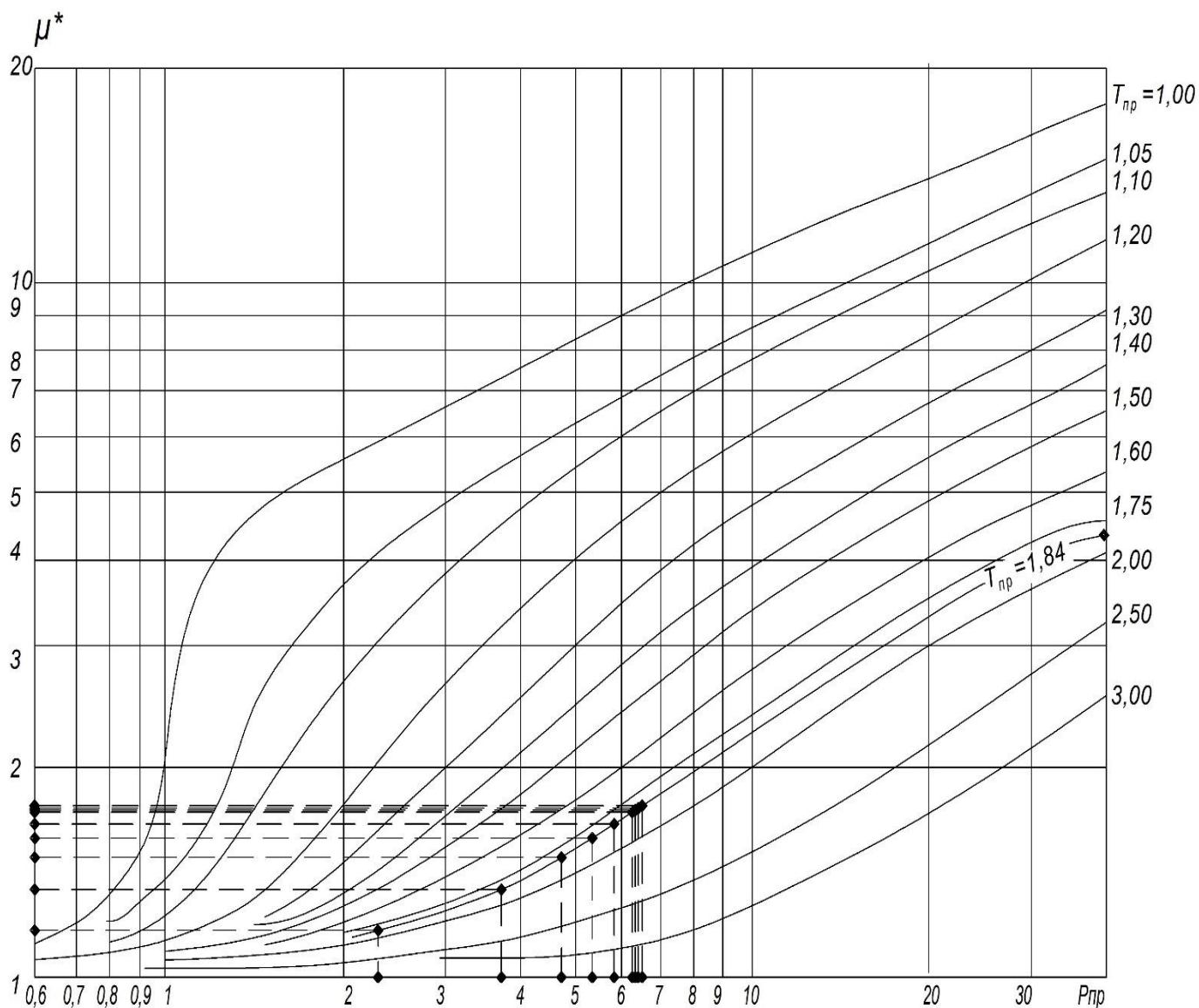
Таблиця 5.15 – Розрахунок псевдокритичних параметрів газу свердловини № 205  
Західно-Радченківського газоконденсатного родовища

Склад газу	$x_i, \%$	Критичні параметри		Псевдокритичні параметри	
		$P_{абс}, \text{кгс/см}^2$	$T, \text{К}$	$P_{кр,i}, \text{кгс/см}^2$	$T_{кр,i}, \text{К}$
CH <sub>4</sub>	0,83051	46,95	190,55	38,9924	158,2537
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	0,05340	49,76	306,43	2,6572	16,3634
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	0,01531	43,33	369,82	0,6634	5,6619
n-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0,00103	38,71	425,16	0,0399	0,4379
i-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0,00077	37,19	408,13	0,0286	0,3143
C <sub>5</sub> H <sub>12+</sub>	0,00020	34,35	469,65	0,0069	0,0939
N <sub>2</sub>	0,06053	34,65	126,26	2,0974	7,6425
CO <sub>2</sub>	0,03794	75,27	304,20	2,8557	11,5413
O <sub>2</sub>	0,00031	51,80	154,78	0,0161	0,0480
				$P_{кр} = 47,3576 \text{ кгс/см}^2$ або 4,6442 МПа	$T_{кр} =$ =200,3569 К

Приведені параметри природного газу визначаються як відношення тиску та температури до їх псевдокритичних значень.

Оскільки пластова температура вважається незмінною  $T = 369,15 \text{ K} = \text{const}$ , то  $T_{np} = 369,15/200,3569 = 1,84$ . Приведений тиск розрахований в таблиці 5.16.

По графіку [4] на рис. 5.15 для знайдених  $P_{np}$  та  $T_{np}$  можна визначити  $\mu^* = \mu / \mu_{атм}$ .



**Рис. 5.15.** Залежність відношення в'язкості  $\mu^*$  від приведенного тиску  $P_{np}$  при різних приведених температурах  $T_{np}$  [4]

Таблиця 5.16 – Розрахунок в'язкості газу свердловини № 205 при пластових тисках

Термін експлуатації свердловини $t$ , днів	Середній пластовий тиск $P_{пл}$ , МПа	$P_{np} = P_{пл}/P_{кр}$	$\mu^*$ (згідно рис. 5.6)	$\mu = \mu_{атм} \cdot \mu^*$ , сП
0	30,22	6,46	1,818	0,02504
10	29,82	6,42	1,805	0,02486
20	29,52	6,36	1,796	0,02474
30	29,15	6,28	1,787	0,02462
60	27,09	5,83	1,731	0,02384
90	24,91	5,36	1,664	0,02292
120	22,01	4,74	1,572	0,02165
150	17,89	3,85	1,427	0,01966
180	10,89	2,34	1,224	0,01686

Розв'язок рівняння (5.28) відносно значення радіусу контуру живлення свердловини дає результати (див. табл. 5.17).

Згідно з розрахунками (табл. 5.17), радіус контуру живлення свердловини № 205 на початку її експлуатації ( $t = 10$  днів) становить 438,25 м та розширюється з часом (при  $t = 180$  днів  $R_k = 725,79$  м).

Отримане за допомогою математичного моделювання на основі комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу значення радіусу контуру живлення  $R_k$  можна застосувати в подальших розрахунках, наприклад, для визначення видобувних запасів газу.

Розрахунок запасів, дренованих однією видобувною свердловиною та інформація про радіус контуру живлення цієї свердловини може бути корисною для визначення місця розташування інших експлуатаційних свердловин по площі продуктивного горизонту.

Таблиця 5.17 – Значення величин радіусу контуру живлення при різному терміні

$$\text{експлуатації свердловини 205: } \ln R_k = \frac{Q\mu P_{амм}}{\pi kh(P_{ср.пл}^2 - P_6^2)} + \ln r_c$$

Термін експлуатації свердловини № 205, днів	Середній пластовий тиск за результатами моделювання $P_{ср.пл.i}$ , МПа	Вибійний тиск за результатами моделювання $P_{виб.i}$ , МПа	Коефіцієнт динамічної в'язкості газу $\mu_i$ , мПа·с	Значення величини радіусу контуру живлення свердловини $R_{k.i}$ , м
10	29,82	29,55	0,02504	438,25
20	29,52	29,25	0,02486	440,54
30	29,15	28,86	0,02474	443,25
60	27,09	26,78	0,02462	459,98
90	24,91	24,59	0,02384	479,83
120	22,01	21,64	0,02292	510,30
150	17,89	17,42	0,02165	565,97
180	10,89	10,02	0,01966	725,79

### 5.3.4 Розрахунок дренованих запасів свердловиною № 205

#### Західно-Радченківського газоконденсатного родовища

Підрахунок запасів здійснюється за значенням радіусу контуру живлення свердловини № 205, який визначався в попередньому підрозділі за значеннями тисків, отриманими в результаті моделювання фільтраційних процесів. Тобто підраховані значення запасів отримані на основі значень тисків, що, в свою чергу, розраховані комбінованим скінчено-елементно-різницевим методом.

Видобувні запаси із пласта В-26 свердловиною № 205 можна розрахувати за формулою [58]

$$V_g = \pi R_k^2 h m \beta \frac{P_{nl} \alpha - P_{зал} \alpha_{зал}}{P_{cm}} f \quad (5.36)$$

де  $V_g$  – початкові видобувні запаси газу, приведені до атмосферного тиску і стандартної температури, млн. м<sup>3</sup>;

$R_k$  – радіус контуру живлення, м (див. табл. 5.6);

$h$  – ефективна газонасичена товщина пласта, 10,4 м;

$m$  – коефіцієнт відкритої пористості, 0,16;

$\beta$  – коефіцієнт газонасичення, 0,74;

$\frac{P_{nl} \alpha - P_{зал} \alpha_{зал}}{P_{cm}}$  – баричний коефіцієнт, що використовується для приведення

об'єму вільного газу, який міститься у покладі, до стандартних умов, де:

$P_{nl}$  – пластовий тиск в покладі, МПа (див. табл. 5.17);

$P_{зал}$  – залишковий тиск, що встановлюється в покладі, коли тиск на усті видобувної свердловини буде дорівнювати стандартному, 0,101325 МПа;

$\alpha, \alpha_{зал}$  – поправки на відхилення вуглеводневих газів від закону Бойля-Маріотта для тисків  $P_{nl}$  ( $\alpha = 1/Z$ ) та  $P_{зал}$  ( $\alpha_{зал} = 1$ );

$P_{cm}$  – тиск при стандартних умовах ( $P_{cm} = 0,101325$  МПа);

$f$  – поправка на температуру для приведення об'єму газу до стандартної температури,  $f = T_{cm}/T_{nl} = 293,15/369,15 = 0,8$ .

Для розрахунку поправки  $\alpha$  на відхилення вуглеводневих газів від закону Бойля-Маріотта для пластових тисків, необхідно попередньо визначити коефіцієнт надстисливості газу  $Z$ .

Розрахунок коефіцієнта надстисливості газу горизонту В-26 проводиться аналогічно розрахунку в розділі 5.2.

Псевдокритичні параметри газу та коефіцієнти, розраховані за формулами (5.23–5.24), наведено в табл. 5.18.



Таблиця 5.18 – Псевдокритичні параметри газу розраховані за формулами (5.25–5.26) при пластовій температурі  $T = 369,15$  К

Склад газу	$x_i, \%$	$P_{кр,i},$ кгс/см <sup>2</sup>	$T_{кр,i},$ К	$a^{*2}$	$b^*$	$a_{см}^{*2}$	$b_{см}^*$
CH <sub>4</sub>	0,83051	38,9924	158,2537	0,036334	0,000953	0,030176	0,000792
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	0,05340	2,6572	16,3634	0,008161	0,001446	0,000436	0,000077
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	0,01531	0,6634	5,6619	0,004334	0,002005	0,000066	0,000031
n-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0,00103	0,0399	0,4379	0,000721	0,002580	0,000001	0,000003
i-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0,00077	0,0286	0,3143	0,000562	0,002577	0,000000	0,000002
C <sub>5</sub> H <sub>12+</sub>	0,00020	0,0069	0,0939	0,000254	0,003211	0,000000	0,000001
N <sub>2</sub>	0,06053	2,0974	7,6425	0,003547	0,000856	0,000215	0,000052
CO <sub>2</sub>	0,03794	2,8557	11,5413	0,005088	0,000949	0,000193	0,000036
O <sub>2</sub>	0,00031	0,0161	0,0480	0,000072	0,000702	0,000000	0,000000
						$\Sigma =$ =0,031087	$\Sigma =$ =0,000993

В зв'язку з тим, що рівняння (5.24) набере вигляд кубічного, розрахунок коефіцієнтів за формулами (5.26) проводяться до шести десятинних знаків. Розрахунок коефіцієнту надстисливості здійснено за допомогою онлайн-калькулятора розв'язку кубічних рівнянь <https://planetcalc.ru/1122/> з отриманням одного дійсного кореня.

Таблиця 5.19 – Розрахунок коефіцієнтів надстисливості газу при пластовій температурі  $T = 369,15$  К та пластових тисках  $P_{ср.пл.i}$

Термін експлуатації свердловини № 205, днів	Середній пластовий тиск $P_{ср.пл.i}$ , кгс/см <sup>2</sup> (1 МПа = 10,197162 кгс/см <sup>2</sup> )	$h = \frac{Pb^*}{Z}$	Зведення рівняння (5.24) $Z = \frac{1}{1-h} - \frac{a^{*2}}{b^*} \cdot \frac{h}{h+1}$ до вигляду:	$Z$
1	2	3	4	5
10	304,08	0,301918/Z	$Z^3 - Z^2 + 0,2998Z - 0,2351 = 0$	0,9458
20	301,02	0,298881/Z	$Z^3 - Z^2 + 0,2947Z - 0,2268 = 0$	0,9426

Продовження табл. 5.8

1	2	3	4	5
30	297,25	0,295134/Z	$Z^3 - Z^2 + 0,2901Z - 0,2187 = 0$	0,9391
60	276,24	0,274278/Z	$Z^3 - Z^2 + 0,3057Z - 0,2145 = 0$	0,9210
90	254,01	0,252206/Z	$Z^3 - Z^2 + 0,2901Z - 0,1851 = 0$	0,9054
120	224,44	0,222844/Z	$Z^3 - Z^2 + 0,2774Z - 0,1579 = 0$	0,8879
150	182,43	0,181131/Z	$Z^3 - Z^2 + 0,2685Z - 0,1455 = 0$	0,8826
180	111,05	0,110258/Z	$Z^3 - Z^2 + 0,2590Z - 0,1363 = 0$	0,8816

Розраховане значення видобувних запасів із пласта В-26 свердловиною № 205 наведено в табл. 5.20.

Таблиця 5.20 – Розрахунок запасів газу Західно-Радченківського родовища

$$V_g = \pi R_k^2 h m \beta \frac{P_{пл} \alpha - P_{зал} \alpha_{зал}}{P_{ст}} f$$

Термін експлуатації свердловини № 205, днів	Середній пластовий тиск за результатами моделювання $P_{ср.пл.i}$ , МПа	Коефіцієнт надстисливості газу $Z_i$	Поправка $\alpha_i = 1/Z_i$	Значення величини радіусу контуру живлення свердловини $R_{k,i}$ , м	Запаси газу, $V_{g,i}$ , млн. м <sup>3</sup>
10	29,82	0,9458	1,057	438,25	174
20	29,52	0,9426	1,061	440,54	174
30	29,15	0,9391	1,065	443,25	174
60	27,09	0,9210	1,086	459,98	174
90	24,91	0,9054	1,104	479,83	174
120	22,01	0,8879	1,126	510,30	174
150	17,89	0,8826	1,133	565,97	174
180	10,89	0,8816	1,134	725,79	174

Отже, початкові видобувні запаси газу Західно-Радченківського родовища дорівнюють  $V_g = 174$  млн. м<sup>3</sup> газу. Як видно з табл. 5.20, від терміну експлуатації свердловини залежить значення радіусу контуру живлення, але початкові запаси газу при цьому залишаються незмінними. Підтвердження факту існування єдиного значення видобувних запасів ( $V_g = 174$  млн. м<sup>3</sup> газу) у початковий момент часу  $t = 0$  є самоперевіркою розрахунку.

Вперше запаси газу по Західно-Радченківському родовищу були зараховані на Державний баланс у 2005 році. Станом на 01.01.2010 р. початкові загальні запаси газу зменшилися на 92,56 % в порівнянні з тими, що числяться на Державному балансі. Головною причиною фактичного не підтвердження об'ємів запасів газу стала зміна уявлень про структурно-тектонічну модель будови Західно-Радченківського родовища.

Розраховані в різних проєктах розробки значення початкових видобувних запасів газу Західно-Радченківського газоконденсатного родовища дуже відрізняються одне від одного (від 14 тис. до 424 млн. м<sup>3</sup>). Значення запасів Західно-Радченківського газоконденсатного родовища декілька раз не підтверджувалося, і на сьогодні важко оцінити їх істинне значення. Але в більшості проєктів розробки значення запасів газу Західно-Радченківського газоконденсатного родовища приймаються в межах порядку сотень млн. м<sup>3</sup>. Розраховані авторською методикою видобувні запаси  $V_g = 174$  млн. м<sup>3</sup> газу мають такий же порядок чисел, що і запаси по цьому родовищу, розраховані в більшості проєктів розробки.

Отже, удосконалений метод підрахунку запасів газу за допомогою моделювання фільтраційних процесів із застосуванням комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу може бути корисним для проєктів розробки газових родовищ.

Запропонований в даній роботі метод розрахунку запасів використаний ТОВ «Нафтогазопромислова геологія» при складанні нового проєкту розробки Західно-Радченківського газоконденсатного родовища (довідка про впровадження від 20.03.2022 року).

## 5.4 Висновки за розділом 5

1. Удосконалений метод розрахунку запасів газу поєднує об'ємний метод та моделювання фільтраційних процесів із застосуванням комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу. Останній дозволяє враховувати неоднорідну по проникності будову пласта та адекватно на кількісному рівні описувати розподіл нестационарного пластового тиску навколо видобувної свердловини.

2. Для підтвердження достовірності розрахунку початкових видобувних запасів за допомогою моделювання фільтраційних процесів із застосуванням комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу проведено порівняння розрахунків запасів авторською методикою із значеннями в Атласі родовищ України. Для проведення цілісної верифікації методу розрахунку проведено як для газового, так і для нафтового пластів. Відносна похибка при розрахунку запасів нафти (Ромашівське нафтове родовище) становить  $\delta_2 = 6,25 \%$ ; при розрахунку запасів газу (Червонозаярське газове родовище) –  $\delta_3 = 4,63 \%$ .

3. Розраховані авторською методикою видобувні запаси газу Західно-Радченківського родовища  $V_g = 174$  млн. м<sup>3</sup> газу мають такий же порядок чисел, що і запаси по цьому родовищу, розраховані в більшості проєктів розробки. Запропонований в даній роботі метод розрахунку запасів є корисним для прийняття рішення про подальшу розробку Західно-Радченківського газоконденсатного родовища.

4. Поєднання об'ємного методу із результатами моделювання фільтраційних процесів є оперативним методом підрахунку запасів пласта, розкритого однією видобувною свердловиною. В подальшому викликає інтерес удосконалення методу для можливості його застосування при розрахунку запасів для більш широкого кола випадків (наприклад, при наявності двох та більше видобувних свердловин, або для багатопластових родовищ).

5. Удосконалений метод розрахунку запасів впроваджений у ТОВ «Нафтогазпромислова геологія» при складанні нового проєкту розробки Західно-Радченківського газоконденсатного родовища (довідка від 20.03.2022 року).

## ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

1. Сформульована загальна постановка двовимірної нестационарної однофазної задачі п'єзопровідності використана для розрахунку поля тиску в ізотропних нафтових і газових пластах. Для розрахунку сформульованої задачі вперше модифіковано комбінований скінчено-елементно-різницевий метод, реалізований на мові програмування Fortran Лубковим М.В.

2. Розроблено модель фільтрації в ізотропних пластах, що дало змогу оцінити:

а) вплив наявності проникних границь змодельованої області на розподіл пластового тиску та його зміну в часі. В разі відсутності зовнішнього підживлення пласта, середній пластовий тиск знижується з більшою динамікою в порівнянні з пластами з проникними границями. Наприклад, при терміні експлуатації 10 років різниця між середніми тисками в таких пластах може складати 8,1 %.

б) вплив зонально-неоднорідного розподілу проникності та в'язкості нафти на розподіл пластових тисків навколо свердловини. Встановлено, що вплив зміни проникності на розподіл пластового тиску у віддаленій зоні нафтової свердловини  $R_d > 5$  м більший у порівнянні з впливом у близькій зоні дії свердловини  $R_d < 5$  м. Про це свідчить: зростання привибійного тиску на 10,27 % при збільшенні проникності в 2 рази (для близької зони зростання тиску становить 2,74 %); зниження привибійного тиску на 14,38 % при зниженні проникності в 2 рази (для близької зони зниження тиску – 0,05 %). Коливання значень коефіцієнта динамічної в'язкості нафти мало впливає на процес фільтрації (тиск змінюється не більше, ніж на 1,36 атм).

в) вплив кількості та потужності геосолітонових джерел на заповнення газової шапки геосолітонового родовища. Аналіз результатів розв'язання нестационарної ізотропної задачі п'єзопровідності Лейбензона показав, що швидкість заповнення газової шапки в основному визначається джерелами потужності, і меншою мірою залежить від їх розмірів та кількості.

3. Розроблено модель фільтрації нафти та газу в анізотропних пластах: а) навколо видобувних свердловин; б) між видобувною та нагнітальною свердловинами; в) навколо горизонтальних свердловин.

Для кожної розробленої моделі проведено оцінювання впливу анізотропного розподілу проникності середовища на розподіл пластових тисків:

а) зонально-неоднорідний розподіл проникності в нафтовому та газовому пласті призводить до зниження середніх пластових тисків в порівнянні з повністю ізотропним середовищем. Якщо уникнути місць із зрушувальною ізотропією в пласті неможливо та необхідно ввести ще одну видобувну свердловину, краще розташувати її в діагональному (зрушувальному) напрямку, що забезпечить підтримку середнього пластового тиску вищим на 3 – 9 % в порівнянні з іншими змодельованими варіантами розташування двох видобувних свердловин.

б) зрушувальна ізотропія негативно впливає на інтенсивність фільтраційного процесу, про що свідчить відповідне зниження середнього пластового тиску (навколо нафтовидобувної свердловини на 2 % при проникності 1 Д та на 4,25 % при проникності 0,15 Д). В змодельованому середовищі систему «газовидобуна–нагнітальна» свердловини краще розташувати перпендикулярно до напрямку підвищеної проникності пласта. Це забезпечить вище значення середнього пластового тиску (на 12,5 – 28,6 %) в порівнянні з іншими змодельованими варіантами розташування.

в) розташування горизонтальної свердловини в ортотропному пласті в діагональному напрямку в порівнянні з горизонтальним дозволяє підтримувати вищий тиск вищим на 9,4 – 35 % (в залежності від значення і напрямку проникності) для нафтових пластів та на 2,52 – 12,33 % для газових. Виняток становлять ортотропні газові пласти, в яких напрямок підвищеної проникності є перпендикулярним до розташування горизонтальної свердловини.

4. Удосконалено спосіб розрахунку видобувних запасів пласта на основі результатів моделювання фільтраційних процесів. Автором запропонований метод розрахунку запасів родовища, що поєднує об'ємний метод та результати моделювання фільтраційних процесів із застосуванням комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу.

5. Удосконалений метод розрахунку запасів впроваджений у ТОВ «Нафтогазопромислова геологія» при складанні нового проекту розробки Західно-Радченківського газоконденсатного родовища (довідка від 20.03.2022 року).

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Авраменко, А. А. (2002). Свойства симметрии и автомодельности уравнений конвективного теплообмена и гидродинамики. *Теплофизика высоких температур*, 40(3), 424–435.
2. Азиз, Х., Сеттари, Э., Королев, А. В., Кестнер, В. П., & Максимов, М. М. (2004). *Математическое моделирование пластовых систем*. Ин-т компьютер. исслед.
3. Аксентьев, Л. А., Ильинский, Н. Б., Нужин, М. Т., Салимов, Р. Б., & Тумашев, Г. Г. (1980). Теория обратных краевых задач для аналитических функций и ее приложения. *Итоги науки и техники. Серия «Математический анализ»*, 18(0), 67–124.
4. Алиев, З. С., Абрамов, Е. С., & Андреев, С. А. (1980). Инструкция по комплексному исследованию газовых и газоконденсатных пластов и скважин.
5. Анахаев, К. Н., & Ляхевич, Р. А. (2011). Фильтрационный расчёт наклонно-анизотропных земляных плотин. *Мелиорация и водное хозяйство*, (3), 35–37.
6. Анискин, А. Н., & Мемарианфард, М. Е. (2009). Численное моделирование анизотропной фильтрации в грунтовых плотинах. *Вестник МГСУ*, (4).
7. Анискин, Н. А., & Мемарианфард, М. Е. (2010). Расчет фильтрации в грунтовых плотинах численными методами. *Вестник МГСУ*, (1).
8. Аравин, В. И. (1974). Расчет плоской фильтрации в грунтах с криволинейной анизотропией. *Изв. ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева*, 104, 3–9.
9. Атлас родовищ нефти і газу України (1998). Т. I / Під ред. М. М. Іванюти та ін. *Центр Європи*.
10. Баренблатт, Г. И., Ентов, В. М., & Рыжик, В. М. (1984). *Движение жидкостей и газов в природных пластах*. Недра.
11. Басниев, К. С., & Дмитриев, Н. М. (1986). Обобщенный закон Дарси для анизотропных пористых сред. *Известия высших учебных заведений. Нефть и*

газ, (5), 54–59.

12. Басниев, К. С., Дмитриев, Н. М., & Розенберг, Г. Д. (2003). *Нефтегазовая гидромеханика*. Ин-т компьютер. исслед.

13. Береславский, Э. Н. (2013). О применении метода П. Я. Полубариновой-Кочиной в теории фильтрации. *Журнал обчислювальної та прикладної математики*, (1), 12-23.

14. Бойко, В. С., & Бойко, Р. В. (2005). Підземна гідрогазомеханіка: підручник. *Львів: Априорі*.

15. Бойко, В. С., Кондрат, Р. М., & Яремійчук, Р. С. (1996). Довідник з нафтогазової справи. *К.: Львів, 620, 563*.

16. Винников, Ю. Л. & Аніскін, А. (2019) Прикладні задачі механіки анізотропних ґрунтів: Монографія. *Полтава: ПолтНТУ імені Юрія Кондратюка, Вараждин: Університет Північ*.

17. Голубев, Г. В., & Тумашев, Г. Г. (1972). Фильтрация несжимаемой жидкости в неоднородной пористой среде. *Казань: Изд-во Казанского ун-та*.

18. Голубева, О. В. (1966). Обобщение теоремы об окружности на фильтрационные течения. *Изв. АН СССР. МЖГ*, (1), 113-116.

19. Голубева, О. В. (1986). Задачи фильтрации в анизотропных средах. *Сб. науч. тр. «Исследования по теории функций комплексного переменного с приложениями к механике сплошных сред»*.—*Киев: Наукова думка*, 57-63.

20. Голубева, О. В., & Сапиянов, Т. (1990). Математические модели фильтрации при учёте неоднородности среды. *АН Киргизской ССР.—Фрунзе: «Илим*.

21. Голубева, О. В., Толпаев, В., Кутузов, В., & Соломко, Ю. (1975). О фильтрации в однородно–анизотропных средах. *Гидромеханика. М.: МОПИ им. НК Крупской*, (4), 163-171.

22. Еремина, Н. В. (2015). Подсчет запасов и оценка ресурсов нефти и газа.



23. Закревский, К. Е. (2009). Геологические 3D моделирование. Издание: ООО ИПЦ Маска. Москва.
24. Зейгман, Ю. В., & Мухаметшин, В. В. (2009). *Обобщение опыта заводнения залежей высоковязкой нефти в карбонатных коллекторах с целью повышения эффективности воздействия на пласт*. УГНТУ.
25. Зотов, Г. А., & Тверковкин, С. М. (1970). *Газогидродинамические методы исследований газовых скважин*. Недра, 182.
26. Каневская, Р. Д. (2003). Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов.
27. Карабцев, С. Н., & Стуколов, С. В. (2008). Построение диаграммы Вороного и определение границ области в методе естественных соседей. *Вычислительные технологии*, 13(3).
28. Кацикаделис, Д. (2015). *Граничные элементы. Теория и приложения*. Litres.
29. Киреев, Т. Ф., & Булгакова, Г. Т. (2020). Применение неструктурированной сетки Вороного для численного решения задач фильтрации. *Многофазные системы*, 15(1–2), 51–51.
30. Копаев, А. В., & Радыгин, В. М. (1990). Фильтрационные теоремы об окружностях. *Известия Академии наук СССР. Механика жидкости и газа*, (1), 179-183.
31. Костерин, А. В. (1980). Об уравнениях нелинейной анизотропной фильтрации. *Изв. АН СССР. МЖГ*, (5), 158-160.
32. Кошляк, В. А. (2004). *Гранитоидные коллекторы нефти и газа* (Doctoral dissertation, Науч.-произв. фирма "Геофизика").
33. Краснов, В. А. (2004). *Численно-аналитические методы моделирования фильтрации в неоднородных средах* (Doctoral dissertation, Диссертация, УГАТУ, Уфа 2004 г).
34. Krivulya, S. V., Matkivskyi, S. V., Bikman, Y. S., Kondrat, O. R., & Burachok, O. V. (2020). Особливості оцінки дренажних запасів газу щільних колекторів. *Oil and Gas Power Engineering*, (1 (33)), 19-28.

35. Лубков, М. В. & Захарчук, О. О. (2019). Моделювання процесів фільтрації у неоднорідних анізотропних нафтоносних пластах. *Геоінформатика*, 4(72), 74–81.
36. Лубков, М. В. & Захарчук, О. О. (2020). Моделювання процесів фільтрації у неоднорідних анізотропних газоносних пластах. *Геоінформатика*, 1(73), 56–63.
37. Лубков, М. В. & Захарчук, О. О. (2021). Вплив неоднорідного розподілу проникності на фільтраційні процеси в межах дії газовидобувної горизонтальної свердловини. *Збірник наукових праць НГУ*, 66.
38. Лубков, М. В. (2016). *В'язкопружні та теплові процеси в геодинаміці (дослідження в рамках варіаційної скінчено-елементної методики)* [Дис. канд. фіз.-мат. наук, Ін-т геофізики ім. С. І. Субботіна НАН України].
39. Лубков, М. В. (2017). Моделювання продуктивного тиску в неоднорідних нафтоносних пластах. *Геоінформатика*, 63(3), 23–29.
40. Махса, М. (2010). *Анизотропная фильтрация в плотинах и основаниях* (Doctoral dissertation, Московский государственный строительный университет).
41. Мищенко, И. Т. (2003). Скважинная добыча нефти: учебное пособие. *Издательство «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. ИМ Губкина Москва*.
42. Молокович, Ю. М. (1977). К вопросу нелинейной фильтрации в анизотропных (ортотропных) по проницаемости средах. *Гидродинамика и разработка нефтяных месторождений.–Казань: Изд-во Казанского ун-та*, 124–128.
43. Острейко, В. Н. (1981). Расчет электромагнитных полей в многослойных средах.
44. Петерсилье, В. И., Пороскун, В. И., & Яценко, Г. Г. (2003). Методические рекомендации по подсчету геологических запасов нефти и газа объемным методом. *Москва-Тверь*.
45. Пилатовский, В. П. (1966). *Основы гидромеханики тонкого пласта*. Недра.

46. Полубаринова-Кочина, П. Я. (1969). Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917—1967). *Недра*.
47. Полянин, А. Д. (2006). Справочник по линейным уравнениям математической физики. *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*, 83(1-2), 110b-110.
48. Пономарева, И. Н., & Мордвинов, В. А. (2009). Подземная гидромеханика. *Пермь: Пермский государствен.*
49. Прусов, И. А., & Веремук, И. А. (1974). Вывод оснанных уравнений фильтрации жидкости в анизотропной среде. *Вести АН БелССР*, (1), 109–112.
50. Прусов, И. А., & Веремук, И. А. (1974). Вывод оснанных уравнений фильтрации жидкости в анизотропной среде. *Вести АН БелССР*, (1), 109-112.
51. Рассказов, Л. Н., & Анискин, Н. А. (2000). Фильтрационные расчеты гидротехнических сооружений и оснований. *Гидротехническое строительство*, (11), 2-7.
52. Рассказов, Л. Н., Анискин, Н. А., & Желанкин, В. Г. (1989). Фильтрация в грунтовых плотинах в плоской и пространственной постановке. *Гидротехническое строительство*, (11), 26-32.
53. Рой, М. М. (2014). *Удосконалення газогідродинамічних методів досліджень газових і газоконденсатних свердловин* [Дис. канд. т. наук, Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка].
54. ТОВ КФТК «ЄВРОКРИМ» (2010) *Геолого-економічна оцінка запасів вуглеводнів Західно-Радченківського родовища України станом на 1.01.2010 р.*
55. Толпаев, В. А. (1999). Решение задач фильтрации в кусочно-неоднородных средах методом моделирования границ раздела эквипотенциалами течения. *Изв. вузов. Северо-Кавказский регион. Естеств. науки*, (4), 39-43.
56. Толпаев, В. А. (2004). *Математические модели двумерной фильтрации в анизотропных, неоднородных и многослойных средах* (Doctoral dissertation, [Ставроп. гос. ун-т]).
57. Толпаев, В. А., & Колесников, А. В. (2012). Новый метод построения формул перехода для решения задач фильтрации в изотропных неоднородных

пластах. *Ученые записки Забайкальского государственного университета. Серия: Физика, математика, техника, технология*, (3).

58. Федашин, В. О., Багнюк, М. М., Сініцин, В. Я., Рудько, Г. І., Ловинюков, В. І., Нестеренко, М. Ю., Пилип, Я. А., Антонів, П. Й., Філас, Ю. Г., Петраш, Ю. І. (2008) *Наукові та методичні засади дослідження пластових вуглеводневих систем для підрахунку запасів нафти і газу*. Маклаут

59. Холодовский, С. Е. (1991). О фильтрации в пластах с кольцевыми неоднородными анизотропными зонами, трещинами и завесами. *Доклады Академии наук* (Vol. 317, No. 3, pp. 606-608). Российская академия наук.

60. Эрлагер, Р. (2004). Гидродинамические исследования скважин. М.-Ижевск: *Институт компьютерных исследований*.

61. Юдин, Е. В., & Лубнин, А. А. (2010). Применение модели работы скважины в неоднородном пласте для задач разработки и планирования. *Научно-технический вестник ОАО "НК" Роснефть"*, (3), 10-13.

62. Abdrakhmanova, A. I., & Sultanov, L. U. (2016). Numerical modelling of deformation of hyperelastic incompressible solids. *Materials physics and mechanics*, 26(1), 30-32.

63. Akbari, M., Sinton, D., & Bahrami, M. (2010). Laminar fully developed flow in periodically converging-diverging microtubes. *Heat Transfer Engineering*, 31(8), 628-634. doi:10.1080/01457630903463404

64. Aker, E., Måløy, K. J., & Hansen, A. (1998). Simulating temporal evolution of pressure in two-phase flow in porous media. *Physical Review E - Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*, 58(2), 2217-2226. doi:10.1103/PhysRevE.58.2217

65. Akhmetzyanov, A. V., Kushner, A. G., & Lychagin, V. V. (2017). Mass and heat transport in the two-phase Buckley–Leverett model. *Journal of Geometry and Physics*, 113, 2-9. doi:10.1016/j.geomphys.2016.06.010

66. Auriault, J. -, Royer, P., & Geindreau, C. (2002). Filtration law for power-law fluids in anisotropic porous media. *International Journal of Engineering Science*, 40(10), 1151-1163. doi:10.1016/S0020-7225(02)00007-1

67. Badriev, I. B. (2013). On the solving of variational inequalities of stationary problems of two-phase flow in porous media. In *Applied Mechanics and Materials* (Vol. 392, pp. 183-187). Trans Tech Publications Ltd. doi:10.4028/[www.scientific.net/AMM.392.183](http://www.scientific.net/AMM.392.183)
68. Badriev, I. B., & Fanyuk, B. Y. (2012). Iterative methods for solving seepage problems in multilayer beds in the presence of a point source. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 33(4), 386-399. doi: 10.1134/S1995080212040026
69. Badriev, I. B., Banderov, V. V., Pankratova, O. V., & Shangaraeva, A. I. (2016, November). Mathematical simulation of a steady process of anisotropic filtration. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 158, No. 1, p. 012013). IOP Publishing.
70. Badriev, I. D. B. (1983). Difference schemes for nonlinear problems of filtration theory with a discontinuous law. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Matematika*, (5), 3-12.
71. Badriev, I., & Banderov, V. (2014). Numerical method for solving variation problems in mathematical physics. In *Applied Mechanics and Materials* (Vol. 668, pp. 1094-1097). Trans Tech Publications Ltd.
72. Balashov, V. (2018). Direct numerical simulation of moderately rarefied gas flow within core samples. *Matematicheskoe modelirovanie*, 30(9), 3-20.
73. Barenblatt, G. I., Entov, V. M., & Ryzhik, V. M. (1989). Theory of fluid flows through natural rocks.
74. Bear, J. (1988). *Dynamics of fluids in porous media*. Courier Corporation.
75. Bedrikovetsky, P. (1993). *Mathematical theory of oil and gas recovery: with applications to ex-USSR oil and gas fields* (Vol. 4). Springer Science & Business Media.
76. Blunt, M. J. (2001). Flow in porous media—pore-network models and multiphase flow. *Current opinion in colloid & interface science*, 6(3), 197-207. doi:10.1016/S1359-0294(01)00084-X

77. Blunt, M. J., Bijeljic, B., Dong, H., Gharbi, O., Iglauer, S., Mostaghimi, P., ... & Pentland, C. (2013). Pore-scale imaging and modelling. *Advances in Water resources*, 51, 197-216. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2012.03.003>
78. Cao, J., Gao, H., Dou, L., Zhang, M., & Li, T. (2019, October). Modeling flow in anisotropic porous medium with full permeability tensor. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1324, No. 1, p. 012054). IOP Publishing. doi:10.1088/1742-6596/1324/1/012054
79. Chapman, M. (2003). Frequency-dependent anisotropy due to meso-scale fractures in the presence of equant porosity. *Geophysical prospecting*, 51(5), 369-379. doi:10.1046/j.1365-2478.2003.00384.x
80. Chavent, G., & Jaffré, J. (1986). *Mathematical models and finite elements for reservoir simulation: single phase, multiphase and multicomponent flows through porous media*. Elsevier.
81. Chen, Z. (2000). Formulations and numerical methods of the black oil model in porous media. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 38(2), 489-514.
82. Chen, Z. (2002). Characteristic mixed discontinuous finite element methods for advection-dominated diffusion problems. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 191(23-24), 2509-2538.
83. Chen, Z., & Zou, J. (1998). Finite element methods and their convergence for elliptic and parabolic interface problems. *Numerische Mathematik*, 79(2), 175-202.
84. Chen, Z., Huan, G., & Ma, Y. (2006). *Computational methods for multiphase flows in porous media*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
85. Chung, T., Da Wang, Y., Armstrong, R. T., & Mostaghimi, P. (2021). Minimising the impact of sub-resolution features on fluid flow simulation in porous media. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 109055. DOI:10.1016/j.petrol.2021.109055
86. Collet, O., & Gurevich, B. (2013). Fluid dependence of anisotropy parameters in weakly anisotropic porous media. *Geophysics*, 78(5), WC137-WC145. <https://doi.org/10.1190/geo2012-0499.1>
87. Dake, L. P. (1983). *Fundamentals of reservoir engineering*. Elsevier.

88. Dekker, T. J., & Abriola, L. M. (2000). The influence of field-scale heterogeneity on the infiltration and entrapment of dense nonaqueous phase liquids in saturated formations. *Journal of Contaminant Hydrology*, 42(2-4), 187-218. [https://doi.org/10.1016/S0169-7722\(99\)00092-3](https://doi.org/10.1016/S0169-7722(99)00092-3)
89. Doughty, C. (1999). Investigation of conceptual and numerical approaches for evaluating moisture, gas, chemical, and heat transport in fractured unsaturated rock. *Journal of Contaminant Hydrology*, 38(1-3), 69-106. [https://doi.org/10.1016/S0169-7722\(99\)00012-1](https://doi.org/10.1016/S0169-7722(99)00012-1)
90. Ertekin, T., Abou-Kassem, J. H., & King, G. R. (2001). *Basic applied reservoir simulation* (Vol. 7). Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers.
91. Esmailpour, M., Ghanbarian, B., Liang, F., & Liu, H. H. (2021). Scale-dependent permeability and formation factor in porous media: Applications of percolation theory. *Fuel*, 301, 121090. DOI:10.1016/j.fuel.2021.121090
92. Filippov, A. I., Akhmetova, O. V., & Filippov, I. M. (2012). Filtration pressure field in an inhomogeneous bed in constant drainage. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 85(1), 1-19.
93. Filippov, A. I., Mikhailov, P. N., Akhmetova, O. V., & Goryunova, M. A. (2008). Constructing the “exact-on-average” asymptotic solution of the problem on radial temperature field distribution in a well. *Teplofiz. Vys. Temp.*, 46(3), 449-456.
94. Galindo-Torres, S. A., Scheuermann, A., & Li, L. (2012). Numerical study on the permeability in a tensorial form for laminar flow in anisotropic porous media. *Physical Review E*, 86(4), 046306. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.86.046306>
95. Glass, R. J., & Yarrington, L. (2003). Mechanistic modeling of fingering, nonmonotonicity, fragmentation, and pulsation within gravity/buoyant destabilized two-phase/unsaturated flow. *Water Resources Research*, 39(3). DOI:10.1029/2002WR001542
96. Grattoni, C. A., & Dawe, R. A. (1995). Anisotropy in pore structure of porous media. *Powder technology*, 85(2), 143-151. [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(95\)03016-3](https://doi.org/10.1016/0032-5910(95)03016-3)

97. Guo, J., Rubino, J. G., Glubokovskikh, S., & Gurevich, B. (2018). Dynamic seismic signatures of saturated porous rocks containing two orthogonal sets of fractures: Theory versus numerical simulations. *Geophysical Journal International*, 213(2), 1244-1262. DOI:10.1111/1365-2478.12474
98. Gurevich, B. (2003). Elastic properties of saturated porous rocks with aligned fractures. *Journal of Applied Geophysics*, 54(3-4), 203-218. DOI:10.1016/j.jappgeo.2002.11.002
99. Huan, G., Ewing, R. E., Qin, G., & Chen, Z. (2005). Numerical Simulation for Fractured Porous Media. In *Current Trends in High Performance Computing and Its Applications* (pp. 47-58). Springer, Berlin, Heidelberg.
100. Huang, T., Guo, X., & Chen, F. (2015). Modeling transient flow behavior of a multiscale triple porosity model for shale gas reservoirs. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 23, 33-46. <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2015.01.022>
101. Huang, T., Tao, Z., Li, E., Lyu, Q., & Guo, X. (2017). Effect of permeability anisotropy on the production of multi-scale shale gas reservoirs. *Energies*, 10(10), 1549. <https://doi.org/10.3390/en10101549>
102. Jin, Z., Chapman, M., & Papageorgiou, G. (2018). Frequency-dependent anisotropy in a partially saturated fractured rock. *Geophysical Journal International*, 215(3), 1985-1998. DOI:10.1093/gji/ggy399
103. Kmec, J., Fürst, T., Vodák, R., & Šír, M. (2021). A two dimensional semi-continuum model to explain wetting front instability in porous media. *Scientific reports*, 11(1), 1-13. DOI:10.1038/s41598-021-82317-x
104. Kor, K., Ertekin, S., Yamanlar, S., & Altun, G. (2021). Penetration rate prediction in heterogeneous formations: A geomechanical approach through machine learning. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 109138. DOI:10.1016/j.petrol.2021.109138
105. Lawal, K. A., Vesovic, V., & Boek, E. S. (2011). Modeling permeability impairment in porous media due to asphaltene deposition under dynamic conditions. *Energy & Fuels*, 25(12), 5647-5659. DOI:10.1021/ef200764t



106. Li, X. (2018). Anisotropic mesh adaptation for finite element solution of Anisotropic Porous Medium Equation. *Computers & Mathematics with Applications*, 75(6), 2086-2099. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2017.08.005>

107. Lubkov, M. (2019). Estimation of filling processes in the gas cap of geosoliton field. *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Геологія*, (2), 82-85.

108. Lubkov, M. V., & Levchenko, O. O. (2018). Modeling of filling process of the gas cap of geosoliton field. Paper presented at the *17th International Conference on Geoinformatics - Theoretical and Applied Aspects*, doi:10.3997/2214-4609.201801792

109. Lubkov, M. V., & Zacharchuk, O. O. (2019). Modeling of oil filtration processes near production well. Paper presented at the *18th International Conference "Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects"*, *Geoinformatics 2019*, doi:10.3997/2214-4609.201902015

110. Lubkov, M. V., & Zaharchuk, O. O. (2020). Modeling of pushing processes in anisotropic low permeable oil reservoirs. Paper presented at the *Geoinformatics 2020 - XIXth International Conference "Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects"*, doi:10.3997/2214-4609.2020geo078

111. Lubkov, M. V., & Zakharchuk, O. O. (2021). Modeling of oil phase displacement processes in heterogeneous anisotropic reservoirs. *Geofizicheskiy Zhurnal*, 43(3), 170-180. <https://doi.org/10.24028/gzh.v43i3.236387>

112. Lubkov, M. V., Levchenko, O. O., & Mangura, A. N. (2017). Modeling of reservoir pressures in heterogeneous porous layers of oil-gas deposits. Paper presented at the *16th International Conference Geoinformatics - Theoretical and Applied Aspects*, doi:10.3997/2214-4609.201701845

113. Lubkov, M., & Zaharchuk, O. (2021). Modeling of gas filtration around horizontal wells in anisotropic hard reaching reservoirs. Paper presented at the *20th International Conference Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects*, doi:10.3997/2214-4609.20215521009

114. Lubkov, M., Zakharchuk, O., Dmytrenko, V., & Petrash, O. (2021). Investigation of the influence of the heterogeneous permeability distribution on the oil

phase displacement processes. *Technology Audit and Production Reserves*, 5(1), 61, 33–40. <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2021.241972>

115. Lubkov, M. & Zaharchuk, O. (2021) Modeling of displacement processes in heterogeneous anisotropic gas reservoirs. *Visnyk of Taras Shevchenko National University of Kyiv: Geology*, 2(93), 94–99.

116. Lubkov, M. V., Zakharchuk, O. O., Dmytrenko, V. I., & Petrash, O. V. (2021) Modeling of producing pressure in heterogeneous oil-bearing reservoirs. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Хімія, хімічні технології та екологія», 2(6), 73–79.*

117. Michels, R., Siebert, D. N., & dos Santos, L. O. E. (2021). Investigation on the influence of capillary number on drainage in porous media using a lattice Boltzmann method. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 205, 108918. DOI:10.1016/j.petrol.2021.108918

118. Muskat, M. (1938). The flow of homogeneous fluids through porous media. *Soil Science*, 46(2), 169.

119. Negara, A., Salama, A., & Sun, S. (2013, September). 3-D numerical investigation of subsurface flow in anisotropic porous media using multipoint flux approximation method. In *SPE Reservoir Characterization and Simulation Conference and Exhibition*. OnePetro. <https://doi.org/10.2118/165960-MS>

120. Numbere, D. T., & Erkal, A. (1998, March). A model for tracer flow in heterogeneous porous media. In *SPE Asia Pacific Conference on Integrated Modelling for Asset Management*. OnePetro.

121. Pang, S., & Stovas, A. (2020). Low-frequency anisotropy in fractured and layered media. *Geophysical Prospecting*, 68(2), 353-370. DOI:10.1111/1365-2478.12833

122. Pang, S., Stovas, A., & Xing, H. (2021). Frequency-dependent anisotropy in partially saturated porous rock with multiple sets of mesoscale fractures. *Geophysical Journal International*, 227(1), 147-161. DOI:10.1093/gji/ggab204

123. Payatakes, A. C., Rajagopalan, R., & Tien, C. (1974). Application of porous media models to the study of deep bed filtration. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 52(6), 722-731. DOI:10.1002/cjce.5450520605

124. Payatakes, A. C., Tien, C., & Turian, R. M. (1973). A new model for granular porous media: Part II. Numerical solution of steady state incompressible Newtonian flow through periodically constricted tubes. *AIChE Journal*, *19*(1), 67-76. DOI:10.1002/aic.690190111
125. Peaceman, D. W. (1978). Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation (includes associated paper 6988). *Society of Petroleum Engineers Journal*, *18*(03), 183-194.
126. Peaceman, D. W. (1983). Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation with nonsquare grid blocks and anisotropic permeability. *Society of Petroleum Engineers Journal*, *23*(03), 531-543.
127. Qi, M., Li, M., Moghanloo, R. G., & Guo, T. (2021). A novel simulation approach for particulate flows during filtration. *AIChE Journal*, *67*(4), e17136. DOI:10.1002/aic.17136
128. Russell, T. F., & Wheeler, M. F. (1983). Finite element and finite difference methods for continuous flows in porous media. In *The mathematics of reservoir simulation* (pp. 35-106). Society for Industrial and Applied Mathematics.
129. Shabro, V., Torres-Verdín, C., Javadpour, F., & Sepehrnoori, K. (2012). Finite-difference approximation for fluid-flow simulation and calculation of permeability in porous media. *Transport in porous media*, *94*(3), 775-793. DOI:10.1007/s11242-012-0024-y
130. Shangaraeva, A. I., & Shevchenko, D. V. (2015). Speed up of the oil saturation numerical algorithm for the plane-parallel filtration. *Appl. Math. Sci*, *9*, 7467-7474. DOI:10.12988/ams.2015.510683
131. Sinan, S., Glover, P. W., & Lorinczi, P. (2020). Modelling the impact of anisotropy on hydrocarbon production in heterogeneous reservoirs. *Transport in Porous Media*, *133*(3), 413-436. <https://doi.org/10.1007/s11242-020-01430-z>
132. Sultanov, L. U. (2014). Mathematical modeling of deformations of hyperelastic solids. *Applied Mathematical Sciences*, *8*(143), 7117-24. DOI:10.12988/ams.2014.49704

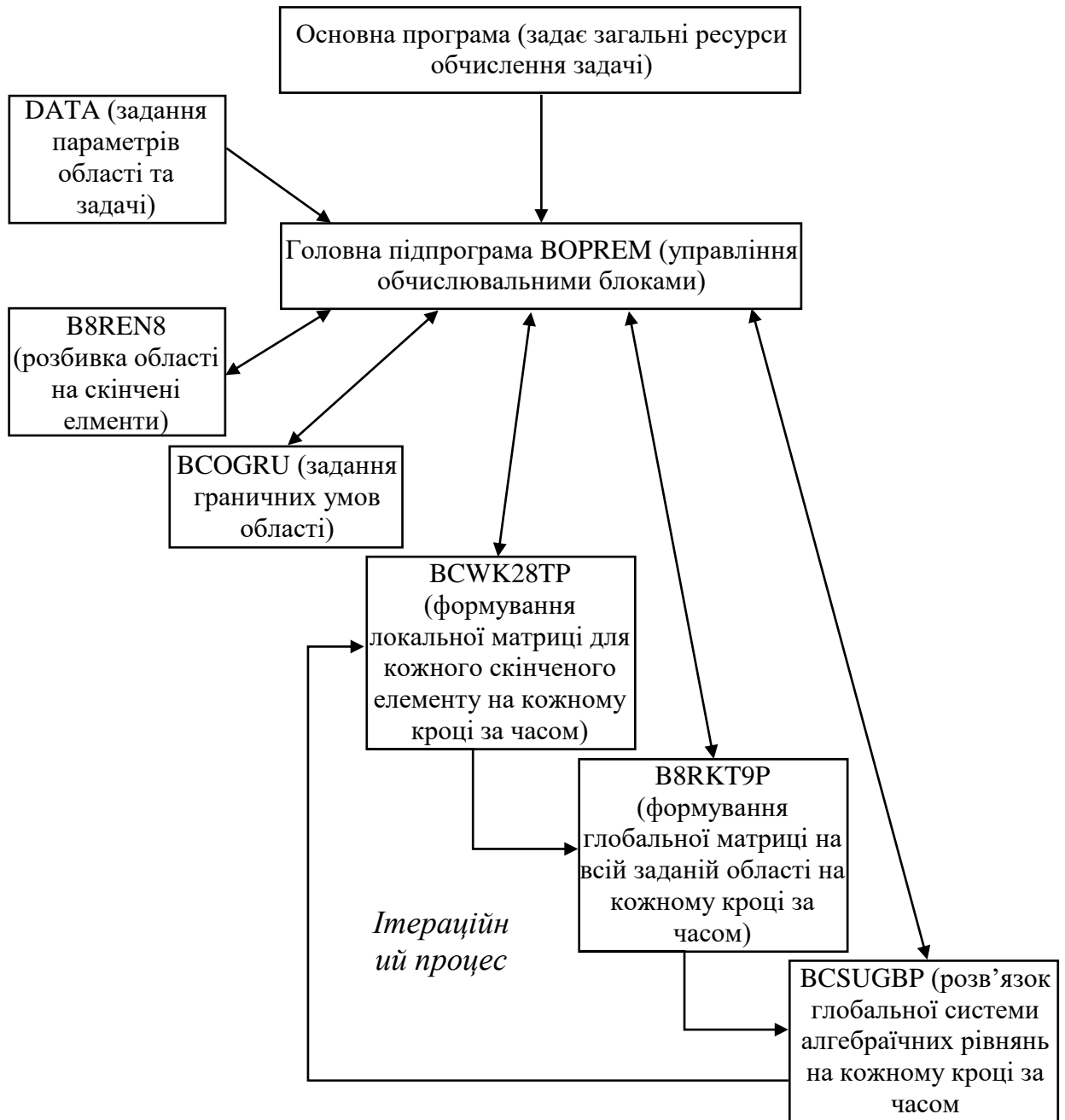
133. Sultanov, L. U., & Davydov, R. L. (2014). Mathematical modeling of large elastic-plastic deformations. *Applied Mathematical Sciences*, 8(57-60), 2991-2996. DOI:10.12988/ams.2014.44272
134. Valvatne, P. H., Piri, M., Lopez, X., & Blunt, M. J. (2005). Predictive pore-scale modeling of single and multiphase flow. In *Upscaling multiphase flow in porous media* (pp. 23-41). Springer, Dordrecht. DOI:10.1007/s11242-004-5468-2
135. Van Everdingen, A. F., & Hurst, W. (1949). The application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs. *Journal of Petroleum Technology*, 1(12), 305-324.
136. Yang, J., & Fall, M. (2021). A dual porosity poroelastic model for simulation of gas flow in saturated claystone as a potential host rock for deep geological repositories. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 115, 104049. DOI:10.1016/j.tust.2021.104049
137. You, Z., Osipov, Y., Bedrikovetsky, P., & Kuzmina, L. (2014). Asymptotic model for deep bed filtration. *Chemical Engineering Journal*, 258, 374-385. DOI:10.1016/j.cej.2014.07.051
138. Zamani, A., & Maini, B. (2009). Flow of dispersed particles through porous media—deep bed filtration. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 69(1-2), 71-88. DOI:10.1016/j.petrol.2009.06.016
139. Zhao, B., MacMinn, C. W., Primkulov, B. K., Chen, Y., Valocchi, A. J., Zhao, J., ... & Juanes, R. (2019). Comprehensive comparison of pore-scale models for multiphase flow in porous media. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 116(28), 13799-13806. DOI:10.1073/pnas.1901619116
140. Zhao, X., & Toksöz, M. N. (1991). Modeling fluid flow in heterogeneous and anisotropic porous media. In *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1991* (pp. 387-390). Society of Exploration Geophysicists.
141. Zhou, Q., Liu, H. H., Bodvarsson, G. S., & Oldenburg, C. M. (2003). Flow and transport in unsaturated fractured rock: effects of multiscale heterogeneity of hydrogeologic properties. *Journal of contaminant hydrology*, 60(1-2), 1-30. [https://doi.org/10.1016/S0169-7722\(02\)00080-3](https://doi.org/10.1016/S0169-7722(02)00080-3)

# ДОДАТКИ

# **ДОДАТОК А**

**АЛГОРИТМ ПРОГРАМИ РОЗВ'ЯЗКУ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ІЗО-  
ТА АНІЗОТРОПНОЇ ЗАДАЧІ П'ЄЗОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ  
НАФТОВОЇ ТА ГАЗОВОЇ ФАЗИ**

Програму для розв'язку нестационарної ізо- та анізотропної задачі п'єзопровідності, розроблену Лубковим М. В. на мові програмування Fortran, представлено у вигляді структурної схеми (рис. А.1). Розв'язок задачі здійснюється за допомогою комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу.



**Рис. А.1.** Структурна схема програми для розв'язку нестационарної ізо- та анізотропної задачі п'єзопровідності комбінованим скінчено-елементно-різницевим методом

Перший блок – це основна програма, в якій задаються загальні ресурси, що будуть задіяні при обчисленні задачі.

Наступна іде головна підпрограма (SUBROUTINE BOPREM), що здійснює управління обчислювальними блоками (рис. А.2).

```

MAIN5.FOR
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON/KP/NNR,NPRZ
      OPEN(1,FILE='VVDZ.DAT',STATUS='OLD')
      OPEN(20,FILE='RES.DAT',STATUS='OLD')
      OPEN(30,FILE='RES1.DAT',STATUS='OLD')
      READ (1,160)NPRZ,NNR
160  FORMAT(2I3)
      IF(NPRZ.NE.0) WRITE(20,189)NPRZ,NNR
      IF(NPRZ.EQ.0) WRITE(20,188)NPRZ,NNR
188  FORMAT (2X,'FUNCTIONAL ',
1  'LAGRANG. AX. PROBLEM, NPRZ=',I4,'  NNR=',I2)
189  FORMAT (2X,'FUNCTIONAL ',
1  'LAGRANG. PL. PROBLEM, NPRZ=',I4,'  NNR=',I2)
      WRITE (20,170)NPRZ,NNR
170  FORMAT(' NPRZ=',I2,' NNR=',I2)
      CALL BOPREM
      CLOSE(1,STATUS='KEEP')
      CLOSE(20,STATUS='KEEP')
      CLOSE(30,STATUS='KEEP')
      STOP
      END
C *****
      SUBROUTINE BOPREM
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION LTE(1350),NGT(100),NGUT(100),R(500),Z(500),
1ALFA(100),TETA(100),COEFL(15),COEFA(15),WUR(1000),
2T(500),PK(15),GDG(15),WKOL(15),FL(15)
4,SI(16),HT(16),WMS(16),WMH(16),TIN(4),WMN(4),TI(500)
COMPLEX*16 TNR(100),TNZ(100),WU(1000),C1MAT(15)
COMMON KUT,K4U,MAXRN,LTE /G/ KGT,NGT,NGUT /RE/ R,Z,ZOS
1/SW/PK,GDG,WKOL,C1MAT /SWT/ALFA,TETA,COEFL,COEFA,FL/T/T,TI
2/C/TNR,TNZ,WU /WMI/KI4,NI4,SI,HT,WMS,WMH,TIN,WMN
COMMON/KS/KU,KUR
      OPEN(8,ACCESS='DIRECT',FORM='UNFORMATTED',
*RECL=7200)
      OPEN(9,ACCESS='DIRECT',FORM='UNFORMATTED',
*RECL=7200)
      OPEN(10,ACCESS='DIRECT',FORM='UNFORMATTED',
*RECL=5500)
      OPEN(11,ACCESS='DIRECT',FORM='UNFORMATTED',
*RECL=2000)
      READ (1,161)TNUL,TKPE,DT,TPE
      WRITE (20,161)TNUL,TKPE,DT,TPE
C 191 FORMAT(' TNUL=',F6.2,' TKPE=',F6.2,' DT=',F6.2,' TPE=',F6.2,TS=',F6.2)
160  FORMAT(5I4)
161  FORMAT(4E8.3)
162  FORMAT(10E8.3)

```

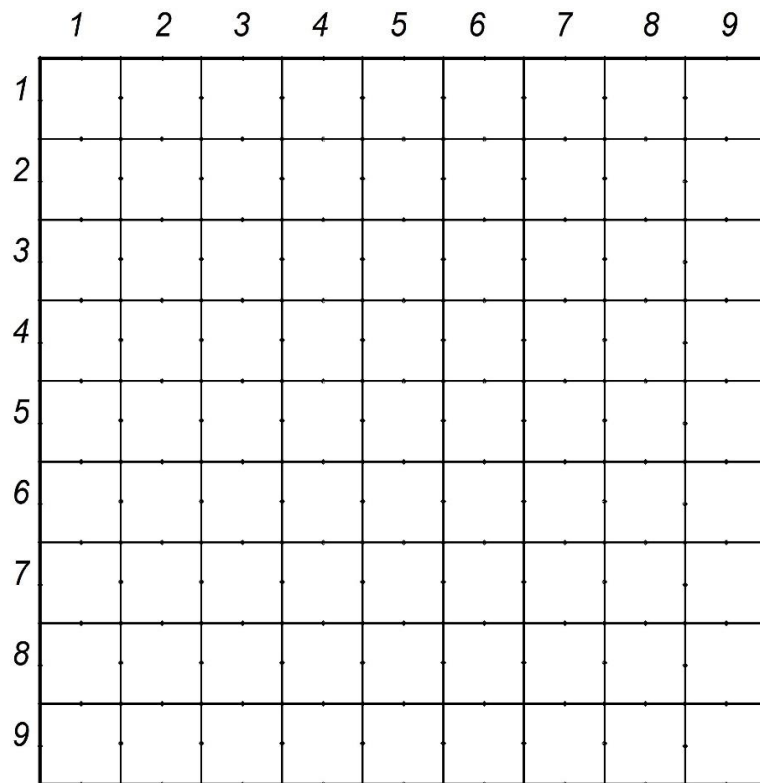
**Рис. А.2.** Код основної програми та початку головної підпрограми (SUBROUTINE BOPREM). Автор – Лубков М.В.

Функція «OPEN» відкриває файл DATA, де закладено параметри задачі – геометрію та фільтраційно-ємнісні властивості пористого середовищі (рис. А.3).





На рис. А.3 область розбита на дев'ять областей по горизонталі (можна також задавати іншу кількість). Потім кожна ця область розбивається в поперечному напрямку на задану кількість зон (на рис. А.3 – дев'ять). Кількість скінчених елементів визначається цією розбивкою. У дисертації при побудові моделі фільтрації використано сітку із 81 ( $9 \times 9$ ) скінченого елементу (рис. А.4).



**Рис. А.4.** Схема розбивки області на 81 восьмивузловий ізопараметричний скінчений елемент

В межах кожного 81 скінченого елементу можна задавати відмінні властивості: коефіцієнти пористості, проникності, динамічної в'язкості, стиснення породи та стиснення флюїду.

Потім довільно задаються граничні умови (на будь-яких відрізках границі області, або по всьому контуру): коефіцієнт проникності, інфільтрації, тиск або градієнт тиску.

Наступним кроком є звернення файлу DATA до головної підпрограми BOPREM, яка здійснює управління обчислювальними блоками. Спочатку підпрограма BOPREM звертається до підпрограми B8REN8, що здійснює

розбивку на задану кількість скінчених елементів. Потім – до VCOGRU, де формуються граничні умови відповідно до заданих у файлі DATA значень тисків, градієнтів тисків, коефіцієнтів проникності та інфільтрації..

Коли область та граничні лінії задачі є сформованими, головна підпрограма VOPREM звертається до обчислювального процесу задачі. Алгоритм програми може розраховувати двовимірну нестационарну задачу п'єзопровідності для нафтової та газової фази в неоднорідних ізо- та анізотропних пластах.

Постановка двовимірної нестационарної однофазної задачі п'єзопровідності для нафтової фази в ізотропних пластах має вигляд

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \chi_n \left( \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) + \gamma; \quad (\text{A.1})$$

$$P(t=0) = P_0; \quad (\text{A.2})$$

$$k_{ep} \text{grad} P = \alpha(P - P_{ep}). \quad (\text{A.3})$$

Постановка двовимірної нестационарної однофазної задачі п'єзопровідності Лейбензона (для газової фази) в ізотропних пластах має вигляд

$$\frac{\partial P^2}{\partial t} = \chi_c \left( \frac{\partial^2 P^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P^2}{\partial y^2} \right) + \gamma; \quad (\text{A.4})$$

$$P(t=0) = P_0; \quad (\text{A.5})$$

$$k_{ep} \text{grad} P^2 = \alpha(P^2 - P_{ep}^2). \quad (\text{A.6})$$

Постановка двовимірної нестационарної однофазної задачі п'єзопровідності для нафтової фази в анізотропних пластах має вигляд

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{c_n} \left( k_{xx} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + k_{yy} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + 2k_{xy} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \gamma; \quad (\text{A.7})$$

$$P(t=0) = P_0; \quad (\text{A.8})$$

$$k_{ep} \text{grad} P = \alpha(P - P_{ep}). \quad (\text{A.9})$$

Постановка двовимірної нестационарної однофазної задачі п'єзопровідності Лейбензона (для газової фази) в анізотропних пластах має вигляд

$$\frac{\partial P^2}{\partial t} = \frac{1}{c_2} \left( k_{xx} \frac{\partial^2 P^2}{\partial x^2} + k_{yy} \frac{\partial^2 P^2}{\partial y^2} + 2k_{xy} \frac{\partial P^2}{\partial x} \frac{\partial P^2}{\partial y} \right) + \gamma; \quad (\text{A.10})$$

$$P(t=0) = P_0; \quad (\text{A.11})$$

$$k_{zp} \text{grad} P^2 = \alpha (P^2 - P_{zp}^2). \quad (\text{A.12})$$

Тут (A.1), (A.4), (A.7), (A.10) – рівняння п'єзопровідності;  
 (A.2), (A.5), (A.8), (A.11) – початкова умова;  
 (A.3), (A.6), (A.9), (A.12) – гранична умова інфільтрації нафти або газу на границях розглянутої області;

$\chi_n = \frac{k_n}{\eta_n (m_n \beta_{n1} + \beta_{n2})}$  – коефіцієнт п'єзопровідності для нафтового пласта, м<sup>2</sup>/с;

$c_n = \eta_n (m_n \beta_{n1} + \beta_{n2})$  – коефіцієнт п'єзоопору для нафтового пласта, с;

$k_n$  – проникність нафтової фази, м<sup>2</sup>;

$\eta_n$  – динамічна в'язкість нафти, Па·с;

$m_n$  – пористість нафтоносного пласта, д.о.;

$\beta_{n1}$  – коефіцієнт стискування нафти, Па<sup>-1</sup>;

$\beta_{n2}$  – коефіцієнт стискування скелету порід нафтоносного пласта, Па<sup>-1</sup>;

$\chi_z = \frac{k_z P_0}{\eta_z m_z}$  – коефіцієнт п'єзопровідності для газового пласта, м<sup>2</sup>/с;

$c_z = \frac{\eta_z m_z}{P_0}$  – коефіцієнт п'єзоопору для газового пласта, с;

$k_z$  – проникність газової фази, м<sup>2</sup>;

$\eta_z$  – динамічна в'язкість газу, Па·с;

$m_z$  – пористість газоносного пласта, д.о.;

$P_0$  – початковий тиск пористого шару, Па;

$\alpha$  – коефіцієнт інфільтрації флюїду на границях розглянутої області, м;

$P_{ep}$  – тиск на границі розглядуваної області, Па.

Головна підпрограма BOPREM звертається до обчислювального процесу конкретних задач: (A1–A.3), (A3–A.6), (A7–A.9) або (A10–A.12).

В коефіцієнт п'єзопровідності входять параметри, які можна змінювати. Задача розв'язується варіаційним скінчено-елементно-різницевим методом, оскільки спочатку формулюється функціонал рівняння п'єзопровідності, який еквівалентний постановці задачі.

Функціонал варіаційного формулювання нестационарної двовимірної задачі п'єзопровідності в загальному випадку має вид

$$I(\tilde{P}) = \frac{1}{2} \iint_S \left\{ k \left[ \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} \right)^2 \right] + 2 \int_{P_0}^P \frac{k}{\chi} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} d\tilde{P} - 2\gamma \tilde{P} \right\} dx dy - \frac{1}{2} \int_L \alpha (\tilde{P} - 2\tilde{P}_{ep}) \tilde{P} dl. \quad (\text{A.13})$$

Функціонал варіаційного формулювання нестационарної двовимірної анізотропної задачі п'єзопровідності в загальному випадку має вид

$$I(\tilde{P}) = \frac{1}{2} \iint_S \left\{ k_{xx} \left[ \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \right)^2 + k_{yy} \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} \right)^2 + 2k_{xy} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} \right] + 2 \int_{P_0}^P \tilde{c} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} d\tilde{P} - 2\gamma \tilde{P} \right\} dx dy - \frac{1}{2} \int_L \alpha (\tilde{P} - 2\tilde{P}_{ep}) \tilde{P} dl. \quad (\text{A.14})$$

Тут  $\tilde{P} = P$  для нафтової фази та  $\tilde{P} = P^2$  для газової фази (з урахуванням функції Лейбензона).

Для розв'язку задачі треба знайти мінімум функціоналу, тобто проваріювати (знайти похідні по заданих параметрах). Такими параметрами є вузлові значення тисків в межах кожного скінченого елемента. Потім йде апроксимація ізопараметричного всьмивузлового елемента. Тобто в кожному вузлі задається своя апроксимаційна функція  $\varphi_i$ .

Головна підпрограма BOPREM звертається до обчислювального процесу конкретних задач: (A1–A.3), (A3–A.6), (A7–A.9) або (A10–A.12).

В коефіцієнт п'єзопровідності входять параметри, які можна змінювати. Задача розв'язується варіаційним скінчено-елементно-різницевим методом, оскільки спочатку формулюється функціонал рівняння п'єзопровідності, який еквівалентний постановці задачі.

Функціонал варіаційного формулювання нестационарної двовимірної задачі п'єзопровідності в загальному випадку має вид

$$I(\tilde{P}) = \frac{1}{2} \iint_s \left\{ k \left[ \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} \right)^2 \right] + 2 \int_{P_0}^P \frac{k}{\chi} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} d\tilde{P} - 2\gamma \tilde{P} \right\} dx dy - \frac{1}{2} \int_L \alpha (\tilde{P} - 2\tilde{P}_{cp}) \tilde{P} dl. \quad (\text{A.13})$$

Функціонал варіаційного формулювання нестационарної двовимірної анізотропної задачі п'єзопровідності в загальному випадку має вид

$$I(\tilde{P}) = \frac{1}{2} \iint_s \left\{ k_{xx} \left[ \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \right)^2 + k_{yy} \left( \frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} \right)^2 + 2k_{xy} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} \right] + 2 \int_{P_0}^P \tilde{c} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} d\tilde{P} - 2\gamma \tilde{P} \right\} dx dy - \frac{1}{2} \int_L \alpha (\tilde{P} - 2\tilde{P}_{cp}) \tilde{P} dl. \quad (\text{A.14})$$

Тут  $\tilde{P} = P$  для нафтової фази та  $\tilde{P} = P^2$  для газової фази (з урахуванням функції Лейбензона).

Для розв'язку задачі треба знайти мінімум функціоналу, тобто проваріювати (знайти похідні по заданих параметрах). Такими параметрами є вузлові значення: координати та тиски. Потім йде апроксимація ізопараметричного всьмивузлового елемента. Тобто в кожному вузлі задається своя апроксимаційна функція  $\varphi_i$ .

$$\varphi_1 = \frac{1}{4}(1-\zeta)(1-\eta)(-\zeta-\eta-1); \varphi_2 = \frac{1}{4}(1+\zeta)(1-\eta)(\zeta-\eta-1); \varphi_3 = \frac{1}{4}(1+\zeta)(1+\eta)(\zeta+\eta-1);$$

$$\varphi_4 = \frac{1}{4}(1-\zeta)(1+\eta)(-\zeta+\eta-1); \varphi_5 = \frac{1}{2}(1-\zeta^2)(1-\eta); \varphi_6 = \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1+\zeta); \quad (\text{A.15})$$

$$\varphi_7 = \frac{1}{2}(1-\zeta^2)(1+\eta); \varphi_8 = \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1-\zeta).$$

На основі цього тиск, початковий тиск пласта, тиск на межах області, коефіцієнт інфільтрації флюїду на межах області, а також похідні від тиску по координатам апроксимуються наступним чином

$$\begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^8 x_i \varphi_i; y = \sum_{i=1}^8 y_i \varphi_i; \tilde{P} = \sum_{i=1}^8 P_i \varphi_i; \tilde{P}_0 = \sum_{i=1}^8 P_{0i} \varphi_i; \tilde{P}_m = \sum_{i=1}^8 P_{mi} \varphi_i; \alpha = \sum_{i=1}^8 \alpha_i \varphi_i; \\ \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} &= \sum_{i=1}^8 P_i \Psi_i; \frac{\partial \tilde{P}}{\partial y} = \sum_{i=1}^8 P_i \Phi_i; \Psi_i = \frac{1}{|J|} \left( \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right); \Phi_i = \frac{1}{|J|} \left( \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right); \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

де  $J = \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi}$  – яacobіан переходу між системами  $(x, y)$  і  $(\xi, \eta)$ .

На етапі варіювання задача є стаціонарною. У підпрограмі BCWK28TP здійснюється постановка функціонала п'єзопровідності та його розв'язок, що дає змогу сформулювати систему диференціальних рівнянь для кожного 81 скінченного елемента. Для ізотропних пластів система диференціальних рівнянь має вигляд

$$\frac{\partial I_p}{\partial P_n} = \sum_{i=1}^8 \left\{ H_{ni}^p \frac{dP_i}{dt} + (A_{ni}^p + Q_{ni}^p) P_i - Q_{ni}^p P_0^i \right\} - \gamma_n^p = 0; \quad (\text{A.17})$$

$$H_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{k^p}{\chi^p} \varphi_i \varphi_j |J| d\xi d\eta; A_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 k^p (\Psi_i \Psi_j + \Phi_i \Phi_j) |J| d\xi d\eta; Q_{ij}^p = \int_L \alpha \varphi_i \varphi_j dl; \gamma_i^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \gamma^p \varphi_i |J| d\xi d\eta.$$

Для анізотропних пластів система диференціальних рівнянь має вигляд

$$\frac{\partial I_p}{\partial P_n} = \sum_{i=1}^8 \left\{ H_{ni}^p \frac{dP_i}{dt} + (A_{ni}^p + Q_{ni}^p) P_i - Q_{ni}^p P_0^i \right\} - \gamma_n^p = 0; \quad (\text{A.18})$$

$$H_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 c^p \varphi_i \varphi_j |J| d\xi d\eta; A_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (k_{xx}^p \Psi_i \Psi_j + k_{yy}^p \Phi_i \Phi_j + k_{xy}^p \Psi_i \Phi_j) |J| d\xi d\eta; Q_{ij}^p = \int_L \alpha \varphi_i \varphi_j dl;$$

$$\gamma_i^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \gamma^p \varphi_i |J| d\xi d\eta.$$

Для розв'язання системи лінійних диференціальних рівнянь використовується метод кінцевих різниць, в якому апроксимація похідної за часом здійснюється на основі неявної різницевої схеми

$$\frac{dP}{dt} = \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t}. \quad (\text{A.19})$$

Це дає змогу звести задачу до системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{i=1}^8 \left\{ \left( \frac{1}{\Delta t} H_{ni}^p + A_{ni}^p + Q_{ni}^p \right) P_i(t + \Delta t) - \frac{1}{\Delta t} H_{ni}^p P_i(t) - Q_{ni}^p P_0^i \right\} - \gamma_n^p = 0 \quad (n=1-8). \quad (\text{A.20})$$

На рівні кожного скінченного елемента формується система рівнянь – 64 рівняння для кожного 81-го елемента. На цьому етапі задача вже є нестационарною і локальна матриця формується для кожного кроку за часом.

У підпрограмі В8RKT9P локальна матриця об'єднується в глобальну. (формується симетрична смугова матриця для кожного кроку за часу).

Підпрограма BCSUGBP розв'язує систему лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гауса для кожного кроку за часом.

Підпрограми BCWK28TP, B8RKT9P та BCSUGBP пов'язані рекурентною схемою: алгоритм розрахунку повторюється для кожного нового кроку за часом. Невідомі значення тиску в момент часу  $t + \Delta t$  визначаються через їх значення в попередній момент часу  $t$ . Завдяки вибору неявної різницевої схеми, процедура обчислень по відношенню до вибору величини  $\Delta t$  залишається стійкою.



# **ДОДАТОК Б**

## **ОСНОВНІ ПАРАМЕТРИ КОМПОНЕНТІВ ПРИРОДНІХ ГАЗІВ**

ТАБЛИЦЯ Б.1 – ОСНОВНІ ПАРАМЕТРИ КОМПОНЕНТІВ ПРИРОДНІХ ГАЗІВ [4]

Показники	Компоненти										
	CH <sub>4</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	n-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	i-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	n-C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	i-C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	N <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	He
Молекулярна маса	16,042	30,068	44,094	58,120	58,120	72,151	72,151	28,016	44,011	32,00	4,00
Молекулярний об'єм при 0 °С та 760 мм. рт. ст.	22,36	22,16	21,82	21,50	21,75	20,87	20,87	22,404	22,26	—	—
Густина при 0 °С та 760 мм. рт. ст., кг/м <sup>3</sup>	0,7168	1,356	2,010	2,703	2,668	3,457	3,457	1,2503	1,977	1,429	0,178
Густина при 20 °С и 760 мм. рт. ст., кг/м <sup>3</sup>	0,6679	1,263	1,872	2,5185	2,4859	3,221	3,221	1,1651	1,842	1,3315	0,166
Відносна густина (по повітрю)	0,555	1,049	1,562	2,091	2,007	2,674	2,490	0,967	1,529	1,105	1,138
Газова постійна, м/°С	52,95	28,19	19,23	14,95	14,95	11,75	11,75	30,26	19,27	26,47	211,84
Теплоємність при 0 °С та 760 мм рт. ст., C <sub>p</sub> /C <sub>v</sub> , ккал/кг·°С	0,5172	0,3934	0,3701	0,3802	0,3802	0,3805	0,3805	0,2482	0,1946	0,2185	1,260
	0,39361	0,3273	0,3252	0,3466	0,3466	0,3533	0,3533	0,1770	0,1496	0,156	0,760
Коефіцієнт динамічної в'язкості при 20 °С та 760 мм рт. ст., 10 <sup>-6</sup> кг·с/м <sup>2</sup>	1,0484	0,8720	0,7649	0,6956	0,7027	0,6354	0,6507	1,6981	1,3942	1,948	1,8970
Фактор ацентричності молекул ω	0,0104	0,0986	0,1524	0,02010	0,1849	0,2539	0,2223	0,040	0,231	0,019	0,246
Параметри потенціалів: ε/к, К	140,0	230,0	200,0	208,0	217,0	209,0	209,0	91,5	190	88	10,8
σ, А	3,808	4,384	5,420	5,869	5,819	6,099	6,057	3,681	3,996	3,541	3,57
δ <sub>безр</sub>	—	—	—	—	—	—	—	0	—	0	0
Критична температура T <sub>кр</sub> , К	190,55	305,43	369,82	425,16	408,13	469,65	460,39	126,26	304,2	154,78	5,2
Критичний тиск P <sub>кр</sub> , кгс/см <sup>2</sup>	46,95	49,76	43,33	38,71	37,19	34,35	34,48	34,65	75,27	51,8	2,34
Температура кипіння T <sub>кип</sub> , К	111,7	184,6	231,1	272,7	261,5	309,3	301,0	77,3	194,7	90	4,3

# **ДОДАТОК В**

**ІНФОРМАЦІЯ ПРО РОМАШІВСЬКЕ НАФТОВЕ РОДОВИЩЕ  
(З АТЛАСУ РОДОВИЩ УКРАЇНИ)**

ТАБЛИЦЯ В.1 – ХАРАКТЕРИСТИКА ПОКЛАДІВ НАФТИ

Вік	Індекс гори-зонту	Глиби-на за-лягання покрівлі гори-зонту, м	Абсо-лютна глибина кон-так-ту, м	Висота покла-ду, м	Тип покладу	Режим покладу	Товщина, м			Коефіцієнт пористості		Проник-ність, $10^{-3}$ мкм <sup>2</sup> , від/до	Тип колек-тора	Коефі-цієнт наси-чення	Пластовий тиск початковий		Плас-това темпе-ратура, К	Дебіт почат-ковий, т/добу	Тиск наси-чення, МПа	Коефі-цієнт вилу-чення нафти	Запаси початкові видобувні кате-горій А+В+С,		Щіль-ність запасів, тис. т умов. пали-ва/км <sup>2</sup>	Коефі-цієнт продук-тивності, м <sup>3</sup> /добу·МПа, від/до
							гори зонту, від/до	колектора		від/до	підра-хунко-вий				вели-чина, МПа	глибина виміру, м					нафти, тис. т	розчи-неного газу, млн.		
								ефек-тивна, від/до	підра-хунко-ва															
С1v2	В-17	3198	-3043	25	Пласт. склеп.	Пружн.	21	2,0	4,1	0,150	0,137	78	Пор.	0,86	33,19	3200	368	158,3	19,01	0,3	122	52,5	51,8	91,1
							60	8,6		0,183														

ТАБЛИЦЯ В.2 – ХАРАКТЕРИСТИКА НАФТ

Індекс гори-зонту	Моле-кулярна маса	Густина, кг/м <sup>3</sup>		В'язкість		Вміст газу, м <sup>3</sup> /г	Тиск наси-чення, МПа	Коефі-цієнт усадки	Температура, К		Вміст, масових %			
		пласто-вої	дегазо-ваної	плас-тової, мПа·с	дегазо-ваної, $10^{-6}$ м <sup>2</sup> /с				застигання	початку кипіння	пара-фіни	смоли	асфаль-тени	сірка
В-17			804	3,2		430	19,01	0,36	260		2,5	1,94		

ТАБЛИЦЯ В.3 – ОСНОВНІ ПОКАЗНИКИ РОЗРОБКИ

Роки	Річний видобуток			Середній дебіт, т/добу		Обводненість, %	Газовий фактор, м <sup>3</sup> /т	Середній пластовий тиск, МПа	Накопичений видобуток			Відбір від початкових видобувних	Закачування води, тис. м <sup>3</sup>		Фонд свердловин, шт.	
	нафти, тис. т	рідини, тис. т	попутного газу, млн. м <sup>3</sup>	нафти	рідини				нафти, тис. т	рідини, тис. т	попутного газу, млн. м <sup>3</sup>		річне	накопичене	видобувних	нагнітальних
1986	7,3	7,5	2,3	16,4	17,2	2,7	315	32,0	7,3	7,5	2,3	5,98			1	
1987	11,5	11,8	5,1	26,3	27,0	2,5	443	22,1	18,8	19,3	7,4	15,41			1	
1988	2,2	2,2	0,9	6,0	6,0	0,0	409		21,0	21,5	8,3	17,21			1	
1989	2,1	2,2	0,9	4,8	6,0	4,5	429		23,1	23,7	9,2	18,93			1	
1990	0,4	0,5	0,1	0,5	1,1	20,0	250		23,5	24,2	9,3	19,26			1	
1991	0,1	0,1	0,0	0,2	0,2	0,0	300		23,6	24,3	9,3	19,34			1	
1992	0,1	0,1	0,0	0,2	0,2	0,0			23,7	24,4	9,3	19,43			1	
1993	0,1	0,1	0,0	0,2	0,2	0,0			23,8	24,5	9,3	19,51			1	

# **ДОДАТОК Г**

**ІНФОРМАЦІЯ ПРО ЧЕРВОНОЗАЯРСЬКЕ ГАЗОВЕ РОДОВИЩЕ  
(З АТЛАСУ РОДОВИЩ УКРАЇНИ)**

ТАБЛИЦЯ Г.1 – ХАРАКТЕРИСТИКА ПОКЛАДУ ГАЗУ В-26–Т-1А

Вік	Індекс гори зонту	Глибина залягання покрівлі продуктивного гори зонту, м	Абсолютна глибина контакту, м	Висота покладу, м	Тип покладу	Товщина, м				Коефіцієнт пористості	Проникність, $10^{-3}$ мкм <sup>2</sup> , від/до	Коефіцієнт насичення підраунковий	Пластовий тиск початковий, МПа	Тиск початку конденсації, МПа	Пластова температура, К	Дебіт початковий, тис. м <sup>3</sup> /добу		Запаси початкові видобувні категорій А+В+С,		Щільність запасів, тис. т умов, палива/км <sup>2</sup>	
						гори зонту, від/до	колектора		від/до							підраунковий	абсолютно вільний	робочий	газу, млн. м <sup>3</sup>		конденсату, тис. т
							ефективна, від/до	підраункова													
Civ-Cit	В-26–Т-1а	4561	-4480	90	Пласт, текг. екр. і літ. обм.	47 65	0,0 7,4	3,7	0,05 0,16	0,11	11 420	0,72	42,1 4639,5		386	Фонт.	60,3	570		81818	

ТАБЛИЦЯ Г.2 – ХАРАКТЕРИСТИКА ПРИРОДНИХ ГАЗІВ

Індекс гори зонту	Молекулярна маса	Відносна густина	Потенціальний вміст стабільного конденсату,	Теплотворна здатність, кДж	Склад газу, об'ємних %										
					CH <sub>4</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	n-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	i-C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	n-C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	i-C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	H <sub>2</sub> S	CO <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	He
В-25Н	18,87	0,652		35910	87,21	5,66	2,52	0,49	0,18	0,03	0,04	0,24	2,01	1,60	0,023
Т-1а	17,17	0,590		34820	96,12	1,16	2,03	0,12	0,04	0,03	0,02		0,40	0,04	0,04

# ДОДАТОК Д

## АКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ



Затверджую:

Проректор з наукової та міжнародної роботи Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

С.П. Сівіцька

10 лютого 2021 р.

### АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи  
Захарчук Оксани Олегівни «**Моделювання фільтраційних процесів у неоднорідних нафтогазоносних пластах**» у навчальний процес

Члени комісії у складі директора Департаменту організації навчального процесу, акредитації та ліцензування, к.е.н., доц. Максименка О.С., в.о. директора Навчально-наукового інституту нафти і газу, д.т.н., доц. Калюжного А.П., завідувача кафедри нафтогазової інженерії та технологій, проф. Цветковича Б. склали цей акт про те, що у Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» при викладанні окремих пунктів навчальної дисципліни «Математичне моделювання фільтраційних процесів у пористому середовищі» для підготовки докторів філософії (третій освітньо-науковий рівень вищої освіти) з галузі знань 18 – Виробництво та технології зі спеціальності 185 – Нафтогазова інженерія та технології впроваджено результати, отримані пошукувачем О.О. Захарчук.

Зокрема в **темі №15** «Комбінований скінченно-елементно-різницевий метод», де розглядається розв'язання плоских нестационарних задач п'єзопровідності з урахуванням неоднорідного розподілу різних фільтраційних параметрів всередині деформованого колекторського пласта і на його границях, та в **практичному занятті №9** «Розрахунок математичної моделі двовимірної нестационарної фільтрації з використанням комбінованого скінченно-елементно-різницевого методу».

Директор Департаменту організації навчального процесу, акредитації та ліцензування, к.е.н, доцент

Олег МАКСИМЕНКО

В.о. директора навчально-наукового інституту, к.т.н.

Анатолій КАЛЮЖНИЙ

Завідувач кафедри нафтогазової інженерії та технологій, PhD.

Бранімір ЦВЕТКОВІЧ





ТОВ «НАФТОГАЗОПРОМИСЛОВА ГЕОЛОГІЯ»

ЄДРПОУ 38238322

IBAN UA 44 300346 00000 26003024359701

АТ «Альфа-Банк»

01105, Україна, м. Київ, вул. Бойчука Михайла, 41

Тел. +38 044 225 35 95

від 20 березня 2022 року

До спеціалізованої вченої ради  
по захисту дисертаційних робіт  
на здобуття наукового ступеня  
доктор філософії

### ДОВІДКА

про впровадження результатів дисертаційного дослідження на здобуття  
наукового ступеня доктора філософії

**«Моделювання фільтраційних процесів у неоднорідних нафтогазоносних пластах»**  
(спеціальність 185 – Нафтогазова інженерія та технології)

**Захарчук Оксани Олегівни**

Цим підтверджується, що основні результати дисертаційного дослідження здобувача наукового ступеня доктора філософії Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» Захарчук Оксани Олегівни «Моделювання фільтраційних процесів у неоднорідних нафтогазоносних пластах» (спеціальність 185 – Нафтогазова інженерія та технології) використано у 2021 році нашою організацією при складанні нового проекту розробки Західно-Радченківського газоконденсатного родовища.

Із основних результатів дисертаційного дослідження, зокрема, корисним для нашої організації є новий розроблений здобувачкою удосконалений метод розрахунку видобувних запасів газу за допомогою моделювання пластових тисків із застосуванням комбінованого скінчено-елементно-різницевого методу.

Розраховане в дисертаційному дослідженні значення видобувних запасів газу із пласта В-26 (174 млн. м<sup>3</sup>) є ймовірно достовірним, оскільки знаходиться в межах значень, розрахованих в більшості проектів розробки родовища. Отримана інформація про об'єм видобувних запасів є корисною для прийняття рішення про подальшу розробку Західно-Радченківського газоконденсатного родовища.

Директор  
ТОВ «Нафтогазпромислова  
геологія»



*[Signature]* – Ткачук Олександр Сергійович

Начальник відділу видобутку нафти  
і газу ТОВ «Нафтогазпромислова  
геологія»

*[Signature]* Мотречко Богдан Олексійович

## ДОДАТОК Е

### СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

#### *Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації*

1. Zakharchuk, O. (2022). Gas reserves calculation based on the results of reservoir pressure distribution modeling. *Technology Audit and Production Reserves*, 1(1(63)), 30–35. <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2022.253109>
2. Lubkov, M., **Zakharchuk, O.**, Dmytrenko, V., & Petrash, O. (2021). Investigation of the influence of the heterogeneous permeability distribution on the oil phase displacement processes. *Technology Audit and Production Reserves*, 5(1), 61, 33–40. <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2021.241972>
3. Lubkov, M. V., **Zakharchuk, O. O.**, Dmytrenko, & V. I., Petrash, O. V. (2021). Modeling of producing pressure in heterogeneous oil-bearing reservoirs. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Хімія, хімічні технології та екологія», 2(6), 73–79. <https://doi.org/10.20998/2079-0821.2021.02.10>*
4. Лубков, М. В. & **Захарчук, О. О.** (2021). Вплив неоднорідного розподілу проникності на фільтраційні процеси в межах дії газовидобувної горизонтальної свердловини. *Збірник наукових праць НГУ. – Д.: НТУ «Дніпровська політехніка», 2021. – № 66, 193–204. <https://doi.org/10.33271/crpnmu/66.193>*
5. Lubkov, M. & **Zaharchuk, O.** (2021) Modeling of displacement processes in heterogeneous anisotropic gas reservoirs. *Visnyk of Taras Shevchenko National University of Kyiv: Geology*, 2(93), 94–99. <http://doi.org/10.17721/1728-2713.93.11> (категорія «А»)
6. Lubkov, M. V., & **Zakharchuk, O. O.** (2021). Modeling of oil phase displacement processes in heterogeneous anisotropic reservoirs. *Geofizicheskiy Zhurnal*, 43(3), 170-180. <https://doi.org/10.24028/gzh.v43i3.236387> (категорія «А»)

*які засвідчують апробацію матеріалів дисертації (тези доповідей і матеріали конференцій)*

7. Lubkov, M., & **Zaharchuk, O.** (2021). Modeling of gas filtration around horizontal wells in anisotropic hard reaching reservoirs. Paper presented at the *20th International Conference Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects*, doi:10.3997/2214-4609.20215521009 (**Scopus**)

8. Lubkov, M. V., & **Zaharchuk, O. O.** (2020). Modeling of pushing processes in anisotropic low permeable oil reservoirs. Paper presented at the *Geoinformatics 2020 - XIXth International Conference "Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects"*, doi:10.3997/2214-4609.2020geo078 (**Scopus**)

9. Lubkov, M. V., & **Zacharchuk, O. O.** (2019). Modeling of oil filtration processes near production well. Paper presented at the *18th International Conference "Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects", Geoinformatics 2019*, doi:10.3997/2214-4609.201902015 (**Scopus**)

10. Лубков, М. В. & **Захарчук, О. О.** (2019). Про вплив сучасних геотектонічних процесів на фізико-хімічні властивості нафти у продуктивних горизонтах родовищ ДДЗ. *Збірник наукових праць XII Міжнародної науково-практичної конференції* (с. 159–163). Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». <https://nupp.edu.ua/uploads/files/0/events/conf/2019/6.12/zbirnik.pdf>

11. Lubkov, M. V., & **Levchenko, O. O.** (2018). Modeling of filling process of the gas cap of geosoliton field. Paper presented at the *17th International Conference on Geoinformatics - Theoretical and Applied Aspects*, doi:10.3997/2214-4609.201801792 (**Scopus**)

12. Лубков, М. В. & **Захарчук, О. О.** (2018). Вплив сучасних геотектонічних процесів на формування нафтових та газоконденсатних родовищ ДДЗ. *Збірник наукових праць XI Міжнародної науково-практичної конференції* (с. 178–182). Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка».

13. Lubkov, M. V., **Levchenko, O. O.**, & Mangura, A. N. (2017). Modeling of reservoir pressures in heterogeneous porous layers of oil-gas deposits. Paper presented at the *16th International Conference Geoinformatics - Theoretical and Applied Aspects*, doi:10.3997/2214-4609.201701845 (**Scopus**)

## ДОДАТОК Є

### АПРОБАЦІЯ ОСНОВНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ

Основні положення дисертації та результати досліджень доповідалися на:

1. XVI Міжнародній конференції «Геоінформатика: теоретичні та прикладні аспекти», 16 травня 2017 р., Київ, Навчально-науковий інститут "Інститут геології" КНУ ім. Т. Шевченка.

2. XVII Міжнародній конференції «Геоінформатика: теоретичні та прикладні аспекти», 15 травня 2018 р., Київ, Навчально-науковий інститут "Інститут геології" КНУ ім. Т. Шевченка.

3. XI Міжнародній науково-практичній конференції «Проблеми й перспективи розвитку академічної та університетської науки», 21 грудня 2018 р., Полтава, Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка.

4. XVIII Міжнародній конференції «Геоінформатика: теоретичні та прикладні аспекти», 14 травня 2019 р., Київ, Навчально-науковий інститут "Інститут геології" КНУ ім. Т. Шевченка.

5. XIX Міжнародній конференції «Геоінформатика: теоретичні та прикладні аспекти» 12 травня 2020 р., Київ, Навчально-науковий інститут "Інститут геології" КНУ ім. Т. Шевченка.

6. XX Міжнародній конференції «Геоінформатика: теоретичні та прикладні аспекти» 12 травня 2021 р., Київ, Навчально-науковий інститут "Інститут геології" КНУ ім. Т. Шевченка.

7. XI Міжнародній науково-практичній конференції «Академічна та університетська наука – результати та перспективи» 6 грудня 2018 р., Полтава, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка».

8. XII Міжнародній науково-практичній конференції «Академічна та університетська наука – результати та перспективи» 6 грудня 2019 р., Полтава, Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка».