

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ПОЛТАВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА ІМЕНІ ЮРІЯ КОНДРАТЮКА»

Кваліфікаційна наукова праця  
на правах рукопису

Мищенко Микола Олегович

УДК 624.014:624.042.3

**ДИСЕРТАЦІЯ**

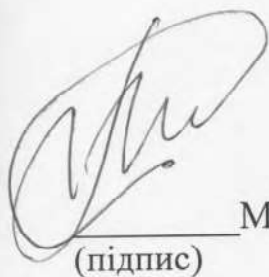
**«Несуча здатність вузла з'єднання ригеля з колоною залізобетонних  
каркасів »**

Спеціальність 192 – «Будівництво та цивільна інженерія»

Галузь знань 19 – «Архітектура та будівництво»

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,  
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.



М.О. Мищенко

(підпис)

Науковий керівник

Демченко Оксана Володимирівна  
Кандидат технічних наук, доцент

Полтава 2026

## АНОТАЦІЯ

*Мищенко М.О.* Несуча здатність вузла з'єднання ригеля з колоною залізобетонних каркасів. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 192 – Будівництво та цивільна інженерія (19 «Архітектура і будівництво»). – Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». – Полтава, 2026.

Дисертаційна робота присвячена розробленню методики оцінювання несучої здатності вузлів з'єднання елементів залізобетонних каркасів.

*У першому розділі* розглянуто типи стиків елементів залізобетонних каркасів, їх конструктивні різновиди, особливості передачі зусиль між ригелями та колонами. Сумісну роботу таких елементів забезпечують вузли з'єднання, реалізація яких може бути достатньо різноманітна. Розглянуто різні види жорстких і шарнірних стиків, їх можливі види руйнування та фактори, що впливають на несучу здатність. Визначено, що на практиці реалізуються чотири види руйнування коротких консолей та чотири види руйнування шпонкових стиків. Розглянуто параметри, що вказують на той чи інший вид руйнування таких елементів. Досліджено різні теоретичні підходи до визначення несучої здатності стиків залізобетонних елементів та встановлено, що у більшості випадків вони сильно різняться між собою, а кінцеві формули є емпіричними та ґрунтуються на результатах експериментальних досліджень.

*У другому розділі* розглянуто можливості сучасних програмних комплексів, що реалізують метод скінченних елементів для дослідження напружено-деформованого стану залізобетонних конструкцій. Докладно описано нелінійні моделі бетону, арматури, та можливості програмних комплексів для моделювання їх сумісної роботи. Визначено оптимальною модель бетону Concrete Damage Plasticity для моделювання опору елементів з'єднань залізобетонних конструкцій. Проведено валідацію цієї моделі на основі відомих стандартних випробувань бетонних та залізобетонних зразків та доведено її відповідність експериментальним даним.

*У третьому розділі* досліджено напружено-деформований стан залізобетонних консолей та шпонкових стиків методом скінченних елементів при варіації геометричних параметрів, класу бетону, армування й особливостей передачі навантаження між елементами, що з'єднуються. Зокрема, досліджено несучу здатність залізобетонних консолей з поперечним армуванням та без нього для випадків руйнування за поперечною силою (при достатній кількості поздовжньої арматури), розглянуто особливості передачі внутрішніх сил та зроблено співставлення з відповідними теоретичними моделями. Показано, що скінченноелементний аналіз показує характер руйнування, подібний до руйнування експериментальних зразків як для консолей так і для шпонкових стиків.

*У четвертому розділі* запропоновано застосування методики розрахунку несучої здатності коротких консолей та швів шпонкових з'єднань варіаційним методом теорії пластичності. Розглянуто теоретичне обґрунтування методу та послідовність його реалізації для поставлених задач. Наведено пропозиції щодо розрахунку опору коротких консолей та шпонкового шва при руйнуванні за похилою стиснутою смугою.

*У п'ятому розділі* наведено порівняльний аналіз результатів досліджень елементів з'єднання залізобетонних конструкцій за експериментальними даними, чисельними розрахунками методом скінченних елементів та за запропонованих аналітичних методиках як для консолей так і для шпонкових швів. З'ясовано, що механізми руйнування, отримані різними методами, мають спільні риси, а порівняльний аналіз підтвердив доцільність застосування запропонованої методики в практиці проектування вузлів з'єднань залізобетонних конструкцій.

**Ключові слова:** несуча здатність, чисельне моделювання, вузол, ригель, колона, напружено-деформований стан, моделі деформування бетону, варіаційний метод.

## ABSTRACT

*Myshchenko M.O.* Bearing Capacity of the Beam-to-Column Joint of Reinforced Concrete Frames. – Qualification scientific work on the rights of a manuscript.

Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy in specialty 192 – Construction and Civil Engineering (field of knowledge 19 – Architecture and Construction). – National University “Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic”. – Poltava, 2026.

The dissertation is devoted to the development of a methodology for assessing the bearing capacity of joints connecting elements of reinforced concrete frames.

**The first chapter** examines the types of joints between elements of reinforced concrete frames, their structural variations, and the features of force transfer between beams and columns. The compatible behaviour of such elements is provided by connection joints, which can be implemented in a fairly diverse manner. Various types of rigid and pinned joints, their possible failure modes, and the factors influencing bearing capacity are considered. It has been determined that, in practice, four types of failure of short corbels and four types of failure of keyed joints are observed. The parameters indicating one or another mode of failure of such elements are examined. Various theoretical approaches to determining the bearing capacity of joints of reinforced concrete elements have been investigated, and it has been established that in most cases they differ significantly from one another, while the resulting formulas are empirical and based largely on the results of experimental studies.

**The second chapter** examines the capabilities of modern software packages that implement the finite element method for investigating the stress-strain state of reinforced concrete structures. Nonlinear models of concrete and reinforcement, as well as the capabilities of software packages for modelling their compatible behaviour, are considered in detail. The Concrete Damage Plasticity model has been determined to be the optimal concrete model for simulating the resistance of joint elements of reinforced concrete structures. This model has been validated on the basis of well-known standard tests of concrete and reinforced concrete specimens, and its agreement with experimental data has been demonstrated.

**The third chapter** investigates the stress-strain state of reinforced concrete corbels and keyed joints by the finite element method, with variation of geometric parameters, concrete class, reinforcement, and the features of load transfer between the elements being connected. In particular, the bearing capacity of reinforced concrete corbels with and without shear reinforcement is studied for cases of failure due to shear force (with a sufficient amount of longitudinal reinforcement); the features of internal force transfer are considered, and a comparison with the corresponding theoretical models is made. It is shown that the finite element analysis reveals a failure pattern similar to that of experimental specimens, both for corbels and for keyed joints.

**The fourth chapter** proposes the application of a methodology for calculating the bearing capacity of short corbels and the seams of keyed connections by the variational method of the theory of plasticity. The theoretical substantiation of the method and the sequence of its implementation for the formulated problems are considered. Proposals are presented for calculating the resistance of short corbel keyed joint in the case of failure along an inclined compressed strut.

**The fifth chapter** presents a comparative analysis of the results of investigations of joint elements of reinforced concrete structures based on experimental data, numerical calculations by the finite element method, and the proposed analytical methodologies for both corbels and keyed joints. It has been established that the failure mechanisms obtained by different methods share common features, and the comparative analysis has confirmed the feasibility of applying the proposed methodology in the design practice of joints of reinforced concrete structures.

**Keywords:** bearing capacity, numerical modeling, joint, beam, column, stress-strain state, concrete deformation models, variational method.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ НАУКОВИХ ПРАЦЬ  
ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ  
**Публікації у виданнях, що включені до міжнародних  
наукометричних баз**

1. Dovzhenko O. Resistance of Concrete and Masonry Elements to Splitting / Pohribnyi V., Pents V., Pents M., Myshchenko M. // Journal of Physics: Conference Series. 2026. Vol. 3251. DOI:10.1088/1742-6596/3251/1/012011.

*(Особистий внесок – отримано результати розрахунків несучої здатності кам'яної кладки при місцевому стиску)*

**Публікації у наукових фахових виданнях України**

2. Довженко О.О. Опір кам'яних і залізобетонних елементів діагональному розколюванню / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, М.В. Пенц, М.О. Мищенко // Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві: зб. наук. праць. – Луцьк: ЛНТУ, 2024. – С. 66-75. DOI:10.36910/6775-2410-6208-2024-11(21)-07.

*(Особистий внесок – Застосовано принцип віртуальних швидкостей та математичний апарат теорії пластичності до кам'яної кладки з урахуванням її міцнісних та деформаційних властивостей)*

3. Довженко О.О. Розрахунок несучої здатності шпонкового з'єднання з руйнуванням шва за стиснутою смугою / О.О. Довженко, М.О. Мищенко, Г.Р. Шершерія // Збірник наукових праць УкрДУЗТ, 2024. – Вип. 210 – С. 60-69. DOI:10.18664/1994-7852.210.2024.320729.

*(Особистий внесок – проаналізовано розрахункову модель варіаційним методом у теорії пластичності бетону)*

4. Кириченко В.А. Оцінка несучої здатності залізобетонних консолей з урахуванням деформаційних характеристик бетону / В.А. Кириченко, М.О. Мищенко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Рівне: НУВГП, 2025. – Вип. 47. DOI: 10.31713/budres.v0i47.41.

*(Особистий внесок – отримано результати розрахунків несучої здатності залізобетонних консолей)*

5. Demchenko O. Numerical studies of the resistance of concrete keyed joints with rectangular keys in reinforced concrete structures / O. Demchenko, M. Myshchenko // Academic journal. Industrial Machine Building, Civil Engineering, Poltava: NUPP, 2025. Vol. 2, Iss. 65. – P. 46-51. DOI: 10.26906/znp.2025.65.4202.

*(Особистий внесок – проведено чисельні розрахунки шпонкових з'єднань)*

### **Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації**

1. Мищенко М.О. Вузли з'єднання ригеля з колоною залізобетонних каркасів / М.О. Мищенко, З.Є. Травка-Бабенко, О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Тези 75-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 02 травня – 25 травня 2023 року. – Полтава: Національний університет імені Юрія Кондратюка, 2023. – Том 1. – С. 140–141. URL: <https://reposit.nupp.edu.ua/files/original/10/8174/4f90a4d1a4888434704a6ac4ba1c1e322f3b4301.pdf>.

2. Погрібний В.В. Розрахунок несучої здатності коротких залізобетонних консолей / В.В. Погрібний, М.О. Мищенко // Електронний збірник тез доповідей Міжнародної науково-технічної on-line конференції «Проблеми будівельного та транспортного комплексів», 23– 24 травня 2023. – Кропивницький: ЦНТУ. С. 122-123. URL: <https://kntu.kr.ua/file/content/7718/zbirnyk-tez-tr2023.pdf>.

3. Кириченко В.А. Чисельне моделювання опору залізобетонних консолей із використанням моделі "CONCRETE DAMAGE PLASTICITY" / В.А. Кириченко, М.О. Мищенко // Тези 76-ої наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету – Полтава : Нац. ун-т ім. Юрія Кондратюка, 2024. – Т. 1. – С. 147–149. URL: <https://reposit.nupp.edu.ua/item/15964>

4. Пенц М.В. Опір кам'яних і залізобетонних елементів діагональному розколюванню/ М.В. Пенц, М.О. Мищенко, О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Інновації у будівництві: збірник тез доповідей IX Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції здобувачів вищої освіти та молодих учених, 14 травня 2024 р. – Луцьк: ЛНТУ, 2024. С.51–53.

URL: <https://drive.google.com/file/d/1XAGa0Z2HFm34RvdoaCs-jip1bwSFVG9d/view?usp=sharing>

5. Кириченко В.А. Дослідження опору залізобетонних консолей чисельними методами / В.А. Кириченко, М.О. Мищенко // Тези 77-ої наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету – Полтава: НУПП, 2025.

URL: <https://reposit.nupp.edu.ua/files/original/178/18483/b7a8ada36e6aa7b90dbea8da086595771faf121f.pdf>.

6. Кириченко В.А. Дослідження впливу поперечного армування на несучу здатність залізобетонних консолей / В.А. Кириченко, М.О. Мищенко // Тези VI міжнародної науково-практичної конференції «Експлуатація та реконструкція будівель і споруд». – Одеса: ОДАБА, 2025. С. 79–80. URL: <https://drive.google.com/file/d/1qr5ueLe4YMvpt0zI6suGa3T79jhXOA3q/view>.

7. Погрібний В.В. Опір залізобетонних і кам'яних елементів при розколюванні / В.В. Погрібний, О.О. Довженко М.В. Пенц, М.О. Мищенко // *Інноваційні технології у будівництві, цивільній інженерії та архітектурі* : тези XX Міжнародної науково-практичної конференції. Дніпро : Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, 2025. С. 305-306. URL: <http://srd.pdaba.edu.ua:8080/handle/123456789/16309>

8. Кириченко В.А. Особливості скінченноелементного моделювання стиків залізобетонних елементів / В.А. Кириченко, М.О. Мищенко // *Академічна й університетська наука: результати та перспективи* : збірник наукових праць за матеріалами XVIII Міжнародної науково-практичної конференції. Полтава : Полтавська політехніка, 2025. С. 262-263.

URL: <https://reposit.nupp.edu.ua/files/original/178/20428/a60ff1ad528f3d96c1705448fd4b8407463c045a.pdf>

## ЗМІСТ

|                                                                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ВСТУП .....                                                                                                                             | 12 |
| РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ З ПИТАНЬ ОЦІНЮВАННЯ НЕСУЧОЇ<br>ЗДАТНОСТІ ВУЗЛІВ З'ЄДНАНЬ РИГЕЛІВ ІЗ КОЛОНАМИ<br>ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КАРКАСІВ ..... | 17 |
| 1.1 Балкові залізобетонні перекриття.....                                                                                               | 17 |
| 1.2 Класифікація вузлів з'єднання ригеля із колоною в сучасних<br>конструктивних системах із залізобетону .....                         | 19 |
| 1.3 Вузол з'єднання на коротких консолях: характер руйнування; фактори<br>впливу несучої здатності; розрахункові залежності.....        | 22 |
| 1.4 Шпонкові з'єднання ригеля з колоною в конструктивних системах із<br>залізобетону .....                                              | 34 |
| 1.5 Несуча здатність шпонкового з'єднання при руйнуванні за похилою<br>стиснутою смугою.....                                            | 37 |
| 1.6 Висновки за розділом 1 .....                                                                                                        | 40 |
| РОЗДІЛ 2 МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ЕЛЕМЕНТІВ ВУЗЛІВ З'ЄДНАННЯ<br>З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ ABAQUS.....                             | 42 |
| 2.1 Фізико-механічні властивості матеріалів .....                                                                                       | 43 |
| 2.2 Використання методу скінченних елементів .....                                                                                      | 45 |
| 2.3 Моделі бетону в реалізаціях методу скінченних елементів .....                                                                       | 46 |
| 2.3.1 Модель Мора-Кулона .....                                                                                                          | 46 |
| 2.3.2 Критерій Віллама-Варнке.....                                                                                                      | 47 |
| 2.3.3 Критерій Друкера-Прагера.....                                                                                                     | 48 |
| 2.3.4 Concrete Damaged Plasticity .....                                                                                                 | 48 |
| 2.4 Валідація моделі та тестові розрахунки.....                                                                                         | 49 |

|                                                                                                                                                  |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|                                                                                                                                                  | 10 |
| 2.4.1 Фізико-механічні властивості бетону .....                                                                                                  | 50 |
| 2.4.2 Фізико-механічні властивості арматури.....                                                                                                 | 54 |
| 2.4.3 Моделювання стиску стандартних бетонних зразків.....                                                                                       | 54 |
| 2.4.4 Моделювання місцевого стиску .....                                                                                                         | 57 |
| 2.4.5 Моделювання залізобетонних зразків .....                                                                                                   | 59 |
| 2.5 Висновки за розділом 2 .....                                                                                                                 | 61 |
| РОЗДІЛ 3 ЧИСЕЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-<br>ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЕЛЕМЕНТІВ ВУЗЛІВ З'ЄДНАННЯ .....                                                 | 63 |
| 3.1 Дослідження напружено-деформованого стану залізобетонних<br>консолей .....                                                                   | 63 |
| 3.1.1 Описання моделі .....                                                                                                                      | 64 |
| 3.1.2 Дослідження консолей без поперечного армування .....                                                                                       | 67 |
| 3.1.3 Дослідження консолей з поперечним армуванням .....                                                                                         | 71 |
| 3.1.4 Дослідження впливу ширини площадки опирання .....                                                                                          | 76 |
| 3.2 Дослідження напружено-деформованого стану залізобетонних<br>шпонкових з'єднань .....                                                         | 78 |
| 3.2.1 Дослідження опору шпонкового шва.....                                                                                                      | 84 |
| 3.2.2 Дослідження опору окремих шпонок на зріз та зминання .....                                                                                 | 88 |
| 3.2.3 Вплив армування на міцність шпонкового шва.....                                                                                            | 92 |
| 3.2.4 Зусилля обтиснення в шпонкових швах .....                                                                                                  | 93 |
| 3.3 Висновки за розділом 3 .....                                                                                                                 | 95 |
| РОЗДІЛ 4 МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ<br>КОРОТКИХ КОНСОЛЕЙ ТА ШВІВ ШПОНКОВИХ З'ЄДНАНЬ<br>ВАРІАЦІЙНИМ МЕТОДОМ У ТЕОРІЇ ПЛАСТИЧНОСТІ..... | 97 |
| 4.1 Суть визначення несучої здатності залізобетонних елементів<br>варіаційним методом.....                                                       | 97 |

|                                                                                                          |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.2 Пропозиції щодо розрахунку несучої здатності коротких консолей                                       | 99  |
| 4.3 Пропозиції щодо розрахунку опору шпонкового шва при руйнуванні за похилою стиснутою смугою .....     | 104 |
| 4.4 Висновки за розділом 4 .....                                                                         | 111 |
| РОЗДІЛ 5 Порівняльний аналіз результатів досліджень елементів з'єднання залізобетонних конструкцій ..... | 113 |
| 5.1 Джерела, критерії та межі порівняння .....                                                           | 113 |
| 5.2 Результати порівняння несучої здатності консолей без поперечного армування .....                     | 115 |
| 5.3 Результати порівняння несучої здатності консолей з поперечним армуванням .....                       | 119 |
| 5.4 Порівняння міцності шпонкових швів .....                                                             | 120 |
| 5.5 Результати порівняння опору шпонкових швів без армування .....                                       | 121 |
| 5.6 Висновки за розділом 5 .....                                                                         | 124 |
| Загальні висновки .....                                                                                  | 126 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....                                                                         | 129 |

## ВСТУП

**Обґрунтування вибору теми дослідження.** В умовах відновлення будівельних об'єктів в Україні виникає потреба у скороченні строків, зниженні трудомісткості будівництва при забезпеченні достатньої надійності конструкцій. При цьому менш енергоємною, а отже, більш економічною та прогресивною конструктивною схемою в будівлях є каркасна. Її застосування забезпечує можливість вільної трансформації внутрішнього простору без втручання в несучу схему на будь-якому етапі функціонування будівель, що створює умови для їх морального довголіття.

Отже пріоритетним та стратегічно правильними є розвиток систем із залізобетонними каркасами, а одним із напрямків їх вдосконалення є підвищення експлуатаційної надійності вузлів з'єднання несучих елементів, серед яких слід виділити стики ригелів з колонами. Саме ці вузли сполучення значною мірою визначають надійність роботи каркаса загалом.

Незважаючи на значний досвід застосування збірного залізобетону, існуючі підходи до визначення несучої здатності вузлів з'єднання ригеля з колоною базуються на достатньо загальних гіпотезах про їх деформування і можуть не повною мірою враховувати особливості їх напружено-деформованого стану.

Особливу увагу у розрахунках вузлів з'єднання слід звертати на забезпечення опору дії поперечної сили. Одним із пріоритетних напрямків є розроблення обґрунтованої та точної методики їх розрахунку, яка базується на відомих теоретичних підходах, що потребує подальших досліджень.

Все більш важливого значення під час дослідження напружено-деформованого стану будівельних конструкцій набуває застосування методу скінченних елементів як засобу верифікації розрахункових моделей. Чисельне моделювання дає змогу перевірити достовірність прийнятих аналітичних залежностей, уточнити характер розподілу внутрішніх сил, оцінити вплив конструктивних параметрів на загальну роботу з'єднання, а також виявити

необхідність коригування теоретичних підходів до розрахунку елементів конструкцій.

Зважаючи на зазначене вище, тема дисертаційного дослідження «Несуча здатність вузла з'єднання ригеля з колоною залізобетонних каркасів» є актуальною й обґрунтованою.

**Метою роботи** є вдосконалення методики розрахунку несучої здатності вузла з'єднання ригеля з колоною залізобетонних каркасів.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі:

1) провести огляд літератури із питань еволюції методів розрахунку вузлів з'єднання ригеля з колоною залізобетонних каркасів (на коротких консолях і безконсольних шпонкових стиках);

2) чисельне моделювання напружено-деформованого стану коротких консолей і шпонкових з'єднань за допомогою методу скінченних елементів;

3) варіаційним методом у теорії пластичності бетону розрахувати опір похилої стиснутої смуги як елемента короткої консолі і шпонкового шва з трапецієподібним або трикутним профілем;

4) порівняти результати чисельного моделювання з теоретичними дослідженнями варіаційним методом та даними дослідів;

5) запропонувати інженерний метод розрахунку та впровадити результати дослідження.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Проведені дослідження відповідають пріоритетному напрямку науководослідних робіт кафедри будівельних конструкцій Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» на тему: «Дослідження і розроблення інженерних методів розрахунку опору руйнуванню й деформуванню бетонних і залізобетонних, кам'яних та армокам'яних елементів, що зазнають неоднорідний напружено-деформований стан при різному характері впливів і середовища» (номер державної реєстрації 0117U003248).

**Об'єкт дослідження** – зрізання вузла з'єднання ригеля з колоною залізобетонних каркасів.

**Предмет дослідження** – несуча здатність вузла з'єднання ригеля з колоною.

**Методи дослідження:** аналіз нормативних документів та науково-технічної літератури за темою дослідження; методи теорії залізобетону, будівельної механіки й опору матеріалів у розрахунках несучої здатності вузла з'єднання залізобетонного ригеля з колоною; варіаційний метод у теорії пластичності бетону; моделюванні напружено-деформованого стану вузла з'єднання методом скінченних елементів із використанням нелінійних моделей бетону; порівняння результатів розрахунків, отриманими за теоретичними моделями, за методом скінченних елементів та з експериментальними даними різних авторів.

**Наукова новизна отриманих результатів:**

– вперше розв'язано задачу визначення опору шпонкового шва при руйнуванні за похилою стиснутою смугою шляхом двостороннього розколювання варіаційним методом у теорії пластичності бетону;

– удосконалено визначення напружено-деформованого стану та несучої здатності коротких консолей і шпонкових з'єднань методом скінченних елементів на основі моделі CDP;

– дістала подальшого розвитку систематизація впливу визначальних факторів на опір вузлів з'єднання ригеля з колоною для моделювання їх роботи в програмному комплексі ABAQUS.

**Практичне значення:**

– на основі теоретичних досліджень варіаційним методом запропоновані аналітичні залежності для оцінювання несучої здатності коротких консолей, котрі враховують характеристики міцності бетону й арматури, відносний проліт зрізу, ширину площадки навантаження, армування;

– вдосконалено методику оцінювання несучої здатності стиків на коротких консолях і шпонках.

### **Особистий внесок здобувача:**

1. Проведений огляд літератури із питань еволюції методів розрахунку вузлів з'єднання ригеля з колоною залізобетонних каркасів (на коротких консолях і безконсольних шпонкових стиках);

2. Виконано чисельне моделювання напружено-деформованого стану коротких консолей і шпонкових з'єднань за допомогою методу скінченних елементів;

3. Варіаційним методом у теорії пластичності бетону розраховано опір похилої стиснутої смуги як елемента короткої консолі і шпонкового шва з трапецієподібним або трикутним профілем;

4. Виконано порівняння результатів чисельного моделювання з теоретичними дослідженнями варіаційним методом та даними дослідів;

3. Запропоновано інженерний метод розрахунку та впроваджено результати дослідження.

**Апробація роботи.** Основні положення дисертаційної роботи доповідалися на 75, 76, 77 наукових конференціях професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» (м. Полтава, 2023 – 2025); Міжнародній науково-технічній on-line конференції «ПРОБЛЕМИ БУДІВЕЛЬНОГО ТА ТРАНСПОРТНОГО КОМПЛЕКСІВ» Центральноукраїнського національного технічного університету 23–24 травня 2023 року, м. Кропивницький; IX Міжнародній науково-практичній інтернет-конференції здобувачів вищої освіти та молодих учених «Інновації у будівництві», Луцький національний технічний університет, 14 травня 2024 року, м. Луцьк; Міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті», 20-22 листопада 2024 року, м. Харків; XX International Scientific and Practical Conference INNOVATIVE TECHNOLOGIES IN CONSTRUCTION, CIVIL ENGINEERING AND ARCHITECTURE Dedicated to the 95th anniversary of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture October 20–21,

2025 Dnipro, Ukraine; VI Міжнародній конференції ЕКСПЛУАТАЦІЯ ТА РЕКОНСТРУКЦІЯ БУДІВЕЛЬ І СПОРУД 25-26 вересня 2025 року.

**Публікації.** Основні результати дисертаційної роботи викладені в 5 публікаціях, із них 1 у наукометричній базі SCOPUS, 4 статті у фахових виданнях України, 1 – у закордонних виданнях.

**Структура дисертації.** Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, загальних висновків, списку використаних джерел. Роботу викладено на 141 сторінці машинописного тексту, з яких 116 сторінок основного тексту; робота містить 53 рисунки, 7 таблиць, 121 найменувань літературних джерел (12 стор.)

## **РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ З ПИТАНЬ ОЦІНЮВАННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ВУЗЛІВ З'ЄДНАНЬ РИГЕЛІВ ІЗ КОЛОНАМИ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КАРКАСІВ**

### **1.1 Балкові залізобетонні перекриття**

Балкові перекриття включають балки (ребра), розташовані в одному або двох напрямках, і плити, котрі на них спираються. При цьому плити можна розглядати як такі, що працюють за балковою схемою або як елементи, що опираються за контуром.

Балкові перекриття класифікуються за способом виготовлення та сукупністю конструктивних ознак на [1, 2]:

- ребристі монолітні з балковими плитами;
- ребристі монолітні з плитами опертими за контуром;
- збірні;
- збірно-монолітні.

Останні два із перерахованих відрізняються високим рівнем індустріалізації.

Монолітні ж перекриття переважають у будівлях, які зводяться за індивідуальними проєктами [3].

Кожен з перерахованих видів може мати численні варіації в компонуванні, тому їх вибір здійснюється на основі порівняння техніко-економічних показників.

Ребристі монолітні перекриття з балковими плитами представляють собою єдину структуру, в яку об'єднані балкові плити, другорядні та головні балки [4].

Ребристі монолітні перекриття з плитами опертими за контуром включають у себе плити, які жорстко з'єднані з балками та працюють в обох напрямках. На практиці у таких перекриттях балки зазвичай мають однакову висоту перерізу і розташовані у взаємно перпендикулярних напрямках [5].

Балкові збірні перекриття складаються із плит і ригелів заводського виготовлення. Останні слугують для підтримки плит, опираються на колони та

стіни, розташовані впоперек або вздовж будівлі. Ригелі разом із колонами утворюють рами з жорсткими або шарнірними вузлами [6].

На теперішній час набуває розповсюдження сучасна збірно-монолітна технологія зведення каркасних будівель, котра передбачає використання збірних ригелів [7] з перерізом від  $200 \times 200$  мм, які виступають ребрами монолітного перекриття та сполучаються із ним випусками арматури, а також збірно-монолітної плити, котра, в свою чергу, складається або із збірних залізобетонних суцільних плит товщиною 60 мм, які слугують незнімною опалубкою для монолітної плити розрахункової товщини, або попередньо напружених багатопустотних плит товщиною 160 або 220 мм.

До агресії РФ в Україну каркасні будівлі набули широкого застосування і розглядалися державою як шлях розв'язання проблеми доступного житла для населення. Ця проблема отримала новий поштовх у зв'язку із вимушеною міграцією населення, втратою великого відсотка житлового фонду, необхідністю швидкого відновлення зруйнованих будівель.

Накопичення дефектів і зниження експлуатаційної придатності існуючих балкових залізобетонних перекриттів особливо критично в умовах сучасних викликів [8], таких як висока імовірність динамічних навантажень унаслідок прямих пошкоджень, спричинених бойовими діями, вибухами та пожежами, потреби в термомодернізації, перебудові та пристосуванні будівель до нових вимог [9].

Однією з головних проблем стало механічне пошкодження перекриттів унаслідок дії вибухової хвилі, обвалів стін чи колон, падіння уламків тощо. Перекриття в таких умовах зазнають як локальних, так і глобальних руйнувань [10]. У багатьох випадках пошкодження відбуваються не лише в зоні прямого удару, а й у суміжних приміщеннях, де спостерігається розтріскування, порушення стикових з'єднань (зокрема між окремими плитами, плитами і ригелями, ригелями і колонами) [11].

У післявоєнний період при відбудові пошкоджених та при зведенні нових об'єктів балкові залізобетонні перекриття не втрачають актуальності. Водночас

нові матеріали, методи будівництва та сучасні вимоги до будівельних об'єктів потребують додаткових їх теоретичних та експериментальних досліджень. Досвід, накопичений при обстеженні будівель і споруд, що зазнали пошкоджень унаслідок бойових дій, потребує узагальнення та врахування при проєктуванні нових об'єктів.

## 1.2 Класифікація вузлів з'єднання ригеля із колоною в сучасних конструктивних системах із залізобетону

Вузли з'єднання ригелів із колонами в сучасних конструктивних системах застосовують відповідно до характеру їх роботи, використовуючи один із типів: шарнірний або жорсткий [12]. Перший на практиці реалізується конструктивно на консолях, а другий може бути виконаний як на консолях, так і без них.

Жорсткий стик (рис. 1.1) – це тип з'єднання, при якому ригель приєднується до колони без можливості їхнього відносного повороту або зсуву [13]. Таке з'єднання забезпечує спільну роботу обох елементів під навантаженням, передаючи не тільки вертикальні сили, але й згинальні моменти та поперечні зусилля [14]. Завдяки цьому каркас будівлі стає більш жорстким і просторово стабільним.

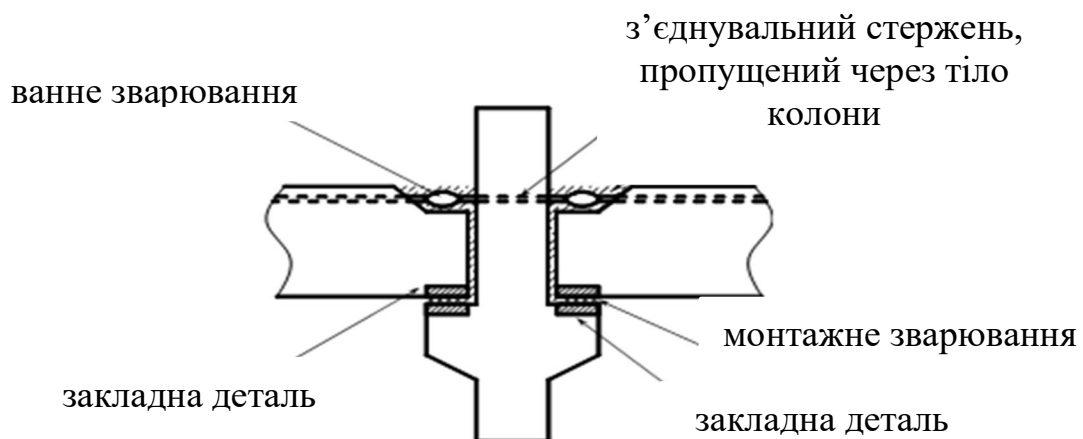


Рисунок 1.1 – Жорсткий стик ригеля з колоною на коротких консолях

У жорстких стиках крім зварювання закладних деталей здійснюють зварювання робочої арматури ригеля з арматурою [15], пропущеною крізь тіло

колони. Зазвичай у місці з'єднання виконується замонолічування, що забезпечує надійність контакту. Часто застосовують шпонкові з'єднання (рис. 1.2) або інші конструктивні рішення, які підвищують зчеплення між елементами та перешкоджають їхньому зсуву.

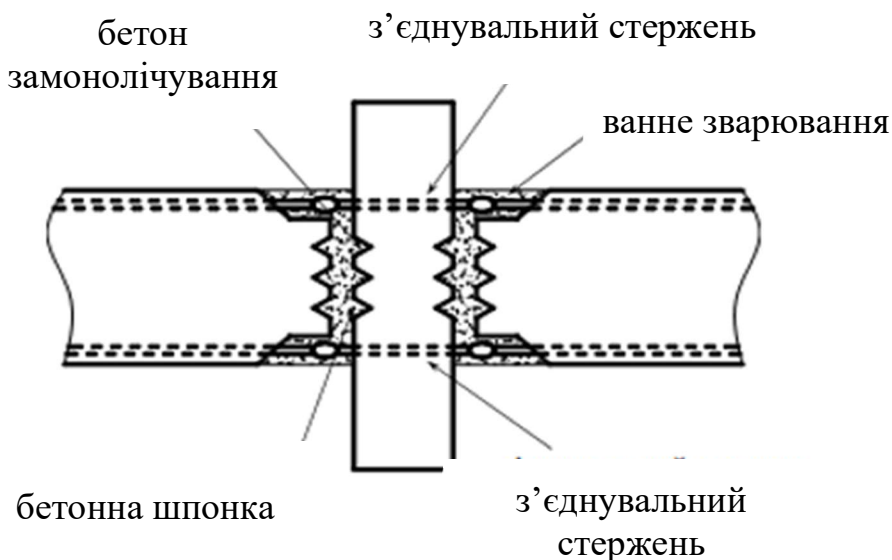


Рисунок 1.2 – Жорсткий безконсольний шпонковий стик збірного ригеля з колоною

Основною ознакою безконсольного шпонкового стику є відсутність додаткових виступів або упорів на колоні. Ригель спирається безпосередньо на торець колони, при цьому в зоні стику передбачаються шпонкові елементи – спеціальні бетонні виступи або заглиблення (часто у вигляді зубців або трапецієподібних виїмок), які сприяють зчепленню двох конструкційних елементів [16]. Шпонка забезпечує передачу зусиль, перешкоджає зсуву ригеля по відношенню до колони і підвищує просторову жорсткість каркасу.

Перевагами жорстких стиків є підвищена несуча здатність і жорсткість конструкції, що дозволяє будівлям сприймати великі навантаження, у тому числі сейсмічні. Проте такі стики складніше виконувати, вони потребують ванного зварювання на об'єкті та контролю якості бетонування, оскільки в зоні з'єднання може виникати концентрація напружень.

Таким чином, жорсткі стики є важливою складовою сучасних залізобетонних каркасів, які застосовуються у багатоповерховому будівництві для забезпечення надійності і довговічності споруд.

Один із варіантів жорсткого стику збірного-монолітного ригеля зі збірною колоною показано на рис. 1.3. В місці примикання перекриття збірні колони мають отвори [13], елементи збірної частини ригеля – випуски поперечної арматури на верхніх гранях і поздовжньої арматури на торцях.

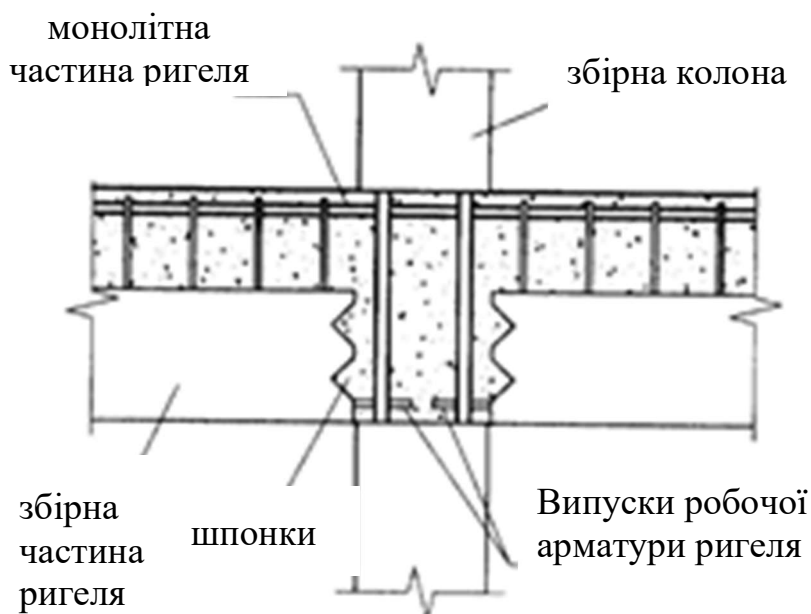


Рисунок 1.3 – Жорсткий стик збірно-монолітного ригеля  
зі шпонковим профілем на торцях з колоною

Шарнірні стики (рис. 1.4) забезпечують сприйняття лише поперечних сил. Їх перевагою є простота виготовлення та монтажу, а тому в практиці будівництва вони знайшли широке застосування й особливо часто при спорудженні багатоповерхових будівель у складі в'язевих каркасів [17].

Недолік шарнірних стиків – більші витрати бетону й арматури в ригелі, оскільки шарнірне стикування не дозволяє раціонально перерозподіляти згинальні моменти уздовж його прольоту. Шарнірний стик може мати два конструктивних різновиди. Перший (шарнірний схований стик на консолях) – ригелі з підрізками опираються на консолі зі штампованого або зварного

металевого коритоподібного профілю, при цьому знизу і зверху за допомогою закладних деталей вони приварюються до закладних деталей колон (рис. 1.4, а). Другий (шарнірний стик на коротких консолях) – ригелі опираються на короткі консолі за допомогою закладних деталей, які приварюються знизу до консолі, а зверху – до стержнів, пропущених через наскрізні отвори в колонах (рис. 1.4, б).

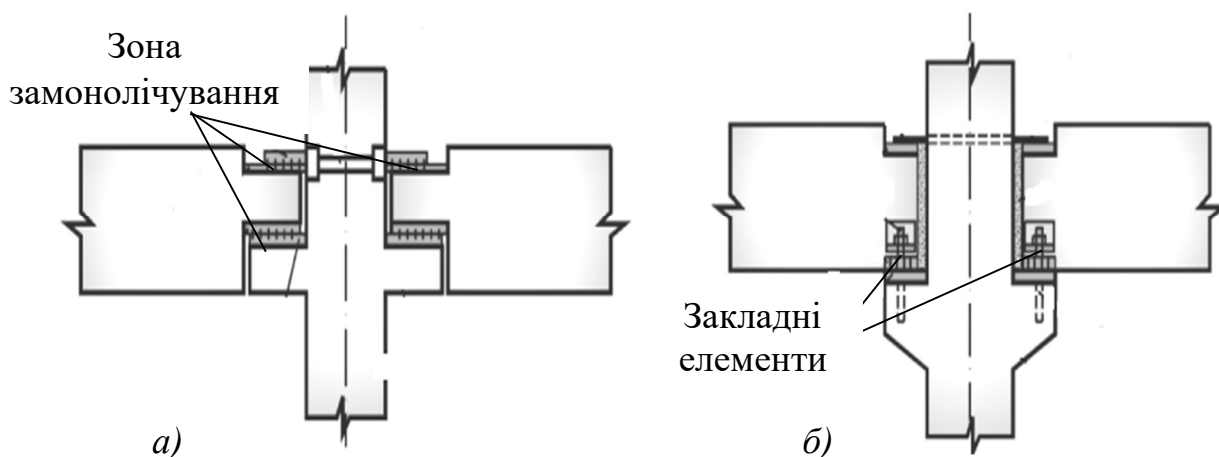


Рисунок 1.4 – Шарнірне з'єднання ригеля з колоною на консолях:

а) схованих; б) коротких

Перша конструкція стику зустрічається в каркасах багатоповерхових цивільних будівель, друга – промислових зі значними навантаженнями на перекриття. Конструкція шарнірних стиків (особливо перший різновид) може застосовуватися для виконання пружнопластичних або жорстких стиків залежно від площі монтажних пластин чи стержнів. Якщо вони будуть такими, що їх площа відповідає розрахунковій для часткового або повного сприйняття опорного згинального моменту, то ці стики перетворюються відповідно у пружнопластичний або жорсткий [17].

### **1.3 Вузол з'єднання на коротких консолях: характер руйнування; фактори впливу несучої здатності; розрахункові залежності**

Короткі консолі можна описати як виступи із внутрішньої поверхні залізобетонних колон або стін для сприйняття великих зосереджених навантажень від мостових кранів або збірних балок (ригелів). Консоль, як

правило, виготовляється монолітною з колоною або стіною. Проліт зрізу часто менший від її висоти.

Консолі головним чином призначені для забезпечення опору вертикальній реакції ( $V_u$ ) на опорі балки, але якщо не вжито спеціальних запобіжних заходів для уникнення горизонтальних сил, викликаних усадкою, повзучістю або зміною температури, вони також повинні протидіяти горизонтальній силі ( $H_u$ ). Однак, несуча здатність при зсуві являється основним питанням при розгляді консолей [18].

**Огляд досліджень коротких консолей.** Дослідженнями несучої здатності коротких консолей займалися такі вчені як: L.B. Kriz, C.H. Rathes [19], K. E. Hermansen, H. J. Cowan [20], A. H. Mattock [21, 22], Prasad H.N.R. [23], S. Hwang [24], A. Aziz [25, 26], J. Foster [27], M. Muhammad [28], J. Bourget [29], G. Campione [17], A. Al-Zahawi [30], B.B. Максимович [31, 32, 33], Т.В. Ляшенко [34] В.В. Погрібний [35-37] та інші.

L.B. Kriz, C.H. Rathes [38] провели численні експериментальні дослідження коротких консолей: перша серія зразків випробовувалися на дію горизонтального навантаження (15 штук); друга включала дослідні зразки, котрі навантажувалися лише вертикальним впливом (114 штук), а консолі третьої серії зазнавали сумісної дії вертикального і горизонтального навантаження (71 зразок).

В дослідях спостерігалися різні види руйнування. Результати експериментів показали, що поздовжня робоча арматура та горизонтальні хомути однаково ефективно впливають на збільшення несучої здатності консолі лише при вертикальних навантаженнях. Засвідчено, що кількість та розташування арматури в колоні, а також зусилля в ній не впливають на опір консолі. Горизонтальні сили, що діють на консоль, значно зменшують граничне вертикальне навантаження, яке сприймає консоль, і це необхідно враховувати під час проєктування конструкції, якщо не передбачені спеціальні заходи для вільного переміщення.

К. Е. Hermansen, Н. J. Cowan [20] для розрахунку консолі запропонували модифіковану теорію зсувного тертя. Також у ході досліджень було отримано висновок, що одинарна та подвійна консолі не показують істотної різниці в значенні несучої здатності.

А. Н. Mattock та ін. [21] провели експериментальні дослідження поведінки залізобетонних консолей при сумісній дії вертикального і горизонтального навантаження. Серед факторів, які вивчалися – відношення прольоту зрізу до ефективної висоти ( $a_v/d$ ), відношення вертикальних до горизонтальних навантажень ( $V/H$ ), кількість робочої арматури та вертикальних хомути, а також тип крупного заповнювача важкого бетону. На основі цих випробувань було запропоновано використовувати горизонтальні хомути, паралельні робочій арматурі так, щоб виконувалася умова:

$$A_h \geq 0,5 \left( A_s - \frac{V_u}{f_y} \right), \quad (1.1)$$

де  $A_h$  – площа перерізу горизонтальних хомути;

$A_s$  – площа перерізу робочої арматури;

$V_u$  – розрахункове зусилля, яке враховує коефіцієнт сполучення навантажень;

$f_y$  – межа текучості горизонтальної арматури.

Ці стержні мають бути рівномірно розподілені у межах верхніх двох третин загальної висоти консолі. Така кількість арматури запобігає передчасному руйнуванню консолі по діагоналі.

В дослідях автора реалізуються руйнування консолі:

- внаслідок дії згинального моменту за нормальним перерізом;
- від зрізу при досягненні напруженнями у арматурі межі текучості.

Будь-який із цих видів руйнування передбачає, що розтягнута арматура тече.

Prasad H.N.R. й ін. [23] проводили аналіз роботи залізобетонних консолей нелінійним методом скінченних елементів, котрий показав, що такий розрахунок

може бути використаний для прогнозування появи та розповсюдження тріщин, розподілу напруження у бетоні й арматурі.

S. Hwang та ін. [24] запропонували модель для визначення опору консолі при зсуві. Досліджувалися експериментальні зразки при варіюванні таких параметрів як:  $a_v/d$ , клас бетону за міцністю, відсоток горизонтального армування. У ході дослідження виявилось, що для вибраних параметрів випробувань консолі з низьким співвідношенням  $a_v/d$  або виготовлені із бетону високої міцності, мають схожі результати. Таким чином підтверджено, що вертикальні арматурні стержні не є ефективними для збільшення опору зсуву для елементів із співвідношенням  $a_v/d \leq 1$ .

A. Aziz [26] досліджував вплив фракцій крупного заповнювача на опір залізобетонних консолей. З цієї метою було випробувано 11 зразків з однаковими розмірами, але різним типом крупного заповнювача (звичайний гравій або щебінь), з різною кількістю поздовжньої та поперечної арматури та з різним відношенням  $a_v/d$ . За підсумками проведеного дослідження зроблені висновки, що наявність подрібненого бетону (його повторне використання) знижує міцність бетону на стиск, так як він має нижчі механічні властивості, ніж гравій, і це зменшує опір консолі.

Зниження відношення  $a_v/d$  з 0,50 до 0,35 збільшує тріщиностійкість та руйнівне навантаження приблизно на 20%, що засвідчує чутливість опору консолі до зменшення зазначеного параметру.

J. Foster й ін. [27] випробували 30 консолей при вертикальному навантаженні. Основними змінними параметрами в дослідах були міцність бетону на стиск (45-105 МПа),  $a_v/d$  та наявність додаткових хомутів. Особливу увагу було приділено визначенню коефіцієнта ефективності використання високоміцного бетону. Дослідження показують, що метод розрахунку, наведений в ACI 318-89 [39], який базується на принципі граничного стану (Strength Design Method), не може бути використаний для консолей, виготовлених з високоміцного бетону.

М. Muhammad [28] вивчав характеристики міцності та деформації консолей з армуванням та з додаванням сталевих фібри. Досліджувався вплив хомутів, а також комбінації сталевих фібри з хомутами. Варіювалася об'ємна частка сталевих фібри, відношення  $a_v/d$  та відношення площі перерізу горизонтальних хомутів до площі робочої арматури. Результати випробувань показують, що:

- використання високоміцного фібробетону (HSFRC) у консолях прогнозовано підвищує їх опір;
- зразки з комбінованим армуванням (хомутами, фібрами й основною арматурою) мають підвищену тріщиностійкість порівняно з тими, що були армовані лише фібрами. До того ж, за певного об'ємного вмісту волокон, найвища межа тріщиноутворення спостерігалася у консолях із найбільшим вмістом поперечного армування;
- введення сталевих волокон підвищило жорсткість консолей та зменшило прогин за однакових умов навантаження. При цьому поєднання волокон і хомутів забезпечувало ще ефективніше зменшення деформацій;
- додавання сталевих волокон сприяло підвищенню граничного опору зсуву. Було встановлено, що ступінь цього покращення залежить як від об'ємного вмісту фібри, так і від відношення  $a_v/d$ .

J. Bourget та ін. [29] провели випробування зразків, для виготовлення яких використовувалися три різні склади високоміцного бетону, з середньою міцністю 80, 100 та 120 МПа відповідно. Зразки для випробувань були розділені на дві серії, що відрізнялися відсотком армування. Мета експерименту полягала у вивченні впливу міцності бетону на характер руйнування.

У ході дослідження було виявлено залежність характеру руйнування консолі від відсотку армування та класу бетону. Спостерігалася два випадки руйнування – за вертикальною тріщиною внаслідок досягнення текучості поздовжньої арматури та внаслідок діагонального розколювання бетону.

G. Campione й ін. [17] провели експериментальні дослідження, параметрами якого були вміст фібри, відношення  $a_v/d$ , відношення площі робочої

арматури та хомутів, а також міцність бетону. Результати дослідження показали, що додавання в бетон фібри суттєво підвищує тріщиностійкість, та довели ефективність застосування вертикальних хомутів.

А. Al-Zahawi [24] досліджував поведінку залізобетонних консолей, які містять рубані вуглецеві волокна, на дію зосереджених вертикальних навантажень. Було виготовлено 15 залізобетонних консолей із рубаним вуглецевим волокном та без нього. Всі зразки мали однакові розміри й основне армування. Відносний проліт зрізу варіювалося від 0,3 до 0,6, також змінювалася об'ємна частка вуглецевих волокон та наявність або відсутність хомутів.

Теоретична частина роботи включала прогнозування (розрахунок) опору зсуву бетонних консолей з включенням фібри та без неї, використовуючи аналіз результатів експериментального випробування.

Статистичні результати показали, що співвідношення  $a_v/d$  обернено пропорційне граничному опору зсуву.

D. Hashim [40] досліджував можливості підсилення залізобетонних консолей. Методом скінченних елементів проведено комплексний аналіз їх роботи за умов варіативних параметрів навантаження, геометричних характеристик та армування, що дозволяє оцінити вплив ключових факторів на напружено-деформований стан та несучу здатність консолей. Досліджено 12 моделей, армованих стержнями з скловолокна та підсилених сталевими пластинами. Використано модель бетону із урахуванням фізичної нелінійності.

Теоретичні результати перевірялися експериментально та показали задовільну відповідність у залежностях «навантаження-переміщення», значеннях граничного навантаження та граничного переміщення, а також схемах руйнування. Було проведено параметричне дослідження, яке включало чотири консолі, підсилені сталеві пластиною зовні та чотири – зсередини в різних конфігураціях. Також варіювалася міцність бетону (30, 40 та 50 МПа).

Результати виявили, що підсилення забезпечило збільшення жорсткості, пластичності та поглинання енергії на 37%, 26% та 4%. Відповідно, зовнішнє

підсилення показало більшу ефективність, ніж внутрішнє з точки зору тріщиноутворення та несучої здатності.

В дослідженнях А.Н. Chkheiw [41] аналізується поведінка залізобетонних консолей методом скінченних елементів за допомогою комплексу ANSYS. Теоретичне дослідження розділене на три частини, в першій основними параметрами аналізу є тип бетону та відносний проліт зрізу, друга частина розглядає зразок для вивчення таких факторів як: міцність бетону на стиск, коефіцієнт армування та співвідношення розмірів консолі. Третя частина містила сімнадцять залізобетонних консолей, виготовлених із високоміцного бетону, для аналізу експериментальних результатів, де основними змінними були вміст сталевих фібри, співвідношення прольоту до висоти, міцність бетону на стиск, коефіцієнт армування.

Результати показують, що збільшення міцності бетону від 40 до 60 МПа збільшує опір зсуву консолей приблизно на 18–25% при  $a_v/d=0,6$  та на 20–35% при  $a_v/d=0,45$ .

Збільшення коефіцієнта горизонтального армування було більш ефективним для консолей з високоміцного бетону, ніж бетону середньої міцності.

Н. Lei, F. Wu [42] вивчали несучу здатність залізобетонних консолей, армованих стержнями, розташованими під різними кутами. Автори поєднали експериментальні випробування з аналітичним кінематичним підходом для визначення основних видів руйнування.

У дослідженні виготовлено серію зразків з стержнями, нахиленими під різними кутами. В процесі випробувань вивчалася поява тріщин, розвиток деформацій та руйнування конструкцій. Показано, що збільшення кута нахилу арматури впливає на збільшення опору консолі, оскільки така арматура краще чинить опір зсувним силам.

Для аналітичної оцінки було застосовано кінематичний метод – підхід, який базується на припущенні про можливий механізм руйнування та переміщення окремих частин конструкції. Побудовано математичну модель, яка

дозволяє визначити граничне зусилля зсуву залежно від кута армування, геометрії елементів та властивостей матеріалів.

Отримані результати добре узгоджуються з експериментальними даними, що підтверджує ефективність запропонованої методики. Висновки дослідження можуть бути використані в проєктуванні залізобетонних консолей, особливо в ситуаціях, де застосування поперечної арматури обмежене або неможливе.

В.В. Погрібний [36] досліджував питання несучої здатності коротких залізобетонних консолей, котре базується на розгляді опору стиснутої похилої смуги варіаційним методом теорії пластичності бетону. При цьому використовуються розрахункові схеми та залежності, які враховують кути нахилу похилої смуги та розташування арматури. Вплив поперечного армування на опір враховується через бокове обтиснення із урахуванням кількості арматури.

Ці аспекти є важливими для розуміння механізмів руйнування й оцінки несучої здатності коротких залізобетонних консолей.

В.В. Максимович [31, 32] у своїх дослідженнях основну увагу зосередив на аналізі напружено-деформованого стану, визначенні несучої здатності й особливостях руйнування коротких консолей.

Одним із ключових напрямків дослідження було вивчення руйнування похилої стиснутої смуги. Автор виявив, що у коротких консолях, на відміну від класичних згинальних елементів, зусилля зрізу передається через стиснення у похилій зоні бетону – так звану похилу стиснуту смугу. Саме ця смуга фактично визначає граничну несучу здатність елемента.

Вчений довів, що при недостатньому армуванні або використанні високоміцного бетону, зростає ризик раптового крихкого руйнування без попереднього тріщиноутворення. Це є важливим фактором при проєктуванні.

На підставі численних експериментальних досліджень автор дійшов висновку, що поперечна арматура (хомути) у коротких консолях відіграє різну роль залежно від характеру руйнування. Водночас, поздовжня арматура суттєво впливає на жорсткість і несучу здатність.

**Основні види руйнування коротких консолей.** Залежно від конструктивних параметрів, армування та прикладеного навантаження, в дослідах реалізуються різні типи руйнування коротких консолей, основними з яких є:

- від зрізу;
- за нормальним перерізом;
- за похилим перерізом;
- за похилою стиснутою смугою.

Руйнування від зрізу виникає у випадку, коли зусилля зсуву перевищує опір матеріалу на зсув у вертикальному перерізі. Часто трапляється у випадках, коли консоль недостатньо армована поперечною арматурою або при невеликій довжині консолі ( $a/d < 0,4$ ). Руйнування від зрізу досліджував G.N.J. Kani [43], який дійшов до висновку, що воно має раптовий і небезпечний характер, тому потребує спеціального конструювання поперечної арматури.

Руйнування за нормальним перерізом виникає тоді, коли напруження в розтягнутій арматурі досягають межі текучості. У цьому випадку основною причиною руйнування є недостатнє поздовжнє армування, котре не здатне протистояти згинальним моментам, що виникають біля основи консолі (у місці з'єднання з несучою колоною або стіною). Руйнування за нормальним перерізом досліджували А.Н. Mattock [21], Т.В. Ляшенко [34], D. T. Hashim [40], A.D Asala [85].

Руйнування за похилим перерізом трапляється при утворенні похилих тріщин під дією діагональних напружень, які перевищують міцність бетону. Тріщини, як правило, виникають під кутом  $30 - 45^\circ$  до горизонталі, проходячи через тіло бетону. Такий вид руйнування досліджували G. Campione [17], S.J. Foster [27], Layla A. Gh. Y. [38] та дійшли до висновку, що воно характерне для елементів із невеликим вильотом, де важко чітко розділити дії згину і зсуву.

Руйнування за похилою стиснутою смугою характерне для коротких консолей з високим коефіцієнтом армування. При цьому формується зона бетону у вигляді похилої смуги, що руйнується від стиску. Воно характерно для

елементів з великою несучою здатністю, коли інші типи руйнувань неможливі через достатню кількість арматури. Автори, що досліджували руйнування за похилою стиснутою смугою – D.T. Hashim [40], Al-Zahawi [20], Al-Shaarbaf [44] В.В. Погрібний [36].

Не завжди можливо однозначно схарактеризувати вид руйнування коротких залізобетонних консолей, оскільки встановлення виду руйнування залежить від суб'єктивного судження дослідника. Одну й ту ж схему руйнування можна трактувати по-різному – це зумовлено різним рівнем розуміння основних механізмів руйнування, описаних раніше [31, 45-47].

**Фактори, які впливають на несучу здатність коротких консолей.** Несуча здатність коротких залізобетонних консолей залежить від ряду конструктивних і геометричних параметрів. Ці елементи, як правило, працюють у межах невеликої довжини (відношення прольоту до висоти  $a_v/d < 1$ ), що зумовлює специфіку їх роботи. Відповідно, вплив кожного фактора може суттєво змінювати механізм роботи й тип руйнування.

Відношення прольоту зрізу до висоти ( $a_v/d$ ). Цей параметр є одним із найважливіших. Ряд авторів (L.J. Mahmood [48], I. Fattuhi [49], Т.В. Ляшенко [34]) досліджували його та прийшли до висновку, що із зменшенням  $a_v/d$  спостерігається зростання несучої здатності консолі.

*Міцність бетону.* Міцність бетону також суттєво впливає на несучу здатність коротких консолей. У таких конструкціях бетон працює переважно на стиск та зріз, а його недостатня міцність може призвести до руйнування за похилим перерізом або сколювання. А. Н. Mattock [21], L.B. Kriz, С.Н. Raths [50], досліджували вплив бетонів різної міцності на характер руйнування. Використання високоміцного бетону класу C50/60 і вище сприяє суттєвому зростанню опору елемента та зниженню деформативності.

*Армування (поздовжнє та поперечне).* Поздовжня арматура запобігає руйнуванню консолі за нормальним перерізом. Збільшення її кількості до певної межі підвищує несучу здатність. Поперечна арматура (хомути, петлі) відіграє важливу роль у опорі зсуву та запобігає розвитку похилих тріщин. За відсутності

хомутів спостерігається руйнування за похилим перерізом. Ряд авторів займались дослідженням цього параметру. L. J. Mahmood, F. R. Karim [48], C. H. Naegeli [51] досліджували різні типи армування та дійшли висновку, що поперечне армування підвищує опір зсуву.

Анкерування та зчеплення арматури з бетоном. Недостатня довжина анкерування або слабе зчеплення може спричинити передчасне вислизання арматури з тіла бетону, що знижує ефективність її роботи. Важливо правильно забезпечити анкерування повздовжніх стержнів у масиві стіни або колони. Ці питання розглядалися в роботах L. B. Kriz, C. H. Rath [19], K. E. Hermansen, H. J. Cowan [20], A. P. A. Reis [52], Т. В. Ляшенко [34], автори показали, що збільшення довжини анкерування, підвищує несучу здатність консолі.

Наявність і кількість фібри в бетоні. Введення сталевих або полімерних фібр у бетонну суміш сприяє підвищенню тріщиностійкості. Дослідження (зокрема, G. Campione [17], A. Al-Zahawi [24]) показали, що застосування фібробетону здатне значно збільшити несучу здатність коротких консолей і змінити характер їх руйнування.

Геометрія перерізу. Збільшення ширини консолі пропорційно підвищує її несучу здатність. Висота впливає на розміри стиснутої зони. Однак, якщо навантаження прикладене позацентрово, з'являються додаткові згинальні моменти, що знижують несучу здатність конструкції.

A. H. Mattock [21, 22], G. Campione, Y. Yong [17]. багато уваги приділяли впливу геометричних параметрів перерізу (наприклад, висоти консолі, відношення висоти до ширини) на їхню несучу здатність, та прийшли до висновку, що геометрія перерізу має значний вплив на тип і характер руйнування коротких консолей.

Характер і напрямок навантаження. Консолі можуть зазнавати вертикальних, горизонтальних або сумісних навантажень. Якщо навантаження має горизонтальну складову, це викликає додаткові зусилля розтягу та впливає на несучу здатність. J. Foster [27], L. B. Kriz, C. H. Rath [19], Mohamad-Ali A. A. [53, 54] проводили дослідження впливу різних типів навантажень (зосереджених,

розподілених, комбінованих та під кутом) і встановили, що навантаження суттєво змінюють внутрішній розподіл зусиль та впливають на несучу здатність.

**Розрахунок несучої здатності консолі.** В табл. 1.1 представлені залежності, запропоновані для розрахунку несучої здатності коротких консолей.

Таблиця 1.1 – Залежності, запропоновані для розрахунку несучої здатності коротких консолей

| № | Автор                     | Формула                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---|---------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | 2                         | 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 1 | Максимович [31, 33]       | $V_{Rd} = f_{cd} b a \cot \theta ,$ <p>де <math>V_{Rd}</math> – розрахункове значення зусилля зрізу;<br/> <math>f_{cd}</math> – розрахункова міцність бетону на стиск;<br/> <math>b</math> – ширина перерізу;<br/> <math>a</math> – довжина похилої тріщини, визначається як:</p> $a = \frac{l_{up} P}{\sin \theta} + 2 \cot \theta ,$ <p>тут <math>\theta</math> – кут похилої стиснутої смуги;<br/> <math>l_{up}</math> – довжина заанкерування арматури на опорі;<br/> <math>P</math> – крок поперечної арматури</p>                                                                                                                                                                                |
| 2 | ACI 318-19 [56]           | $V_c = 0,17 \lambda \sqrt{f'_c} b d ,$ <p>тут <math>\lambda</math> – коефіцієнт для легкого бетону;<br/> <math>f'_c</math> – міцність бетону при стиску</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 3 | A. H. Mattock [57]        | $V_u = 2 A_s f_y \left( \frac{z}{d} \right) ,$ <p>де <math>A_s</math> – площа арматури;<br/> <math>f_y</math> – межа текучості арматури;<br/> <math>z</math> – плече внутрішньої пари сил</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 4 | L.B. Kriz, C.H. Rath [19] | $V_u = A_c f_{ce} ,$ <p>де <math>A_c</math> – площа перерізу похилої стиснутої смуги:<br/> <math>A_c = b a</math>;<br/> <math>b = k_b b_{el}</math> – розрахункова ширина похилої стиснутої смуги;<br/> <math>a</math> – розрахункова висота (в напрямку дії зусиль) похилої стиснутої смуги:</p> $a = \frac{h}{\sin \theta} ;$ <p><math>h</math> – відстань між площинами дії сил.<br/> <math>k_b</math> – коефіцієнт ефективності;<br/> <math>b_{el}</math> – повна ширина елемента;<br/> <math>f_{ce} = k f_c</math> – ефективна міцність бетону в похилій стиснутій смугі;<br/> <math>k</math> – знижувальний коефіцієнт (зазвичай <math>k = 0,6</math> або індивідуально залежить від моделі)</p> |

Продовження табл. 1.1

|   |                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|---|-----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5 | K. E. Hermansen,<br>H. J. Cowan<br>[20] | $V_u = \varphi(V_c V_s),$<br>де $V_c = k f_{ck} b d;$<br>$V_s = \frac{A_{sv} f_{ywd} d}{s};$<br>$\varphi$ – коефіцієнт надійності                                                                                                                                                                                                                             |
| 6 | A. Al-Zahawi<br>[24]                    | $V_u = k f_{cf} b d,$<br>де $f_{cf}$ – міцність фібробетону при стискові;<br>$k$ – емпіричний коефіцієнт                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 7 | G. Campione та ін.<br>[17]              | $V_{max} = f_{ct} z \cot \theta ,$<br>де $f_{ct}$ – міцність бетону на розтяг;<br>$\theta$ – кут стиснутої смуги.                                                                                                                                                                                                                                             |
| 8 | D.T. Hashim<br>[40]                     | $V_u = V_c + V_{frp},$<br>тут $V_c = 0,17 \lambda \sqrt{f'_c} b d;$<br>$V_{frp}$ – вклад FRP-підсилення: $V_{frp} = 2 n t_{frp} f_{frp} a ,$<br>$n$ – кількість смуг або стрічок підсилення;<br>$t_{frp}$ – товщина однієї смуги FRP;<br>$f_{frp}$ – розрахункове значення міцності FRP при розтягу;<br>$a$ – кут нахилу смуг FRP до поздовжньої осі елемента |

#### 1.4 Шпонкові з'єднання ригеля з колоною в конструктивних системах із залізобетону

**Огляд досліджень шпонкових з'єднань.** У сучасних конструктивних системах із залізобетону використовуються шпонкові з'єднання несучих елементів, які забезпечують надійну сумісну роботу між окремими елементами, зокрема ригелями і колонами. Зібрано значний обсяг експериментальних даних про несучу здатність шпонкових з'єднань.

Увагу дослідженню окремих шпонок і з'єднань шпонкового типу приділяють: О.О. Довженко [18, 37, 58–72], В.В. Погрібний [36], Al-Rousan [73], J. Yang [74], J. Wang [75], H. Zheng [76, 77], Ibrahim I.S. [78], K.B. Kaare [79], T. Norimono [80], Y. Naotaka [81] та інші.

В останні роки увага до шпонкових стиків зростає. I.S. Ibrahim, K.H. Padil [78] провели експериментальні дослідження щодо опору при зсуві шпонок у збірних залізобетонних конструкціях. Дослідження полягало у вивченні впливу форми профілю шпонки на її несучу здатність, вивчалися трикутна форма, форма складеного прямокутника, півкола та трапеції. Для визначення найбільш

ефективного профілю аналізувалися жорсткість, пружна та пластична поведінка, а також характер руйнування. Науковці прийшли до висновку, що напівколова шпонка має найвищий опір, а трапецієподібні шпонки з кутом нахилу опорної поверхні  $45^\circ$  забезпечували найвищу жорсткість при зрізі.

Н. Zheng та інші [77] досліджували зсув на 8-ми групах шпонок. Основними параметрами варіювання були навантаження та кількість шпонок. Зроблений висновок, про нелінійний характер впливу кількості шпонок на несучу здатність стиків: двошпонкові з'єднання показали на 17–29 % вищу несучу здатність, порівняно із одношпонковими.

Al-Rousan [20] та інші виконали дослідження, яке спрямоване на вивчення впливу бокового обтиснення та міцності бетону на стиск на поведінку одношпонкового з'єднання в збірних конструкціях. Параметричне дослідження було проведено шляхом скінченноелементного моделювання у "ABAQUS" на основі моделі пластичного руйнування бетону. Випробовувалися шпонкові з'єднання з різними комбінаціями міцності бетону на стиск від 15 МПа до 50 МПа й обтисненням в діапазоні від 0 до 6 МПа. Результати дослідження засвідчили позитивний вплив бокового обтиснення на несучу здатність та жорсткість шпонкового з'єднання.

J. Wang [75] та інші займалися удосконаленням методики розрахунку несучої здатності на зсув бетонних шпонкових з'єднань. Розрахунок базувався на теорії кіл Мора, зокрема був запропонований метод розрахунку на зсув бетонних шпонкових з'єднань з урахуванням згину та проведено порівняння із експериментальними даними. Результати досліджень показали, що з'єднання з використанням високоміцного бетону демонструють підвищену несучу здатність та жорсткість, що робить їх ефективним рішенням для конструкцій. Такі шпонки забезпечують значно кращу тріщиностійкість порівняно із бетонами середньої міцності, геометричні характеристики шпонки (форма, розміри) суттєво впливають на ефективність роботи стику. Правильне проектування форми шпонки дозволяє збільшити опір зсуву та забезпечити рівномірне розподілення напружень.

R. Pan [82] та інші провели експериментальні дослідження 17 зразків епоксидного з'єднання з однією та кількома шпонками. Експериментальні параметри включали вміст сталевих фібри (1–3%) й обтиснення в діапазоні від 4 до 13 МПа. Результати вказують на те, що високоміцний бетон дозволяє досягти високої несучої здатності шпонкових з'єднань, геометрія шпонки (розміри та форма) відіграє значний вплив на вид руйнування шпонкових з'єднань.

**Основні види руйнування шпонкових з'єднань.** Шпонкові з'єднання у збірно-монолітних конструкціях виконують важливу роль в забезпеченні спільної роботи збірних і монолітних елементів. Залежно від характеру дії зусиль та форми шпонки виділяють 4 основних типи руйнування шпонкових з'єднань [9]:

- руйнування від зсуву;
- сколювання 1-го типу;
- сколювання 2-го типу;
- зминання.

Руйнування від зсуву виникає при незначному горизонтальному зусиллі. Сама шпонка при цьому не руйнується, але між елементами відбувається помітне зміщення, що супроводжується подовженням або розривом поперечної арматури.

Сколювання першого типу –шпонка руйнується внаслідок вертикального сколювання вздовж її бічної грані.

Сколювання другого типу супроводжується утворенням похилої діагональної тріщини у тілі стику, яка проходить по лінії між протилежними кутами шпонки – це типове сколювання по діагоналі [83]. Така тріщина знижує несучу здатність стику навіть без повного руйнування шпонки.

Локальне зминання бетону може відбуватися при інтенсивному вертикальному навантаженні, що призводить до роздроблення зони замонолічування під опорною частиною шпонки [84].

**Фактори, які впливають на несучу здатність шпонкових з'єднань.**  
згідно експериментальних досліджень [14, 8, 85, 75, 86] несучу здатність шпонкових з'єднань впливають наступні фактори:

- геометрія стику;
- клас бетону;
- армування (обтиснення) шпонки;
- тип навантаження.

Геометрію шпонки досліджували D.T. Hashim [40], A.H. Mattock [22], O.O. Довженко [73, 30] та прийшли до висновку про суттєвий її вплив на несучу здатність. Найбільш ефективними є трапецієподібні шпонки, які забезпечують кращий опір зрізу. Зі збільшенням глибини та ширини шпонки зростає площа зчеплення і несуча здатність. Важливу роль відіграє і кількість шпонок у з'єднанні, а також їх взаємне розташування.

Міцність бетону, котру вивчали R. Pan [82], Lei H., Wu F. [42], Al-Zahawi [24], безпосередньо впливає на опір шпонки. Високоміцний бетон забезпечує кращу роботу в зоні високих напружень. Якщо з'єднання виконується між новим і старим бетоном (при замонолічуванні), велике значення має адгезія між ними [81].

Наявність арматури досліджували A.H. Mattock [21], D.T. Hashim [40], Довженко O.O. [8], вона дозволяє зменшити деформації і попередити розтріскування. Робоча арматура, що перетинає зону шпонки, підвищує несучу здатність з'єднання при згині та зсуві.

При дії динамічних або циклічних навантажень K. E. Hermansen, H. J. Cowan [20], Kim K., Lee M. [87]. несуча здатність шпонкових з'єднань зменшується.

### **1.5 Несуча здатність шпонкового з'єднання при руйнуванні за похилою стиснутою смугою**

Одним із можливих механізмів руйнування шпонкових стиків зі швом є руйнування за стиснутою смугою. У цьому випадку бетон у межах шва працює

в умовах складного напруженого стану.

М.Р. Nielsen, L.C. Hoang [88] сформували сучасне розуміння пластичної поведінки бетону. Автори використали модель, відповідно до якої бетон переходить у граничний стан, утворюючи певну кінематично можливу схему руйнування.

Для опису зсувних і контактних зон М.Р. Nielsen [89, 90, 75] увів поняття “compressed strut” – стиснута похила смуга, через яку передаються зусилля в момент втрати несучої здатності. У межах цієї зони між жорсткими дисками виникають як нормальні, так і дотичні напруження, що формують комбінований напружений стан.

Вчений довів, що несучу здатність можна визначати за критерієм пластичності, який відображає співвідношення між напруженнями при стиску та зсуві:

$$\frac{\tau}{f_{ct}} + \frac{\sigma}{f_c} = 1, \quad (1.2)$$

де  $\tau$  – дотичні напруження, що виникають у площині потенційного руйнування;

$\sigma$  – нормальні напруження стиску;

$f_c, f_{ct}$  – розрахункова міцність бетону при стисканні розтягуванні;

Це співвідношення стало основою для більшості подальших моделей міцності бетону при комбінованих навантаженнях.

М.Р. Nielsen [37] показав, що руйнування за стиснутою смугою – це не випадковий процес, а закономірна стадія розвитку пластичних деформацій.

Ряд авторів [36, 83, 91-98] у своїх дослідженнях розробили прикладну теорію міцності шпонкових стиків. На відміну від класичної моделі пластичності, поєднано аналітичні розрахунки з експериментальними дослідженнями, що дозволило врахувати особливості роботи бетонного шва.

Установлено, що в межах стику формуються зони локального стиску, які розміщуються під певним кутом до площини з'єднання [99]. При досягненні

граничного навантаження ці зони утворюють похилу стиснуту смугу, по якій розвивається руйнування.

Запропонована розрахункова модель, у якій граничне навантаження визначається за формулою:

$$P = f_c b h \varphi(\gamma, \mu), \quad (1.3)$$

де  $\gamma$  – кут нахилу стиснутої смуги;

$\mu$  – коефіцієнт тертя на контактних поверхнях.

Автори експериментально довели, що збільшення кута нахилу шпонки та шорсткості поверхні приводить до зростання несучої здатності, однак змінює характер руйнування: від зрізу бетону до руйнування за стиснутою смугою.

Порівняння підходів науковців, що займалися руйнуванням шпонкового з'єднання за похилою стиснутою смугою наведено в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Порівняння розрахункових підходів

| Ознака             | [12]                                     | [39]                                         | [4]                                                                                         |
|--------------------|------------------------------------------|----------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| Метод              | Теоретичний граничний аналіз             | Експериментально-аналітичний                 | Варіаційний метод у теорії пластичності                                                     |
| Об'єкт             | Узагальнені бетонні елементи             | Шпонкові бетонні стики                       | Шпонкові стики зі швом і армуванням (обтисненням)                                           |
| Основна модель     | Стиснута похила смуга (compressed strut) | Стиснута зона у шпонковому шві               | Модель жорстко-пластичного тіла з локалізацією пластичних деформацій на поверхні руйнування |
| Тип руйнування     | Пластичне зсувне                         | Зминання бетону або зсув за стиснутою смугою | Діагональне розколювання                                                                    |
| Практична цінність | Теоретична основа для всіх моделей       | Методика розрахунку стиків                   | Інженерна методика розрахунку та вдосконалення конструктивних рішень                        |

## 1.6 Висновки за розділом 1

1. Стикові з'єднання відіграють важливу роль у забезпеченні сумісної роботи окремих несучих елементів сучасних конструктивних систем будівель і споруд. На даний час накопичений великий експериментальний матеріал щодо несучої здатності коротких консолей, шпонкових стиків. Однак більшість запропонованих розрахункових залежностей носить емпіричний характер, і часто не враховує сукупність факторів впливу.

2. Щодо коротких консолей, то тут визначальними факторами несучої здатності виступають: геометричні розміри; відношення прольоту зрізу до ефективної висоти ( $a_v/d$ ); відношення вертикальних до горизонтальних навантажень ( $V/H$ ); кількість робочої поздовжньої та поперечної арматури (вертикальної, горизонтальної, нахиленої); міцність бетону (високоміцний бетон, фіброве армування). Стосовно окремих факторів у дослідників наявні неузгодженості у визначенні їх впливу не лише на величину граничного навантаження, а й характер руйнування (в досліді спостерігається, як мінімум чотири основні види руйнування).

3. Запропоновані формули суттєво відрізняються одна від одної і пристосовані до певної серії експериментів. В нормах розрахунок консолей розглядається поверхнево.

4. Визначальними факторами впливу несучої здатності шпонкових стиків являються висота і глибина шпонки, кут нахилу опорного майданчика, ширина шва та кількість арматури, рівень обтиснення, міцність бетону й інші.

5. Найменш вивченим видом руйнування стиків являється руйнування шва за похилою стиснутою смугою.

6. В Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» на загальній теоретичній основі – варіаційному методі теорії пластичності бетону, розроблена методологія розрахунку стиків.

7. Наразі все ширше до розрахунку стиків використовується метод скінченних елементів.

8. Перспективним виглядає з'ясування ступені збіжності результатів, отриманих варіаційним методом у теорії пластичності бетону та методом скінченних елементів для вдосконалення методики оцінювання несучої здатності стиків ригелів із колонами.

## **РОЗДІЛ 2 МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ЕЛЕМЕНТІВ ВУЗЛІВ З'ЄДНАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ ABAQUS**

Розрахунки вузлів сполучення залізобетонних елементів (консолі, шпонки), залишається однією із задач, для яких аналітичні методи визначення напружено-деформованого стану мають достатньо багато спрощень, які в окремих випадках можуть призводити до суттєвих похибок. Наприклад, на відміну від балкових елементів, для яких застосовують гіпотезу плоских перерізів (гіпотезу Бернуллі), у зоні з'єднань елементів ця гіпотеза не справджується. Тут напружено-деформований стан є більш складним, часто – сильно нелінійним, з вираженими концентраціями напружень, локальними пластичними деформаціями бетону, пластичними деформаціями арматури й утворенням тріщин. Нелінійна поведінка матеріалів (особливо бетону після тріщиноутворення) може мати ключовий вплив на результати. Крім цього, між елементами вузлів (наприклад, шпонка – ригель) виникають контактні взаємодії, що додатково ускладнює визначення напружено-деформованого стану таких конструкцій.

У зв'язку з викладеним, альтернативним підходом до моделювання роботи вузлів з'єднань залізобетонних конструкцій є застосування чисельних методів, зокрема методу скінченних елементів (МСЕ), який дозволяє:

- докладно описати геометричні параметри моделі будь-якої складності;
- застосувати нелінійні моделі матеріалів, у тому числі і в умовах складного напруженого стану;
- моделювати виникнення та розвиток тріщин а також зміну характеристик матеріалу після їх виникнення;
- врахувати контактну взаємодію елементів з'єднання;
- врахувати вплив повторно-змінних навантажень на поведінку конструкції;
- отримати більш повну картину напружено-деформованого стану.

У окремих випадках застосування методу скінченних елементів є єдиним способом отримання повної картини напружено-деформованого стану елементів конструкцій.

Зважаючи на це, прийнято рішення досліджувати поведінку елементів з'єднань залізобетонних конструкцій методом скінченних елементів, використовуючи для порівняння результати експериментальних досліджень інших авторів [77, 100] і результати розв'язку задач опору таких елементів варіаційним методом [28, 71, 77].

Для отримання достовірних результатів важливо правильно описати моделі матеріалів із урахуванням нелінійної поведінки, тріщиноутворення, особливостей роботи при об'ємному напруженому стані.

Зокрема, для моделювання бетону планується використання однієї з прогресивних моделей на кшталт Concrete Damaged Plasticity, які описують різну поведінку матеріалу на розтяг і стиск. Арматура може моделюватися як вбудована або з явною геометрією з контактною взаємодією. Ключовим аспектом є детальний опис геометрії елементів, включно з місцями зосереджених зусиль, отворами, виступами, та визначення контактних взаємодій між арматурою і бетоном, між окремими частинами елементів, що з'єднуються. Це дозволяє врахувати ковзання, втрату зчеплення тощо – явища, які важко описати в рамках класичних аналітичних підходів.

Таким чином, якісне нелінійне чисельне моделювання вимагає глибокого аналізу поведінки матеріалів, врахування їх взаємодії, а також ретельної побудови моделі з коректною постановкою граничних умов і параметрів контакту.

## **2.1 Фізико-механічні властивості матеріалів**

У розрахунку залізобетонних елементів з'єднань одну з ключових ролей відіграють фізико-механічні властивості бетону й арматури. Оскільки ці матеріали спільно працюють у конструкції, взаємодія між ними має значний вплив на напружено-деформований стан елементів.

*Фізико-механічні властивості бетону.* Бетон має ряд особливостей, які визначають поведінку залізобетонних конструкцій при навантаженні [102]. В області малих напружень при стисканні бетон поводить майже лінійно, проте при напруженнях, які перевищують близько 30% від межі міцності на стиск, його поведінка стає помітно нелінійною, причому у бетонів низьких класів суттєву роль може відігравати поведінка на спадній вітці діаграми, після досягнення межі міцності.

Міцність бетону при розтягуванні в рази менша, ніж при стисканні, хоча вона впливає на тріщиноутворення [36] і як наслідок, на несучу здатність елемента. У багатьох випадках в аналітичних методах міцність бетону на розтяг ігнорується.

Тріщиноутворення в залізобетоні є нормальною поведінкою при експлуатаційних навантаженнях, поява та розвиток тріщин можуть суттєво впливати як на напружений стан так і на деформації конструкцій.

У випадку плоского чи об'ємного напруженого стану граничний стан може виникати при напруженнях, суттєво менших від границі міцності, наприклад, при одночасному стисканні у одному із напрямків та розтягуванні у іншому [103]. Така поведінка характерна для матеріалу приопорних зон, а також в залізобетонних консолях та шпонках.

*Арматура.* Арматура в залізобетоні бере на себе основну роль у забезпеченні сприйняття зусиль розтягу. Для моделювання роботи арматури важливо використовувати нелінійні моделі з врахуванням пластичного деформування. Практично для всіх випадків достатньо враховувати дволінійну діаграму роботи арматури, яка досить точно відображає її деформування, а явище зміцнення досягається вже при деформаціях, що неприйнятні для залізобетонних конструкцій, тому його урахування немає сенсу.

*Взаємодія між бетоном і арматурою.* Важливим аспектом також є моделювання взаємодії між бетоном і арматурою [104], оскільки їхня спільна робота визначає несучу здатність залізобетонної конструкції в цілому та повноту використання міцнісних характеристик матеріалів. Проведена достатньо велика

кількість досліджень на цю тему, де показано, що напруження зчеплення можуть бути достатньо великими [72, 105]. Проте, в розглядуваних конструкціях можна вважати, що зчеплення є абсолютним аж до руйнування матеріалів, оскільки воно забезпечується конструктивними заходами, зокрема, надійним анкеруванням арматури.

## **2.2 Використання методу скінченних елементів**

Метод скінченних елементів – це чисельний метод, що дозволяє моделювати задачі, зокрема, механіки деформівних твердих тіл. Він не є єдиним чисельним методом, що може використовуватися для таких задач, проте практично всі відповідні програмні комплекси реалізують саме його. Метод скінченних елементів ґрунтується на розв’язанні диференціальних рівнянь теорії пружності, пластичності та повзучості [106]. Об’єкт, що досліджується, наприклад, залізобетонна консоль, розділяється на сітку елементів (простих геометричних фігур). Вузли цієї сітки є спільними точками для кількох елементів. В межах кожного елемента поля переміщень апроксимуються функціями форми (інтерполяційними функції), що визначаються через переміщення вузлів. Для всієї області формується глобальна система алгебраїчних рівнянь за допомогою принципу мінімуму повної потенціальної енергії, невідомими якої є переміщення вузлів.

Перевагами методу скінченних елементів є його універсальність, він може застосовуватися для складних геометрій і навантажень, для елементів, які складаються з різних матеріалів, дозволяє аналізувати напружено-деформований стан поблизу концентраторів напружень тощо. Застосування ітераційного підходу дає можливість враховувати геометричну, фізичну та контактну нелінійності, що особливо важливо при моделюванні залізобетонних конструкцій (тріщини, пластичність арматури, ковзання на межі опорних поверхонь).

Програмне забезпечення, актуальне для реалізації MCE – програмні комплекси ANSYS, ABAQUS, ATENA, LIRA, SCAD Office, MIDAS, які мають вбудовані моделі залізобетону.

## **2.3 Моделі бетону в реалізаціях методу скінченних елементів**

Основними вимогами до моделей бетону, що відрізняють їх від моделі пружного лінійно деформівного тіла, є наступні особливості:

- різна поведінка бетону на стиск і розтяг;
- тріщиноутворення при розтягу та вплив тріщин на подальшу роботу матеріалу навколо тріщини;
- наявність залишкових деформацій;
- деградація жорсткості – зменшення модуля пружності матеріалу при повторному розвантаженні-навантаженні, починаючи з певних рівнів деформацій;
- опис міцності при плоскому й об’ємному напружених станах.

Зважаючи на ці вимоги, поширеними стали нелінійно-пластичні моделі бетону, зокрема Mohr–Coulomb, Willam–Warnke, Drucker–Prager Concrete, Concrete Damaged Plasticity.

### **2.3.1 Модель Мора-Кулона**

Модель Мора-Кулона – це математична модель, яка описує опір крихких матеріалів, таких як бетон, напруженням зсуву та нормальним напруженням. Зазвичай ця модель застосовується до матеріалів, для яких міцність на стиск значно перевищує міцність на розтяг [107].

У будівельній інженерії вона застосовується для визначення руйнівного навантаження, а також кута зміщення при руйнуванні бетону та подібних матеріалів. Гіпотеза тертя Кулона використовується для визначення комбінації напруження зсуву та нормального напруження, яка спричинить руйнування матеріалу. Коло Мора використовується для визначення того, які головні напруження спричинять цю комбінацію, а також кута площини, в якій це

відбудеться. Згідно з принципом нормальності, напруження, що вводиться при руйнуванні, буде перпендикулярним до лінії, що описує стан руйнування.

Критерій руйнування Мора-Кулона являє собою лінійну обвідну, отриману з графіка залежності міцності матеріалу на зсув від прикладеного нормального напруження. Це співвідношення виражається як:

$$\tau = \sigma \tan \phi + c, \quad (2.1)$$

де  $\tau$  – міцність на зсув,

$\sigma$  – нормальне напруження,

$c$  – точка перетину контуру руйнування з віссю  $\tau$  ;

$\tan \phi$  – нахил контуру руйнування.

Величину  $c$  часто називають коефіцієнтом зчеплення, а кут  $\phi$  – кутом внутрішнього тертя.

### 2.3.2 Критерій Віллама-Варнке

Критерій текучості Віллама-Варнке [108] – це функція, яка використовується для прогнозування руйнування бетону та інших когезійно-фрикційних матеріалів, таких як гірські породи, ґрунт та кераміка. Цей критерій текучості має функціональну форму:

$$f(I_1, J_2, J_3) = 0, \quad (2.2)$$

де  $I_1$  – перший інваріант тензора напружень Коші;

$J_2, J_3$  – другий та третій інваріанти девіаторної частини цього тензора.

Визначальними є три параметри матеріалу:  $\sigma_c$  – міцність на осьовий стиск,  $\sigma_t$  – міцність на осьовий розтяг,  $\sigma_b$  – міцність на стиск при двовісному напруженому стані. Ці значення міцності необхідно визначити, перш ніж можна буде застосувати критерій текучості Віллама-Варнке для прогнозування руйнування.

Зазначений критерій можна виразити як:

$$f = \sqrt{I_1} + \lambda(J_2, J_3) \left( \frac{I_1}{3} - B \right) = 0. \quad (2.3)$$

Функцію  $\lambda(J_2, J_3)$  можна трактувати як кут тертя. Величина  $B$  трактується як когезійний тиск.

Таким чином, критерій текучості Віллама-Варнке можна розглядати як комбінацію критеріїв текучості Мора-Кулона та Друкера-Прагера.

### 2.3.3 Критерій Друкера-Прагера

Критерій текучості Друкера-Прагера [109] – це модель, що залежить від тиску, для визначення того, чи руйнується матеріал, чи зазнав пластичної текучості. На початку критерій був отриманий для моделювання пластичної деформації ґрунтів. Він та його модифікації застосовуються до гірських порід, бетону, полімерів, пінопластів та інших матеріалів, поведінка яких суттєво залежать від значення тиску (гідростатичної частини тензора напружень).

Критерій текучості Друкера-Прагера має форму:

$$\sqrt{J_2} = A + BI_1, \quad (2.4)$$

де  $I_1$  та  $J_2$  – інваріанти.

Константи  $A$  і  $B$  визначаються експериментально, або ж через міцність на розтяг  $\sigma_t$  та стиск  $\sigma_c$ :

$$A = \frac{2}{\sqrt{3}} \left( \frac{\sigma_c \sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t} \right), \quad B = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{\sigma_t - \sigma_c}{\sigma_c + \sigma_t} \right). \quad (2.5)$$

### 2.3.4 Concrete Damaged Plasticity

Concrete Damaged Plasticity (CDP) – це вдосконалена нелінійна модель матеріалу, реалізована в програмному середовищі Abaqus [110] для чисельного моделювання поведінки бетону. Вона враховує нелінійність і пошкодження матеріалу, дозволяючи точно описувати як незворотні деформації, так і втрату жорсткості внаслідок тріщиноутворення. Ця модель особливо ефективна у розрахунках залізобетонних конструкцій, де одночасно виникають напруження різних знаків.

Модель базується на поверхні текучості типу моделі Лублінера [111], модифікованої Lee J. та Fenves G. L. [112], з урахуванням об'ємного розширення

(дилатансії), анізотропного пошкодження і неоднакової поведінки на розтяг та стиск.

Основними параметрами моделі є: модуль пружності, характеристики пластичності (кут дилатансії, співвідношення напрямків потенціалу пластичності, ексцентриситет), а також діаграми деформування на розтяг і стиск, на основі яких обчислюються відповідні ступені пошкодження. Останні зменшують жорсткість матеріалу, симулюючи його деградацію, що може суттєво впливати на результати при повторно-змінних навантаженнях.

Модель CDP дозволяє точно описувати поведінку бетону в з'єднаннях, шпонках, вузлах. Вона підтримує врахування контактів, зчеплення з арматурою, локалізацію тріщин, а також об'ємні ефекти. Завдяки цьому CDP є потужним інструментом для дослідження реальної роботи залізобетонних елементів у складних умовах.

## **2.4 Валідація моделі та тестові розрахунки**

У роботі прийнято рішення використовувати програмний комплекс Abaqus для моделювання напружено-деформованого стану залізобетонних конструкцій. Як основу для опису поведінки бетону обрано модель пошкоджуваної пластичності бетону (Concrete Damaged Plasticity), що дозволяє враховувати різну роботу матеріалу при стиску і розтягу, накопичення пошкоджень, а також нелінійність деформацій [86]. Арматура моделюється за допомогою пружно-пластичної моделі, що забезпечує адекватний опис її поведінки при різних рівнях навантаження, включаючи стадію текучості. Такий підхід забезпечує високу наближеність моделі до реальної роботи залізобетонних елементів у складних конструктивних вузлах.

Оскільки використання чисельного моделювання в програмному комплексі Abaqus передбачає введення значної кількості параметрів матеріалів, прийнято рішення попередньо перевірити працездатність обраної моделі на типових задачах, що мають добре вивчену механіку руйнування та численні експериментальні результати.

Зокрема, виконаємо моделювання стиску бетонної призми та куба – як у постановці плоскої задачі, так і об’ємної. Це дозволить оцінити адекватність чисельного відтворення напружено-деформованого стану, та переконатися в достовірності обраної моделі бетону перед застосуванням до складних конструктивних вузлів.

#### 2.4.1 Фізико-механічні властивості бетону

Відповідно ДБН В.2.6-98:2009 «Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення» [105, 107], розрахунок бетонних і залізобетонних конструкцій рекомендується виконувати з використанням деформаційної моделі бетону.

Нелінійна залежність напружень від деформацій визначається за [11] як:

$$\sigma(\epsilon) = f_{cm} \frac{k \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \eta}, \quad (2.6)$$

де  $f_{cm}$  – границя міцності бетону [97];

$k$  – коефіцієнт, який впливає на форму кривої;

$\eta = \frac{\epsilon}{\epsilon_{c1}}$  – рівень деформацій бетону.

На рис. 2.1 показано відповідні криві, побудовані за цією формулою.

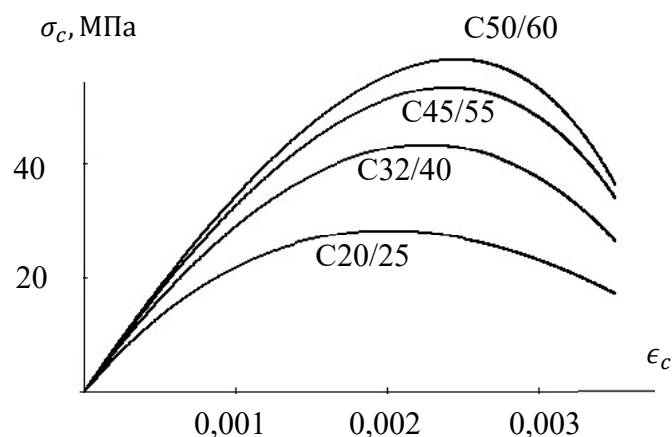


Рисунок 2.1 – Діаграми стиску бетонів відповідно до [97]

У моделі CDP діаграма  $\sigma - \epsilon$  задається в умовах одновісного стиску та є лінійною до певного значення, де починає проявлятися нелінійність. А після досягнення границі міцності (на низхідній гілці діаграми) напруження спадають.

При одновісному розтягу діаграма приймається лінійною, доки не буде досягнуто значення границі міцності (рис. 2.2). Це відповідає початку утворення мікротріщин у бетоні та різкому зниженню напружень. Таке представлення, хоча й дещо спрощене, відображає основні особливості поведінки бетону. Рівень деформацій при цьому визначається модулем пружності, а форма кривої і рівень деформацій після досягнення максимальних напружень нормами не регламентується.

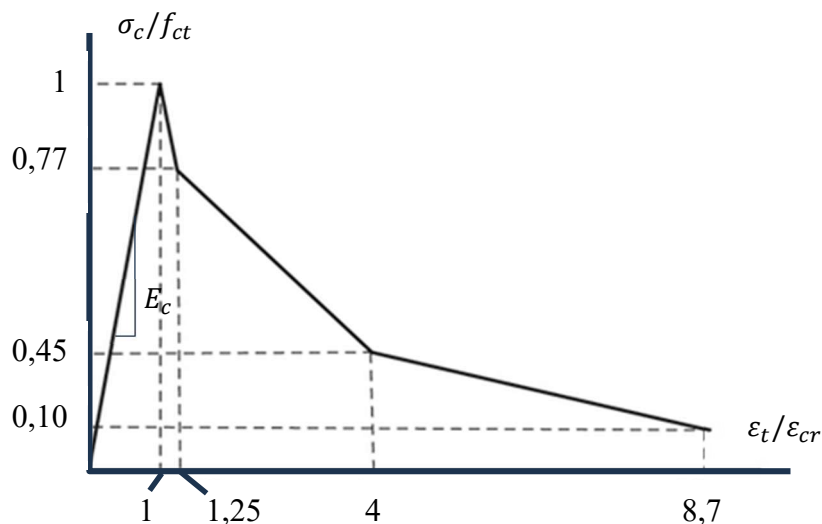


Рисунок 2.2 – Діаграма розтягу бетону для моделі CDP [77]

Abaqus підтримує три підходи до задання поведінки бетону при розтягу – у вигляді залежності «напруження-деформації» (stress–strain), у вигляді залежності «розкриття тріщини – напруження» (cracking displacement–stress) та шляхом задавання величини питомої енергії розкриття тріщини.

Залежність «напруження-деформації» задається лінійною на ділянці до межі міцності на розтяг  $f_{ct}$ , після чого йде ділянка спадання (softening). Цей підхід зручний та інтуїтивно більш зрозумілий, оскільки деформації можна прямо інтерпретувати з експериментальних кривих таким же чином, як і при стисканні. Для зменшення залежності від розміру скінченних елементів Abaqus

може автоматично перераховувати деформацію у величину розкриття тріщини з урахуванням характерного розміру скінченного елемента.

При використанні залежності «розкриття тріщини – напруження» (cracking displacement–stress) після досягнення  $f_{ct}$  моделюється «м'яке» руйнування у вигляді залежності між величиною розкриття тріщини та залишковим напруженням. Це дозволяє точніше описувати поведінку матеріалу після піку навантаження, але вимагає врахування залежності від розміру скінченноелементної сітки.

Крім того, Abaqus дозволяє застосувати метод задавання величини питомої енергії розкриття тріщини замість явного задавання кривої «напруження–деформації». При цьому вводиться енергія руйнування  $G_f$ , що припадає на одиницю площі тріщини і має розмірність Дж/м<sup>2</sup>. Програмне забезпечення самостійно формує низпадну криву (криву розм'якшення), що забезпечує меншу залежність результатів від сітки за рахунок регуляризації.

Типові значення  $G_f$  для важкого бетону становлять 40 – 150 Дж/м<sup>2</sup>, проте чітких значень цієї величини норми не надають.

У всіх підходах модель CDP відслідковує пошкодження матеріалу через задання величини відносного пошкодження при розтязі, але це впливає тільки на поведінку елемента при повторних навантаженнях та у даному дослідженні не використовується.

Як показали попередні результати моделювання напружено-деформованого стану залізобетонних консолей, модель поведінки бетону при розтягуванні суттєво впливає на результати розрахунків – як на момент утворення тріщин, на їх розкриття, так і на несучу здатність консолі.

У даному дослідженні поведінка бетону при розтягуванні моделюється залежністю «напруження-деформації», яка після досягнення межі міцності приймається кусково-лінійною (рис. 2.2) згідно з рекомендаціями [33].

У вихідних даних моделі CDP повні деформації як при розтягу так і при стиску описуються як сума пружних лінійних деформацій (задаються через модуль пружності) на незворотних нелінійних, які задаються таблично. Таким

чином, модель дозволяє задати діаграму бетону, що повністю відповідає рис. 2.1 і рис. 2.2.

У моделі CDP реалізація плоского та об'ємного напруженого стану базується на розширенні одновісної діаграми напруження-деформація на багатовісний напружений стан за допомогою тензорної формалізації. Поведінка в такій постановці будується на розкладанні тензора напружень на гідростатичну частину (середнє напруження) та девіаторну частину (впливає на утворення незворотних деформацій). В результаті отримуємо так звану поверхню текучості (yield surface), яка для плоского напруженого стану показана на рис. 2.3.

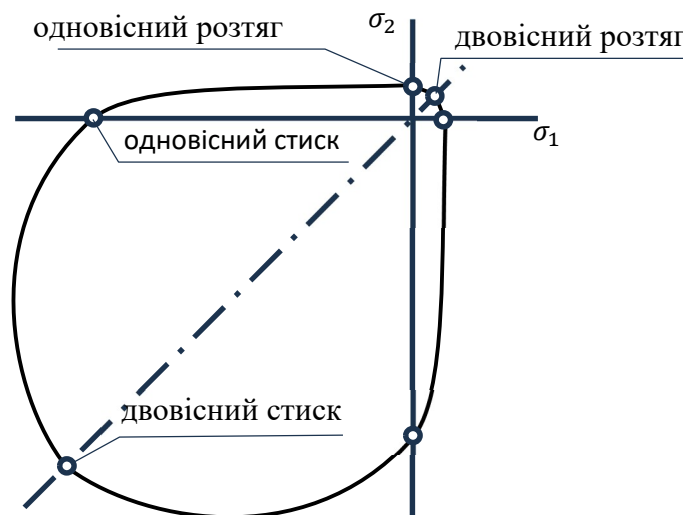


Рисунок 2.3 – Поверхня текучості для плоского напруженого стану [110]

Вихідними даними для бетону, яких потребує модель CDP є наступні:

- модуль пружності  $E_c$  (його значення беремо із норм [97]) та коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,2$ ;
- нелінійні діаграми бетону на розтяг та стиск [97];
- залежності ступенів деградації матеріалу при стиску та розтягу (у випадку статичного навантаження можна не задавати);
- кут дилатації, що описує об'ємні деформації від зсуву, рекомендовано приймати в межах 30-40°;

- ексцентриситет потенціалу потоку  $\epsilon$  – параметр моделі, за замовчуванням становить 0,1, що означає, що матеріал має майже однаковий кут дилатації в широкому діапазоні значень напруження обтиснення;
- відношення міцності бетону при двовісному та одновісному стиску  $f_{b0}/f_{c0}$ , рекомендується приймати 1,16;
- параметр форми поверхні текучості  $k$  (зазвичай  $k = 0,667$ );
- параметр в'язкості, використовується для стабілізації розрахунку, за замовчуванням 0,05.

#### 2.4.2 Фізико-механічні властивості арматури

Механічні характеристики арматурної сталі, які вказуються у скінченноелементних моделях, є модуль пружності  $E$ , коефіцієнт Пуассона та межа текучості  $f_y$ . Оскільки величина деформацій в кінці площадки текучості є недосяжна у реальних умовах експлуатації конструкцій, при моделюванні обмежуємося цими деформаціями.

Таким чином, діаграма деформування арматурної сталі зводиться до дволінійної діаграми, де напруження визначаються як:

$$\sigma(\epsilon) = \begin{cases} E * \epsilon & \text{при } \epsilon < \frac{f_y}{E} \\ f_y & \text{при } \epsilon \geq \frac{f_y}{E} \end{cases} \quad (2.7)$$

Характеристики для різних класів арматурної сталі наведено в [97].

#### 2.4.3 Моделювання стиску стандартних бетонних зразків

Для валідації обраної моделі бетону та перевірки коректності введених параметрів у середовищі програмного комплексу Abaqus, проведено серію типових розрахунків на стискання стандартних бетонних зразків. Таке моделювання є важливим етапом перед переходом до складних конструктивних елементів, оскільки дозволяє впевнитися у правильності реалізації моделі, умов навантаження та контактних взаємодій а також вибору розміру скінченноелементної сітки.

Зокрема, виконано моделювання таких випадків для бетону C20/25:

- стискання призматичного зразка з розмірами згідно стандартів (150×150×600 мм);
- стискання кубика розміром 150×150×150 мм.

Для кожного випадку визначено напружено-деформований стан на різних стадіях навантажування, розраховано опір та зіставлено отримані результати з еталонними експериментальними значеннями, що подаються в нормах і технічній літературі. Це дозволяє перевірити, чи забезпечує вибрана модель із заданими параметрами адекватне відтворення поведінки матеріалу при осьовому стиску.

На рис. 2.4 показано модель стандартної призми й отримані результати.

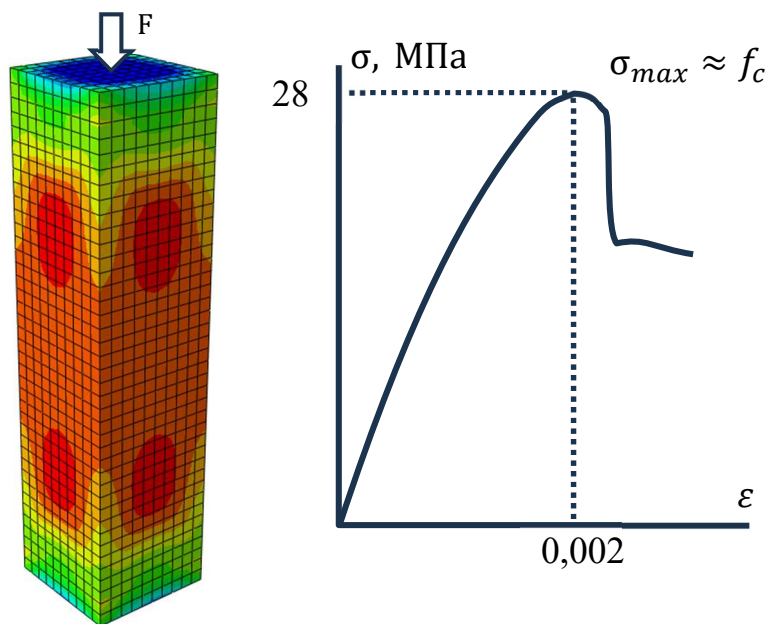


Рисунок 2.3 – Моделювання стиску стандартної призми

Граничні умови передбачали контакт по обох поверхнях призми з коефіцієнтом тертя 0,7. При міцності бетону на стиск 28 МПа максимальне отримане значення навантаження склало 634 кН, що відповідає усередненому значенню поздовжніх напружень 28,2 МПа. Також спостерігається нелінійне зростання навантаження, причому, навіть після проходження екстремуму воно ще довго зберігається на відносно високому рівні. Ізолініями показано рівень

головних розтягуючих пластичних деформацій, найбільші значення яких спостерігаються в середній частині зразка, оскільки в приопорних зонах тертя опорних поверхонь знижує розповсюдження деформацій.

На рис. 2.4 показано отримані результати при стиску стандартного куба з ребром 150 мм. Максимальне отримане значення навантаження склало 838 кН. Це відповідає усередненому значенню поздовжніх напружень 37,2 МПа, що перевищує межу міцності (та відповідне значення для призми) на 33%. Подібне відношення спостерігається при експериментальних випробуваннях, що пояснюється більшим впливом поперечних зусиль, що виникають від тертя на опорних поверхнях куба. Характер зростання навантаження виявився близький до отриманого для призми. Показано ізолінії максимальних головних пластичних деформацій розтягу, розміщення яких вказує на характер руйнування зразка, що відповідає експериментальним даним.

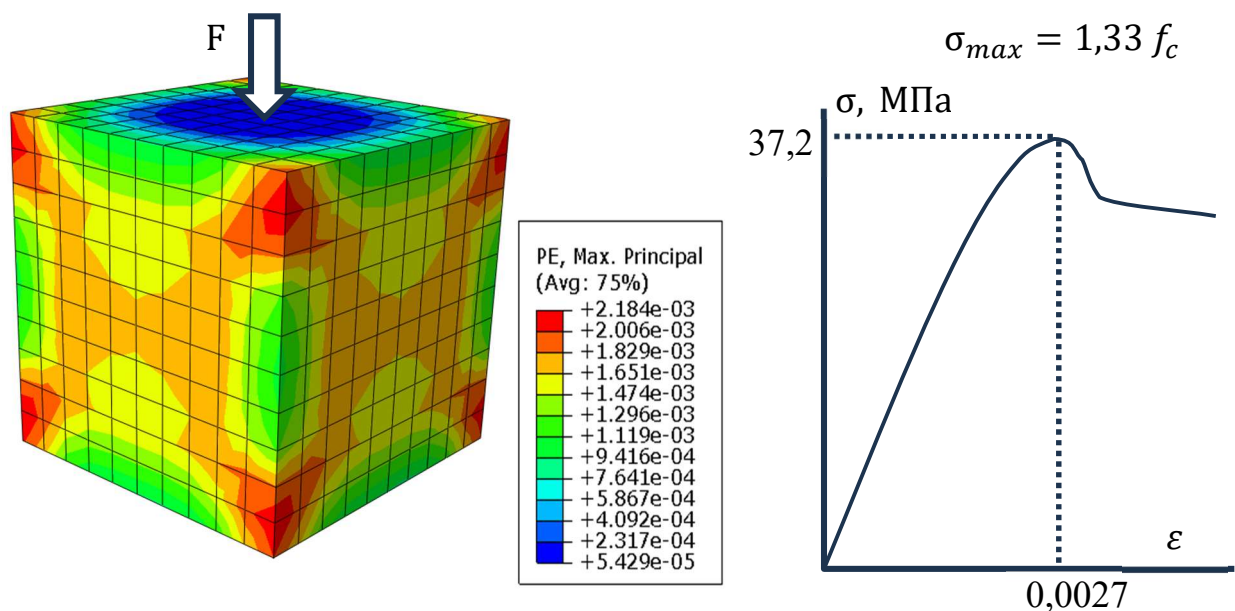


Рисунок 2.4 – Моделювання стиску бетонного куба

Одним із видів випробувань, що дозволяє непрямым методом оцінити міцність бетону на розтяг, є випробування бетонного циліндра на розколювання (brazilian test), схема якого показана на рис. 2,5, а. При цьому відбувається розколювання циліндра, а міцність бетону на розтяг визначають за формулою:

$$f_{ct} = \frac{2 F_{max}}{\pi d l}, \quad (2.8)$$

де  $F_{max}$  – максимальне значення навантаження;

$d, l$  – діаметр та довжина зразка відповідно.

На рис. 2.5, б показано скінченноелементну модель циліндра (симетрія задачі дозволяє моделювати 1/4 зразка зі створенням симетричних граничних умов на правій та нижній гранях моделі), а результати показані на рис. 2.5, в.

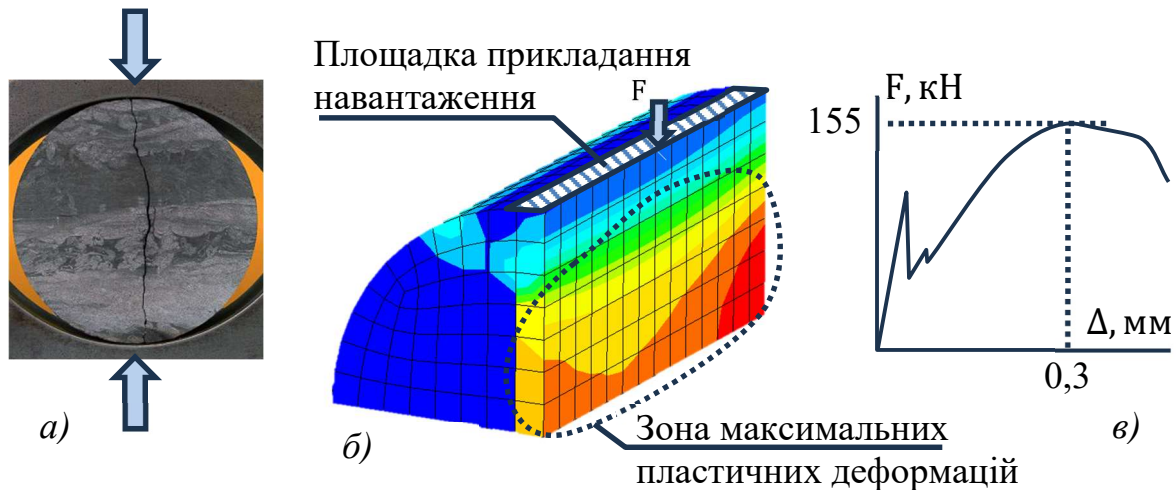


Рисунок 2.5 – Моделювання розколювання циліндра:

а) схема випробування на розколювання; б) модель МСЕ; в) графік  
“переміщення - сила” за результатами МСЕ

Зона максимальних пластичних деформацій на розтяг (рис. 2.5, б) розміщена по вертикальному діаметру циліндра, що повністю відповідає характеру руйнування експериментальних зразків (рис. 2.5, а). Досягнуто максимальне навантаження 155 кН, що, згідно із формулою, наведеною вище, відповідає  $f_{ct} = 4,39$  МПа, у той час коли за [97] міцність даного класу бетону (С45/55) на розтяг складає 3,8 МПа). Зважаючи на те, що це є непрямий метод визначення міцності бетону на розтяг, таку різницю можна вважати прийнятною.

#### 2.4.4 Моделювання місцевого стиску

Ще одним поширеним випробуванням, що дозволить оцінити повноту та якість описання поведінки бетону є випробування на місцевий стиск.

Чисельне моделювання проводилося на прикладі стиску бетонного куба зі стороною 150 мм під штампом квадратної форми, що розміщений в центрі верхньої грані куба (рис. 2.6). Симетрія задачі дозволила зменшити розмір моделі до 1/4 куба без втрати точності. На рис. для зразка з бетону С20/25 зі штампом розміром 1/5 сторони куба показані ізополя пластичних деформацій на стадії навантаження, близькій до граничної. Також показано графік «навантаження – деформації».

Максимальне навантаження склало 106 кН, що відповідає усередненим напруженням під штампом на рівні  $\sigma_{loc} = 4,21 f_{cm}$ .

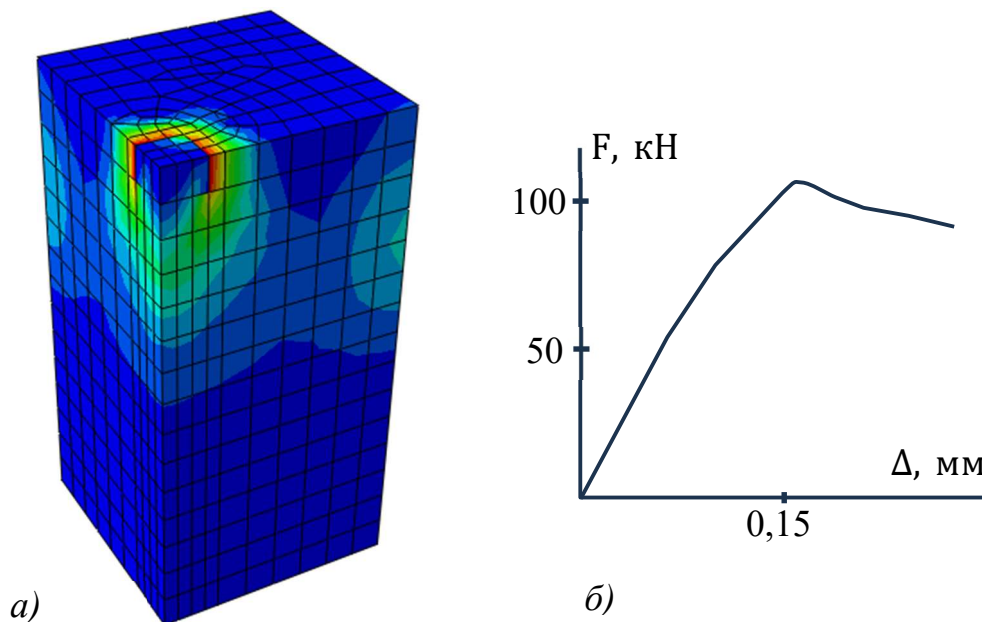


Рисунок 2.6 – Моделювання місцевого стиску (показано 1/4 моделі):

а) модель MSE; б) графік “переміщення - сила” за результатами MSE

Зважаючи на результати проведених чисельних моделювань, можна зробити висновок, що подальші дослідження вузлів з’єднання залізобетонних елементів доцільно виконувати із використанням моделі бетону Concrete Damaged Plasticity (CDP), а також обраних підходів до геометричного та фізичного моделювання, які забезпечили адекватне відображення напружено-деформованого стану конструкцій.

#### 2.4.5 Моделювання залізобетонних зразків

Арматура відіграє ключову роль у формуванні картини внутрішніх сил в залізобетонних елементах через сприйняття зусиль розтягу, обмеження утворення та розповсюдження тріщин. Також вона може змінювати характер руйнування від крихкого до пластичного, що підвищує енергоємність і передбачуваність поведінки конструкції.

У загальному випадку, недостатня арматура в зонах з'єднання – одна з основних причин передчасного руйнування залізобетонних вузлів. Саме тому точне моделювання її роботи є критично важливим у чисельному аналізі.

Для валідації моделювання роботи арматурних стержнів та їх спільної роботи з бетоном проведено дослідження впливу кількості та розташування поперечних арматурних стержнів на міцність стандартного бетонного куба при стиску. В даному моделюванні контактна взаємодія передбачалася без тертя між опорними поверхнями та бетоном.

Abaqus дозволяє моделювати взаємодію різних компонентів конструкції через різні інструменти, у тому числі через вбудовані області (Embedded Regions). При цьому вузли скінченноелементної сітки вбудованої області (embedded region) автоматично взаємодіють із вузлами масиву, що їх оточує (host region). Причому, у випадку тривимірного масиву вбудовані області можуть бути плоскими або лінійними, що ідеально підходить для моделювання деформування арматури в бетоні [28]. Особливо зручним фактором є відсутність необхідності слідкувати за взаємним розміщенням вузлів масиву та вбудованих областей – це розміщення може бути довільним. Але слід зазначити, що при використанні Embedded Regions взаємодія моделюється як абсолютно жорстка, без можливості проковзування. Хоча й проковзування є можливість реалізувати через моделювання контакту (Cohesive Behavior) між поверхнями бетону й арматури.

У дослідженні застосовано арматуру з межею текучості 365 МПа, клас бетону C20/25. Варіювалися розміщення поперечної арматури (в одному та обох напрямках) та відсоток армування (від 0 до 2%). Армування моделювалося окремими рівномірно розміщеними стержнями як у одному поперечному

напрямку (рис. 2.7) так і у обох напрямках (рис. 2.8). У випадку армування у одному напрямку відсоток армування практично не вплинув на опір та на деформування на висхідній гілці. Різниця спостерігається тільки на низхідній гілці (рис. 2.7).

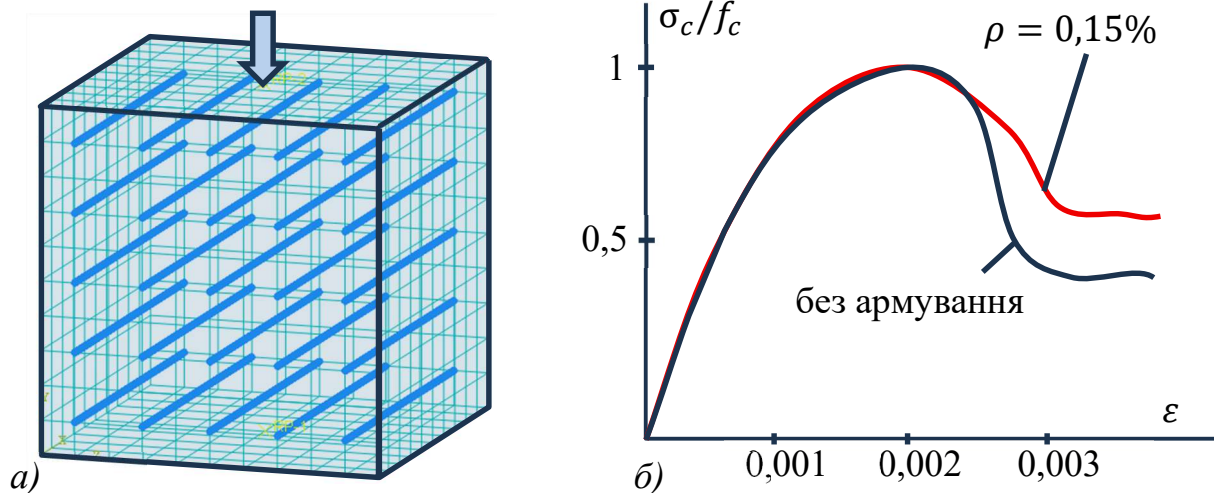


Рисунок 2.7 – Моделювання стиску поперечно армованого у одному напрямку елемента: а) схема армування; б) графік “відносні деформації - напруження” за результатами МСЕ

Армування ж у обох напрямках, навпаки, показало ефективність (рис. 2.8). При збільшенні відсотку армування значення досягнутого навантаження збільшується, при цьому збільшуються і відповідні деформації. Так, порівняно з неармованим елементом, при армуванні 1% максимально досягнуте навантаження склало 127%, а усереднені деформації зразка збільшилися на 40%. При армуванні 2% маємо, відповідно, 154% та збільшення на 70% (рис. 2.8, в).

На рис. 2.8, б показано ізолінії розтягуючих пластичних деформацій бетону, максимальні значення яких знаходяться поблизу бічних поверхонь бетонного куба. Нижчі значення цих деформацій всередині куба пояснюються ефектом обтиснення внутрішнього ядра бетону розтягнутою арматурою, подібно до того ефекту, що спостерігається при моделюванні з урахуванням тертя опорних поверхонь (рис. 2.4).

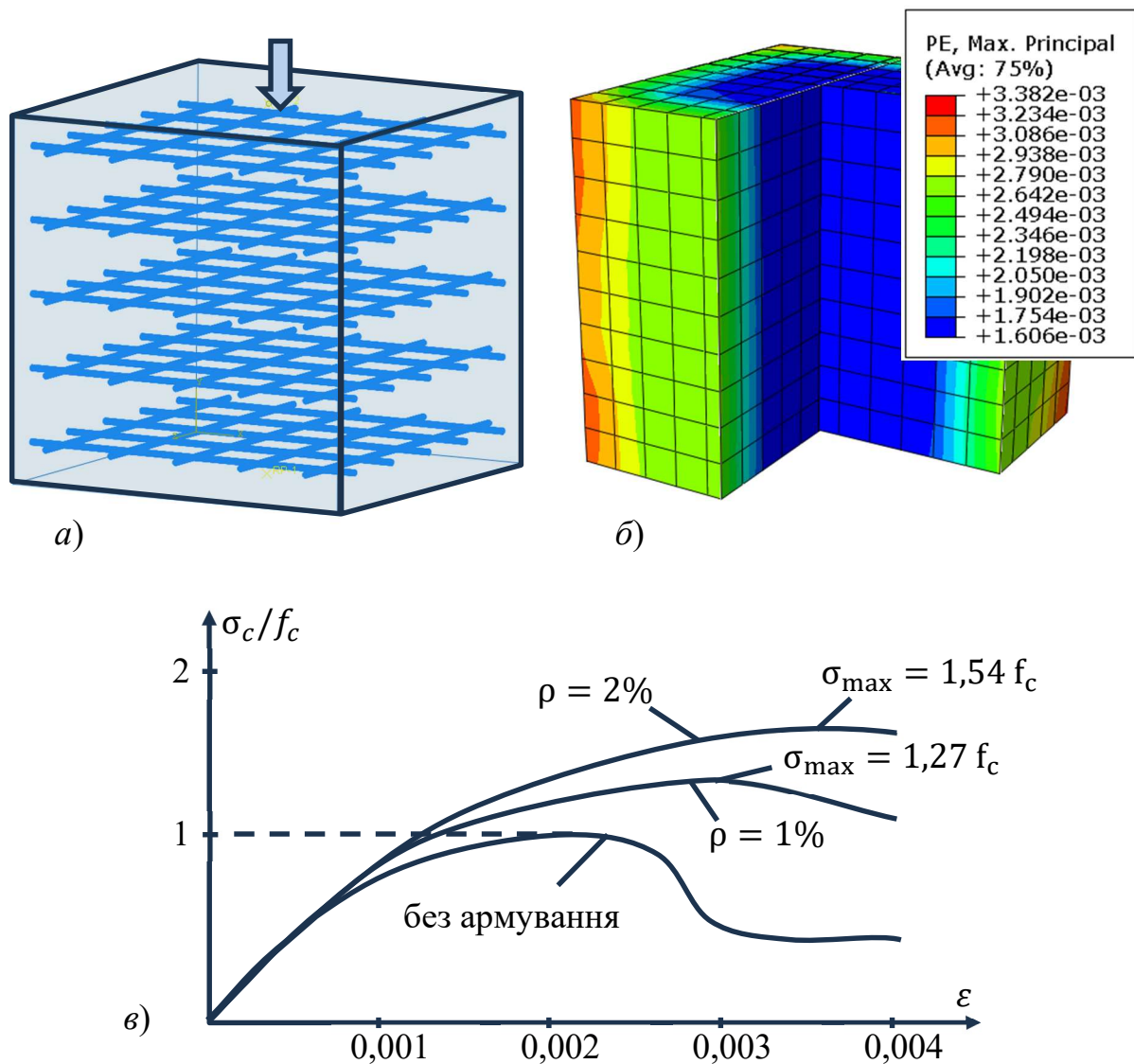


Рисунок 2.8 – Моделювання стиску поперечно армованого у обох напрямках елемента: а) схема армування; б) модель МСЕ; в) графік “переміщення - сила” за результатами МСЕ

## 2.5 Висновки за розділом 2

1. Аналітичні методи визначення несучої здатності вузлів сполучення залізобетонних елементів (консолей, шпонкових швів) базуються на достатньо суттєвих спрощеннях їх деформування та потребують обґрунтувань при різних класах бетону, геометричних параметрах та різному армуванні.

2. Сучасні реалізації методу скінченних елементів та наявні в них моделі бетону дозволяють докладно вивчати напружено-деформований стан бетонних

та залізобетонних елементів у випадку складного напруженого стану, що підтверджується порівнянням із результатами експериментальних досліджень типових бетонних зразків.

3. У роботі прийнято рішення використовувати програмний комплекс Abaqus для моделювання напружено-деформованого стану залізобетонних конструкцій. Як основу для опису поведінки бетону обрано модель пошкоджуваної пластичності бетону (CDP), що дозволяє враховувати різну роботу матеріалу при стиску і розтягу, накопичення пошкоджень, а також нелінійність деформацій. Арматура моделюється за допомогою пружно-пластичної моделі. Такий підхід забезпечує високу наближеність моделі до реальної роботи залізобетонних елементів у складних конструктивних вузлах.

4. Для валідації обраної моделі бетону та перевірки коректності введених параметрів у середовищі програмного комплексу Abaqus, проведено серію типових розрахунків на стискання стандартних бетонних зразків. Отримані результати можна вважати прийнятними.

## РОЗДІЛ 3 ЧИСЕЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЕЛЕМЕНТІВ ВУЗЛІВ З'ЄДНАННЯ

### 3.1 Дослідження напружено-деформованого стану залізобетонних консолей

Метою даних досліджень є виявлення впливу на напружено-деформований стан, несучу здатність та тип руйнування різних параметрів коротких залізобетонних консолей методом скінченних елементів у програмному комплексі Abaqus. При цьому будемо спиратись на відомі експериментальні дані та теоретичні дослідження [28, 71, 101].

Параметрами для варіювання приймемо:

- виліт консолі та положення прикладеної сили;
- клас бетону (як наслідок – криві деформування на стиск та розтяг та початковий модуль пружності);
- кількість та розміщення робочої арматури;
- розміри опорної площадки.

Враховуючи, що робоча арматура у залізобетонних консолях у переважній більшості випадків має клас А400С, її характеристики у дослідженні не змінюємо, а саме – межу текучості приймаємо 400 МПа, а модуль пружності 210 000 МПа.

При недостатній кількості поздовжньої робочої арматури руйнування консолі обумовлено текучістю цієї арматури, при цьому несуча здатність визначається відносно просто. В цьому дослідженні розглядаємо випадки, коли причиною втрати несучої здатності є руйнування бетону.

Є очевидним, що пропорційна зміна площі арматури та міцності бетону має привести до відповідно пропорційної зміни несучої здатності, так як напружений стан у даному випадку змінюватиметься також пропорційно. Деякі відхилення можуть бути тільки внаслідок різниці в деформаціях.

Зважаючи на це, виділимо окремий безрозмірний параметр, яким будемо варіювати – відношення зусилля текучості в арматурі до граничного зусилля в умовно стиснутому перерізі бетону:

$$\alpha = f_y A_s / f_c b d \quad (3.1)$$

Використовуючи, як приклад, експериментальні дані [100], можливі межі варіювання цього параметра – від 0,025 до 0,25.

### 3.1.1 Описання моделі

У якості об'єкта дослідження приймаємо симетрично навантажені залізобетонні консолі колони з характерними розмірами, показаними на рис. 3.1, а. Внаслідок симетрії задачі скінченноелементна модель такої консолі дозволяє обмежити моделювання половиною схеми, рис. 3.1, б.

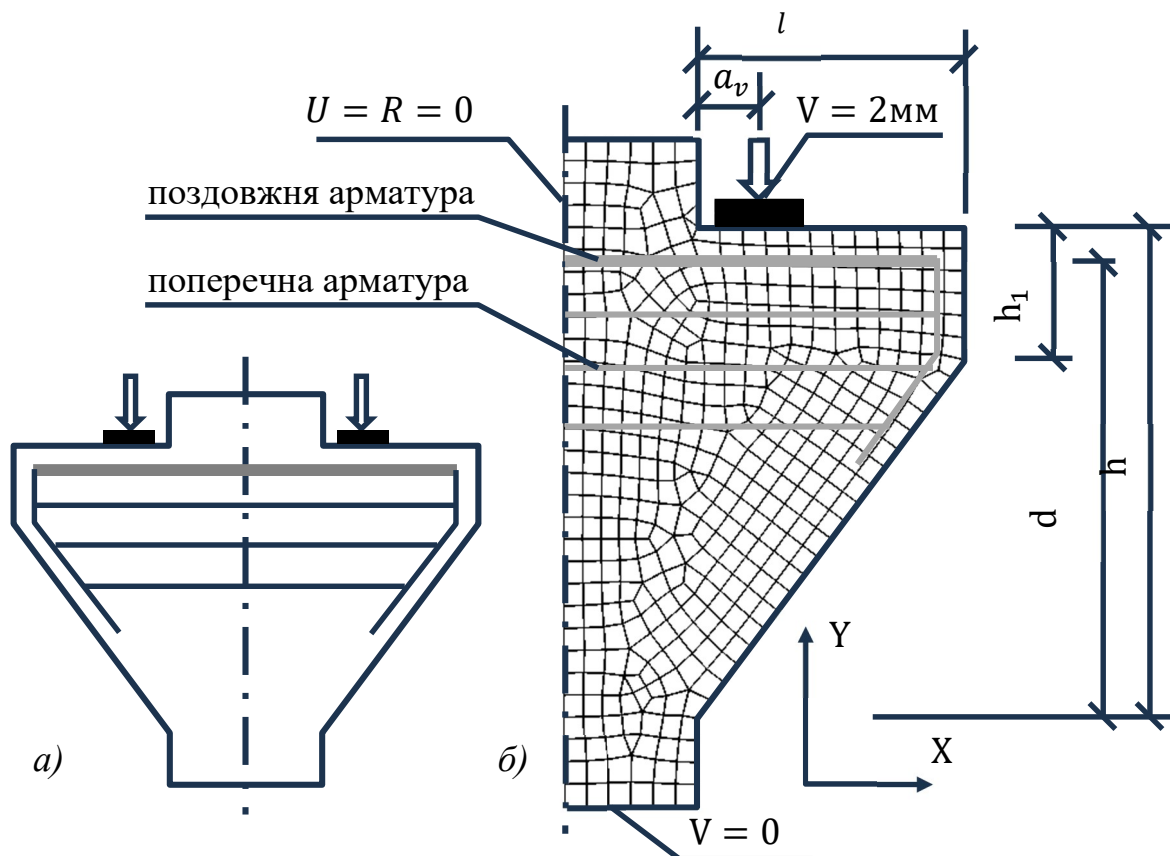


Рисунок 3.1 – Розміри та граничні умови моделі:

а) схема прикладання навантаження; б) модель МСЕ;

Дана задача є також симетричною відносно іншої вертикальної площини симетрії, що проходить вздовж консолі. Зважаючи на те, що навантаження передається по всій ширині опорної частини, напружено-деформований стан передбачаємо близьким до плоского, скінченноелементну модель приймаємо двовимірну, що забезпечить достовірні результати при значному зменшенні потреби в обчислювальних ресурсах та спрощенні моделювання. При цьому ширину скінченних елементів, масиву бетону задаємо такою, що дорівнює ширині консолі. Характеристики арматури слід витримати такими як при об'ємному напруженому стані, тобто, при її моделюванні стержневими балковими елементами не тільки площа, а й момент інерції мають відповідати реальним значенням для  $n$  стержнів круглого перерізу діаметром  $d$ . Така відповідність реалізована через еквівалентний прямокутний переріз розмірами  $b \times h$ , де ці значення визначені так:

$$\begin{cases} bh = n \frac{\pi d^2}{4} \\ \frac{bh^3}{12} = n \frac{\pi d^4}{64} \end{cases} \Rightarrow b = n \frac{\pi \sqrt{3} d}{6}, \quad h = \frac{\sqrt{3} d}{2}. \quad (3.2)$$

Граничні умови зазначаємо як для половини схеми, із урахуванням симетрії. Як для закріплення, так і для навантаження, граничні умови задаємо кінематичними, тобто через указання переміщень (спосіб контрольованого переміщення). Величину навантаження при цьому визначаємо як зусилля, що передається відповідним вузлом скінченноелементної сітки. Такий підхід (метод контрольованого переміщення) широко застосовується [33, 112] та дозволяє більш точно визначити максимальне значення навантаження, покращити збіжність задачі та виявити поведінку системи після досягнення піку навантаження. Компоненти граничних умов (рис. 3.1) приймаємо наступними:

- на лівій грані горизонтальні переміщення та поворот відсутні ( $U = R = 0$ );
- на нижній грані вертикальні переміщення відсутні ( $V = 0$ );
- в точці прикладання сили задаємо переміщення вниз, величина яких забезпечить гарантоване руйнування конструкції.

Колону вважаємо загалом ненавантаженою, так як навантаження практично не впливають на опір самої консолі, що показано у [100]. По цій же причині немає необхідності моделювати армування колони. Тому верхню частину колони залишаємо без закріплень та навантажень.

Ширина опорної площадки  $w$  може варіюватися та визначається шириною відповідної пластини, яку моделюємо зі абсолютно пружної сталі. Передача навантаження моделюється через властивості контактної пари між поверхнями бетону та пластини.

Сумісну роботу арматури з бетоном вважаємо такою, що забезпечує абсолютне зчеплення, без проковзування. На практиці це забезпечується надійним анкеруванням, наприклад, через приварювання до поперечної арматури. В моделі сумісну роботу реалізуємо через вбудовані області (Embedded Region), що й передбачає повне суміщення деформацій. Тобто, випадки, коли несуча здатність втрачається через недостатнє зчеплення арматури з бетоном, не розглядаємо.

Параметри, що досліджуємо в даній роботі, будемо змінювати в таких межах:

- відношення плеча навантаження до робочої висоти перерізу консолі  $a_v/d = 0,1 \dots 0,6$ ;
- клас бетону C16/20 ... C35/45;
- відсоток армування  $\rho$  такий, що забезпечує руйнування консолі внаслідок втрати міцності бетону;
- розміри опорної площадки  $w = 0,2 \dots 0,4 l$ .

Основні результати, які досліджуємо є:

- максимальне досягнуте навантаження;
- напруження в арматурі в момент вичерпання несучої здатності;
- картина деформування бетону (значення та напрям головних стискаючих та розтягуючих непружних деформацій).

### 3.1.2 Дослідження консолей без поперечного армування

Міцність поздовжньої арматури впливає на несучу здатність та тип руйнування залізобетонної консолі. Оскільки метою є дослідження несучої здатності консолей, що руйнуються не за схемою згинання, для початку оцінимо вплив відсотку армування на тип руйнування конструкції та виявимо величини відповідних параметрів досліджуваних консолей, при яких кількість поздовжньої арматури достатня для запобігання її текучості.

У процесі збільшення переміщень точки прикладання навантаження маємо зміну характерних параметрів системи, що показано на рис. 3.2. Зокрема, на початковій стадії навантаження збільшується практично лінійно, досягаючи піку. При цьому напруження у поздовжній арматурі є незначними, причому практично не залежить від відсотку армування. Це пояснюється тим, що до першого піку навантаження відсутні тріщини у бетоні. Різке зменшення величини навантаження відповідає появі тріщини в бетоні та одночасному перерозподілу зусиль розтягу з бетону на поздовжню арматуру (рис. 3.2). Далі збільшення переміщення приводить до зростання навантаження. Така поведінка характерна для конструкції без поперечного армування.

Як бачимо, при відсутності поперечного армування поздовжня арматура неефективна, так як несуча здатність визначається переважно класом бетону, а зміна відсотку армування в доволі широких межах мало впливає на максимально можливе значення навантаження. Причому, спостерігається крихке руйнування (суттєвий спад після піку навантаження), що є негативним фактором при експлуатації будівельних конструкцій.

Напружено-деформований стан бетону зручно спостерігати через картину розвитку максимальних головних непружних деформацій, які по суті вказують на зони виникнення і розвитку тріщин. При цьому є можливість візуалізації полів деформацій та напружень (як напрямків так і величин) не тільки через контурне відображення (Plot Contours) а й через відображення стрілками (Plot Symbols).

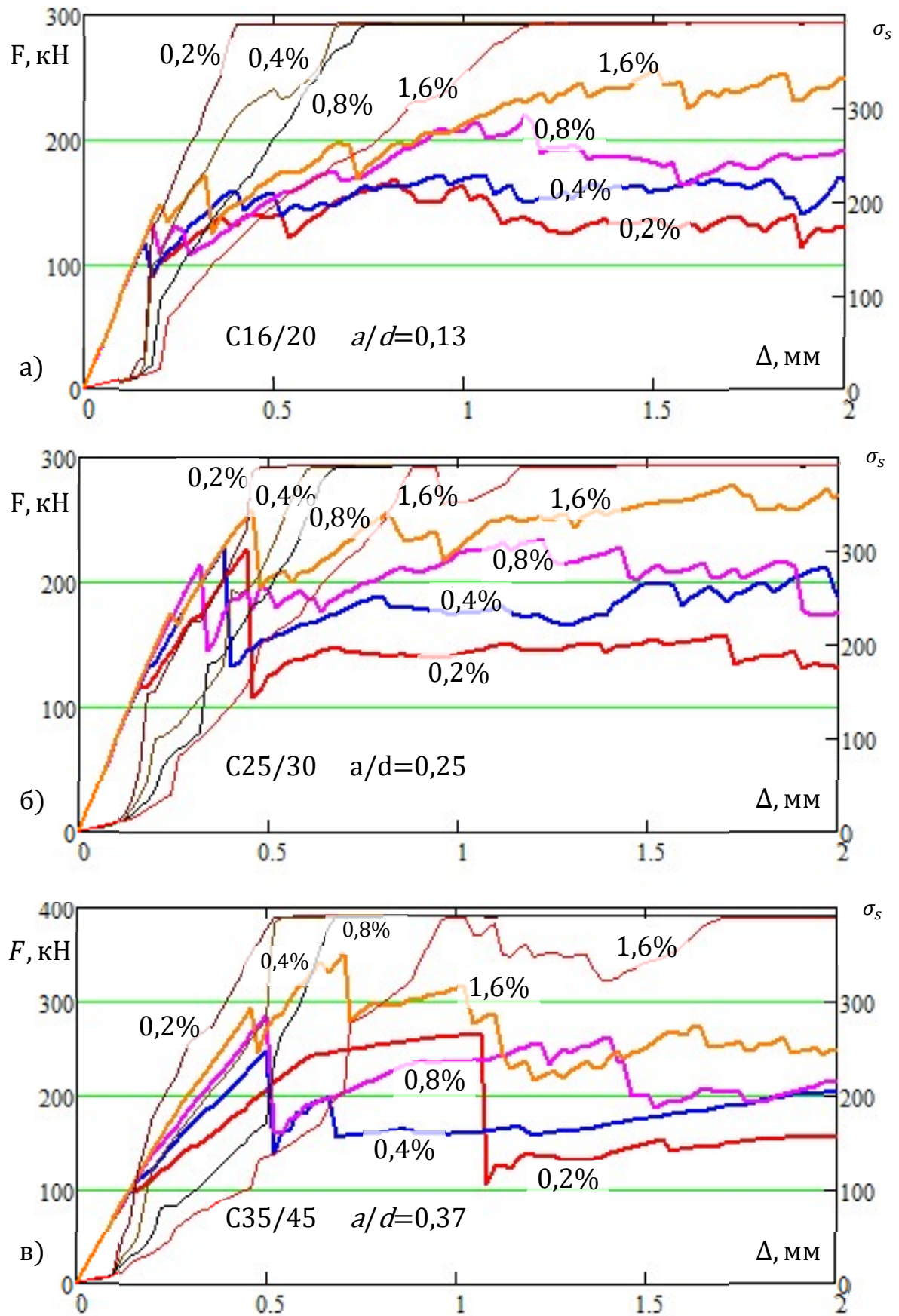


Рисунок 3.2 – Діаграми «переміщення-навантаження» залізобетонної консолі без поперечної арматури та напруження у поздовжній арматурі:  
а) бетон C16/20; б) бетон C25/30; в) бетон C35/45

На рис. 3.3 показані поля максимальних головних непружних деформацій безпосередньо перед різким спаданням навантаження (а) та після нього (б). Очевидно, що це спадання зумовлено появою нової тріщини в тілі консолі. Такого роду тріщини можуть бути попереджені встановленням поперечної арматури у верхній половині консолі.

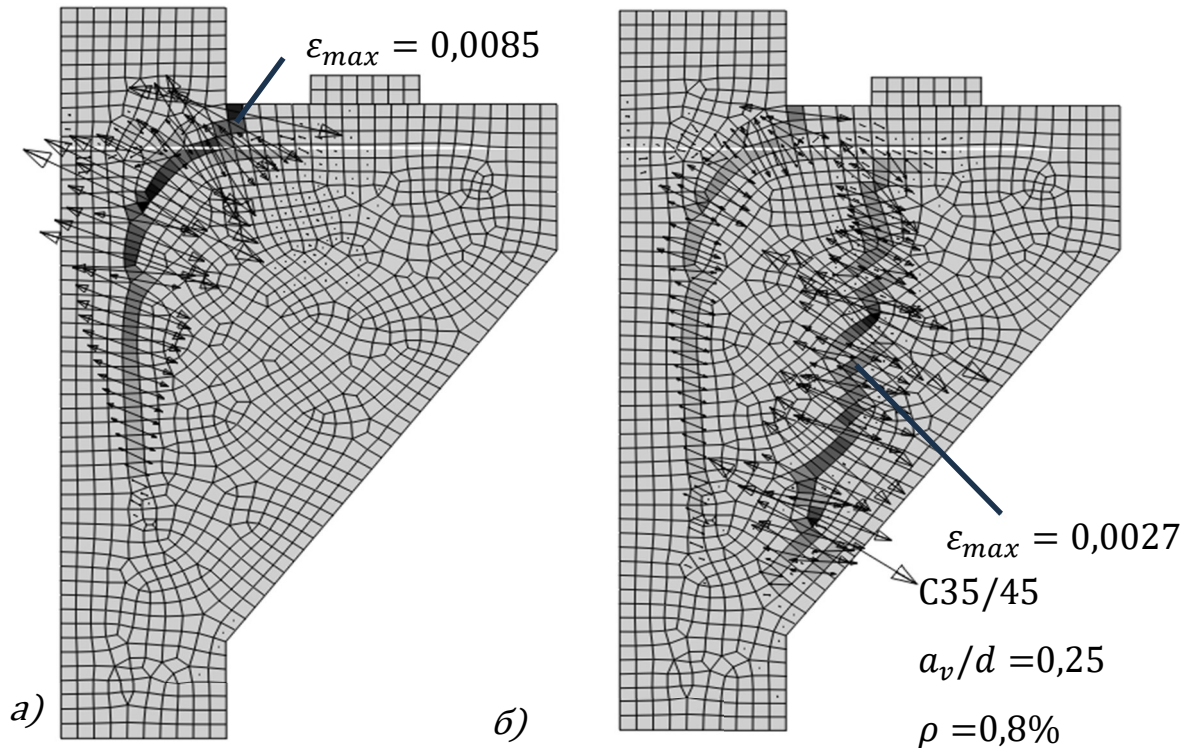


Рисунок 3.3 – Поля максимальних головних непружних деформацій розтягу: а) на початковій стадії навантажування; б) при максимальному навантаженні

Траєкторії внутрішніх сил (максимальних стискаючих головних напружень) при появі тріщин також суттєво змінюються (рис. 3.5). При цьому тріщина розділяє зону передавання зусиль на дві частини.

Як показали результати досліджень, за відсутності або недостатній кількості поперечної арматури в залізобетонних консолях збільшення кількості поздовжньої арматури не є ефективним з точки зору підвищення несучої здатності конструкції незалежно від класу бетону. Тому є актуальним дослідження впливу кількості та розміщення поперечної арматури сумісно з впливом інших параметрів.

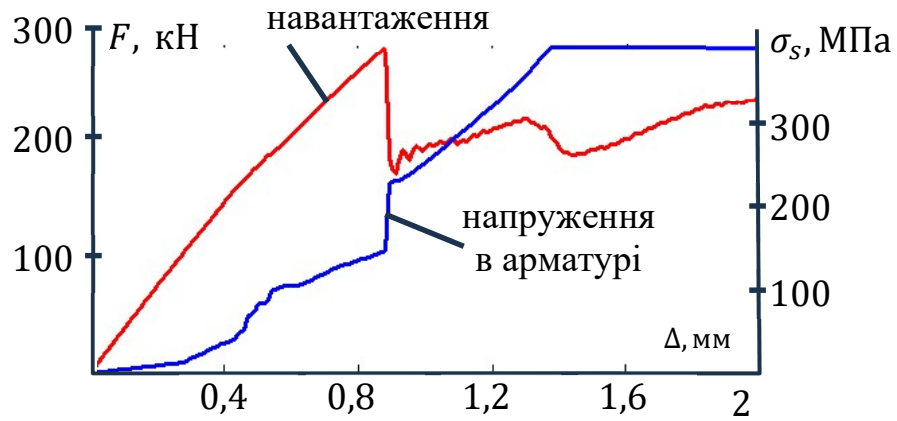


Рисунок 3.4 – Графіки залежностей навантаження та напружень в арматурі від переміщень

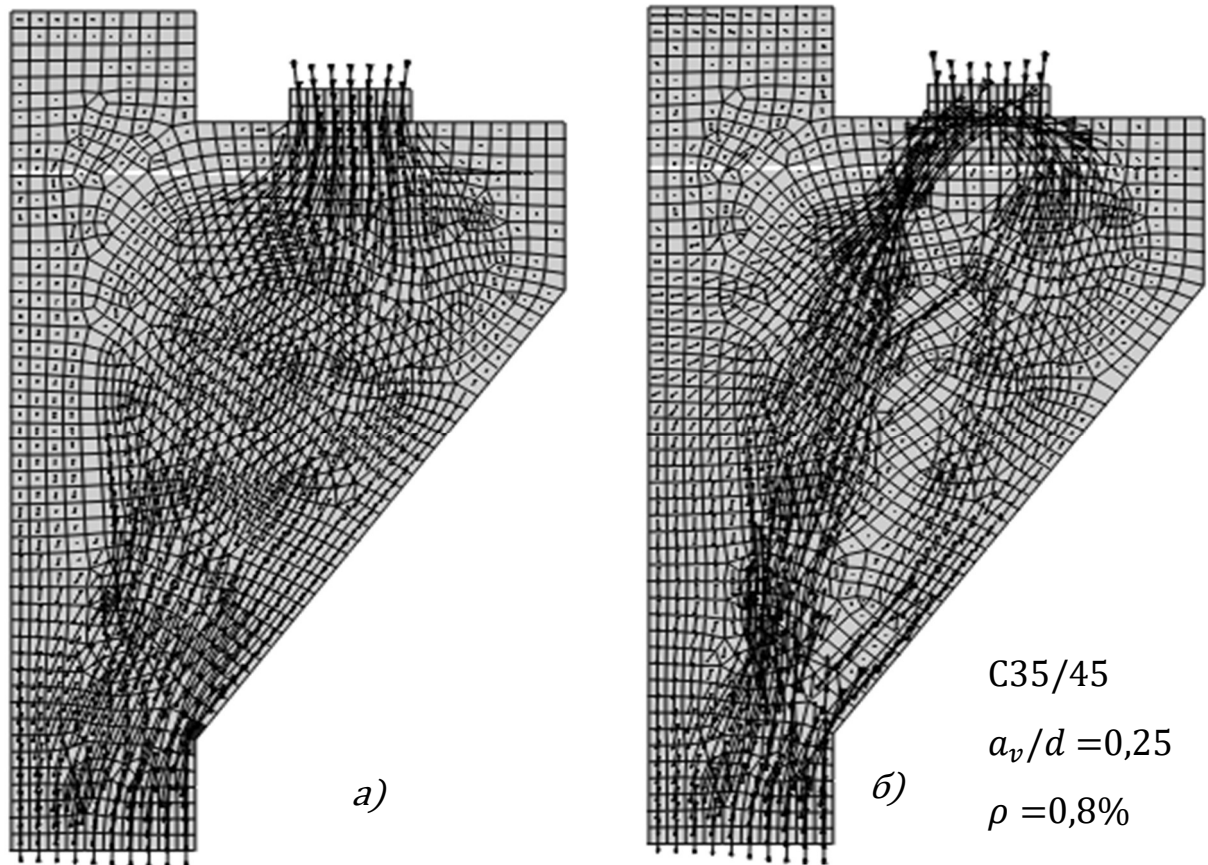


Рисунок 3.5 – Траєкторії головних стискаючих напружень:

а) на початковій стадії навантажування; б) при максимальному навантаженні

### 3.1.3 Дослідження консолей з поперечним армуванням

Поперечне армування в залізобетонних консолях перешкоджає зсуву, утворенню та розкриттю похилих тріщин та загалом запобігає крихкому руйнуванню бетону, формуючи тип руйнування із значно більшими деформаціями й енергією деформування, що суттєво підвищує надійність такого типу конструкцій.

Практична реалізація поперечного армування можлива різними способами – горизонтальними або похилими стержнями (хомутами). Горизонтальні хомути більш зручні у виготовленні та монтажі, але похилі можуть бути більш ефективними, оскільки головні розтягуючі зусилля в залізобетонних консолях направлені під деяким кутом до горизонту (рис. 3.6), значення якого залежить від багатьох факторів, насамперед від відносного плеча прикладання навантаження  $a_v/d$  та може змінюватися в процесі деформування.

Дослідимо вплив поперечного армування на напружено-деформований стан залізобетонної консолі та її несучу здатність. Модель консолі із горизонтальним поперечним армуванням показана на рис. 3.6. Поздовжня арматура являє собою стержні, які розміщені по периметру консолі з захисним шаром 30 мм. Поперечна арматура у вигляді горизонтальних прямих стержнів розміщена з кроком 150 мм. Навантаження прикладено через опорну площадку довжиною 200 мм на відстані 250 мм від грані колони ( $a_v/d = 250/670 = 0,373$ ). Максимальне переміщення опорної площадки прийнято 4 мм та досягається, використовуючи дискретизацію у 100 кроків.

На початковій стадії деформування спостерігається стрімке зростання навантаження. При цьому на 7-му кроці (0,28 мм) фіксуємо зменшення жорсткості конструкції (помітний злом кривої), що відповідає утворенню тріщини (рис. 3.7, а) та перерозподілу зусиль розтягу з бетону поблизу верхнього внутрішнього кута консолі на поздовжню арматуру. Ця єдина тріщина спостерігається до 19-го кроку (0,76 мм), де величина навантаження досягає піку 410 кН, після якого різко зменшується до 250 кН внаслідок утворення другої тріщини (рис. 3.7, б). Одночасно відбуваються стрибки напружень у поздовжній

та поперечній арматурі, максимальні значення яких досягають 200 МПа та 330 МПа відповідно рис. 3.6.

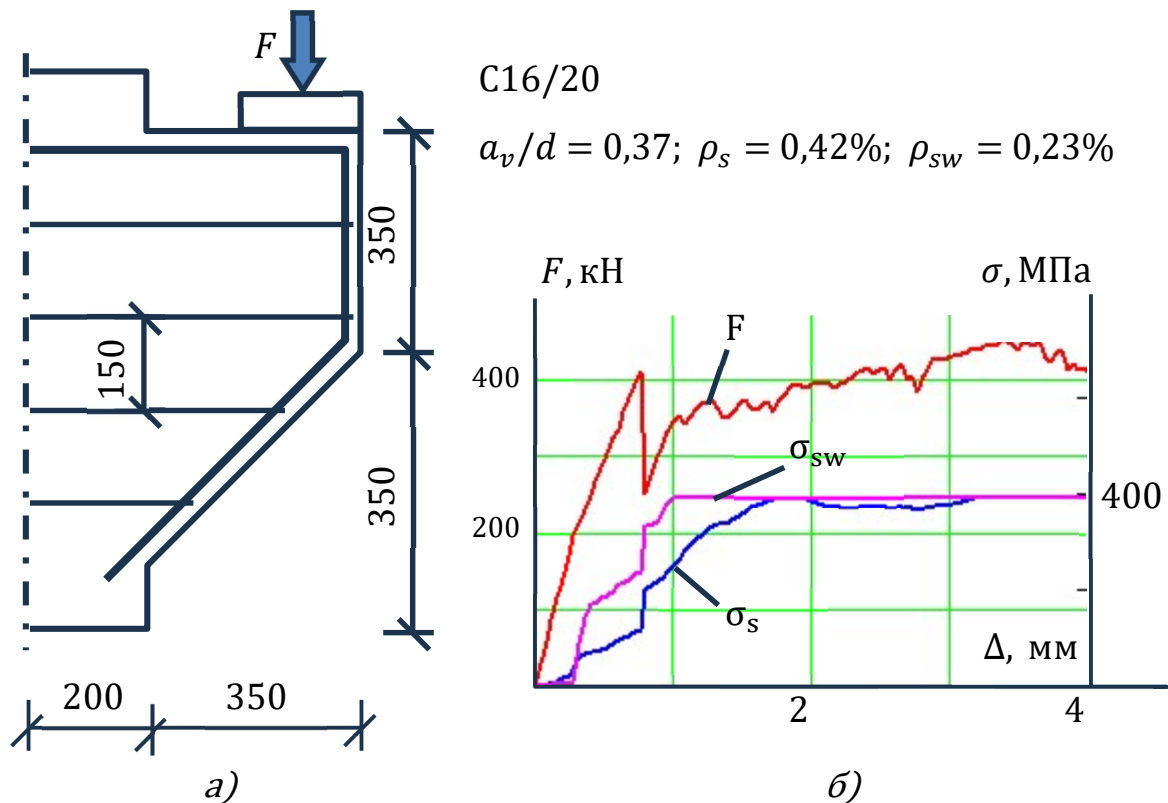


Рисунок 3.6 – Модель консолі із горизонтальним поперечним армуванням (а) та результати моделювання (б)

Подальше зростання навантаження обумовлене опором як поздовжньої так і поперечної арматури, де досягається текучість після незначного зростання навантаження.

Максимальне досягнуте значення навантаження складає 451 кН при переміщенні 3,4 мм. Крива деформування показує, що наявність арматурних стержнів для даних параметрів консолі не наскільки збільшує значення максимально досягнутого навантаження, наскільки збільшує надійність конструкції внаслідок попередження крихкого руйнування та суттєвого збільшення енергоємності.

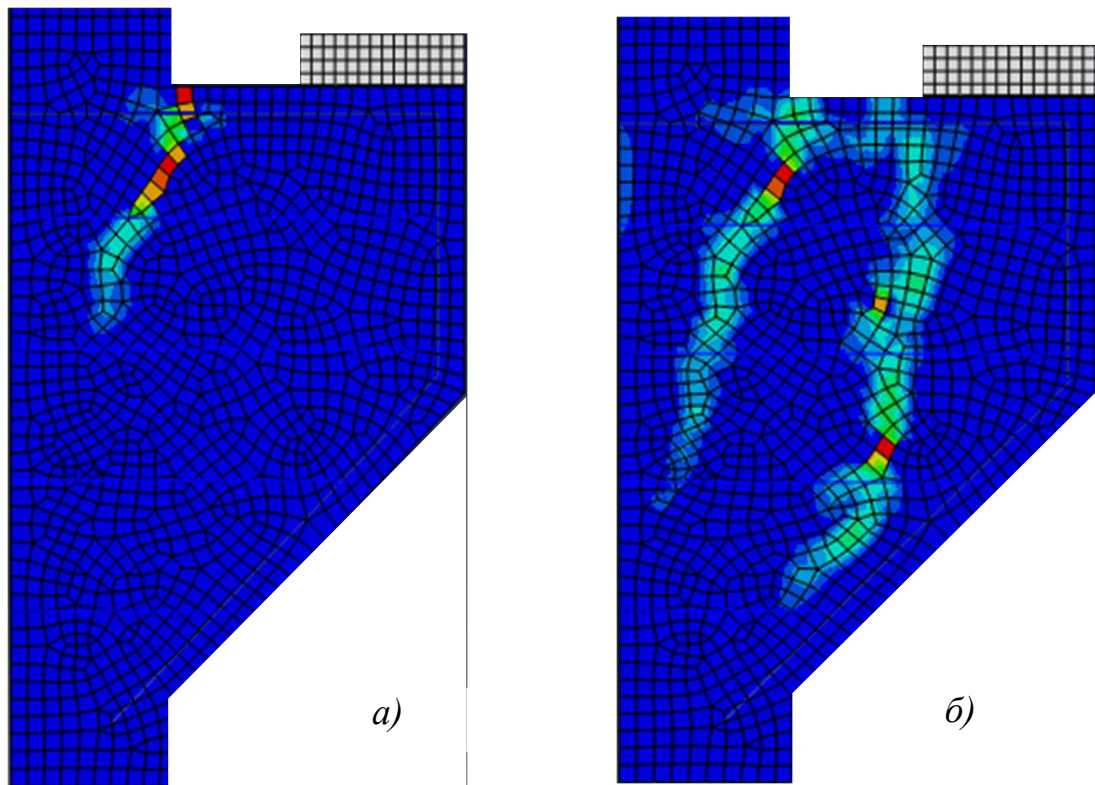


Рисунок 3.7 – Деформації розтягу в бетоні:

*a)* на початковій стадії навантажування; *б)* при максимальному навантаженні

На рис. 3.8 показано криві деформування для консолі з розміщенням опорної площадки на її кінці з різним відсотком горизонтального поперечного армування. Суттєве підвищення несучої здатності спостерігається тільки у випадку високого відсотку армування (0,38%).

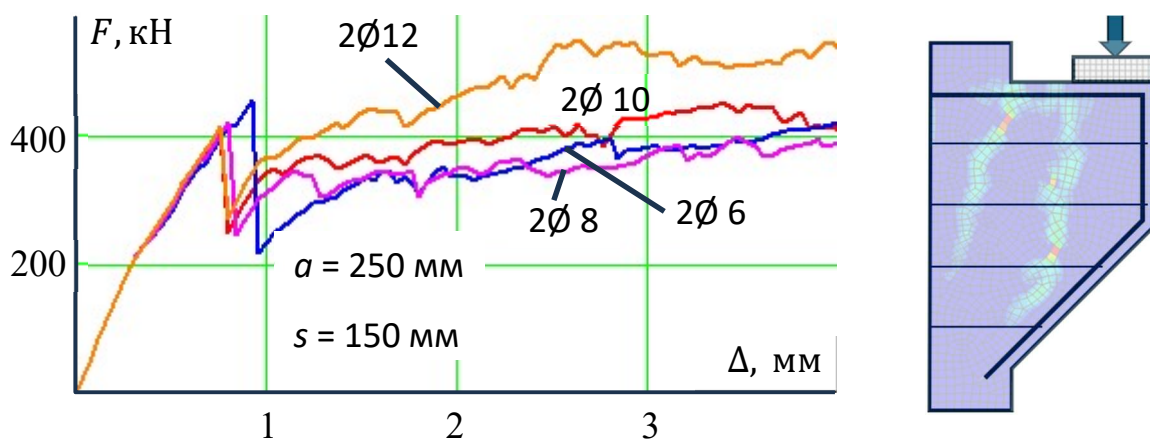


Рисунок 3.8 – Криві деформування консолі  
з різним поперечним армуванням

При положенні опорної площадки поблизу грані колони (рис. 3.9) вплив поперечного горизонтального армування є більш суттєвим, при цьому в процесі деформування спостерігається єдина зона інтенсивного пластичного деформування бетону (рис. 3.9, б), що відповідає руйнуванню консолі від зсуву.

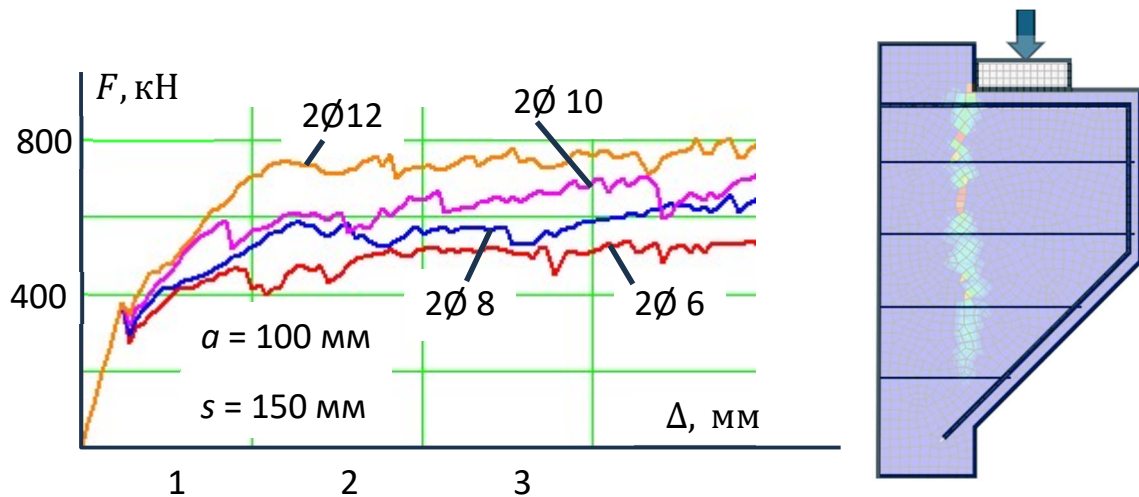


Рисунок 3.9 – Руйнування консолі від зсуву

В таблиці 3.1 наведено відношення несучої здатності консолей з горизонтальним поперечним армуванням до несучої здатності консолей без поперечного армування.

Таблиця 3.1 Вплив горизонтального поперечного армування на несучу здатність залізобетонних консолей

| Діаметр стержнів | $\rho_{sw}, \%$ | C16/20    |           |           | C35/45    |           |           |
|------------------|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                  |                 | $a_v=100$ | $a_v=175$ | $a_v=250$ | $a_v=100$ | $a_v=175$ | $a_v=250$ |
| 6                | 0,094           | 1,09      | 1,11      | 1,02      | 1,11      | 1,10      | 1,01      |
| 8                | 0,168           | 1,33      | 1,18      | 1,12      | 1,17      | 1,15      | 1,11      |
| 10               | 0,262           | 1,42      | 1,27      | 1,20      | 1,33      | 1,25      | 1,18      |
| 12               | 0,377           | 1,63      | 1,40      | 1,32      | 1,42      | 1,35      | 1,29      |

З точки зору обмеження деформацій розтягу, найбільшу ефективність повинна мати арматура, розміщена вздовж напрямку найбільших зусиль розтягу

в бетоні, перпендикулярно до напрямку найбільших зусиль стиску. На рис. 3.10, а показано траєкторії головних напружень стиску та розтягу, із якого можна зробити висновок про оптимальний кут нахилу поперечного армування (у даному випадку він складає  $\alpha = 30 - 35^\circ$ ). Звісно, цей кут може бути різний залежно від геометрії консолі, розташування та напрямку навантаження, та й безпосередньо від кількості та розміщення поздовжньої та поперечної арматури. На рис. 3.10, б показано графіки «переміщення-навантаження» для консолей із різним кутом нахилу поперечної арматури, із якого видно, що армування похилими стержнями є більш ефективним, зокрема, опір консолі збільшується на 10–15%.

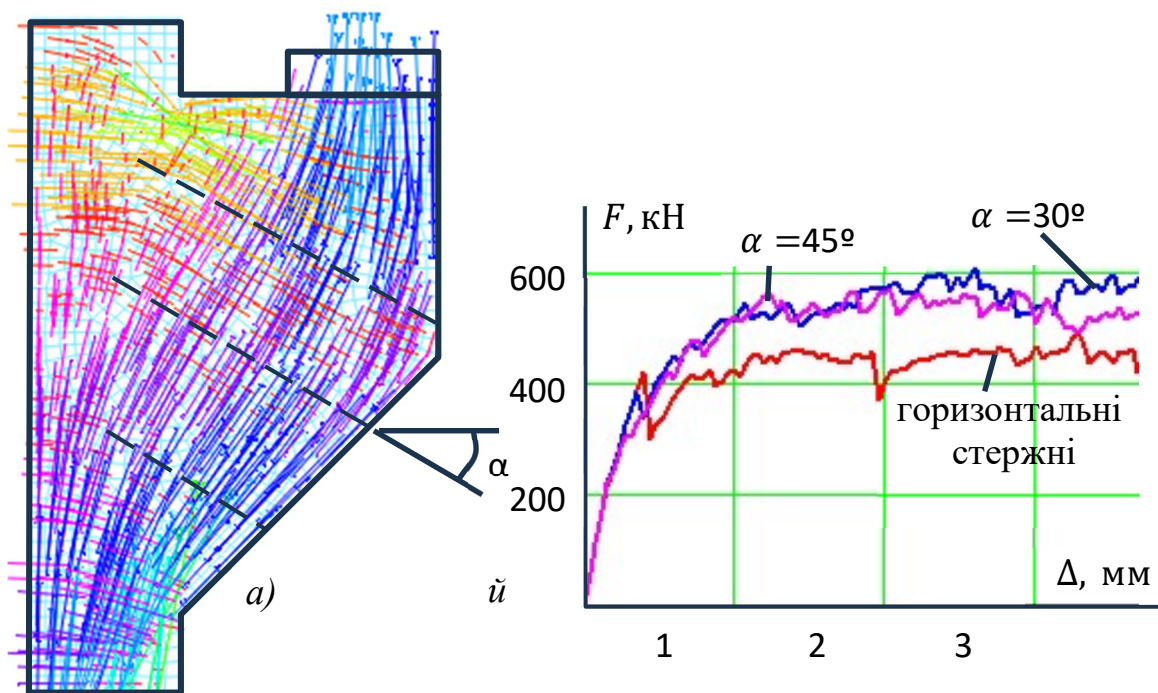


Рисунок 3.10 – Траєкторії головних напружень стиску (а) та графіки «переміщення-навантаження» для консолей із різним кутом нахилу поперечної арматури (б)

В таблиці 3.2 наведено відношення несучої здатності консолей з похилим поперечним армуванням до несучої здатності консолей без поперечного армування.

Таблиця 3.2 Вплив похилого поперечного армування  
на несучу здатність залізобетонних консолей

| Ø                                      | $\rho_{sw}, \%$ | C16/20    |           |           | C35/45    |           |           |
|----------------------------------------|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                                        |                 | $a_v=100$ | $a_v=175$ | $a_v=250$ | $a_v=100$ | $a_v=175$ | $a_v=250$ |
| Поперечне армування з кутом нахилу 30° |                 |           |           |           |           |           |           |
| 6                                      | 0,094           | 1,14      | 1,03      | 1,01      | 1,11      | 1,06      | 1,09      |
| 8                                      | 0,168           | 1,24      | 1,16      | 1,21      | 1,14      | 1,21      | 1,19      |
| 10                                     | 0,262           | 1,44      | 1,35      | 1,35      | 1,28      | 1,25      | 1,20      |
| 12                                     | 0,377           | 1,75      | 1,54      | 1,37      | 1,56      | 1,48      | 1,34      |
| Поперечне армування з кутом нахилу 45° |                 |           |           |           |           |           |           |
| 6                                      | 0,094           | 1,33      | 1,11      | 0,98      | 1,03      | 0,97      | 1,02      |
| 8                                      | 0,168           | 1,39      | 1,20      | 1,15      | 1,12      | 1,04      | 1,05      |
| 10                                     | 0,262           | 1,61      | 1,41      | 1,23      | 1,32      | 1,15      | 1,19      |
| 12                                     | 0,377           | 1,84      | 1,64      | 1,32      | 1,44      | 1,30      | 1,25      |

Загалом результати моделювання консолей з поперечним армуванням вказують на його суттєвий вплив на несучу здатність коротких консолей, а також демонструють складні зв'язки між несучою здатністю, класом бетону, кутом нахилу арматури та розміщенням навантаження.

### 3.1.4 Дослідження впливу ширини площадки опирання

Ширина опорної площадки є важливим конструктивним параметром, оскільки впливає на розподіл локальних напружень під навантаженням та може призводити до руйнування бетону від зминання або ж змінити напружено-деформований стан таким чином, що це спричинить зміну несучої здатності за умов руйнування від зсуву. Для оцінювання цього впливу було проведено серію розрахунків консолей з горизонтальним поперечним армуванням у кількості 0,262% при варіюванні ширини площадки від 50 до 200 мм для різних бетонів та при різному розміщенні навантаження (таблиця 3.3).

Таблиця 3.3 – Несуча здатність залізобетонних консолей  
при зміні ширини опорної площадки

| Ширина<br>опорної<br>площадки,<br>мм | C16/20               |           |           | C35/45    |           |           |
|--------------------------------------|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                                      | $a_v=100$            | $a_v=175$ | $a_v=250$ | $a_v=100$ | $a_v=175$ | $a_v=250$ |
|                                      | Несуча здатність, кН |           |           |           |           |           |
| 200                                  | 722                  | 641       | 520       | 1100      | 1180      | 1090      |
| 150                                  | 700                  | 592       | 479       | 1070      | 855       | 895       |
| 100                                  | 592                  | 430       | 462       | 1033      | 752       | 925       |
| 50                                   | 518                  | 407       | 445       | 1003      | 711       | 682       |

Результати моделювання демонструють закономірне зниження несучої здатності консолей при зменшенні ширини опорної площадки з 200 мм до 50 мм. Несуча здатність знижується до 40% залежно від відносного прольоту зрізу та класу бетону.

У всіх випадках, що досліджувались, у тому числі й при найменшій ширині площадки 50 мм, характер руйнування був однаковим – від зрізу. При цьому площина зрізу розміщувалась в різних зонах консолі (рис. 3.11).

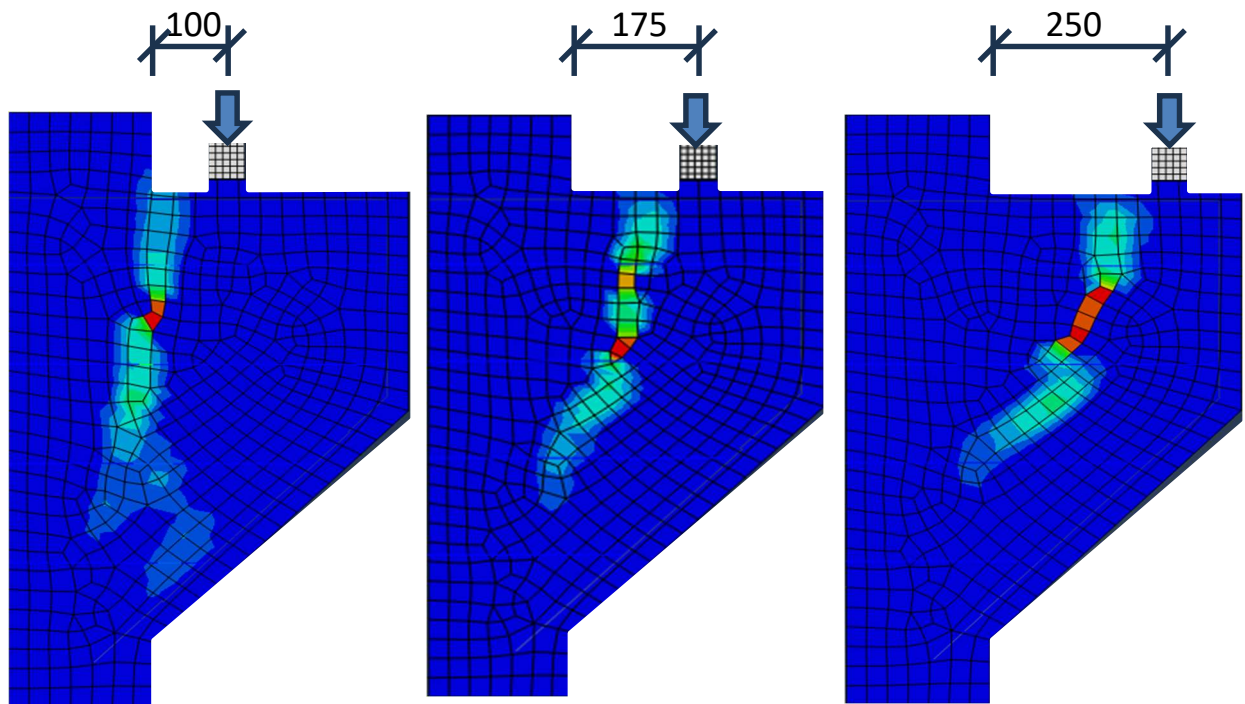


Рисунок 3.11 – Зони пластичних деформацій у консолях  
з шириною опорної площадки 50 мм

### 3.2 Дослідження напружено-деформованого стану залізобетонних шпонкових з'єднань

Шпонкові з'єднання залізобетонних елементів забезпечують сумісну роботу залізобетонних несучих конструкцій, зокрема роботу ригелів і колон. Незважаючи на єдиний принцип передачі навантаження через шпонкове з'єднання, його конфігурація може суттєво відрізнятися, що приводить до різних форм руйнування. Напружений стан матеріалу шпонкових з'єднань характеризується складною картиною розподілу напружень через особливості форми шпонки, крайових умов, нелінійну роботу бетону в передруйнівній стадії та нелінійність умов контакту. Зважаючи на це, такі з'єднання потребують значних спрощень схеми руйнування, що потребує верифікації експериментальними випробуваннями. Водночас, метод скінченних елементів дає змогу отримати детальну картину розподілу напружень і деформацій із урахуванням геометричних параметрів стику, нелінійної роботи матеріалу, особливостей контактної взаємодії із елементами, що з'єднуються.

Шпонкові стики залізобетонних елементів мають кілька варіантів можливого руйнування, основними з яких є руйнування шва із утворенням тріщини між протилежними кутами шпонок, руйнування шляхом відриву, зріз шпонки та зминання під опорними поверхнями (рис. 3.12).

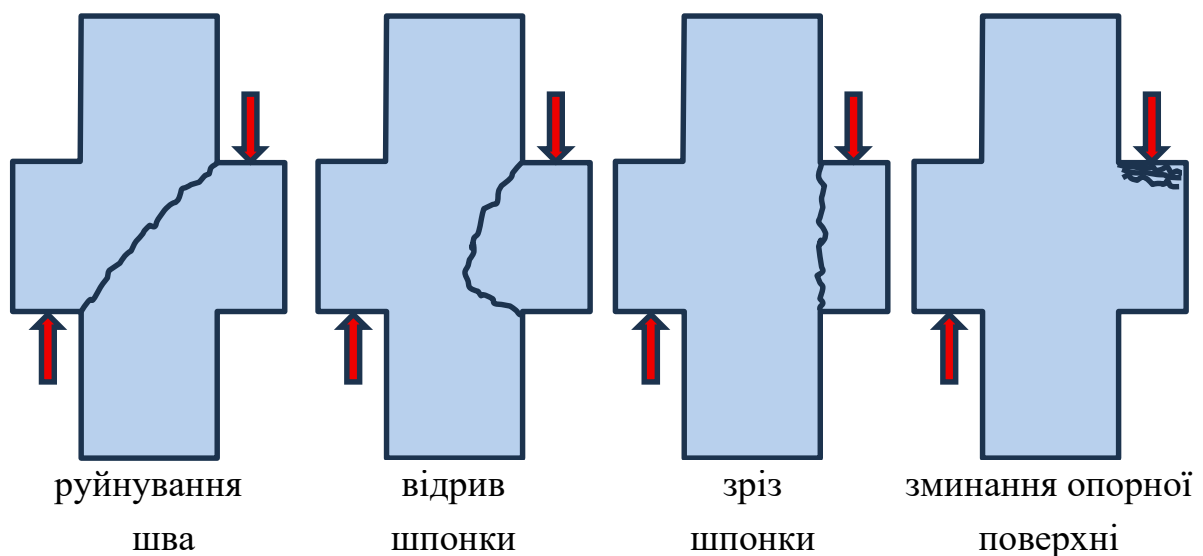


Рисунок 3.12 – Основні варіанти руйнування шпонкового стику

Поведінку шпонкових стиків досліджено в програмному комплексі Abaqus з урахуванням нелінійної поведінки матеріалів (фізична нелінійність), особливостей опору розтягнутого бетону та взаємодії контактних поверхонь.

Зважаючи на особливості взаємодії елементів шпонкового стику в будівельних конструкціях, напружений стан матеріалу стику є близьким до плоского, прийнято рішення досліджувати двовимірну задачу, що значно полегшує моделювання й аналіз результатів.

Бетон шпонки зазвичай має нижчі міцнісні характеристики порівняно з бетоном елементів, що з'єднуються, тому руйнування передбачається саме в матеріалі шпонки. Проте і в цьому випадку доцільно залишати в скінченноелементній моделі деяку частину матеріалу елементів з'єднання, що взаємодіють з матеріалом шпонки, так як жорсткість цих елементів може вплинути на загальний напружено-деформований стан стику.

Взаємодія поверхонь шпонки та елементів, що з'єднуються, врахована як у нормальному (абсолютно жорсткий контакт), так і у дотичному (з коефіцієнтом тертя 0,7) напрямках, що забезпечує відтворення реальної взаємодії контактних поверхонь. Налаштування контакту встановлені такими, що дозволяють його вільне розмикання, тобто виключають можливість утворення напружень розтягування між контактними поверхнями.

У моделі застосовано плоскі скінченні елементи типу CPS3. Попередньо проведено перевірку чутливості до розміру елементів, що підтвердила збіжність результатів при густоті сітки не менше 8-10 скінченних елементів на одиницю довжини характерного розміру. Розрахунок виконано в режимі Dynamic Explicit з увімкненою геометричною нелінійністю й автоматичним керуванням кроком.

Розміри моделі та крайові умови задачі показані на рис. 3.13. Крайові умови задавались виключно кінематичними, в тому числі і на площадці прикладання навантаження, яке прикладалось у вигляді контрольованого переміщення. Це дозволяє більш точно зафіксувати значення максимального навантаження та отримати повну діаграму «переміщення – навантаження» із низхідною ділянкою.

Характеристики бетону шпонки приймалися відповідно до рекомендацій Єврокоду [38], зокрема, враховано міцність при стисканні  $f_c$ , міцність при розтягуванні  $f_{ct}$ , та діаграму стиску бетону з низхідною гілкою. Питома енергія руйнування при утворенні тріщини  $G_f$  варіювалась у широких межах, бо різні джерела містять різні рекомендації щодо цього параметра. Так, найбільш поширеною є емпірична формула  $G_f = 73f_c^{0,18}$ , що рекомендована [37]. Старіші рекомендації СЕВ-FIB 1993 [113] пропонують залежність  $G_f = (25 \dots 58)(0,1f_c)^{0,7}$  залежно від розміру заповнювача.

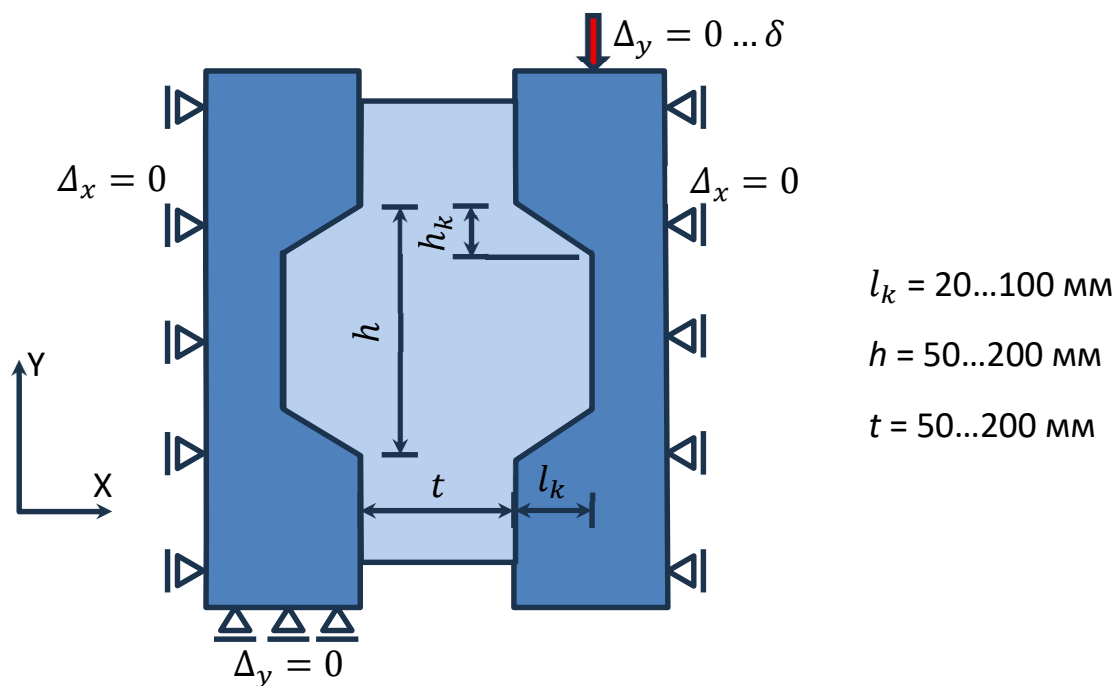


Рисунок 3.13 – Крайові умови задачі та розміри моделі

Причому, значення, отримані за цими залежностями, відрізняються більше ніж удвічі. Слід додати, що, наприклад, для фібробетону значення цього параметра може бути суттєво більшим із-за відносно високої деформативності фіброволокон при розтягуванні в процесі тріщиноутворення бо загалом питома енергія руйнування  $G_f$  залежить як від міцності бетону на розтягування так і від його деформативності (від довжини діаграми розтягування бетону).

Як показали попередні результати, при базових налаштуваннях моделі у більшості випадків діаграма «переміщення - навантаження» має осциляції

(рис. 3.14), які можуть бути подолані шляхом примусового додавання параметрів в'язкості моделі. Проте, рекомендовані у багатьох дослідженнях, зокрема у [28], значення лінійного та квадратичного коефіцієнтів параметра в'язкості, що складають, відповідно 0,06 та 1,2 не вирішують проблеми осциляцій (рис. 3.14, *a*). Плавності діаграм «переміщення - навантаження» (рис. 3.14, *c*) вдалося досягти лише кратному збільшенні цих коефіцієнтів.

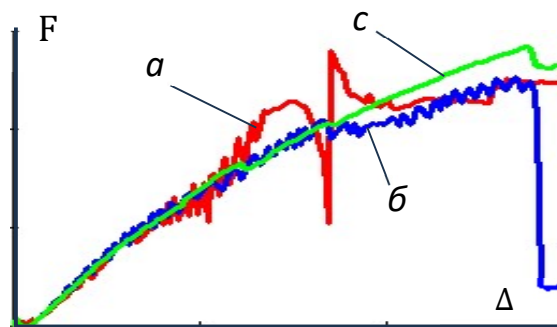


Рисунок 3.14 – Діаграма «переміщення - навантаження» при різних налаштуваннях в'язкості моделі: *a*)  $b_1 = 0,06$ ,  $b_2 = 1,2$  (default);  
*б*)  $b_1 = 0,2$ ,  $b_2 = 4$ ; *с*)  $b_1 = 1$ ,  $b_2 = 20$

Дослідження поведінки бетонного стику при різних розмірах вказує на різні можливі способи його руйнування. Характер руйнування оптимально оцінювати шляхом візуального аналізу розподілення пластичних деформацій розтягування при сильно збільшених переміщеннях. Реалізація різних варіантів руйнування, показана на рис. 3.15.

Для першого варіанту руйнування характерно утворення пластичних деформацій розтягу між протилежними кутами шпонки, які в рази перевищують деформації в інших її частинах (рис. 3.15, *a*).

При відриві шпонки (рис. 3.15, *б*) розвиваються подібні пластичні деформації, але вони не перетинають весь стик, а локалізуються поблизу шпонки. Такий вид руйнування спостерігається при більших відношеннях довжини шпонки до її висоти.

У випадку незначної площі опорних поверхонь спостерігається їх зминання, що супроводжується значними напруженнями внаслідок недостатньої площадки передачі навантаження (рис. 3.15, в).

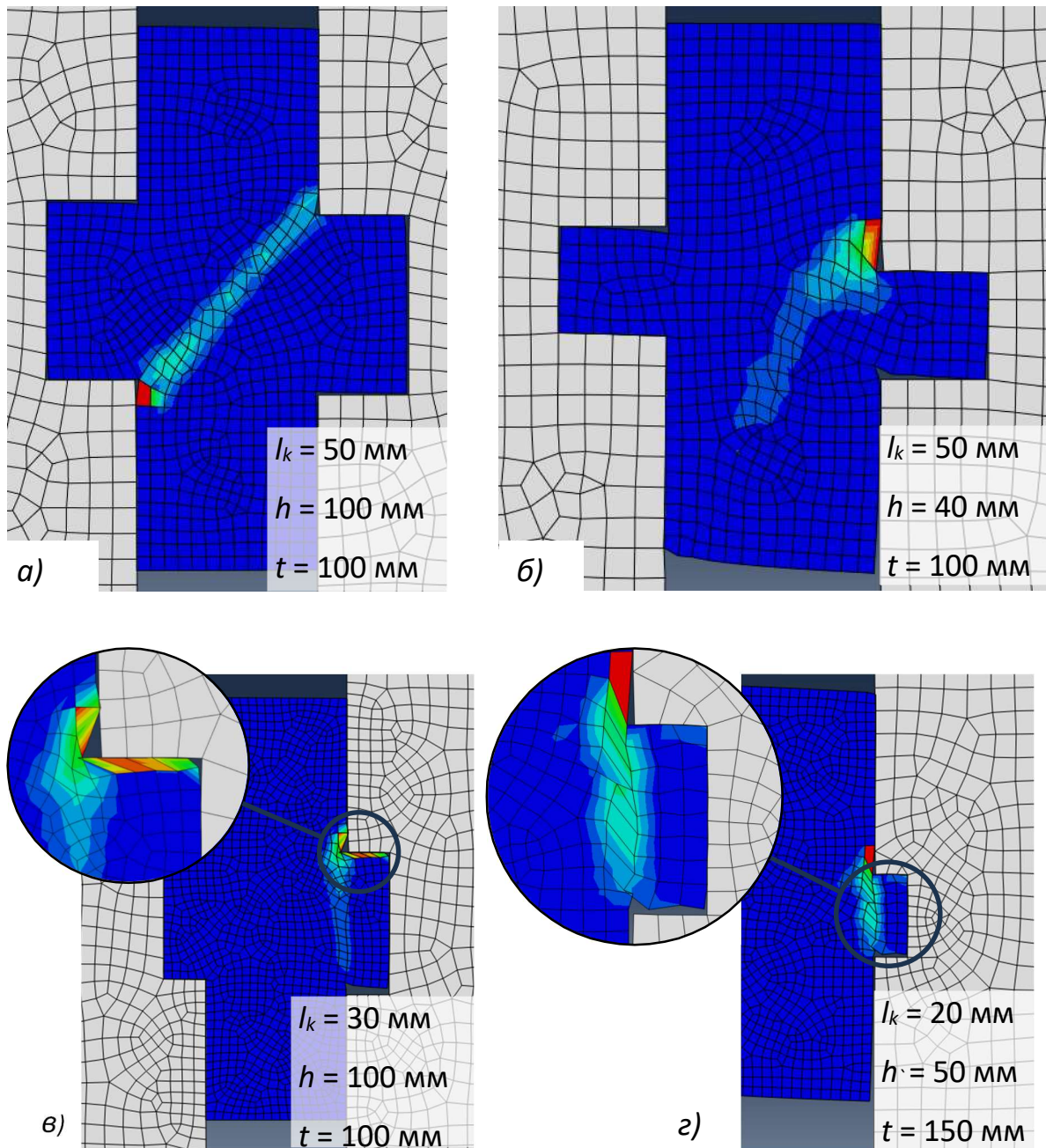


Рисунок 3.15 – Характер руйнування шпонкових стиків за результатами чисельного моделювання:

- а) утворення тріщини між протилежними кутами шпонок;
- б) відрив шпонки; в) зминання опорної поверхні шпонки; г) зріз шпонки

Зріз шпонки (рис. 3.15, з) відбувається за умови недостатньої площі перерізу шпонки та водночас при відносно невеликій її довжині. При цьому пластичне деформування бетону не розповсюджується всередину шва, а залишається сконцентрованим у перерізі примикання шпонки до шва.

Принципово різні механізми руйнування по різному «використовують» механічні характеристики бетону. Є очевидним, що при зминанні опорної поверхні опір забезпечує саме міцність бетону на стискання, у той час як для інших двох характерів руйнування важливішим параметром буде міцність при розтягуванні.

Так, при підвищенні міцності бетону на стискання на 50% (при всіх інших незмінних параметрах), несуча здатність стику при руйнуванні за наскрізною тріщиною збільшується лише на 3%, при відриві та зрізанні – на 7%, а при зминанні – на 30%. Тобто, підвищення класу бетону, коли суттєво зростає тільки міцність на стискання, буде ефективним переважно для випадків, для яких більш вірогідним є зминання опорних поверхонь.

Підвищення міцності бетону на розтягування (у разі незмінних значень деформацій) приводить до пропорційного збільшення питомої енергії руйнування при розтягуванні, тому ці параметри в дослідженні змінювалися одночасно. Їх збільшення на 50% показало підвищення несучої здатності на 35–40% при різних значеннях ширини стику у випадку руйнування стику (рис. 3.15, а). У випадку ж руйнування від відриву шпонки (рис. 3.15, б) відповідне збільшення склало лише 13%.

Бетони з включеннями, що збільшують тріщиностійкість (фібробетони) мають значно вищу питому енергію руйнування через збільшені граничні деформації, хоча це може і не супроводжуватися суттєвим збільшенням міцності при розтягуванні. Тому було проведено більш детальне дослідження впливу питомої енергії руйнування при розтягуванні у межах  $G_f = 40 \dots 120 \text{ Дж/м}^2$ , яке показало збільшення несучої здатності на 20–25% лише для випадку руйнування шва і лише при збільшенні від 40 до 60 Дж/м<sup>2</sup>. Подальше підвищення цього

параметра до  $120 \text{ Дж/м}^2$  не приводило до суттєвих змін несучої здатності, а тільки розширювало ділянку деформацій в зоні максимального навантаження.

### 3.2.1 Дослідження опору шпонкового шва

У випадку руйнування шпонкового шва за схемою, показаною на рис. 3.15, *a*, визначальними параметрами, що впливають на опір шва, мають бути міцність бетону на розтяг, площа та кут нахилу площини руйнування. Якщо розглядати відносний опір шва, то геометричні параметри можна замінити відношенням вертикальної до горизонтальної проекції площини руйнування  $h/t$ .

Індикатором такого типу руйнування у результатах моделювання є виникнення надмірних значень пластичних деформацій по всій довжині лінії між кутами протилежних шпонок (рис. 3.15, *a*).

В дослідженні проведено моделювання опору шпонкових швів із прямокутними та трапецієвидними шпонками з точки зору впливу на несучу здатність класу бетону, геометрії площадки руйнування (величини  $h/t$ ). Одночасно перевірявся можливий вплив геометрії шпонки. Розміри моделі варіювалися у наступних межах:

- ширина шва  $t = 50 \dots 200 \text{ мм}$ ;
- довжина шпонки  $l_k = 15 \dots 80 \text{ мм}$ ;
- висота шпонки  $h = 30 \dots 100 \text{ мм}$ ;
- нахил робочих граней шпонки  $h_k/l_k = 0 \dots 1,4$ ;
- клас бетону C16/20 та C35/45.

При даних параметрах більшість випадків руйнування були саме за плоским перерізом, що розміщується між протилежними кутами шпонок (рис. 3.16). Тут показано результати моделювання при ширині шва 50 мм, довжині шпонки 15 мм та варіюванні інших геометричних параметрів (висоти зрізу та кута нахилу опорних поверхонь). Кольором виділено зони прогресуючих пластичних деформацій розтягу.

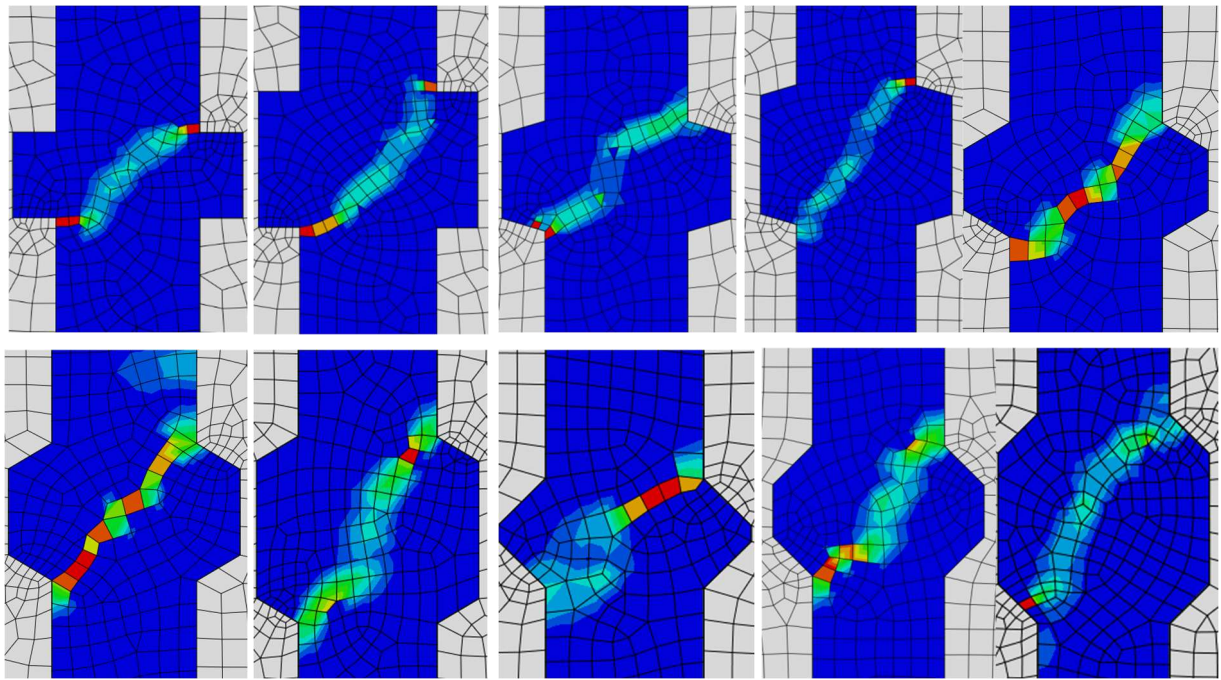


Рисунок 3.16 – Випадки руйнування шва між протилежними кутами шпонок при різних геометричних параметрах моделі

Проте, у деяких випадках руйнування відбувалося за іншими схемами, зокрема, за неплоским перерізом (рис. 3.17) та за перерізом, що виходить за межі висоти шпонок (рис. 3.1).

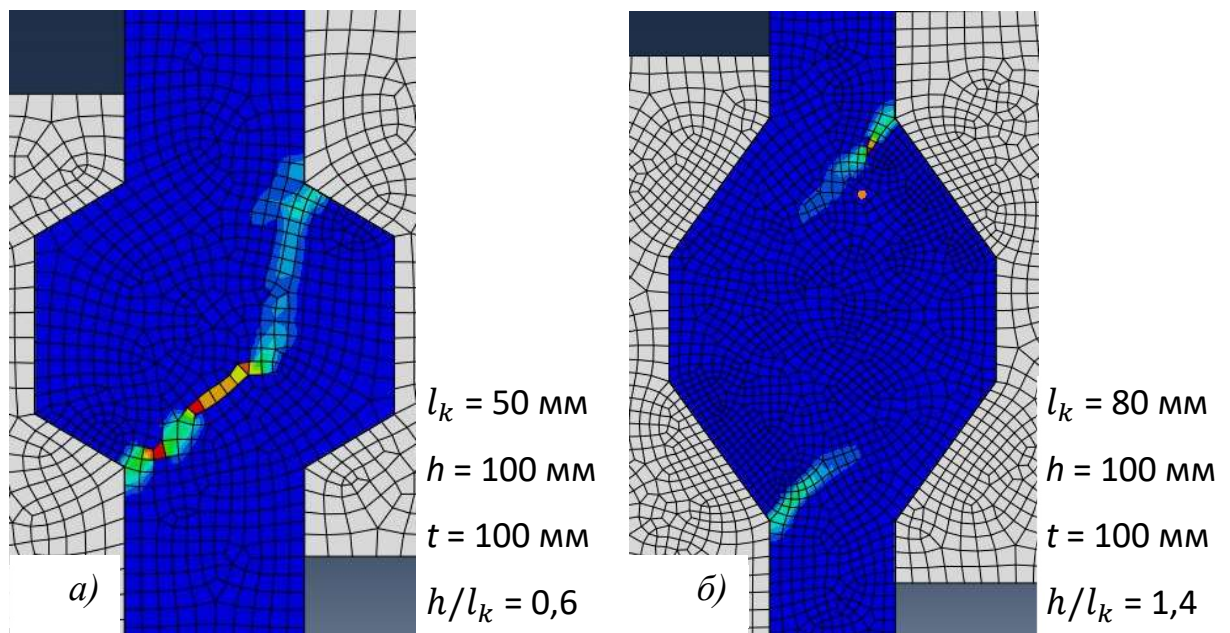


Рисунок 3.17 – Випадки руйнування шпонкового шва за неплоскими перерізами

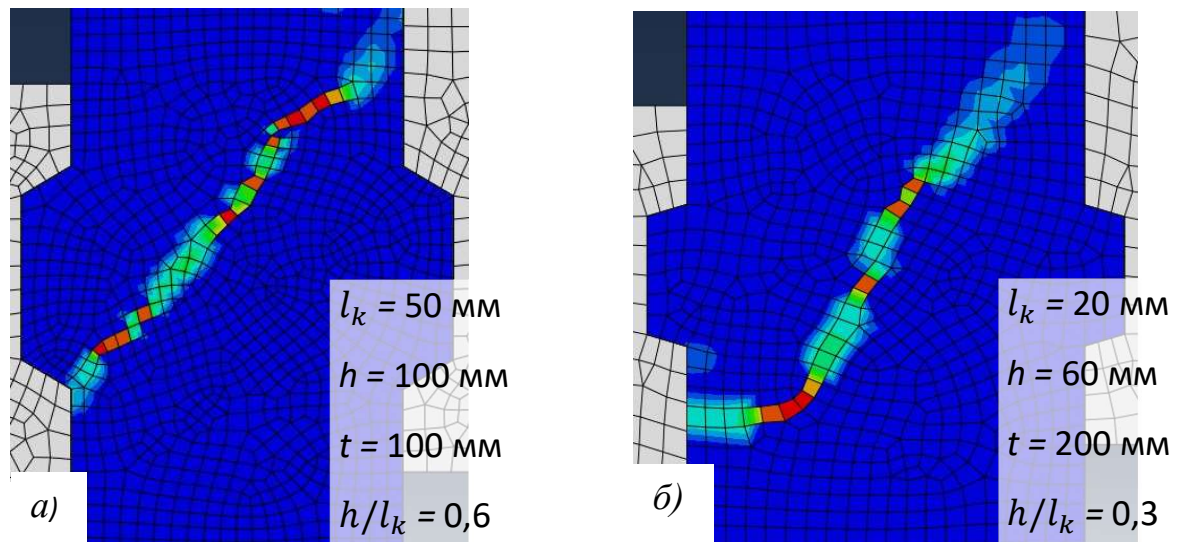


Рисунок 3.18 – Випадки руйнування шпонкового шва за перерізом, що виходить за межі висоти шпонок

У всіх розглянутих випадках залежності «навантаження-переміщення» є схожими, з явно виділеним екстремумом та у більшості випадків – з різким спаданням навантаження після проходження екстремуму (рис. 3.19).

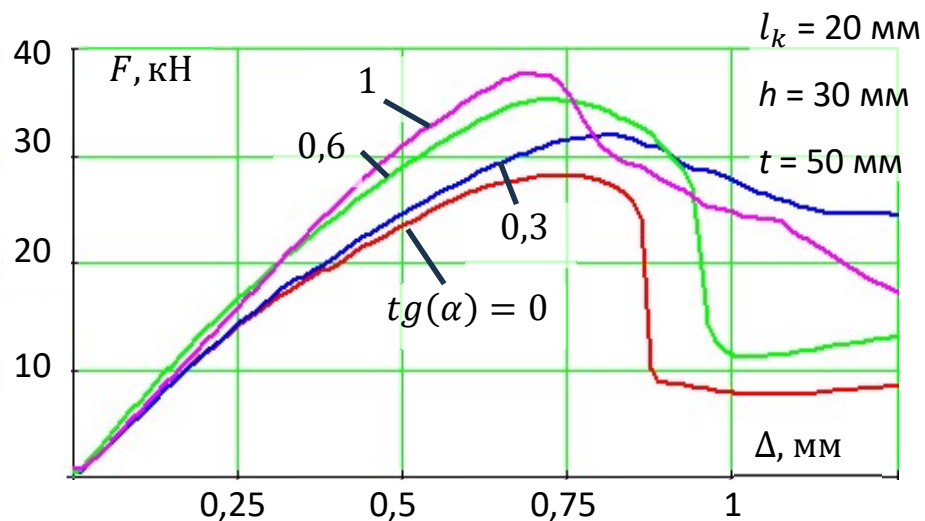


Рисунок 3.19 – Залежності «навантаження-переміщення» в стику з різними кутами нахилу граней

Помічено, що при різних геометричних параметрах шпонки максимально досягнуте значення навантаження здебільшого залежить від площі поверхні руйнування та менше – від її нахилу. Так, практично для всіх досліджених

випадків відношення максимально досягнутого навантаження до площі перерізу між протилежними кутами шпонок (найімовірнішої поверхні руйнування)  $F_{max}/A$  для бетону С16/20 спостерігалось в межах від 3 до 4 МПа. Ці значення наведені на рис. 3.20 для всіх досліджених випадків. Різними маркерами позначено результати для шпонок різної довжини.

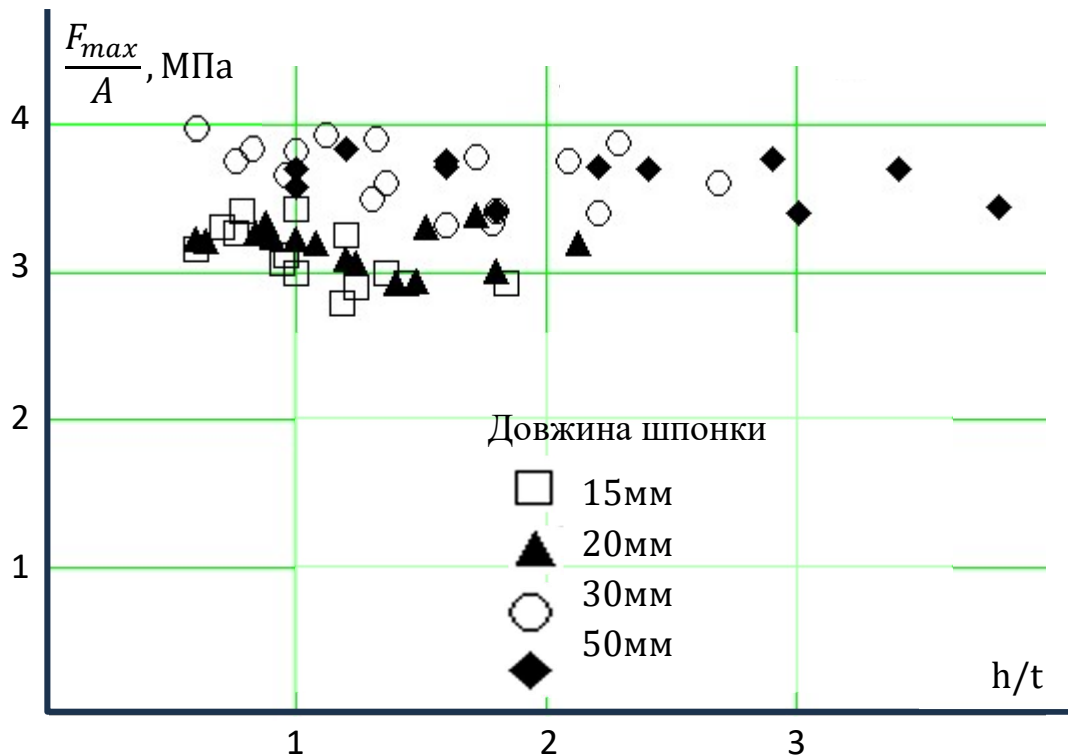


Рисунок 3.20 – Несуча здатність шпонкових швів з різних значення висоти та довжини шпонок

Аналогічні дослідження, проведені для шпонкових швів з бетону класу С35/45, показали подібні результати, але при вищих значеннях відношення максимально досягнутого навантаження до площі перерізу руйнування. Це відношення склало 4,5 – 6, що є пропорційним до збільшення міцності бетону. На рис. 3.21 показані відношення значення  $F_{max}/A$  до міцності бетону на розтяг  $f_{ct}$ , тут спостерігаємо подібні значення для різних бетонів та при різних параметрах геометрії шпонок. Медіанні значення  $F_{max}/(Af_{ct})$  для швів відрізняються несуттєво, зокрема, для бетону С16/20 воно складає 1,79, а для бетону С35/45 – 1,68.

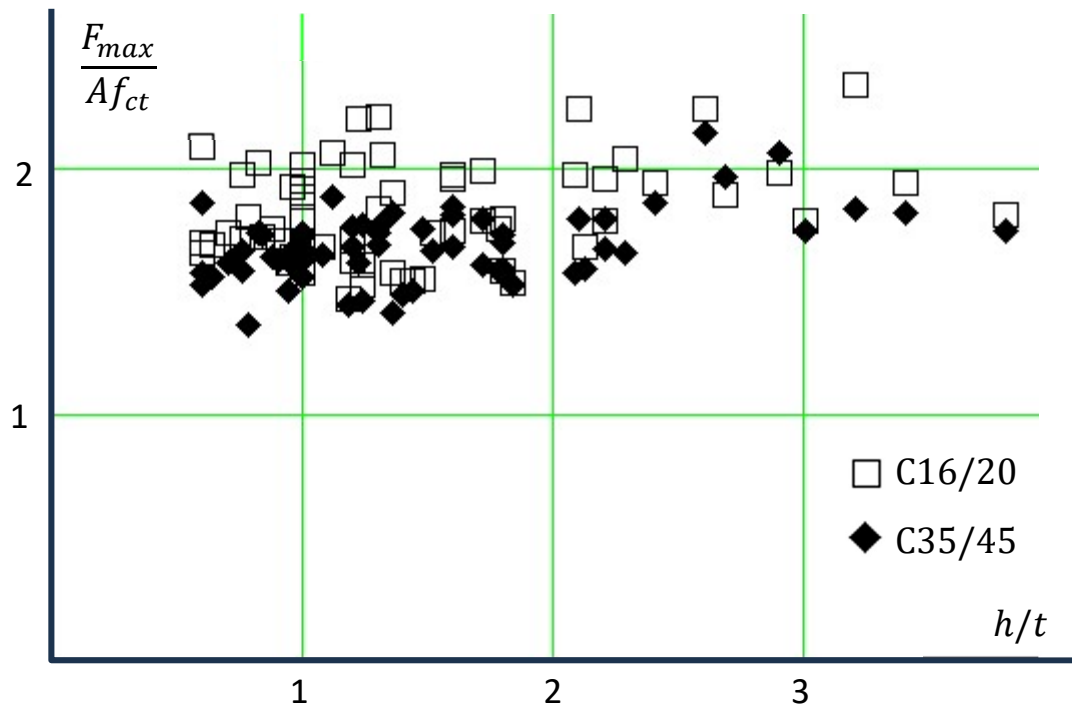


Рисунок 3.21 – Відносні значення несучої здатності шпонкових швів з різними значеннями висоти шпонок та різних класів бетону

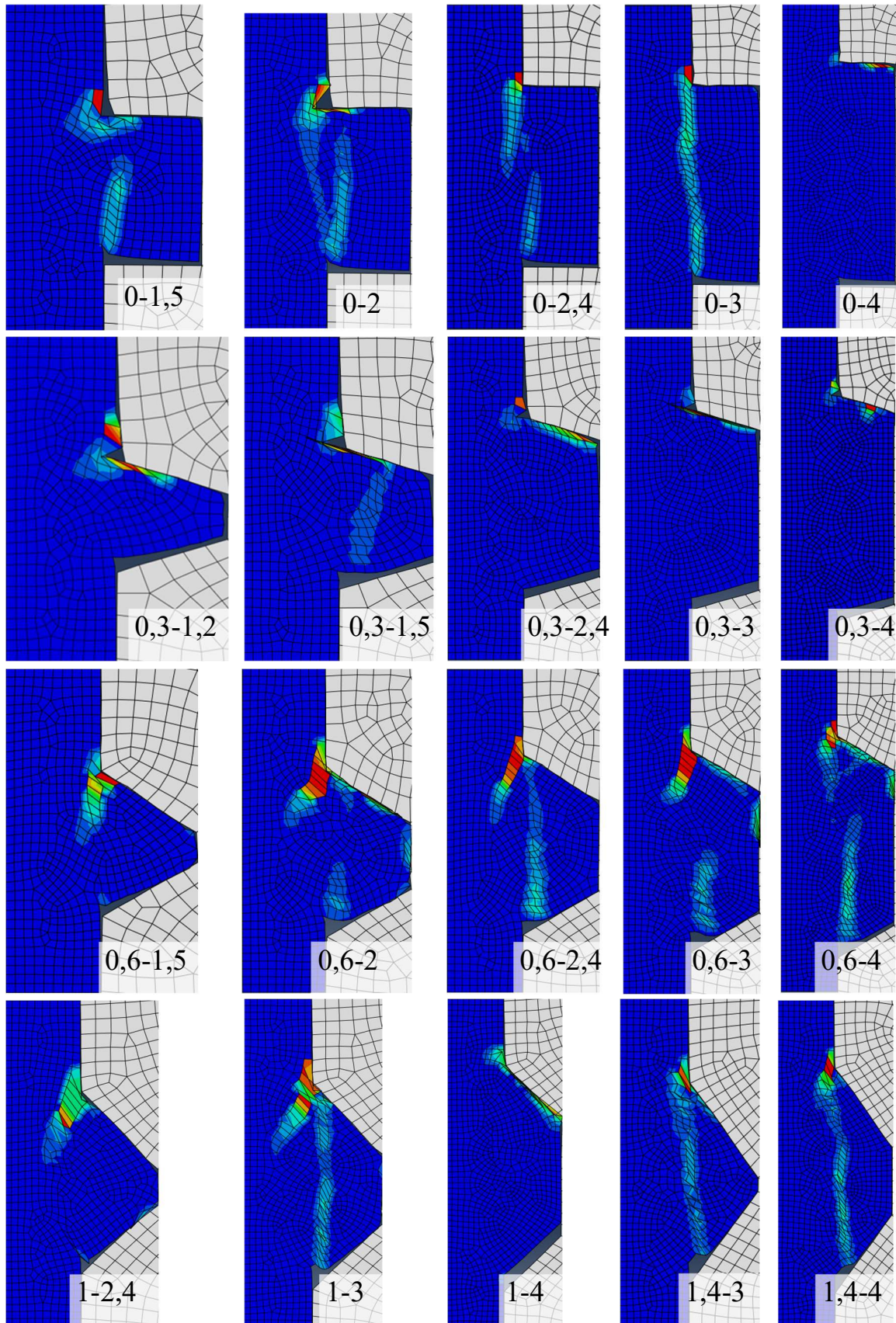
### 3.2.2 Дослідження опору окремих шпонок на зріз та зминання

Зріз шпонки (рис. 3.15, г) спостерігається у випадку недостатньої площі зрізу  $h$ , проте суттєвим фактором впливу може бути геометрія шпонки, що й було досліджено. Характерною ознакою руйнування від зрізу є суттєві пластичні деформації по всій площі зрізу без їх розповсюдження всередину шва.

Зминання опорної поверхні шпонки спостерігається у випадку недостатньої її площі, а характерною ознакою зминання є виникнення великих локальних напружень стиску та відповідних деформацій, які спостерігаються на деформованій схемі з багатократним збільшенням масштабу переміщень.

В роботі досліджено опір прямокутних та трапецієподібних шпонок з різними геометричними параметрами (  $h/l_k = 1 \dots 4$  ,  $h_k/l_k = 0 \dots 1,4$  ) та виявлено межі, при яких відбуваються зріз та зминання шпонки.

На рис. 3.22 показано варіанти руйнування досліджених шпонок з різними геометричними параметрами та позначено тип руйнування.



\* перша цифра –  $h_k/l_k$ , друга цифра –  $h/l_k$

Рисунок 3.22 – Досліджені випадки руйнування шпонок

На рис. 3.23 показано залежність виду руйнування шпонки від відносної висоти  $h/l_k$  та нахилу опорних поверхонь  $h_k/l_k$ . Спостерігаються деякі закономірності впливу цих обох параметрів на вид руйнування шпонки, при цьому збільшення нахилу опорної поверхні суттєво змінює тип руйнування, причому руйнування від зрізу спостерігається як у шпонок без нахилу опорних поверхонь, так і з максимальним їх нахилом.

Зміна класу бетону з C16/20 до C35/45 не приводила до суттєвої зміни характеру руйнування, то ж отримані результати стосуються всіх класів бетонів, що використовуються як матеріал шпонкового стику.

Опір шпонок досліджувався через безрозмірний параметр – відношення усереднених напружень зсуву у вертикальному перерізі шпонки  $F_{max}/(bh)$  до значення  $f_{cm}$  для бетону шпонки. Зведені дані для всіх досліджених моделей показані на рис. 3.24.

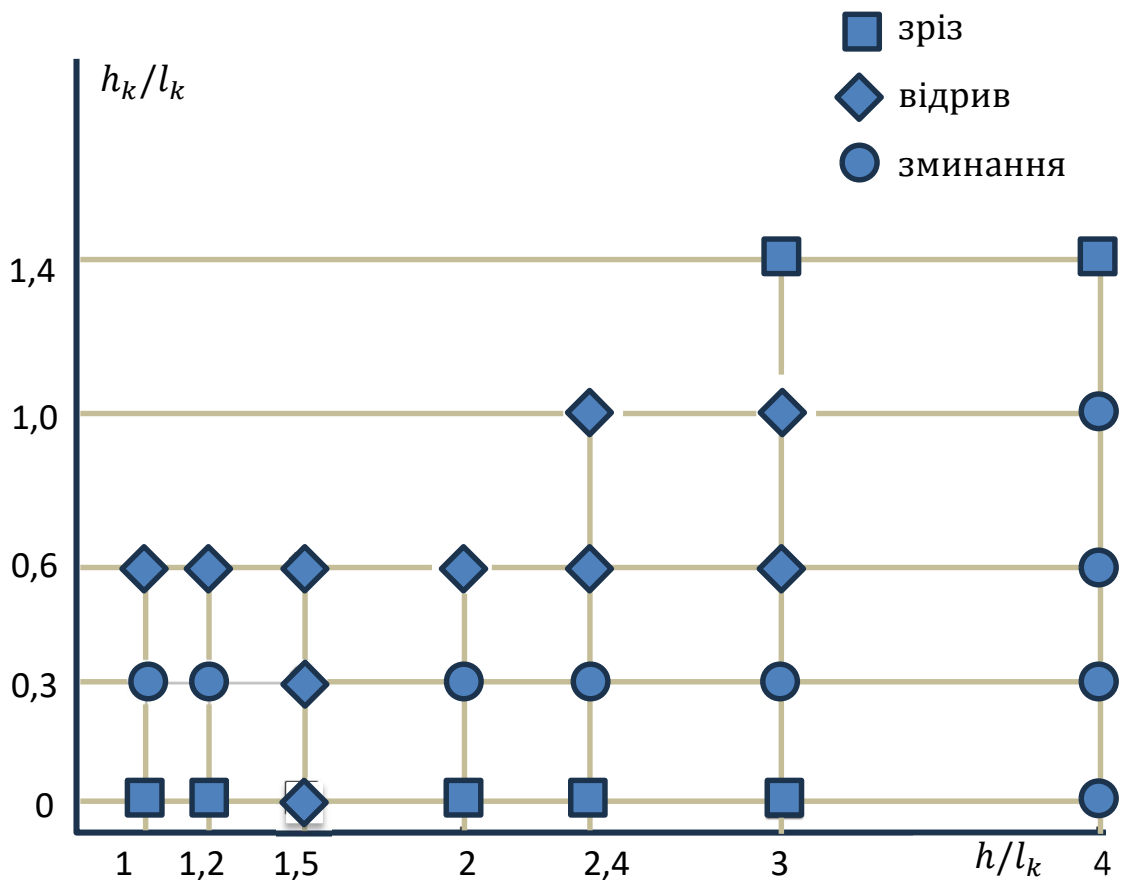


Рисунок 3.23 – Вид руйнування шпонки залежно від відносної висоти та нахилу опорних поверхонь

Результати показують закономірне, проте не суттєве спадання відносного значення опору шпонок у широких межах зміни їх висоти та кута нахилу опорних поверхонь. Причому, різні бетони, при різних типах руйнування шпонки, показують подібні результати. Загалом, руйнуюче напруження зрізу складає 20...30% від міцності бетону  $f_{cm}$ . Нижчі значення для шпонок більшої висоти пояснюються переходом до руйнування від зминання опорних поверхонь.

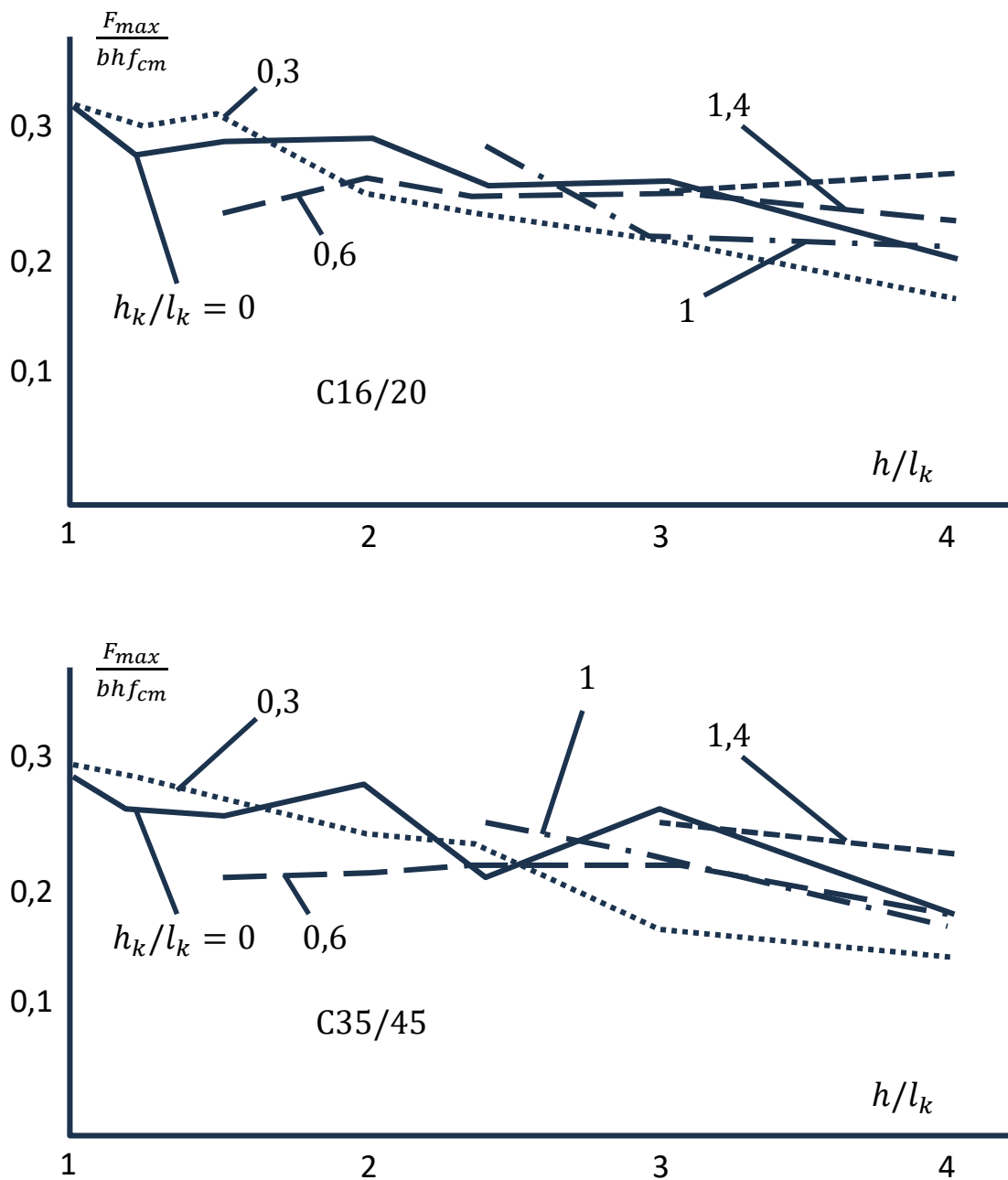


Рисунок 3.24 – Відносний опір досліджених шпонок

### 3.2.3 Вплив армування на міцність шпонкового шва

Арматурні стержні перешкоджають розкриттю тріщин та підвищують надійність з'єднання.

В дослідженні виявлено вплив армування на характер руйнування та несучу здатність шпонкових стиків залізобетонних елементів. Досліджено стики з шпонками прямокутного та трапецієвидного профілю з армуванням одиничними стержнями, що розміщені по осі симетрії шпонок та входять в тіло елементів, що з'єднуються. Для всіх випадків прийнято кількість арматури 1% від площі зрізу шпонки. Моделювання взаємодії арматури та бетону передбачало жорстке поєднання відповідних вузлів скінченноелементної сітки за допомогою інструменту «Embedded Region».

На рис. 3.25 показано характерні криві «навантаження-переміщення» для шпонкових з'єднань різного профілю без армування та з армуванням. Досліджувалися шпонкові шви шириною 100 мм різної висоти та з різними кутими нахилу поверхонь шпонок для бетонів C16/20 та C35/45. У переважній більшості випадків додавання арматури не приводило до відчутної зміни несучої здатності незалежно від форми та довжини шпонок а також класу бетону. Спостерігалось лише незначне збільшення деформацій в зоні максимального навантаження для армованих з'єднань.

У армованих зразках напруження в арматурі досягало межі текучості лише локально у місцях переходу від шпонки до елементів, що з'єднуються. На інших ділянках напруження були значно нижчими.

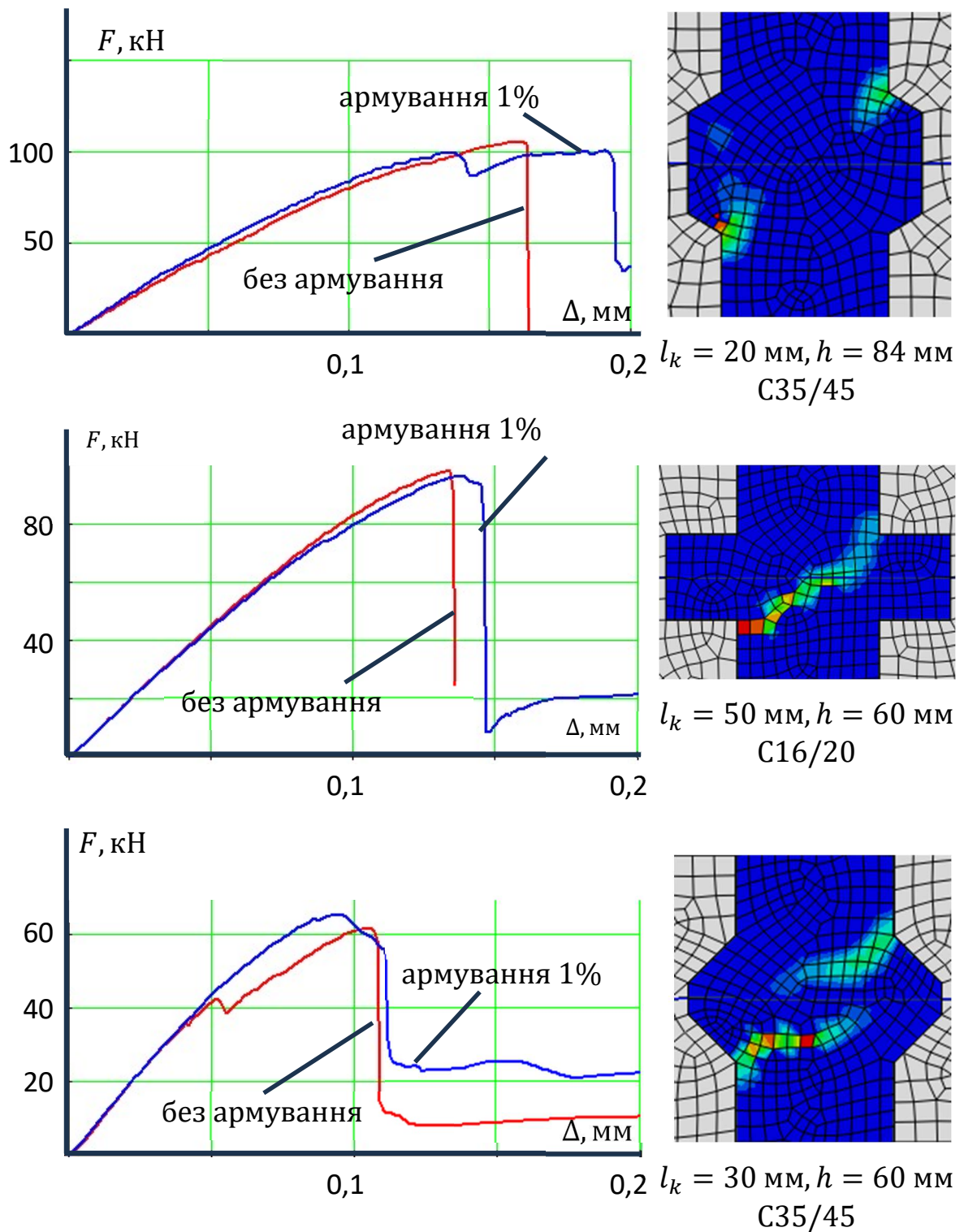


Рисунок 3.25 – Залежності «навантаження-переміщення» для шпонкових з'єднань без армування та з армуванням

### 3.2.4 Зусилля обтиснення в шпонкових швах

Всі досліджені випадки руйнування шпонкового з'єднання передбачали виконання крайових умов, показаних на рис. 3.13, зокрема, відсутність відносних

горизонтальних переміщень елементів, що з'єднуються. На практиці такі умови виникають через жорсткість конструкцій у горизонтальному напрямку та через наявність арматури, що проходить крізь шов. Деякі експериментальні дослідження шпонок показують результати впливу величини обтиснення на їх опір [74, 113].

В даному дослідженні отримано результати опору стику при попередньому обтисненні зусиллям  $P$ , що складає 15% та 30% від міцності на стиск перерізу, що відповідає площі зрізу  $f_{cd}A_{sh}$ . На рис. 3.26 показані залежності збільшення опору шпонки від величини попереднього обтиснення для прямокутних та трапецієподібних шпонок із різним відношенням довжини шпонки до її висоти  $h/l_k$  та нахилом опорних поверхонь  $h_k/l_k$  (порівняно із шпонками без обтиснення).

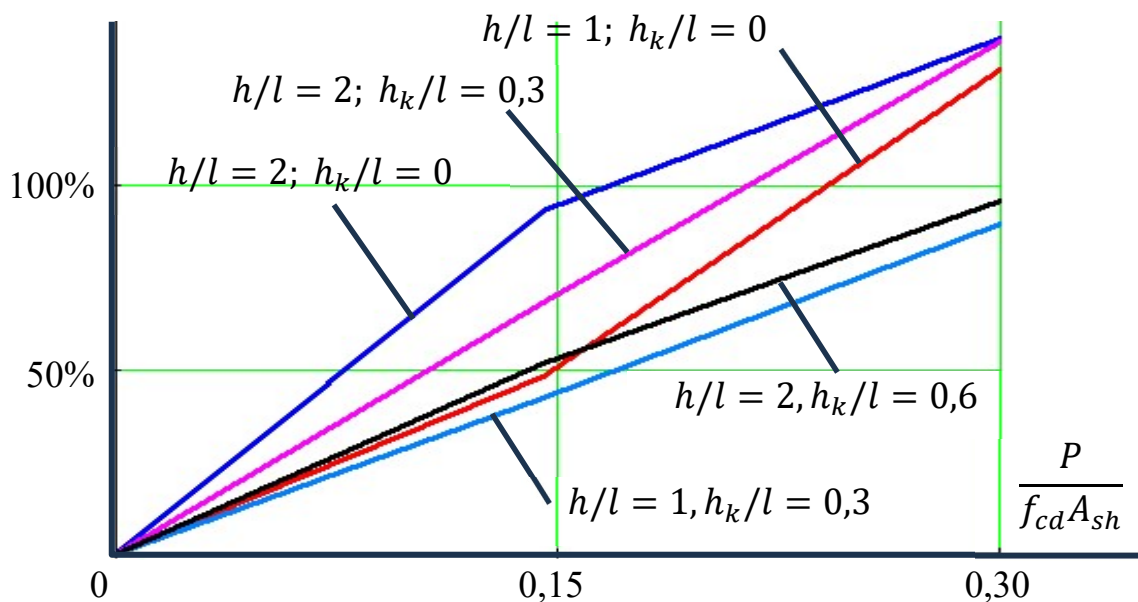


Рисунок 3.26 – Збільшення опору при попередньому обтисненні стику

Результати вказують на закономірне зростання опору при підвищенні обтиснення і це зростання є суттєвим – до 140% (в 2,4 рази), що вказує на резерви несучої здатності шпонкових з'єднань при забезпеченні надійного обмеження відносних переміщень елементів, що з'єднуються.

Також досліджено фактичні значення зусиль обтиснення, що фіксувались паралельно з фіксуванням навантаження. На рис. 3.27 показані типові залежності навантаження та горизонтального розпору від переміщень у системі. У більшості випадків спостерігається пропорційність між цими значеннями протягом всього процесу завантажування, а значення обтиснення складали 20–30% від значення навантаження.

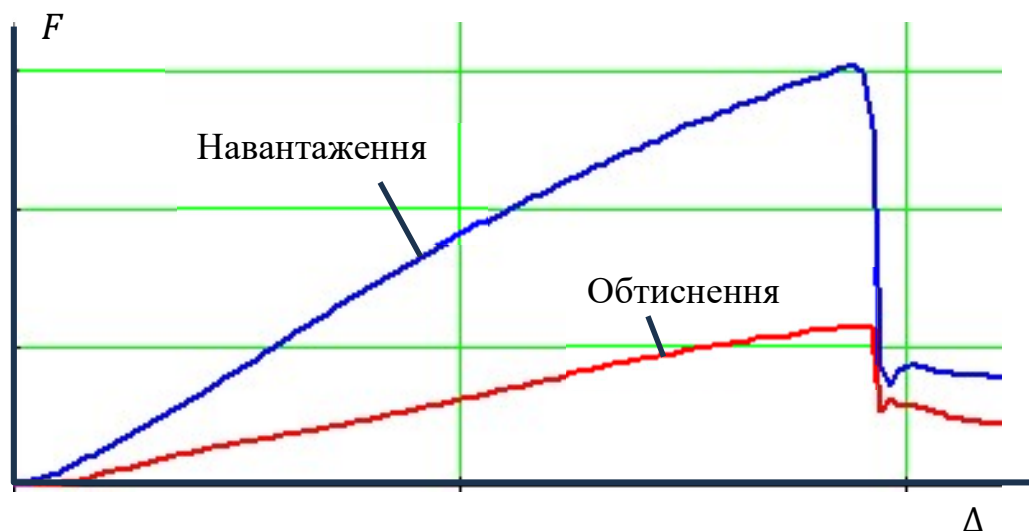


Рисунок 3.27 – Залежності навантаження та розпору від переміщень

### 3.3 Висновки за розділом 3

1. Результати моделювання залізобетонних консолей показують характер руйнування, подібний до руйнування експериментальних зразків. Моделі коротких консолей з поперечним армуванням вказують на його суттєве підвищення (у багатьох випадках до 90%) на несучу здатність. Підвищення несучої здатності залежить переважно від відсотку армування, у той час як положення навантаження та нахил поперечної арматури мають суттєво менший або ж непрогнозований вплив.

2. Результати моделювання шпонкових стиків з різними геометричними параметрами показують такі ж можливі випадки руйнування, як і в експериментах (руйнування шва, зріз шпонки, відрив шпонки та зминання опорних поверхонь).

3. Руйнування одношпонкового стику у переважній більшості випадків відбувається шляхом утворення похилої тріщини, що проходить через шов між протилежними кутами шпонок. Різні параметри шпонок та шва показують близькі значення відносної несучої здатності шва, зокрема, значення  $F_{max}/Af_{ct}$  складає 1,5...2.

4. Відносна несуча здатність  $F_{max}/A_{sh}f_{cm}$  одиничних шпонок, що руйнуються від зрізу, складає значення в межах від 2 до 3 і зменшується із збільшенням висоти шпонки відносно її довжини.

5. Спостерігається суттєве обтиснення шпонки в процесі її деформування (20–30% від навантаження), що, в умовах обмежених горизонтальних переміщень, значно підвищує опір з'єднання. Це забезпечується загальною жорсткістю конструкції та надійним армуванням з'єднання.

## РОЗДІЛ 4 МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ КОРОТКИХ КОНСОЛЕЙ ТА ШВІВ ШПОНКОВИХ З'ЄДНАНЬ ВАРІАЦІЙНИМ МЕТОДОМ У ТЕОРІЇ ПЛАСТИЧНОСТІ

### 4.1 Суть визначення несучої здатності залізобетонних елементів варіаційним методом

Ефективність використання варіаційного методу теорії пластичності бетону для визначення несучої здатності залізобетонних елементів підтверджена теоретичними [70, 95] та експериментальними [68, 100, 110, 114] дослідженнями.

Застосування методу базується на гіпотезі одночасного руйнування за цілим перерізом пластичного деформування бетону в зоні зрізу в момент вичерпання несучої здатності елемента. Вважається, що в цей момент утворюються кілька умовно жорстких дисків), а всі деформації концентруються на границі між цими дисками [3]. Таким чином утворюється механізм, відносні переміщення частин якого поглинають роботу зовнішніх сил. [77] При відомих взаємних швидкостях дисків та напруженнях в момент руйнування, визначення величини навантаження, що приводить до такого явища, не викликає проблем.

Граничні значення напружень приймаються відповідно до умови пластичності (міцності) бетону Баландіна-Генієва [72]:

$$F(\sigma_{ij}) = T^2 + m\sigma - T_{sh}^2 = 0, \quad (4.1)$$

$$m = f_c - f_{ct}; \quad T_{sh}^2 = \frac{f_c \cdot f_{ct}}{3},$$

$T_{sh}^2$  – інтенсивність дотичних напружень;

$\sigma$  – середнє напруження;

За наявності армування передбачається пластичне деформування арматури зі швидкістю, що визначається через швидкість взаємного переміщення дисків. Слід зауважити, що така поведінка можлива тільки для елементів, у яких ступінь армування не перевищує гранично допустимого рівня.

Варіаційний метод визначення несучої здатності залізобетонних елементів базується на принципах теорії граничної рівноваги та методів енергетичного аналізу. Суть задачі полягає у знаходженні такого напружено-деформованого

стану елемента, за якого потенційна енергія системи досягає максимального значення при виконанні умов рівноваги, сумісності деформацій та граничних умов.

У загальному випадку процес визначення несучої здатності включає такі етапи:

1. Побудова функціоналу енергії деформацій – записується вираз для повної потенційної енергії елемента, яка враховує енергію деформування бетону, арматури та роботу зовнішніх сил.

2. Застосування варіаційного принципу – з використанням принципу мінімуму потенційної енергії або принципу віртуальних переміщень визначаються умови рівноваги. Для цього варіюють шукані функції переміщення так, щоб варіація функціоналу дорівнювала нулю:

$$\delta\P = 0, \quad (4.2)$$

де  $\Pi$  – потенційна енергія системи.

3. Отримання граничного стану – гранична несуча здатність визначається при досягненні максимальних значень внутрішніх сил, коли рівновага системи стає нестійкою.

Таким чином, варіаційний метод дозволяє отримати узагальнене аналітичне або числове рішення, що описує граничний стан залізобетонного елемента з урахуванням реальної роботи матеріалів та умов навантаження.

Послідовність розв'язання задачі опору елемента варіаційним методом:

1. Формування кінематично можливої схеми руйнування, визначення геометрії поверхні руйнування. При цьому виділяються частини елемента – жорсткі диски, які мають плоскі грані та в процесі руйнування взаємні переміщення. Невідомими параметрами є кути нахилу граней дисків та їх відносні швидкості.

2. Визначення стрибків швидкостей через описання взаємного руху жорстких дисків. Визначення площ окремих ділянок руйнування.

3. Застосування функціоналу варіаційного методу теорії пластичності залізобетону. При цьому вважається, що механізм руйнування реалізується у випадку, що відповідає мінімуму його потужності.

4. Дослідження функціоналу на стаціонарність (рівність нулю) та отримання формули для обчислення граничного навантаження як функції від невідомих параметрів.

5. Пошук екстремуму функції (безумовного або умовного з використанням рівнянь рівноваги).

6. Визначення граничного навантаження та, за необхідності, всіх невідомих параметрів.

#### **4.2 Пропозиції щодо розрахунку несучої здатності коротких консолей**

Для визначення несучої здатності коротких залізобетонних консолей можна використати результати розв'язання задачі опору нахиленої стиснутої смуги, отримані варіаційним методом теорії пластичності бетону [46]. На відміну від випадку руйнування похилої смуги, що розглядається в рамках фермової аналогії під час розрахунку балкових елементів на поперечну силу, тут кути нахилу смуги до горизонталі належать певному діапазону. Крім того, враховується орієнтація арматури, яка перетинає стиснуту смугу. Її вплив проявляється через бічне обтиснення бетону, інтенсивність якого визначається рівнем армування консолі [115]. Кут нахилу та ширина похилої стиснутої смуги залежать від геометричних параметрів елемента та положення площадки прикладання навантаження, що дозволяє однозначно визначити ці величини.

Кінематичну схему руйнування залізобетонної похилої смуги наведено на рис. 4.1. Верхня жорстка частина (I), відокремлена від нижньої жорсткої частини (II) поверхнею руйнування, що проходить під кутом  $\gamma$  до напрямку дії поверхневих напружень  $\sigma$ , переміщується відносно неї у напрямку вектора швидкості  $V$ . Варто зазначити, що в межах цієї кінематичної моделі площа зрізу може змінювати своє положення за висотою смуги, не змінюючи при цьому ні кута нахилу  $\gamma$ , ні величини опору матеріалу.

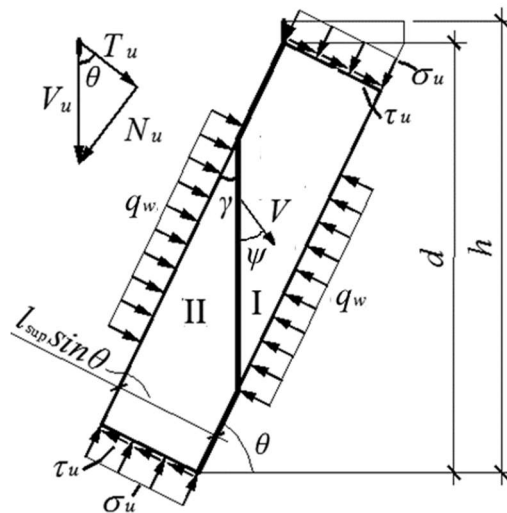


Рисунок 4.1 – Кінематична схема залізобетонної похилої смуги  
як елемента короткої консолі

Несуча здатність короткої залізобетонної консолі формується за рахунок спільної роботи бетону й арматури. До складових опору належать:  $N_c$  – зусилля в стиснутій зоні бетону;  $T_c$  – дотичні зусилля в бетоні;  $N_{sw}$  – зусилля в поперечній арматурі (хомутах);  $N_s$  – зусилля в поздовжній арматурі (рис. 4.2).

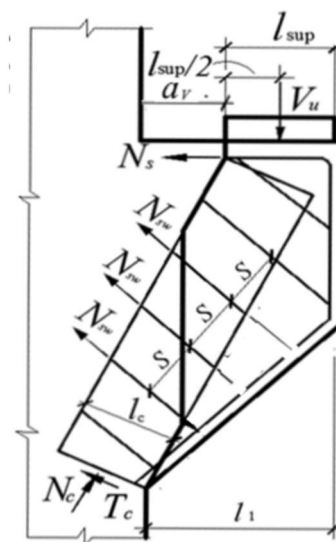


Рисунок 4.2 – Розрахункова схема залізобетонної консолі при зрізі в межах  
стиснутої похилої смуги

Взаємодія цих компонентів визначає загальну схему роботи короткої консолі після утворення тріщин. При цьому важливу роль відіграють параметри армування, міцність бетону, а також співвідношення геометричних розмірів консолі, що впливають на кут нахилу похилої стиснутої смуги та характер її руйнування.

Для підвищення точності оцінки несучої здатності доцільно враховувати експериментально встановлені залежності між величиною поперечного армування, кутом нахилу похилих тріщин та розподілом напружень у зоні защемлення.

Розрахунок несучої здатності залізобетонний коротких консолей пропонується виконувати за формулою (4.3), в основу якої покладені результати розв'язання задачі опору стиснутої похилої смуги.

$$V_u = \alpha_{c,s} f_{cd} b l_{sup} (1 + \alpha_{sw}); \quad (4.3)$$

де  $\alpha_{c,s}$  – коефіцієнт, якій враховує геометричні характеристики консолі, відношення модулів пружності арматури і бетону, вплив поздовжньої арматури, і визначається як:

$$\alpha_{c,s} = 1 - \frac{l_1}{d} + t \rho_1 \sin \theta; \quad (4.4)$$

де:

$$t = \frac{1,5 \alpha d}{l_c}; \quad (4.5)$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_c}; \quad (4.6)$$

ширина похилої стиснутої смуги:

$$l_c = l_{sup} \sin \theta; \quad (4.7)$$

розрахункова довжина площадки передачі навантаження:

$$l_{sup} = \frac{2 l_{sup, fact}}{3}; \quad (4.8)$$

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{d^2}{d^2 + l_1^2}}; \quad (4.9)$$

коефіцієнт поздовжнього армування:

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b d}; \quad (4.10)$$

коефіцієнт, якій враховує вплив хомутив:

$$\alpha_{sw} = t \frac{A_{sw}}{bs}. \quad (4.11)$$

На підставі аналітичних залежностей проведені розрахунки залізобетонних консолей з варіюванням класу бетону від C16/20 до C35/45, армування від 2Ø6 до 2Ø12, а також дожини та розміщення опорної площадки.

Досліджуваним параметром є відносний опір консолі (відношення усереднених напружень зрізу в перерізі, що співпадає з площиною грані колони до міцності бетону на стиск)

$$\frac{\sigma_{sh}}{f_{cd}} = \frac{V_1}{dbf_{cd}}, \quad (4.12)$$

де  $\sigma_{sh}$  – усереднені напруження зрізу.

Результати досліджень показані на рис. 4.3. Всі залежності мають монотонний, близький до лінійного характер. Загалом відносний опір консолі знаходиться в межах 0,1...0,21. Підвищення класу бетону приводить до зменшення цього параметру на 5–10%. Це відбувається внаслідок непропорційної зміни межі міцності на стиск та модуля пружності, які входять в розрахунки (формула 4.6).

Збільшення поперечного армування (рис. 4.3) від 57 мм<sup>2</sup> до 226 мм<sup>2</sup> приводить до підвищення відносного опору на 10–13%, причому, практично незалежно від класу бетону. Тобто, результати показують помітний вклад поперечного армування у формуванні несучої здатності залізобетонних консолей за поперечною силою. Подальше збільшення кількості хомутив або їх перерізу, природньо, сприятиме більш ефективному сприйняттю зсувних зусиль.

Аналіз результатів при зміні довжини опорної площадки  $l_{sup, fact}$  (рис. 4.3 і 4.4, а) показує, що з її збільшенням відносний опір також збільшується, зокрема, зміна довжини опорної площадки від 100 до 250 мм підвищила опір на величину 35–55% (розрахунки проведені при сталому прольоті зрізу 175 мм). Більш суттєве підвищення стосується бетонів нижчого класу та більших відсотків армування.

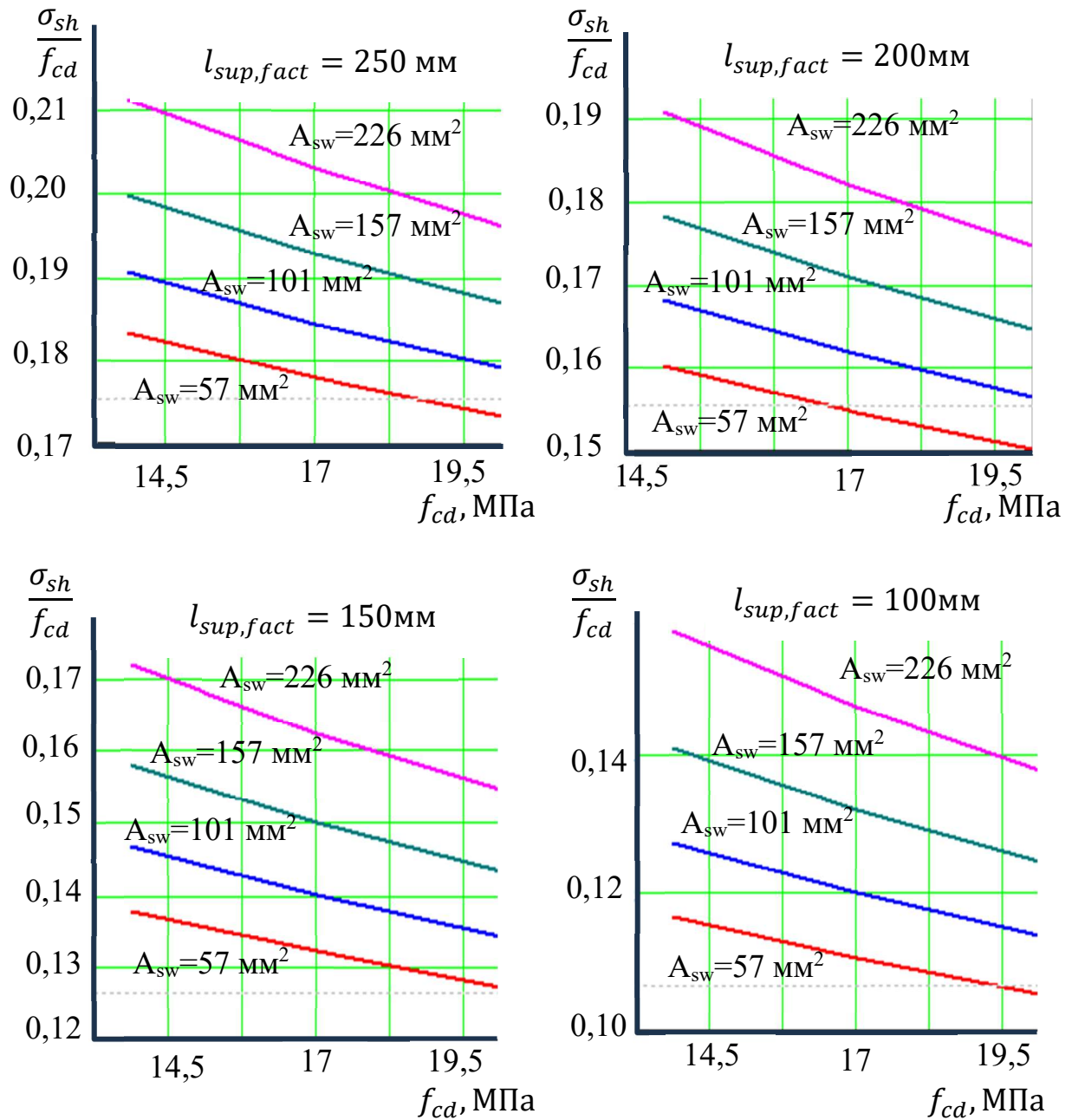


Рисунок 4.3 – Залежність відносного опору консолей від класу бетону при різному армуванні та розмірах опорної площадки (при сталому прольоті зрізу 175 мм)

Збільшення прольоту зрізу від 100 до 300 мм (рис. 4.4, б) знижує опір на 30–35%. Це відбувається внаслідок більшого нахилу стиснутої смуги до напрямку дії навантаження.

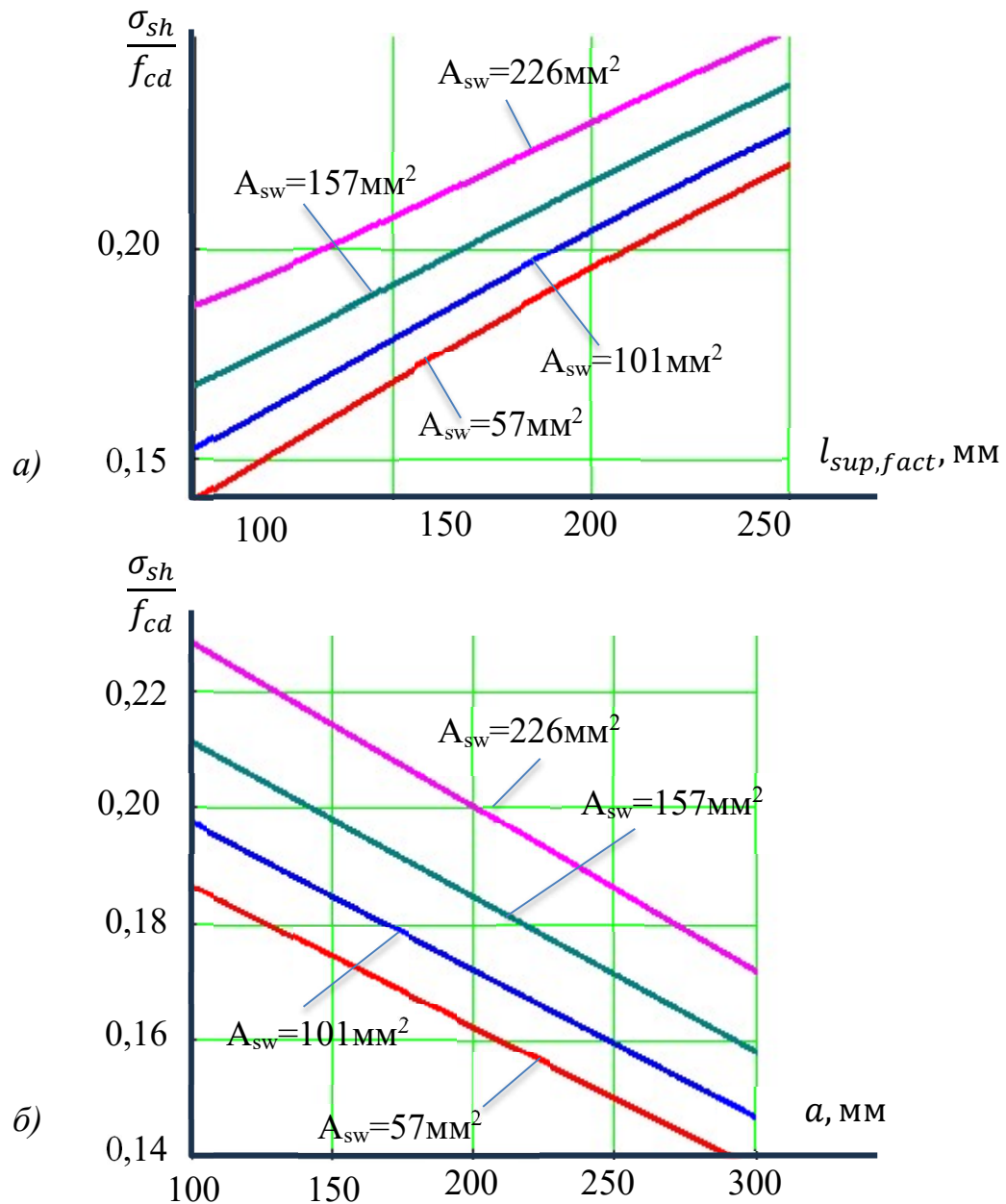


Рисунок 4.4 – Відносний опір консолей при зміні довжини опорної площадки  
(а) та прольоту зрізу (б)

### 4.3 Пропозиції щодо розрахунку опору шпонкового шва при руйнуванні за похилою стиснутою смугою

На підставі результатів теоретичних і експериментальних досліджень [58, 60, 93, 116] встановлено, що при роботі шпонкових з'єднань у збірному та збірно-монолітному залізобетоні одним із визначальних граничних станів є

руйнування бетону шпонкового шва за похилою стиснутою смугою. Зазначений механізм є характерним для з'єднань, у яких передавання зсувних зусиль відбувається за умов обмеженого ковзання та достатньої жорсткості контакту.

Встановлено, що несуча здатність шпонкового шва в цьому випадку визначається переважно міцністю бетону при стисненні в локалізованій зоні похилого стискання, а не опором зрізу або адгезійними властивостями контактної поверхні. Формування похилої стиснутої смуги супроводжується складним просторовим напруженим станом бетону, що зумовлює необхідність урахування зниження його розрахункової міцності.

У межах гіпотези малих деформацій припускаємо, що переміщення точок тіла можна описати неперервними функціями  $u_i(x)$ , а тензор деформацій визначається виразом:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.13)$$

При цьому розглядається кінематично допустиме поле переміщень, що відповідає вибраній схемі деформування шпонки — наприклад, зсув уздовж контактної поверхні або часткове втиснення у тіло бетону. Для опису розвитку пластичних зон використовується умовна поверхня розділу між пружною та пластичною областями, яка характеризується параметрами  $l_p$  (довжина зони пластичності) і  $\theta_p$  (кут нахилу зони).

Таким чином, кінематична модель визначає допустимі переміщення  $u_i$  у вигляді функцій координат і невідомих параметрів, які надалі підставляються у варіаційний функціонал. Це забезпечує перехід від фізичної постановки до аналітичного виразу потенціальної енергії системи.

Для отримання рівнянь рівноваги застосовується принцип мінімуму потенціальної енергії. Суть методу полягає в тому, що дійсний стан системи відповідає мінімальному значенню функціонала:

$$\Pi_{(u_i)} = \int_V W(\varepsilon_{ij}(u_i)) dV - \int_V b_i u_i dV - \int_{S_t} t_i u_i dS. \quad (4.14)$$

На основі варіаційного методу отримано співвідношення, що дозволяють визначати граничні напруження у зоні шпонки залежно від геометричних параметрів та фізико-механічних властивостей бетону.

Розглядається випадок руйнування смуги від діагонального розколювання (рис. 4.5).

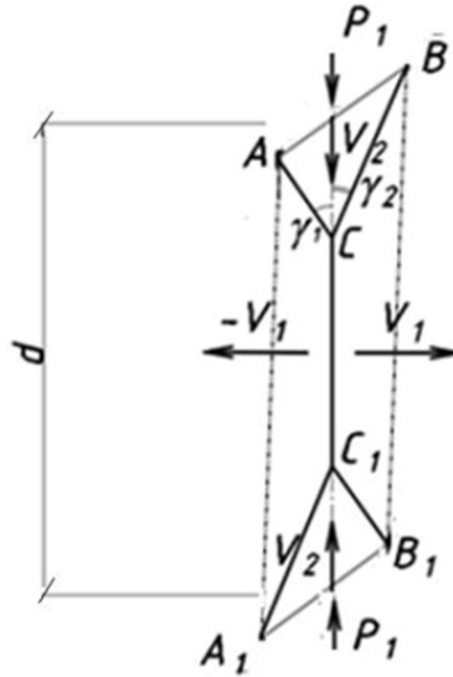


Рисунок 4.5 – Кінематична схема руйнування за умови діагонального розколювання

Нижче представлена послідовність розв'язання задачі опору шва варіаційним методом:

- стрибки швидкостей на ділянках поверхні руйнування:

$$\begin{aligned} \Delta V_{n1} &= V_1 \cos \gamma_1 - V_2 \sin \gamma_1, \\ \Delta V_{t1} &= V_1 \sin \gamma_1 + V_2 \cos \gamma_1, \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_{n2} &= V_1 \cos \gamma_2 - V_2 \sin \gamma_2, \\ \Delta V_{t2} &= V_1 \sin \gamma_2 + V_2 \cos \gamma_2 \end{aligned} \right\}; \quad (4.16)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_n &= 2V_1, \\ \Delta V_t &= 0 \end{aligned} \right\}; \quad (4.17)$$

— їх площа:

$$S^{AC} = \frac{l_k}{2 \sin \gamma_1} b; \quad S^{BC} = \frac{l_k}{2 \sin \gamma_2} b; \quad (4.18)$$

$$CC_1 = \frac{d}{2} - (d_1 + d_2); \quad (4.19)$$

$$d = \sqrt{(h - l_k tg \psi)^2 + (t_j + l_k)^2}; \quad (4.20)$$

$\psi$  – кут нахилу до горизонталі опорної грані шпонки,

$$d_1 = \frac{l_k}{2 tg \gamma_1}; \quad d_2 = \frac{l_k tg \psi}{2}; \quad (4.21)$$

$$S^{CC_1} = (d/2 - l_k \frac{(1+tg \gamma_1 tg \psi)}{2 tg \gamma_1}) b. \quad (4.22)$$

Складові функціоналу:

$$\begin{aligned} J_{AC} &= m \left[ 2B \sqrt{1 + 0,25 \left( \frac{\Delta V_{t1}}{\Delta V_{n1}} \right)^2} - 1 \right] \Delta V_{n1} S^{AC} = \\ &= m \left[ 2B \sqrt{(k - tg \gamma_1)^2 + 0,25(ktg \gamma_1 + 1)} - (k - tg \gamma_2) \right] \frac{l_k}{2 tg \gamma_1} b, \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$B^2 = \frac{(1 + \frac{\chi}{(1-\chi)^2})}{3}; \quad (4.24)$$

$$\chi = f_{ct}/f_c; \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} J_{CB} &= m \left[ 2B \sqrt{1 + 0,25 \left( \frac{\Delta V_{t2}}{\Delta V_{n2}} \right)^2} - 1 \right] \Delta V_{n2} S^{CB} = \\ &= m \left[ 2B \sqrt{(k - tg \gamma_2)^2 + 0,25(ktg \gamma_2 + 1)} - (k - tg \gamma_2) \right] \frac{l_k}{2 tg \gamma_2} b; \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$J_{CC_1} = 2f_{ct} V_1 S^{CC_1} = f_{ct} k (d - l_k \frac{(1+tg \gamma_1 tg \psi)}{tg \gamma_1}) b; \quad (4.27)$$

$$J_{P_1} = P_1. \quad (4.28)$$

При поєднанні усіх складових функціонал набуде вигляду:

$$\begin{aligned} J &= m \left[ 2B \sqrt{(k - tg \gamma_1)^2 + 0,25(ktg \gamma_1 + 1)} - (k - tg \gamma_2) \right] \frac{l_k}{2 tg \gamma_1} + \\ &+ m \left[ 2B \sqrt{(k - tg \gamma_2)^2 + 0,25(ktg \gamma_2 + 1)} - (k - tg \gamma_2) \right] \frac{l_k}{2 tg \gamma_2} + \\ &+ f_{ct} (d - l_k \frac{(1+tg \gamma_1 tg \psi)}{tg \gamma_1}) + \frac{P_1}{b}. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Після відповідних перетворень і дослідження функціоналу на стаціонарний стан отримана формула для визначення граничного навантаження, котре відповідає мінімальній потужності пластичної деформації:

$$\begin{aligned} \frac{P_1}{mb} = & \left[ 2B\sqrt{(k - tg\gamma_1)^2 + 0,25(k - tg\gamma_1 + 1)^2} - (k - tg\gamma_1) \right] \frac{l_k}{2tg\gamma_1} + \\ & + \left[ 2B\sqrt{(k - tg\gamma_2)^2 + 0,25(k - tg\gamma_2 + 1)^2} - (k - tg\gamma_2) \right] \frac{l_k}{2tg\gamma_2} + \\ & + \frac{f_{ct}}{m} \left( d - l_k \frac{(1+tg\gamma_1 tg\psi)}{tg\gamma_1} \right). \end{aligned} \quad (4.30)$$

Для встановлення залежності між невідомими кутами нахилу площадок руйнування до вертикалі  $\gamma_1$  та  $\gamma_2$  використаємо рівняння:

$$\frac{l_k}{2tg\gamma_2} = l_k tg\psi + \frac{l_k}{2tg\gamma_1}. \quad (4.31)$$

Кути нахилу клину ущільнення  $\gamma_1$  та  $\gamma_2$  пов'язані між собою залежністю:

$$tg\gamma_2 = \frac{tg\gamma_1}{2tg\psi + 1}. \quad (4.32)$$

Вертикальне рівномірно розподілене за опорною поверхнею шпонки навантаження підраховується як:

$$\begin{aligned} \frac{q_u}{m} = & \frac{P_1 \sin \alpha}{ml_k b} = \frac{P}{ml_k b} = \\ = & \left( \left[ 2B\sqrt{(k - tg\gamma_1)^2 + 0,25(k - tg\gamma_1 + 1)^2} - (k - tg\gamma_1) \right] \frac{1}{2tg\gamma_1} + \right. \\ & + \left[ 2B\sqrt{(k - tg\gamma_2)^2 + 0,25(k - tg\gamma_2 + 1)^2} - (k - tg\gamma_2) \right] \frac{1}{2tg\gamma_2} + \\ & \left. + \frac{f_{ct}}{m} \left( \frac{d}{l_k} - \frac{(1+tg\gamma_1 tg\psi)}{tg\gamma_1} \right) \right) \sin \alpha. \end{aligned} \quad (4.33)$$

тут  $\alpha$  – кут нахилу стиснутої смуги до горизонталі;

$$tg\alpha = \frac{h - l_k tg\psi}{t_j + l_k}; \quad (4.34)$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{tg^2 \alpha}{1 + tg^2 \alpha}}; \quad (4.35)$$

$$\frac{d}{l_k} = \sqrt{\left( \frac{h}{l_k} - \frac{l_k}{l_k} tg\psi \right)^2 + \left( \frac{t_j}{l_k} + \frac{l_k}{l_k} \right)^2} = \sqrt{\left( \frac{1}{\gamma} - tg\psi \right)^2 + \left( \frac{t_j}{l_k} + 1 \right)^2}, \quad (4.36)$$

$$\text{тут } \gamma = \frac{l_k}{h},$$

$P$  – вертикальне навантаження на шпонку.

Наступним етапом розв'язку задачі опору є пошук безумовного екстремуму функціоналу (4.29).

У разі одноярусного армування стику в формулу (4.29) додається складова, котра враховує його вплив

$$\frac{\sigma_y A_{sw} k}{b_k h} \frac{1}{\gamma} \cos \alpha. \quad (4.37)$$

На рис. 4.5 показано зміну значення відносного опору стику при зміні ширини шва в межах  $0,1h \dots h$  (довжина шпонки  $l_k = h/4$ , нахил опорних поверхонь  $45^\circ$ , армування  $0,5\%$ ). При збільшенні ширини шва  $t$  кут нахилу стиснутої смуги до вертикалі збільшується, що закономірно приводить до зменшення опору шва як з точки зору роботи бетону – швидкості, що входять до (4.15), зменшуються, так і арматури – збільшується кут  $\alpha$  в (4.37).

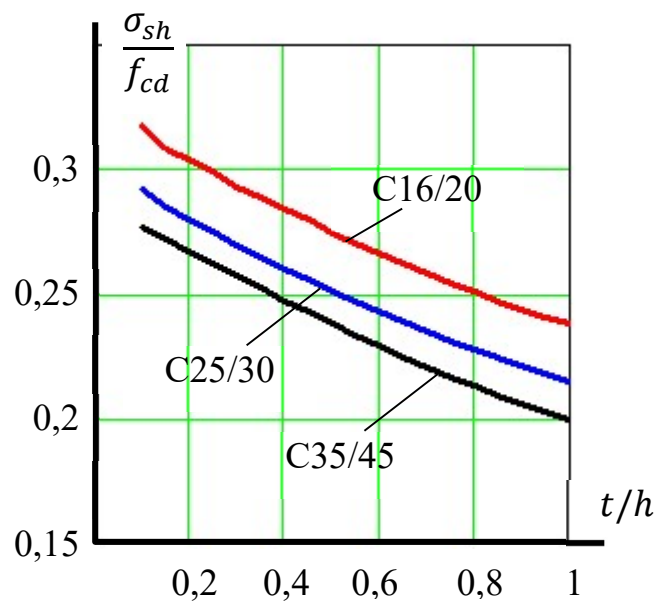


Рисунок 4.5 – Відносний опір при зміні ширини шва

З підвищенням класу бетону значення відносного опору дещо знижується через непропорційну зміну значення  $f_{ct}$  (рис. 4.6). Тут показано результати для різних значень ширини шва – від  $0,5h$  до  $h$  при відсутності армування. У всіх

випадках збільшення класу бетону приводило до зниження відносної міцності на 4–6%.

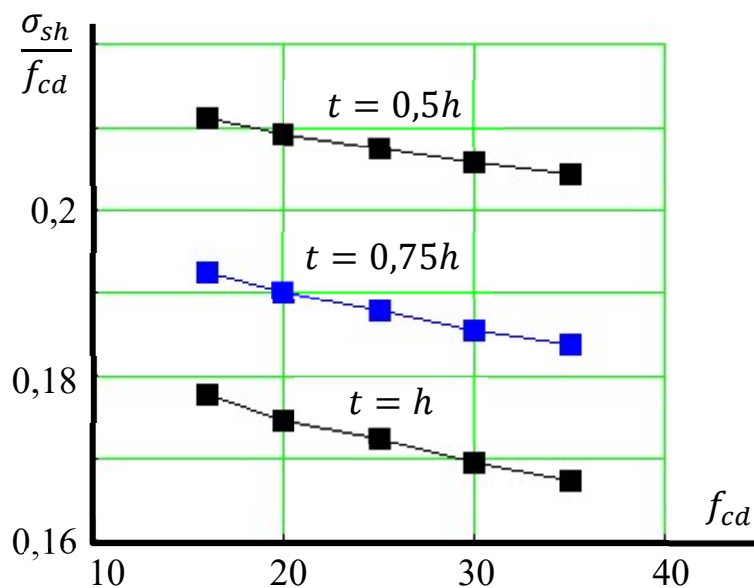


Рисунок 4.6 – Відносний опір шва при зміні класу бетону

Зміна висоти зрізу помітно впливає на відносний опір стику, зокрема, його максимум, при сталій ширині шва, припадає на значення  $h/t$  в межах 1,7...1,8.

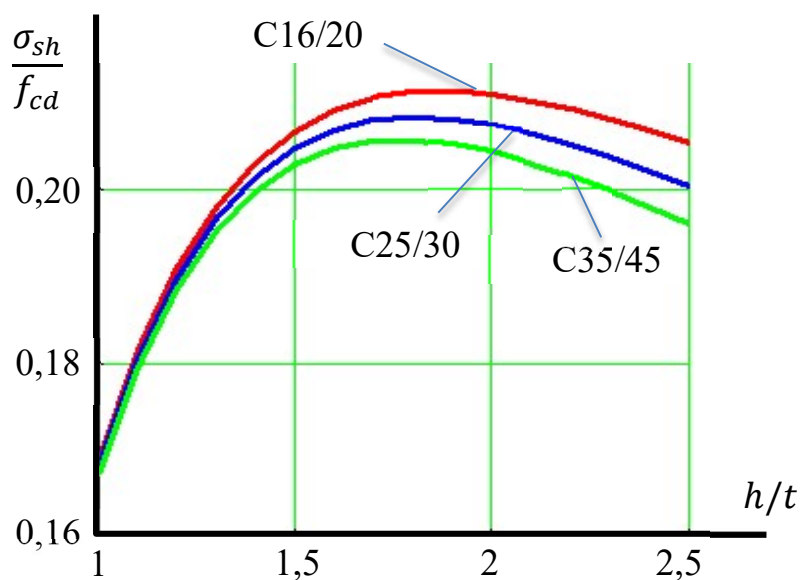


Рисунок 4.7 – Відносний опір шва при зміні висоти зрізу

Армування шпонкового шва кардинально впливає на його опір (рис. 4.8), значно підвищуючи його при збільшенні кількості арматури. Величина цього

впливу залежить від усіх інших факторів – ширини шва, висоти зрізу, міцності бетону тощо.

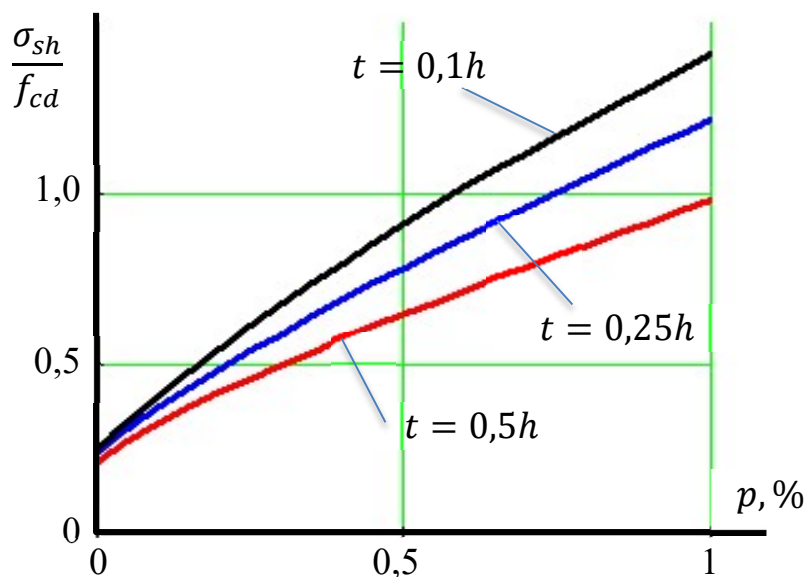


Рисунок 4.8 – Вплив армування на відносний опір шва

#### 4.4 Висновки за розділом 4

1. Використання варіаційного методу теорії пластичності бетону для визначення несучої здатності як залізобетонних консолей так і шпонкових стиків надає можливість урахування багатьох значущих параметрів (клас бетону, геометрія моделі, армування) та дозволяє проаналізувати їх окремий та сумісний вплив на результати розрахунків.

2. Показано, що складні явища, які виникають при нелінійному деформуванні армованих залізобетонних консолей та шпонкових стиків, зокрема, в зоні граничного стану можуть бути змодельовані через роботу похилої стисненої смуги, що перетинає тіло консолі чи шпонкового шва. Такий підхід дозволяє отримати аналітичні залежності для визначення несучої здатності таких елементів.

3. Отримані залежності, що дозволяють визначити опір похилої стиснутої смуги із наперед заданими поверхнями руйнування. Методи комп'ютерної алгебри надають можливість отримувати масиви результатів при варіюванні геометрії цих поверхонь, що дозволяє вирішувати задачу пошуку мінімуму

функціоналу, тобто, визначати граничне навантаження на залізобетонний елемент.

4. Проаналізовано вплив основних параметрів з'єднань на несучу здатність залізобетонних консолей та шпонкових швів.

## РОЗДІЛ 5 ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ ЕЛЕМЕНТІВ З'ЄДНАННЯ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ

### 5.1 Джерела, критерії та межі порівняння

Порівняльний аналіз результатів дослідження коротких залізобетонних консолей виконано на основі трьох незалежних джерел даних: експериментальних випробувань, чисельного моделювання методом скінченних елементів та аналітичного методу розрахунку.

Експериментальну базу порівняння складають результати випробувань коротких консолей, опублікованих у роботі Kriz L. B. та Raths C. H. [19]. До уваги взяті лише результати по зразках, що руйнувалися за схемою зрізу (Shear) або діагонального розколювання (Diagonal splitting), що відповідає тематиці досліджень. Зазначена робота є однією з найбільш цитованих у світовій практиці досліджень коротких консолей і містить систематизовані дані про геометричні параметри зразків, характеристики матеріалів та значення руйнівного навантаження для відносно великої вибірки випробуваних елементів. Використання саме цих даних обумовлено їх широкою верифікованістю у наукових публікаціях.

Чисельне моделювання виконано у програмному комплексі Abaqus методом скінченних елементів. Моделі консолей побудовано на основі моделі бетону CDP, що найбільш широко використовується у подібних задачах та враховує нелінійну поведінку бетону, зчеплення бетону й арматури а також ефекти, пов'язані з плоским чи об'ємним напруженим станом. Поряд із навантажування системи способом контрольованих переміщень це дозволило відтворити напружено-деформований стан на всіх стадіях навантаження, включно із процесом руйнування. Відносні геометричні параметри моделей є близькими до геометрії зразків, випробуваних Kriz і Raths [19], що забезпечує коректність прямого зіставлення результатів.

Аналітичний метод [39, 56, 117], що використовується в роботі, ґрунтується на моделюванні опору похилої стиснутої смуги, дозволяє визначити

несучу здатність короткої консолі, що руйнується за схемою зрізу з використанням явних розрахункових залежностей без застосування ітераційних процедур.

Слід зазначити, що запропонована аналітична модель оперує значенням початкового модуля пружності бетону, який не був безпосередньо зафіксований у звітних даних експериментів Kriz і Raths [19]. Його значення враховується аналітичною моделлю та призначалось відповідно до нормативних залежностей для бетону із конкретним значенням міцності  $f'_c$ , зафіксованим для кожного зразка в експерименті. Зокрема, модуль пружності бетону визначався за залежністю  $E_c = 4700\sqrt{f'_c}$  згідно з АСІ 318 [53], що відповідає загальноприйнятій практиці за відсутності прямих вимірювань. Такий підхід є обґрунтованим, оскільки зазначені параметри є детермінованими функціями міцності бетону і їх розрахункові значення із достатньою точністю відповідають реальним характеристикам матеріалу при заданому  $f'_c$ .

Критерієм порівняння є несуча здатність консолі – величина руйнівного навантаження, отримана кожним із методів, відповідні їй відносні величини а також статистичні показники по вибірці: середнє значення, середньоквадратичне відхилення та коефіцієнт варіації.

Межі порівняння визначаються складом експериментальної вибірки Kriz і Raths [19] та охоплюють консолі з такими параметрами:

- відношення  $a_v/d$  (зсувне відношення) в діапазоні від 0,11 до 0,62;
- міцність бетону  $f'_c$  від 15 до 46 МПа;
- коефіцієнт армування основною розтягнутою арматурою  $\rho$  від 0,2% до 1,8%;
- наявні та відсутні горизонтальні хомути (поперечна арматура), відсоток поперечного армування від 0,34% до 0,93%.

За межами порівняльного аналізу залишаються питання несучої здатності консолей, що руйнуються за балковою схемою та від зминання бетону під

опорними поверхнями а також питання їх деформативності, тріщиноутворення та втомної міцності.

Слід зауважити, що автори експериментальних досліджень пропонують емпіричну формулу, отриману шляхом апроксимації експериментальних даних у той час як запропоновані в цій роботі аналітичні залежності базуються на фізично обґрунтованій моделі роботи консолі.

Характерною особливістю емпіричної залежності є сумарне врахування робочої арматури та поперечної (хомутів) через єдиний узагальнений відсоток армування. З одного боку, це спрощує практичне застосування формули. З іншого – це приховує якісну відмінність між механізмами роботи різних видів арматури і не дозволяє оцінити відносний внесок кожного з них у формування несучої здатності. Таке виділення ролі поперечного армування у запропонованій моделі є перевагою з точки зору конструктивного проєктування: воно дозволяє оцінити ефективність хомутив як самостійного заходу і надає фізично інтерпретоване обґрунтування для прийняття проєктних рішень.

Окремої уваги заслуговує нелінійна залежність від міцності бетону на стиск, що відображає статистично встановлений факт: несучої здатності консолі зростає повільніше за збільшення міцності бетону. Проте фізична інтерпретація такої залежності залишається прихованою. Запропоновані залежності також враховують таку поведінку, але через зміну модуля пружності бетону.

## **5.2 Результати порівняння несучої здатності консолей без поперечного армування**

З метою забезпечення узагальненості результатів і можливості їх застосування незалежно від розмірності, усі параметри зведено до безрозмірної форми. Несучу здатність консолі, враховуючи, що у розглядуваній аналітичній моделі значення призмової міцності бетону  $f_c$  входить лінійним множником, будемо характеризувати відносною міцністю перерізу на зріз:

$$\frac{v_u}{f_c} = \frac{V_u}{f_c b d'} \quad (5.1)$$

де  $V_u$  – руйнівне зусилля;

$b$  – ширина перерізу;

$d$  – робоча висота перерізу.

Визначальними параметрами впливу є: відносний виліт консолі  $a_v/d$  (відношення відстані між точкою прикладання навантаження та гранню колони до робочої висоти перерізу) та відносна кількість арматури, що виражається через механічний відсоток армування:

$$\omega = \frac{A_s f_y}{A_{sh} f_c}, \quad (5.2)$$

де  $A_s$  – площа перерізу робочої арматури;

$f_y$  – межа текучості робочої арматури;

$A_{sh} = bd$  – площа поперечного перерізу консолі.

Для кількісної оцінки впливу зазначених параметрів на відносну несучу здатність консолей застосовано коефіцієнт лінійної кореляції Пірсона. Вибір цього критерію обумовлений низкою чинників. По-перше, відносна несуча здатність  $v_u/f_c$ , відносний виліт  $a_v/d$  та механічний відсоток армування  $\omega$  є неперервними кількісними змінними, що відповідає умовам застосовності критерію Пірсона. По-друге, відомі теоретичні залежності для несучої здатності консолей мають виражений монотонний характер, що дозволяє описати їх лінійними наближеннями у межах обмежених діапазонів параметрів. По-третє, розмірність вибірки є достатньою для отримання статистично значущих оцінок коефіцієнта кореляції. Таким чином, коефіцієнт Пірсона дозволяє отримати числову міру зв'язку між параметрами та результуючою характеристикою, придатну для порівняльного аналізу.

При розгляді повного масиву експериментальних даних без урахування відносного вильоту  $a_v/d$  сукупний коефіцієнт варіації відносної несучої здатності від значення  $\omega$  становить 0,64, що свідчить про суттєву, але не сильну кореляцію. Це може також свідчити про неоднорідність вибірки. Таке значення є характерним для змішаних масивів, у яких досліджувана величина визначається не одним, а кількома взаємодіючими параметрами, і жоден з них не

є фіксованим. У такому разі загальний розкид результату включає як внутрішньогрупову мінливість, обумовлену варіацією армування та міцності бетону, так і міжгрупову мінливість, обумовлену принциповими відмінностями в механізмі руйнування при різних значеннях  $a_v/d$ . Цей параметр визначає тип механізму опору зрізу. При малих значеннях  $a_v/d$  домінує механізм похилої стиснутої смуги, тоді як при збільшенні вильоту може зростати роль діагонального розколювання чи навіть згинного руйнування. Відповідно, зразки з різними значеннями  $a_v/d$  утворюють якісно різні групи з точки зору фізики руйнування і не можуть розглядатися як однорідна сукупність без суттєвої втрати інформації.

З урахуванням зазначеного, весь масив зразків розбито на чотири групи відповідно до значень відносного вильоту  $a_v/d$  та визначався коефіцієнт кореляції в кожній групі, який виявився суттєво вищим від значення для об'єднаного масиву (табл 5.1).

Таблиця 5.1 – Значення коефіцієнта кореляції для різних груп зразків залежно від значення прольоту зрізу

| Група                               | 1         | 2         | 3         | 4         |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $a_v/d$                             | 0,1 – 0,2 | 0,2 – 0,3 | 0,3 – 0,4 | 0,4 – 0,6 |
| Кількість зразків                   | 18        | 21        | 16        | 14        |
| Середнє значення відносної міцності | 0,209     | 0,169     | 0,178     | 0,165     |
| Коефіцієнт кореляції                | 0,851     | 0,825     | 0,853     | 0,706     |

Таким чином, на значення відносного опору консолі за умові руйнування за схемою зрізу чи діагонального розколювання, суттєвий вплив мають як відносний виліт рівнодійної навантаження, так і значення механічного відсотку армування. На рис. 5.1 показано залежності  $v_u/f_c$  від  $\omega$  для різних груп  $a_v/d$ .

Загалом по наведених даних спостерігається чітка закономірність зростання відносного опору із збільшенням армування, хоча й наявний значний

розкид даних – як за аналітичною моделлю, так і за результатами експерименту та моделювання МСЕ. Причому, нижчі значення відносного опору характерні для більш міцних бетонів.

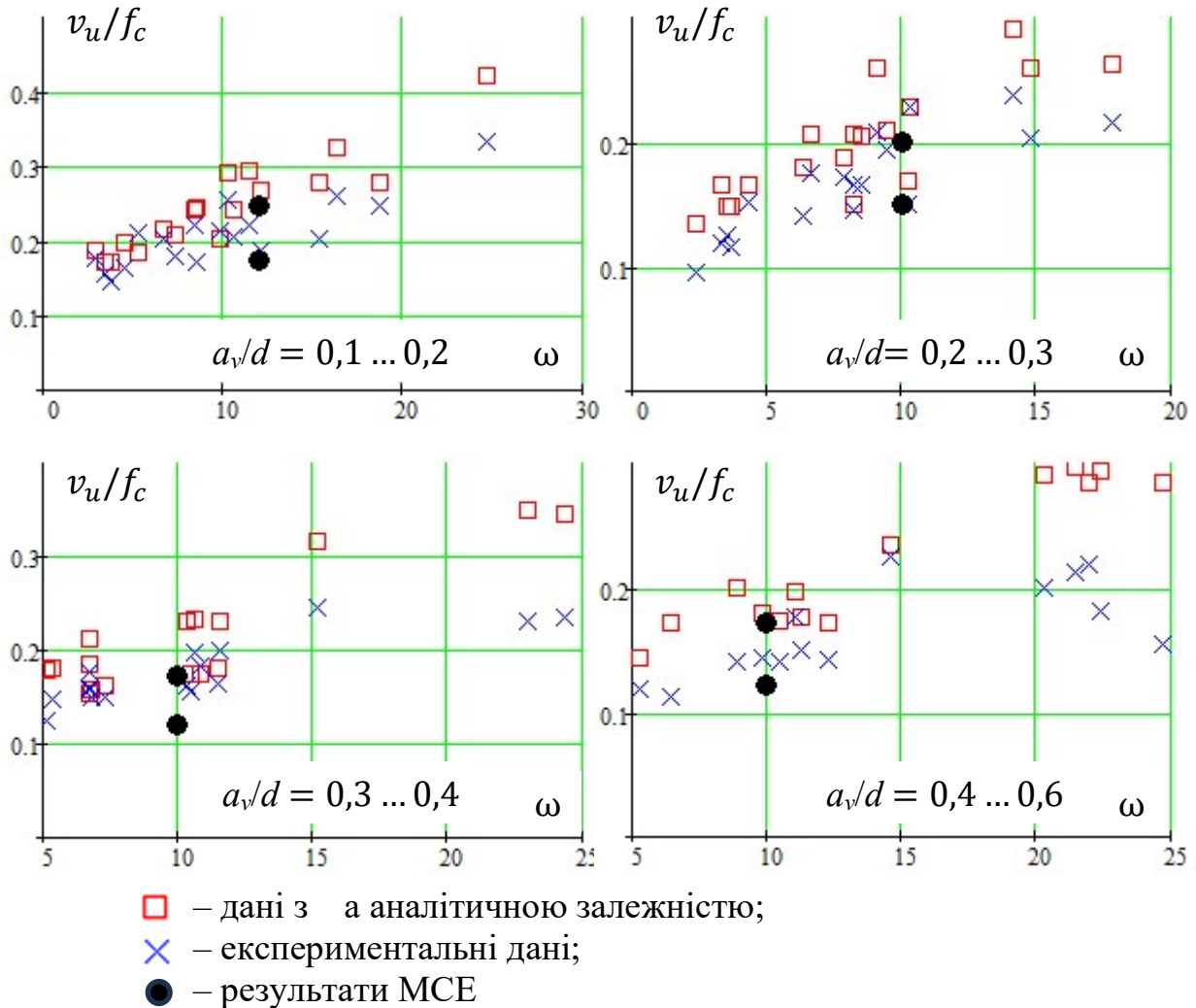


Рисунок 5.1 – Залежність відносного опору консолі від  $\omega$  для різних груп відносного вильоту  $a_v/d$

Відношення значень  $v_u$  (аналітичних до експериментальних) загалом по вибірці складає 1,23 та має суттєвий розкид (від 0,87 до 1,64) по закону, близькому до нормального (рис. 5.2, а). Хоча й подібне відношення із використанням емпіричної залежності, запропонованої авторами, також має розкид від 0,72 до 1,19 (рис. 5.2, б).

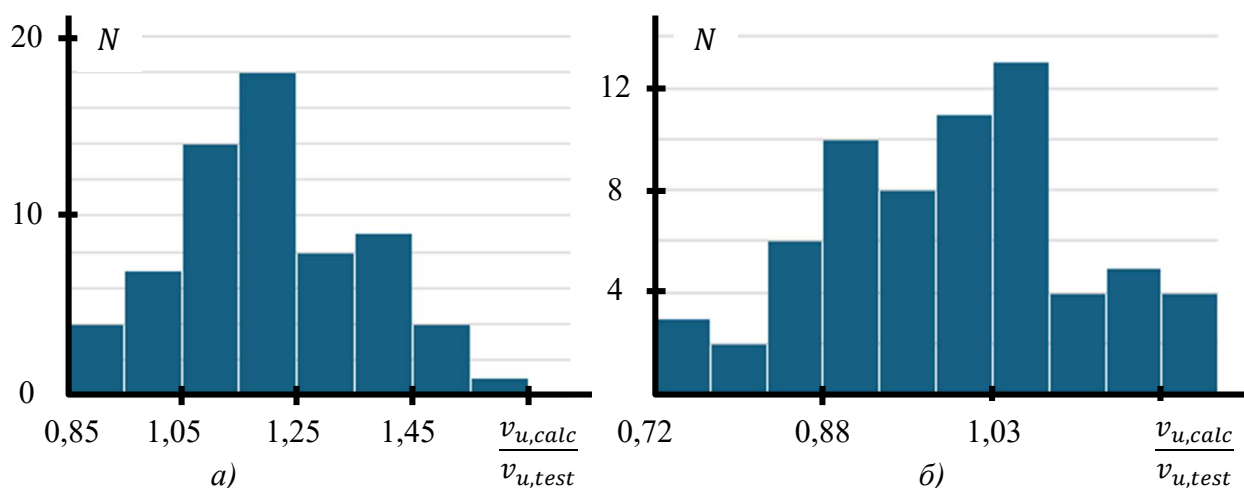


Рисунок 5.2 Гістограма розподілу відношення аналітичних до експериментальних значень несучої здатності:  
а) за запропонованою методикою; б) за емпіричною залежністю від авторів експерименту.

### 5.3 Результати порівняння несучої здатності консолей з поперечним армуванням

Експериментальні дані містять 11 зразків консолей з поперечним армуванням з відсотком від 0,34 до 0,93%. Запропоновані аналітичні залежності враховують поперечне армування через площу та крок хомутів.

В таблиці 5.2 наведені експериментальні  $v_{u,test}$  та теоретичні результати за запропонованими аналітичними залежностями  $v_{u,calc}$  – без урахування поперечного армування та з урахуванням, що дозволяє оцінювати його вплив.

Загалом результати за аналітичною моделлю виявляються стабільно вищими у середньому на 28%. Особливо це перевищення помітно для зразків із більшим поперечним армуванням. Так, за результатами експериментів, збільшення армування з 0,34% до 0,93% підвищує несучу здатність на 10% у зразків з відносним вильотом  $a_v/d = 0,394$ , на 24% із  $a_v/d = 0,372$  та на 15% із  $a_v/d = 0,59$ . Ці ж відношення за запропонованою аналітичною моделлю складають, відповідно, 38%, 28% та 29%. Результати чисельних моделювань консолей з подібними параметрами вказують на вплив поперечного армування у межах 10–30% (табл. 3.1).

Таблиця 5.2 Експериментальні та теоретичні результати досліджених консолей з поперечним армуванням

| №<br>Зразка | $a/d$ | Поперечне<br>армування,<br>$p_{sh}, \%$ | $v_{u, test}$ | $v_{u, calc, 0}$<br>$p_{sh}=0$ | $v_{u, calc, 1}$<br>$p_{sh}>0$ | $\frac{v_{u, calc, 1}}{v_{u, calc, 0}}$ | $\frac{v_{u, calc, 1}}{v_{u, test}}$ |
|-------------|-------|-----------------------------------------|---------------|--------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------------------|
| 1           | 0,59  | 0,34                                    | 5,09          | 5,31                           | 6,33                           | 1,19                                    | 1,24                                 |
| 2           | 0,59  | 0,62                                    | 5,82          | 5,52                           | 7,40                           | 1,34                                    | 1,27                                 |
| 3           | 0,59  | 0,93                                    | 5,85          | 5,38                           | 8,17                           | 1,52                                    | 1,40                                 |
| 4           | 0,372 | 0,34                                    | 6,43          | 6,91                           | 8,12                           | 1,17                                    | 1,26                                 |
| 5           | 0,372 | 0,62                                    | 7,24          | 6,92                           | 9,13                           | 1,32                                    | 1,26                                 |
| 6           | 0,372 | 0,93                                    | 8,00          | 7,09                           | 10,43                          | 1,47                                    | 1,30                                 |
| 7           | 0,394 | 0,34                                    | 5,70          | 5,56                           | 7,04                           | 1,27                                    | 1,24                                 |
| 8           | 0,394 | 0,62                                    | 6,47          | 5,74                           | 8,47                           | 1,48                                    | 1,31                                 |
| 9           | 0,394 | 0,93                                    | 6,29          | 5,67                           | 9,75                           | 1,72                                    | 1,55                                 |
| 10          | 0,295 | 0,62                                    | 8,34          | 7,24                           | 9,53                           | 1,32                                    | 1,14                                 |
| 11          | 0,197 | 0,62                                    | 8,20          | 6,69                           | 9,67                           | 1,45                                    | 1,18                                 |

#### 5.4 Порівняння міцності шпонкових швів

Проведено комплексне порівняння результатів трьох методів оцінки несучої здатності шпонкового шва при дії зрізувального навантаження: аналітичної методики, наведеної в п. 4.3, що базується на отриманій теоретичній залежності; чисельного моделювання методом скінченних елементів у середовищі програмного комплексу Abaqus та результатів натурних випробувань дослідних зразків з армуванням і без армування. Це дозволяє не лише підтвердити достовірність кожного з методів, а й установити межі їх застосовності та взаємну узгодженість.

Як основний порівняльний показник у роботі прийнято відносну несучу здатність – питоме руйнівне зусилля, що визначається як відношення максимального зовнішнього зусилля до площі поверхні руйнування. Нормування на площу руйнування усуває вплив масштабу зразка і дає змогу

безпосередньо порівнювати результати, отримані для зразків різної геометрії, що є принципово важливим при параметричному дослідженні. Вибір нормувальної площі є особливо обґрунтованим з огляду на закономірність, виявлену як в експериментах, так і в чисельному моделюванні – у переважній більшості досліджених випадків руйнування шпонкового шва відбувається по похилому перерізу між кутами протилежних шпонок.

Разом з тим слід зазначити, що в основу теоретичних залежностей для визначення несучої здатності покладено модель похилої стислої смуги між контактними поверхнями протилежних шпонок: передбачається, що визначальним чинником руйнування є вичерпання міцності бетону цієї смуги. Натомість візуалізація результатів чисельного моделювання вказують на суттєву роль зусиль розтягу. Можливі розбіжності у трактуванні механізму руйнування відображають факт виникнення складного напруженого стану в зоні шпонкового шва. При зрізувальному навантаженні в бетоні одночасно виникають як напруження стиску, так і напруження розтягу, причому їх відносний внесок у досягнення граничного стану може змінюватися залежно від рівня навантаження: на початкових стадіях переважає одна складова, на пізніших – інша. В таких умовах однозначно встановити єдину «причину» руйнування не завжди можливо. Обидва підходи можуть описувати один і той же фізичний процес з різних сторін. Водночас аналітична модель дає просту і прозору розрахункову схему, придатну для інженерного застосування, тоді як чисельні методи розкривають більш повну картину розподілу напружень і деформацій.

### **5.5 Результати порівняння опору шпонкових швів без армування**

На рис. 5.3 показано результати розрахунків за запропонованим аналітичним методом – зміна відносного значення несучої здатності шпонкового шва  $F_u/A$  при зміні його ширини  $t$  для різних значень висоти шпонки  $h_k$  та нахилу опорних поверхонь  $h/l_k$  (довжина шпонки  $l_k = 50$  мм, бетон С16/20).

Відносне значення несучої здатності із зростанням ширини шва закономірно спадає. Це пояснюється тим, що аналітичний метод базується на

опорі стиснутої смуги, яка при збільшенні довжини шва збільшує свій нахил до вертикалі, внаслідок чого зусилля в ній суттєво зростає.

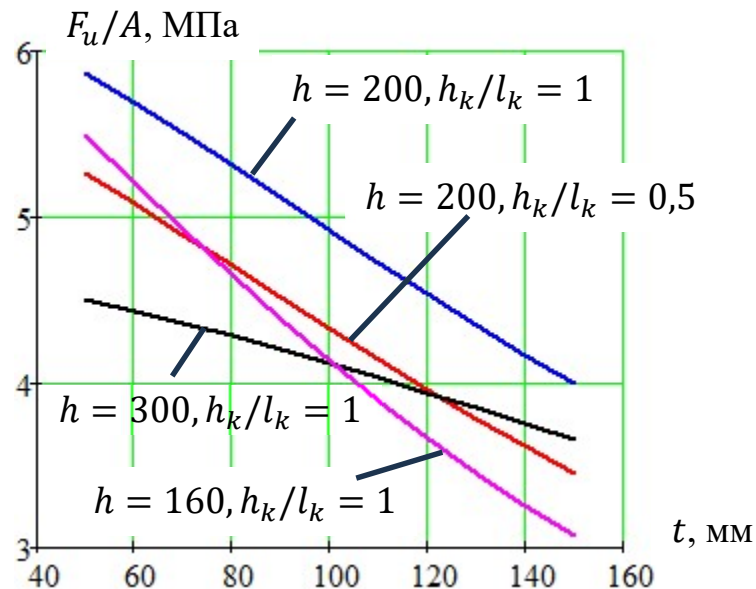


Рисунок 5.3 – Вплив ширини на відносне значення несучої здатності шпонкового шва

Як бачимо з рис. 5.4, результати за запропонованою методикою показують, що відносна висота зрізу, довжина шпонки та кут нахилу її опорних поверхонь мають помітний вплив на несучу здатність, у той час як чисельне моделювання, вказує на відносно низький вплив розглядуваних параметрів.

Довжина шпонки  $l_k$  за аналітичною моделлю сильно впливає на несучу здатність (рис. 5.5), причому, якщо у більшості випадків збільшення  $l_k$  призводить до збільшення несучої здатності, то у випадках відносно малої висоти зрізу шпонки  $F_u/A$  спочатку збільшується, а потім спадає, що можна пояснити збільшенням кута нахилу похилої стиснутої смуги вище певного критичного рівня. З іншої сторони, результати чисельного моделювання показують відносно невеликий вплив довжини шпонки при достатньо широкому варіюванні інших параметрів.

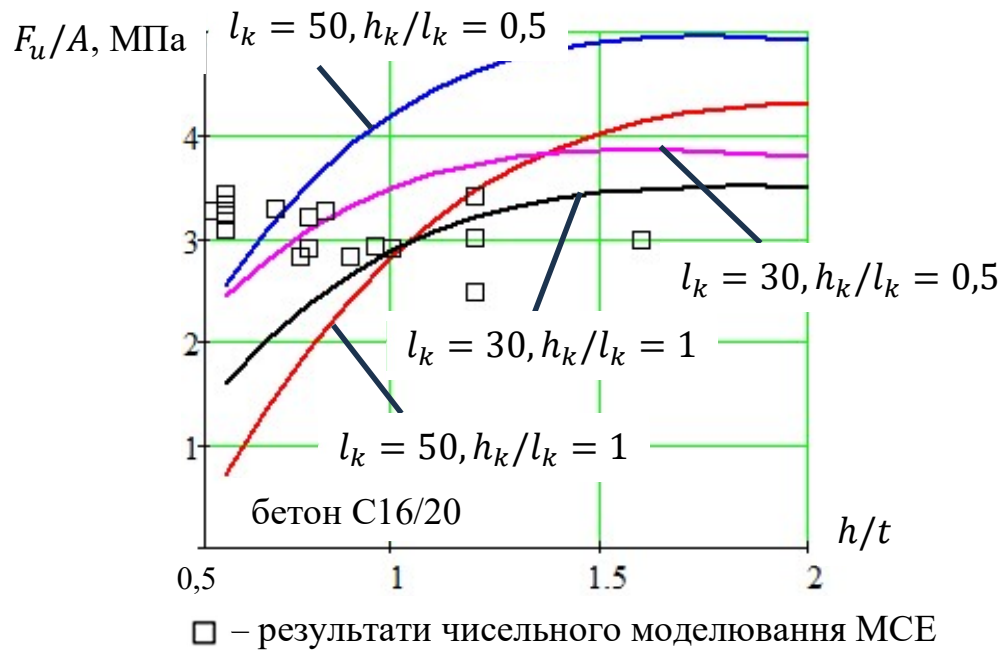


Рисунок 5.4 – Вплив відносної висоти зрізу шпонки на відносне значення несучої здатності шпонкового шва

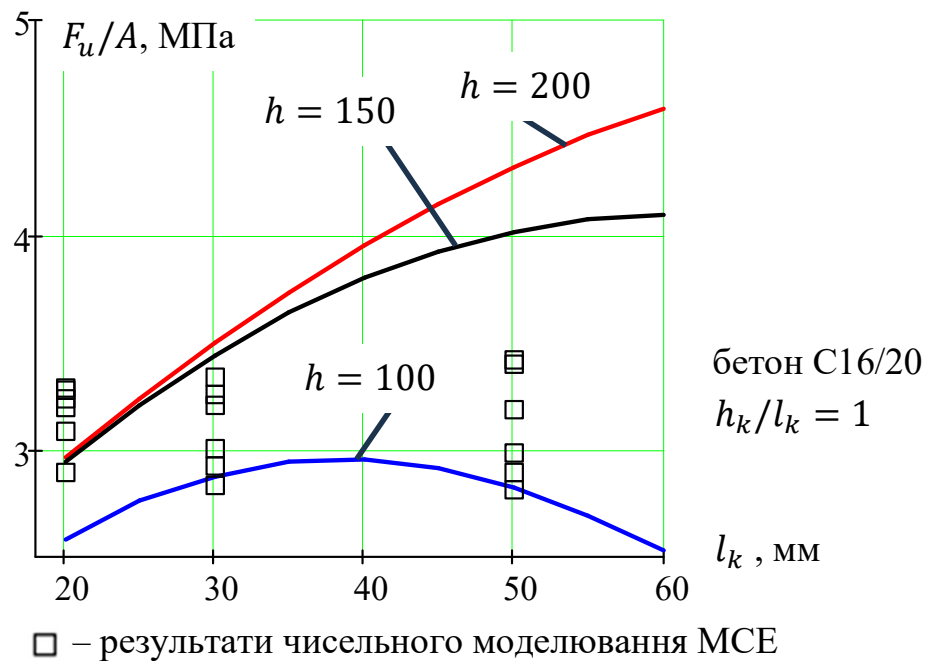


Рисунок 5.5 – Вплив довжини шпонки на відносне значення несучої здатності шпонкового шва

Клас бетону в аналітичній моделі враховується через міцність при стиску  $f_c$  та при розтягу  $f_{ct}$ . Результати розрахунків показують практично лінійне

зростання несучої здатності шпонкового шва із зростанням  $f_c$  (рис. 5.6), що, як якісно так і кількісно підтверджується результатами чисельного моделювання для бетонів різних класів.

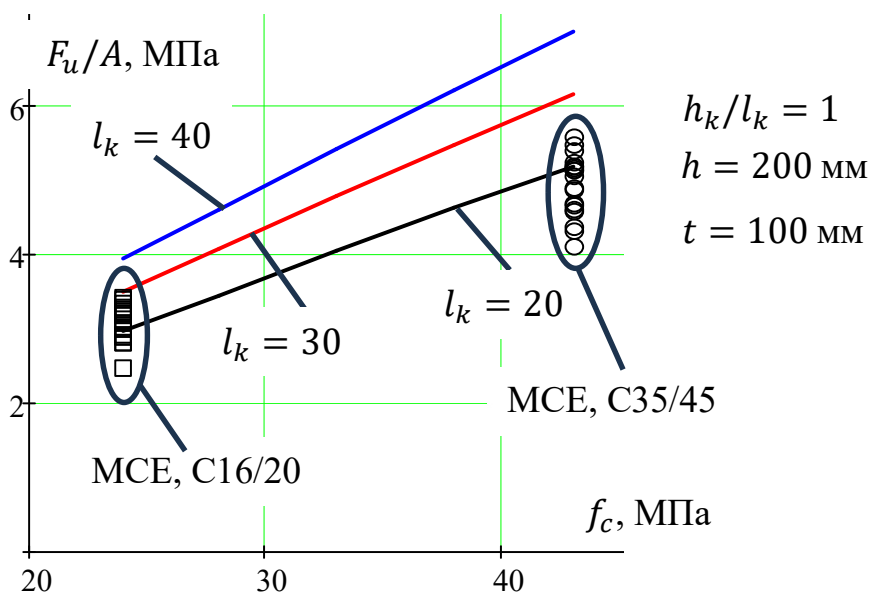


Рисунок 5.6 – Вплив міцності бетону на відносне значення несучої здатності шпонкового шва

## 5.6 Висновки за розділом 5

1. Виконаний порівняльний аналіз підтвердив задовільну збіжність результатів, отриманих трьома незалежними методами – аналітичним розрахунком, чисельним моделюванням та натурними випробуваннями. Зберігаються загальні тенденції впливу ключових параметрів вузлів з'єднань на їх несучу здатність, що підтверджує достовірність запропонованих аналітичних методик.

2. Встановлено, що характерною закономірністю руйнування шпонкового шва при зрізувальному навантаженні є формування похилої поверхні руйнування між кутами протилежних шпонок. Закономірність руйнування по похилому перерізу відтворюється у всіх трьох методах досліджень. Зазначений факт підтверджує коректність прийнятої розрахункової схеми для аналітичного методу розрахунку.

3. Параметричний аналіз впливу геометричних характеристик шпонкового з'єднання показав, що несуча здатність шва закономірно зростає зі зменшенням ширини шпонкового шва, збільшенням висоти зрізу шпонки та довжини шпонки. При цьому інтенсивність впливу кожного параметра є різною. Аналітична методика адекватно відображає тенденції, виявлені в експерименті та МСЕ, для всіх трьох досліджених параметрів.

4. З'ясовано, що аналітична модель та результати чисельного моделювання показують різні, але взаємодоповнюючі уявлення про механізм руйнування. Аналітична методика описує руйнування через вичерпання міцності похилої стислої смуги бетону, тоді як МСЕ виявляє суттєву роль напружень розтягу. Обидва підходи відображають реальний складний напружений стан, за якого стискувальні та розтягувальні складові присутні одночасно, а їх відносний внесок у досягнення граничного стану може бути різним у різних випадках.

5. За результатами порівняльного аналізу підтверджено доцільність застосування запропонованої методики в практиці проєктування шпонкових з'єднань. Простота аналітичного апарату робить методику зручним інструментом для проєктувальника, не вимагаючи залучення спеціалізованого програмного забезпечення на стадії робочого проєктування.

## ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

1. Проведений аналітичний огляд літературних джерел з питань еволюції методів розрахунку вузлів з'єднання ригеля з колоною залізобетонних каркасів і накопичений на даний час експериментальний та теоретичний матеріал дозволили систематизувати визначальні фактори впливу на несучу здатність опорних складових вузлів з'єднання: коротких консолей та шпонкових стиків, і виділити характерні типи їх руйнування. Існуючі розрахункові залежності базуються на різних підходах, які переважно носять емпіричний характер. Серед теоретичних розробок слід виділити отриману в Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» на загальній теоретичній основі з використанням варіаційного методу в теорії пластичності бетону методологію розрахунку вказаних стикових з'єднань. Водночас слід відмітити, що найменш вивченим видом руйнування стиків є руйнування за похилою стиснутою смугою, котрий реалізується в експериментах.

2. Напружено-деформований стан коротких залізобетонних консолей та шпонкових з'єднань на стадії руйнування встановлено за допомогою чисельного моделювання методом скінченних елементів, їх несуча здатність визначена з використанням програмного комплексу Abaqus. Сучасна реалізація методу скінченних елементів дозволила врахувати граничні умови закріплення опорних елементів з'єднань, механічні властивості бетону й арматури, її розташування, нелінійність деформування. Приріст навантаження моделювався за принципом контрольованих переміщень, який дозволяє урахувати поведінку бетону на низхідній гілці. Характер появи та розвитку тріщин і розташування полів максимальних головних непружних деформацій надали можливість уточнення отриманих результатів. Проаналізовано вплив визначальних факторів на характер руйнування і величину несучої здатності коротких консолей та шпонкових з'єднань. Для коротких консолей при збільшенні відносного прольоту зрізу  $a/d$  з 0,15 до 0,37 несуча здатність  $V_{Rd}$  знижується на 15-25%; за збільшення довжини площадки передачі навантаження  $l_{sup}$  з 100 до 200 мм

величина  $V_{Rd}$  зростає до 1,5 рази; зміна процента поперечного армування  $\rho_{sw}$  до 0,4% підвищує  $V_{Rd}$  на 30%, а кута нахилу поперечної арматури до горизонталі до 45° збільшує  $V_{Rd}$  на 15%. Для шпонкового з'єднання встановлено залежності  $V_{Rd}$  для наступних параметрів. Клас бетону впливає на  $V_{Rd}$  практично пропорційно міцності на стиск (відносна міцність з'єднання для бетону C16/20 складає 1,79, а для бетону C35/45 – 1,68). Збільшення довжини шпонки від  $0,25h$  до  $h$  зменшує  $V_{Rd}$  на 25-30%.

3. У якості альтернативи підраховано опір похилої стиснутої смуги як елемента короткої консолі і визначено опір при діагональному розколюванні шпонкового шва з трапецієподібним або трикутним профілем варіаційним методом у теорії пластичності бетону з використанням принципу віртуальних швидкостей при дослідженні функціоналу вказаного принципу на стаціонарний стан. Засвідчено, що несуча здатність залізобетонних консолей та опір шпонкових стиків в граничній стадії може бути змодельований через роботу похилої стисненої смуги відповідно при зрізі та розколюванні. Отримані розрахункові залежності для визначення несучої здатності. Проаналізовано вплив основних параметрів з'єднань на несучу здатність залізобетонних консолей та шпонкових з'єднань. Аналіз результатів розрахунку засвідчує: для короткої консолі підвищення класу бетону приводить до зменшення відносного опору до 10%; при зміні довжини опорної площадки  $l_{sup}$  від 100 до 250 мм опір зростає на 35 – 55% (більше зростання зафіксовано для бетонів низької міцності); збільшення прольоту зрізу  $a$  від 100 до 300 мм знижує опір на 30–35%; зміна поперечного армування з 57 мм<sup>2</sup> (2 Ø6) до 226 мм<sup>2</sup> (2 Ø12) приводить до підвищення відносного опору на 10–13%; для шпонкового стику збільшення класу бетону з C25/30 до C35/40 приводило до зниження відносної міцності до 6%; опір з'єднання зменшується до 50% при зміні відношення ширини шва до висоти шпонки  $t/h$  у межах 0,1...1 (виходячи з технологічних міркувань та величини опору шва рекомендується приймати відношення висоти шпонки до ширини шва  $h/t = 2$ ); поперечне армування при  $\rho_{sw} = 1\%$  підвищує опір шпонкового шва до 3 разів.

Зазначене дозволяє удосконалити конструктивне рішення коротких консолей шляхом оптимізації їх армування, при заданих параметрах передачі навантаження, та шпонкових стиків за рахунок оптимізації його поперечного профіля.

4. Оцінка впливу на несучу здатність визначальних факторів за методом скінчених елементів і варіаційним методом в цілому збігається (різниця складає до 30%). Обидва використані методи відображають складний напружений стан елементів, надають можливість встановити загальні тенденції для оцінювання несучої здатності. Порівняння результатів, отриманих варіаційним методом та експериментально для коротких консолей також засвідчує їх задовільну збіжність, хоча варіаційний метод показує завищені, в середньому на 28%, значення несучої здатності. Дані експериментів на 11 зразках підтверджують достовірність теоретичних досліджень. Відношення результатів за методом скінчених елементів до даних дослідів у середньому складає 1,14 при коефіцієнті варіації 16%.

5. На основі отриманих результатів для інженерного розрахунку несучої здатності вузла з'єднання ригеля з колоною залізобетонних каркасів при проектуванні пропонується використовувати як метод скінчених елементів, так і варіаційний метод. Перший більш складний, потребує введення великої кількості вихідних даних, високої кваліфікації виконавців та здатності до аналізу проміжних результатів в процесі розрахунку; варіаційний метод є наближеним за рахунок застосування верхньої оцінки несучої здатності, більш простим у виконанні та достатньо точним. Використання результатів проведених досліджень і розробленої методики оцінювання несучої здатності з'єднань на коротких консолях і шпонках надає можливість удосконалення конструктивних рішень вузла з'єднання залізобетонного ригеля з колоною в напрямку ресурсозбереження з економією арматурної сталі при спіранні на коротку консоль та влаштуванні шпонкового стика.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бліхарський З.Я. Збірно-монолітні залізобетонні конструкції. Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2015. С. 115–128.
2. Довженко О.О., Погрібний В.В. Багатоповерхові каркасні будівлі із збірно-монолітними балковими перекриттями. Полтава, 2016. С. 3–30.
3. Кривельов Л.І. Науковий супровід впровадження технології залізобетонної збірно-монолітної каркасної системи в будівництво багатоповерхових будинків цивільного призначення / Л.І. Кривельов, О.А.Карпенко, В. Г. Пошивач, О. М. Райтаровський // Реконструкція житла. – 2009. – Вип. 11. – 10 с.
4. Павліков А.М., Гарькава О.В. Конструювання і розрахунок монолітних ребристих перекриттів. Полтава, 2013. 83 с.
5. Савицький М.В. Залізобетонні покриття багатоповерхових будівель / М.В. Савицький, В.С. Магала, О.В. Рабіч, К.В. Шляхов, І.Н. Матюшенко // Будівництво, матеріалознавство, машинобудування: Зб. наук. пр. Дніпропетровськ: ПДАБА, 2009. – Вип. 50. – С. 470–474.
6. Павліков А.М. Залізобетонні конструкції: будівлі, споруди та їх частини. Полтава, 2017. С. 13–57.
7. Савицький М.В. Міцність вузла сполучення збірних плит і монолітних ригелів плоского збірно-монолітного перекриття / М.В. Савицький, О.Л. Буцька, К.О. Пірадов, Т.А. Ковтун-Горбачова // Будівництво, матеріалознавство, машинобудування: Зб. наук. пр. – Дніпропетровськ: ПДАБА, 2015. – Вип. 81. – С. 185–190.
8. Афанасьєва Л., Добровінська М. Вплив корозійних пошкоджень на експлуатаційні якості залізобетонних конструкцій // Будівельні конструкції. Теорія і практика. 2020. С. 55–63.
9. Бамбура А.М. Бетонні та залізобетонні конструкції. – Київ: Вища школа, 1998. – 368 с.

10. Бабаєв В.М., Пługін А.А. Залізобетонні конструкції будівель і споруд. – Харків: ХНУБА, 2016. – 400 с.
11. Marti P. Theory of structures / P. Marti. – Berlin, Germany: Ernst & Sohn, 2013.
12. Дорофєєв В.С., Карпюк В.М. Бетонні та залізобетонні конструкції. – Одеса: ОДАБА, 2012. – 520 с.
13. Eurocode 2: Design of concrete structures — Part 1-1: General rules and rules for buildings (EN 1992-1-1:2004 + A1:2014)
14. Мищенко М.О. Вузли з'єднання ригеля з колоною залізобетонних каркасів / М.О. Мищенко, З.Є. Травка-Бабенко, О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Тези 75-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» (Полтава, 02 – 25 травня 2023 р.). – Т. 1. – С. 140–141.
15. Довженко О.О. Перспективи застосування технології збірно-монолітного каркасу в багатоповерховому будівництві України / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, І.В. Шостак // Нові технології в будівництві. – № 32. – 2017. – С. 79 – 85.
16. Пługін А.А., Пługін О.А. Бетон та залізобетон. – Харків: УкрДУЗТ, 2014. – 450 с.
17. Campione L., La Mendola L., Mangiavillano M. Steel fiber-reinforced concrete corbels // ACI Structural Journal. – 2007. – Vol. 104, No. 1. – P. 47–55.
18. Довженко О.О. Результати експериментальних досліджень міцності трьохшпонкових стиків з урахуванням ширини шва та армування/О.О. Довженко, В.В. Погрібний, І.А. Юрко// Будівельні конструкції. Будівництво в сейсмічних районах України: Міжвід. наук.-техн. зб. наукових праць (будівництво) / ДНДІБК. – К.: НДІБК, 2010. – Вип. 73. – С. 541–547.
19. Kriz L.B., Rathes C.H. Connections in precast concrete structures – strength of corbels. PCI Journal, 1965.
20. Hermansen B.R., Cowan J. Modified shear-friction theory for brackets design. ACI Journal, 1974.

21. Mattock A.H., Chen K.C., Soongswang K., The Behavior of Reinforced Concrete Corbels. J. Pre-Stressed Concrete Int. (1976) 53–77.
22. Mattock A.H. Shear Transfer in Reinforced Concrete // Journal of the Structural Division, ASCE. – 1974. – Vol.100. – P. 187–204.
23. Prasad H. N. R., Babu N. K., Anand K. S. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete corbels // Computers & Structures. – 1993. – Vol. 47, No. 5–6.
24. Hwang S.-J., Lu W.-Y., Lee H.-J. Shear strength prediction for reinforced concrete corbels // ACI Structural Journal. – 2000. – Vol. 97, No. 4. – P. 543–552.
25. Aziz O.Q. Shear strength behavior of crushed stone reinforced concrete corbels // Proceedings of the 26th Conference on Our World in Concrete and Structures. – Singapore, 27–28 August 2001. – P. 767–775.
26. Aziz O. Q., Abu Bakar B. H. Prediction of shear strength by neural network // Neural Computing and Applications. – 2017.
27. Foster S.J., Powell R.E., Selim H.S. Performance of high-strength concrete corbels. ACI Structural Journal, 1996.
28. Muhammad A.H. Behavior and strength of high-strength fiber reinforced concrete corbels. PhD Thesis, 1998.
29. Bourget M., Delmas Y., Toutlemonde F. Experimental study of the behavior of reinforced high-strength concrete short corbels // Materials and Structures. – 2001. – Vol. 34, No. 3. – P. 155–162.
30. Al-Zahawi S.Kh.R. Experimental and analytical behavior of CFRP reinforced concrete corbels. 2011.
31. Максимович С.Б., Демчина Б.Г., Максимович Б.Ю. Аналіз теоретичних і експериментальних досліджень залізобетонних коротких консолей. Львів, 2011. 156-162 с.
32. Дорошевич Л.О., Максимович Б.Ю. Міцність залізобетонних коротких консолей // Будівництво. 2003. Вип. 59. С. 54–64.
33. Максимович Б.Ю. Про експериментальні дослідження коротких консолей / Б.Ю. Максимович // Діагностика, довговічність та реконструкція

мостів і будівельних конструкцій: Зб. наук. пр. НАН України. Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка. – Львів: Каменярь, 2003. – Вип. 5. – С. 143–156.

34. Ляшенко Т.В. Непереармовані залізобетонні короткі консолі // Проблеми теорії і практики залізобетону. Полтава, 1997. С. 278–281.

35. Погрібний В.В. Міцність бетонних та залізобетонних елементів при зрізі: дис. ... канд. техн. наук. Полтава, 2000. 236 с.

36. Погрібний В.В. Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування : дис. ... д-ра техн. наук : 05.23.01 / В. В. АСІ 318-89 ; Нац. ун-т «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». – Полтава, 2024. – 480 с.

37. Довженко О. О. Міцність шпонкових з'єднань бетонних і залізобетонних елементів: експериментальні дослідження: монографія. Полтава: Полтавський національний технічний університет ім. Юрія Кондратюка, 2015. 181 с.

38. Layla A. Gh. Y., Sayhood E. K., Hasan Q. A. M. Reinforced concrete corbels – state of the art // Journal of Materials and Engineering Structures. – 2015. – Vol. 2, No. 4. – P. 180–205.

39. ACI Committee 318-14. Building Code Requirements for Structural Concrete. 2014.

40. Hashim D.T., Abdulghani A.W., Albegmprli H.M.A. Case study of shear strengthening of RC Corbels by steel plates using FEA. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, Vol. 2 No. 7(122), 2023.

41. Chkheiw, A.H., Faleh, S.K., Saleh, I.S. Structural behavior of high-strength concrete corbels involving steel fibers or closed stirrups // Periodicals of Engineering and Natural Sciences. – Vol. 10, No. 1, 2022. – Pp. 239–252.

42. Lei H., Wu F., Gao L., Yan J., Huang H. Experimental study and kinematics-based approach for shear strength assessment of reinforced concrete corbels with variously inclined reinforcement // Engineering Structures, Vol. 341, 15 October 2025

43. Kani G.N.J. — The riddle of shear failure and its solution // ACI Journal Proceedings, 61 (1964), pp. 441–468.

44. Al-Shaarbaf I.A., Al-Azzawi A.A., Farahan R.S. Experimental investigation on the behavior of reinforced concrete corbels under repeated loadings. *Journal of Engineering Development*, 2015.
45. Haach V.G. Development of a design method for reinforced masonry subjected to in-plane loading based on experimental and numerical analysis: PhD Thesis. – University of Minho, 2009. – 367 p.
46. Kramarchuk A.A Study of bearing capacity of reinforced masonry beams with GFRP reinforcement reinforcement / A.Ph. Kramarchuk, B.P. Ilnytsky, T.V. Bobalo, O. Ya. Lytvyniak // *IOP Conf. Series: Materials Science and ngineering*. – 2021.
47. Zeller W. Conclusions from tests on corbels / W. Zeller// *IABSE Colloquium, Structural Concrete, International Association for Bridge and Structural Engineering*, Stuttgart, 1991. – Vol. 62.
48. Mahmood, L.J., Karim, F.R. Shear Resistance of Fibrous Reinforced Concrete Corbels – A Critical Review // *Construction*. – Vol. 2, No. 1, 2022.
49. Fattuhi N.I., Hughes B.P. Ductility of reinforced concrete corbels. *ACI Structural Journal*, 1989.
50. Kriz L. B., Rath C. H. Connections in Precast Concrete Structures – Shear Tests of Corbels. *PCI Journal*. 1965. Vol. 10, No. 1. P. 16–47.
51. Naegeli C.H. Analysis of reinforced concrete corbels. PhD Thesis, Swiss Federal Institute of Technology (ETH Zürich), Zurich, 1997.
52. Reis A. P. A., Torres F. M. Experimental analysis of reinforced concrete corbels // *Engineering School of São Carlos, University of São Paulo*. – São Carlos, 1996.
53. Mohamad-Ali A.A. Experimental behaviour of reinforced concrete corbels strengthened with CFRP strips. *Basrah Journal for Engineering Science*.
54. Mohamad-Ali A.A. Experimental behaviour of reinforced concrete corbels strengthened with carbon fibre reinforced polymer strips // *Basrah Journal of Engineering Sciences*. – 2012. – Vol. 12, No. 1. – P. 31–45.

55. ДСТУ Б В.2.7-223:2009 Будівельні матеріали. Бетони. Методи визначення міцності за зразками, відібраними з конструкцій. – Київ: Мінрегіонбуд України, 2010. – 22 с.

56. ACI Committee 318, Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) with Commentary, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, USA, 2019

57. Comité Euro-International du Béton. CEB-FIP Model Code 1990: Design Code. London : Thomas Telford, 1993. 460 p. ISBN: 0-7277-1696-4.

58. Довженко О.О., Карабаш Л.В., Ржаних Є.О. Порівняльний аналіз розрахунку міцності обтиснутих бетонних шпонок. Полтава, 2013.

59. Довженко О.О., Погрібний В.В., Чурса Ю.В. Шпонкові з'єднання елементів будівель із залізобетону. Полтава, 2017. С. 88–93.

60. Довженко О.О. Міцність одношпонкових стиків трапецієподібної форми із фібробетону на поліпропіленових волокнах із урахуванням особливостей армування / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, І.А. Юрко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. –Рівне: УДУВГП, 2012. – Вип. 23 – С. 225–232.

61. Довженко О.О. Результати експериментальних досліджень трьохшпонкових стиків із фібробетону/ О.О. Довженко, І.А. Юрко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. –Рівне: УДУВГП, 2010. – Вип. 20 – С. 187–192.

62. Довженко О.О. Експериментальні дослідження багатошпонкових стиків із фібробетону із поліпропіленовими волокнами / О.О. Довженко, В.Н. Рожко, І.А. Юрко // Будівельні конструкції. Сучасні технології бетону: Міжвід. наук.-техн. зб. наукових праць (будівництво) / ДНДІБК. – К.: НДІБК, 2009. – Вип. 72. – С. 481–487.

63. Довженко О.О. Результати експериментальних досліджень шпонкових з'єднань: вплив ширини шва та кількості шпонок на міцність стиків / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса, Г.А. Кошман // Будівельні конструкції. Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону: Міжвід. наук.-

техн. зб. наукових праць (будівництво). – К.: НДІБК, 2013. – Вип. 79. – С. 370–379.

64. Довженко О.О. Методика експериментальних досліджень стиків залізобетонних елементів зі змінною кількістю шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2013. – Вип. 27. – С. 87–96.

65. Довженко О.О. Результати експериментальних досліджень залізобетонних елементів із змінною кількістю шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2014. – Вип. 29. – С. 143–150.

66. Довженко О.О. Розрахунок несучої здатності шпонкового з'єднання при руйнуванні шва за стиснутою смугою / О.О. Довженко, М.О. Мищенко, Г.Р. Шершерія // Збірник наукових праць Українського державного університету залізничного транспорту. – Харків: УкрДУЗТ, 2024. – Вип. 210. – С. 60–69.

67. Довженко О.О. Розрахунок несучої здатності шпонкового з'єднання при руйнуванні шва за стиснутою смугою / О.О. Довженко, М.О. Міщенко, Г.Р. Шершерія // Тези доповідей 10-ої Міжнародної науково-технічної конференції «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті», Харків, 20-22 листопада 2024 р. – Харків: УкрДУЗТ, 2024. – С. 110–112.

68. Пашинський В. А. Методика статистичного аналізу точності та ефективності розрахунків шпонкових з'єднань / В.А. Пашинський, О.О. Довженко, В.І. Рудченко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне, 2015. – Вип. 30. – С. 210 – 217.

69. Пашинський В.А. Результати статистичного аналізу методів розрахунку шпонкових з'єднань та рекомендації щодо їх застосування/В.А. Пашинський, О.О. Довженко, В.І. Рудченко // Збірник наукових праць Українського державного університету залізничного транспорту. – Харків: УДУЗТ, 2015. – Вип. 155. – С. 214–221.

70. Довженко О. О., Карабаш Л. В., Рудченко В. І., Шиян А. А. Міцність стиків залізобетонних елементів з урахуванням обтиснення і армування. Рівне: НУВГП, 2013. С. 76–86.

71. Довженко, О.О. Результати експериментальних досліджень залізобетонних елементів із змінною кількістю шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Л.В. Карабаш, Ю.В. Чурса // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : зб. наук. пр. – Рівне: НУВГП, 2014. – Вип. 29 – С. 143–150.

72. Dovzhenko O., Pohribnyi V., Karabash L. Experimental Study on the Multikeyed Joints of Concrete and Reinforced Concrete Elements. International Journal of Engineering and Technology. 2018. Vol. 7, No. 3.

73. Al-Rousan Z., Rajai Z. Single keyed joints behaviour and capacity formulation under direct shear using nonlinear finite-element analysis. 2023.

74. Yang J., Guo T., Chai S. Experimental and numerical investigation on seismic behaviour of beam-column joints. // Engineering Structures. – 2020.

75. Nielsen M.P., Hoang L.C. Lower bound solutions and analysis of keyed shear joints in reinforced concrete structural connections // Engineering Structures — 2017.

76. Zheng H., et al. Experimental study on direct shear performance of prefabricated UHPC joints // Engineering Structures. – 2023.

77. Zheng H., Lee C. F., Tham L. G., Ge X. Displacement-controlled method in finite element analysis and its applications. Chinese Journal of Geotechnical Engineering. 2002. Vol. 24, No. 1. P. 81–85.

78. Ibrahim I.S. et al. Ultimate shear capacity and failure of shear key connection in precast concrete construction // Malaysian Journal of Civil Engineering. – 2014. – Vol. 26, No. 3. – P. 414–430.

79. Kaare K. B. Construction joints in normal and high strength concrete // Technical University of Denmark, Department of Structural Engineering. – Kgs. Lyngby, 1994.

80. Norimono T., et al. Analytical study on relations between form and shear behavior of shear keys // *Journal of Structural and Construction Engineering (AIJ)*. – 1996. – No. 486. – P. 95–102.

81. Naotaka Y., et al. Study on shear behavior of shear keys in joints of precast concrete // *Journal of Structural and Construction Engineering (AIJ)*. – 1997. – No. 500. – P. 113–120.

82. Pan, R. Experimental Study on Shear Performance of Cast-In-Place Ultra-High Performance Concrete Structures / C. Li, Z. Feng, L. Ke, R. Pan, J. Nie // *Materials*, Vol. 12, No. 19, 2019,

83. Singh B. Design of a double corbel using the strut-and tie method / B. Singh, Y. Mohammadi, S.K. Kaushik // *Asian J. Civil Eng. Building Housing*. 2005. – Vol. 6 (1-2).

84. Biswal A. Experimental investigation and prediction of shear behavior of vertical joints between precast concrete wall panels / A. Biswal // Master Thesis. “Chennai, India: Department of Civil Engineering, Indian Institute of Technology Madras.” 2015.

85. Asala A.D., Ali K.K., Khattab S.A.-R. Strength of reinforced concrete corbels – a parametric study. *International Journal of Civil Engineering and Technology*, 2018.

86. EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. Brussels: CEN, 2004.

87. Kim K., Lee M., Park S., Lee J. Experimental study of concrete shear keys encased by precast RC blocks // *Structures*. – Vol. 58, 2023,

88. Nielsen M.P. Limit Analysis and Concrete Plasticity. – Boca Raton: CRC Press, 1999.

89. Nielsen M.P. On the strength of reinforced concrete discs/ M.P. Nielsen//*Acta Polytechnica Scandinavica, Civil Engineering and Building Construction Series*; Copenhagen: Danish Academy of Technical Sciences, 1971. – 70 p.

90. Nielsen M.P. Om forskydningsarmering i jernbetonbjælker (on shear reinforcement in reinforced concrete beams) / M.P. Nielsen// *Bygningsstatiske Meddelelser*. – 1968. – Vol. 38(2). – Pp. 33–58. (discussion: 40(1), 1969, Pp. 60–63).

91. Митрофанов В.П., Довженко О.О., Голов О.А., Карабаш Л.В., Арцев С.І. Міцність залізобетонних шпонок з різним розміщенням арматури // Вісник ОДАБА. 2009. Вип. 34. С. 436–444.
92. Jiang H. Shear behavior of dry joints with castellated keys in precast concrete segmental bridges/ H. Jiang, L. Chen, Z.J. Ma, W. Feng// Journal Bridge Engineering. – 2015. – Vol. 20 (2). – Pp. 1–12.
93. Zhan J. Experimental and numerical investigations on shear performance of key tooth joints of precast concrete segmental bridge under repeated loading / J. Zhan J, F. Yue, F. Liu, Z.J. Ma // Contraction Building Materials. 2022. Vol. 351.
94. Chen G. Numerical analysis on shear behavior of joints under low confining and eccentric load/G. Chen, Z. Fang, S. Wang, H. Jiang, H. Liang // Advances in Civil Engineering. 2019. Vol. 12.
95. Довженко О.О. Розрахунок коротких залізобетонних консолей при дії поперечних сил // Будівельні конструкції. – Київ, 2003. – №59. – С. 45–50.
96. Rezaei M. Primary and secondary reinforcements in corbels under combined action of vertical and horizontal loadings / M. Rezaei, S.A. Osman, N.E. Shanmugam // Proc. of 16th International Conference on Composite Structures (ICCS 16), 2011. – FEUP, Porto, 2011.
97. Abdul-Wahab H.M.S. Strength of reinforced concrete corbels with fibers / H.M.S. Abdul-Wahab // ACI Struct. J. – 1989. – Vol. 86 (1).
98. Alzate A. Shear strengthening of reinforced concrete members with CFRP sheets / A. Alzate, A. Arteaga, A. de Diego, D. Cisneros, R. Perera // Materiales de Construcción. – 2013. – Vol. 63.
99. Guan D. Shear behavior of the UHPC-NSC interface with castellated keys: effect of castellated key dimension and dowel rebar D. Guan, J. Liu, C. Jiang, Z. Chen, Z. Guo // Structures. – 2021. – Vol. 31. – Pp. 172–181.
100. Yong Y., Balaguru P. Behaviour of reinforced high-strength concrete corbels // ACI Structural Journal. – 1994.

101. Довженко О. О., Погрібний В. В., Пенц В. Ф., Марюха Д. М. Bearing capacity calculation of reinforced concrete corbels under the shear action. MATEC Web of Conferences. 2018. Vol. 230.
102. Marti P. Zur plastischen Berechnung von Stahlbeton, Eidgenössisches Technische Hochschule, Institut für Baustatik und Konstruktion / P. Marti// Ther. Ber. – 1980. – Vol. 104. – 176 p.
103. Marti P. An upper-bound rigid-plastic solution for the shear failure of concrete beams without shear reinforcement. Discussion contributions / P. Marti, D.H. Clyde, P. Bhatt, M.W. Braestrup, J.F. Jensen, K.O. Kemp, et al. // Magazine of Concrete Research. – 1982. – Vol. 34(119). – Pp. 96–104.
104. Andersen H.B. Liner i præfabrikerede betonelementer (Wires in precast concrete elements) / H.B. Andersen, D.G. Poulsen// Master's thesis, Department of Civil Engineering, Technical University of Denmark, Denmark, 2002.
105. Войцехівський О.В. Розрахунок залізобетонних конструкцій з використанням спрощених діаграм деформування матеріалів (за ДСТУ Б.В.2.6-156:2010). Частина 1. Розрахунок за I групою граничних станів / О.В. Войцехівський, О.Д. Журавський, Д.М. Байда. – К.: КНУБАБ, 2017. – 168 с.
106. Juvinal R. C., Marshek K. M. Fundamentals of Machine Component Design. 2nd ed. New York : Wiley, 1991.
107. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. – К.: Мінрегіонбуд України, Державне підприємство «Укрархбудінформ», 2011. – 118 с. – (Національний стандарт України).
108. Willam K. J., Warnke E. P. Constitutive models for the triaxial behavior of concrete. Proceedings of the International Association for Bridge and Structural Engineering. 1975. Vol. 19. P. 1–30.
109. Drucker D. C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis for limit design. Quarterly of Applied Mathematics. 1952. Vol. 10, No. 2. P. 157–165.

110. Raza A., Khan Q. Z., Ahmad A. Numerical Investigation of Load-Carrying Capacity of GFRP-Reinforced Rectangular Concrete Members Using CDP Model in ABAQUS. *Advances in Civil Engineering*. 2019. Vol. 2019.
111. Lubliner J., Oliver J., Oller S., Oñate E. A plastic-damage model for concrete // *International Journal of Solids and Structures*. – 1989. – Vol. 25, No. 3. – P. 299–326.
112. Lee J., Fenves G. L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures // *Journal of Engineering Mechanics*. – 1998. – Vol. 124, No. 8. – P. 892–900.
113. CEB-FIP Model Code 1990: Design Code. – Lausanne: CEB / FIP, 1993. – 437 p.
114. ДБН В.2.6-98:2009. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. – Київ: Держбуд України, 2009. – 88 с.
115. Погрібний В.В Розрахунок несучої здатності коротких залізобетонних консолей / В. Погрібний, М. Мищенко // Збірник матеріалів Міжнародної науково-технічної on-line конференції «ПРОБЛЕМИ БУДІВЕЛЬНОГО ТА ТРАНСПОРТНОГО КОМПЛЕКСІВ». – Кропивницький: ЦНТУ 2023 – С. 122–124.
116. Pohribnyi V. The design of concrete elements strength under local compression based on the variational method in the plasticity theory / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, L. Karabash, I. Usenko / *MATEC Web of Conferences*. – 2017. – Vol. 116.
117. ACI Committee 318-89. Building Code Requirements for Reinforced Concrete. 1989.
118. Гетун Г., Колякова В., Безклубенко І., Соломін А. Конструктивні рішення вибухостійких будівель з приміщеннями цивільного захисту населення // *Будівельні конструкції. Теорія і практика*. 2023. С. 41–45.
119. Li G. Experimental study on design method of reinforced concrete corbel. Master Thesis, 2008.

120. Mehmel A., Becker G. Zur Schubmessung des kurzen Kragarms // Der Bauingenieur. 1965. № 6. S. 224–231.
121. Shamass R. Finite-element analysis of shear-off failure of keyed dry joints in precast concrete segmental bridges / R. Shamass, X. Zhou, G. Alfano // Journal of Bridge Engineering. 2015. Vol. 20.



ПП «СПЕЦБУДМОНТАЖ-21»  
49098, м. Дніпро,  
вул. Любарського, будинок 94-А  
ЄДРПОУ 32417358  
e-mail: spetsbud-2117@ukr.net

## ДОВІДКА

### про впровадження результатів дисертаційної роботи

Результати дисертаційної роботи Мищенко Микола Олеговича на тему «Несуча здатність вузла з'єднання ригеля з колоною залізобетонних каркасів» впроваджені при будівництві об'єкта "Нове будівництво захисної споруди цивільного захисту на території Гімназії № 1 Підгородненської міської ради Дніпропетровської області за адресою м. Підгородне, вул. Щаслива 1н" по вул. вул. Щаслива, буд. 1н в м. Підгородне шляхом влаштування контактного шпонкового стика між бетоном, укладеним у різний час при перерві у бетонуванні, для їх сумісної роботи в конструкції залізобетонного перекриття 1-го поверху з метою забезпечення його монолітності та проектної несучої здатності.

Директор



Юрій КРАВЧЕНКО.