

Міністерство освіти і науки України  
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**ПОГРІБНИЙ ВОЛОДИМИР ВОЛОДИМИРОВИЧ**

УДК 624.012/.07:539.375

**ДИСЕРТАЦІЯ**

**МЕТОДОЛОГІЯ ОЦІНЮВАННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ  
ЗАЛІЗОБЕТОННИХ І КАМ'ЯНИХ КОНСТРУКЦІЙ  
З ВИКОРИСТАННЯМ УМОВ ЕКСТРЕМУМУ ДЕФОРМУВАННЯ**

05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди  
19 – Архітектура та будівництво

Подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело



В.В. Погрібний

Науковий консультант: Павліков Андрій Миколайович,  
доктор технічних наук, професор

Полтава – 2024

## АНОТАЦІЯ

*Погрібний В.В.* Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.23.01 – «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» (19 – «Архітектура та будівництво»). – Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», Полтава, 2024.

У **вступі** обґрунтовано актуальність проблеми, що вирішується, сформульовано мету, завдання дослідження, наукову новизну та практичне значення одержаних результатів роботи, наведено відомості про особистий внесок та апробацію матеріалів дисертації, представлено її загальну структуру та обсяг.

У **першому** розділі дисертації проаналізовано основні етапи та перспективи розвитку теорії пластичності і варіаційних методів числення, умови міцності для квазікрихких матеріалів, до яких відноситься бетон і кам'яна кладка.

Висвітлено широкі можливості математичного апарату теорії пластичності при визначенні опору пластичних тіл, для яких на основі варіаційного числення й екстремуму деформування отримані достатньо прості рішення. Однак, для квазікрихких матеріалів його застосування обмежене невеликою кількістю досліджень і вирішених задач. Процес розв'язання крайових задач опору бетонних елементів значно спрощують дискретні та розривні рішення.

Аналіз існуючих методів розрахунку опору бетонних, залізобетонних і кам'яних елементів та їх поведінки в граничному стані при стиску, спільній дії вертикального  $N$  і горизонтального  $T$  навантаження, нормальних і дотичних сил, засвідчує необхідність застосування достатньо загальної теоретичної основи з метою перевірки й уточнення існуючих емпіричних формул, які мають вузьку область реалізації. Аналіз методів розрахунку несучої здатності залізобетонних балок за похилим перерізом, а також коротких консолей підтверджує можливість

їх удосконалення на основі отриманих варіаційним методом теорії пластичності задач опору бетонних елементів з урахуванням специфіки напружено-деформованого стану.

Встановлена необхідність при оцінюванні несучої здатності армованих високоміцною арматурою залізобетонних балок за нормальним перерізом з використанням нелінійної деформаційної моделі для уникнення раптового руйнування бетону здійснювати перевірку не перевищення рівнем деформації крайньої стиснутої фібри величини граничної деформації, котра однозначно невизначена.

У другому розділі для розв'язку задач опору бетонних і залізобетонних елементів застосовано математичний апарат теорії пластичності. При цьому використана модель жорстко-пластичного тіла, функціонал принципу віртуальних швидкостей  $J$  досліджується на стаціонарний стан за допомогою варіаційного рівняння  $\delta J = 0$ , розглядаються стрибки швидкостей як у дотичному, так і нормальному до поверхні руйнування напрямках, що обумовлено дилатансією бетону в граничному стані, величина граничного навантаження відповідає мінімальній потужності пластичної деформації в тонкому шарі на поверхні зрізу.

Виконана перевірка зазначеного математичного апарату при використанні розривних рішень за умовою міцності Баландіна-Генієва при плоскій деформації та плоскому напруженому стані. Обґрунтовано умови застосування теорії пластичності бетону, уточнено межі її застосування.

Враховуючи наближені для бетону та кам'яної кладки міцносні та деформативні властивості запропоновано математичний апарат теорії пластичності використовувати і для кам'яної кладки.

В третьому розділі проведено оцінювання опору бетонних і кам'яних елементів варіаційним методом при осьовому та позацентровому стиску, сумісній дії вертикального і горизонтального навантаження, місцевому односторонньому та двосторонньому стисненні, дії прямокутного штампа на бетонну основу із врахуванням специфіки напружено-деформованого стану.

Запропоновані кінематичні схеми руйнування для розв'язання перелічених задач. Розподіл напружень на поверхні зрізу прийнято рівномірним. Отримані залежності для розрахунку опору елементів. При цьому варіюються кут  $\gamma$  напрямку поверхні руйнування до дії стискальної сили та кут  $\psi$  напрямку швидкості розділених шаром пластичності жорстких дисків до поверхні зрізу. Відношення  $\chi$  (міцності бетону або кладки при розтязі до міцності при стиску) та кут прикладання навантаження  $\beta = \arctan(T / N)$  при сумісній дії горизонтальної та вертикальної сили задаються.

Для клиновидних елементів встановлена залежність опору від кута клину, при збільшенні значення якого опір підвищується. Визначено рівень зниження опору елементів при збільшенні горизонтальної складової рівнодійної навантаження. Встановлені границі реалізації місцевого стиску у випадках руйнування бетонної основи тільки в стиснутій зоні й одночасно в областях стиску та розтягу, а також випадків руйнування зрізаних клиноподібних елементів за різного напрямку поверхні зрізу. Встановлено вплив бокового обтиснення на опір елементів, армування враховується як зовнішнє стискальне навантаження.

Визначені сполучення характеристик міцності цегли та каменів правильної форми і міцності розчинних швів, за яких кладка може вважатися монолітною та розрахунковий переріз проходить по цеглі (каменю).

**Четвертий** розділ присвячено оцінюванню несучої здатності балкових залізобетонних та армокам'яних конструкцій за нормальним перерізом.

Встановлена величина граничної деформації бетону  $\eta_R$  на діаграмі «напруження-деформація» стиску, за досягнення якої відбувається макродеструктуризація бетону (кладки). Для визначення її рівня застосовано екстремальний принцип у теорії пластичності: максимуму прирощення напружень за деформування, найбільш можливого без макропорушення структури бетону або кам'яної кладки.

Для зручності застосування до обмеженої на низхідній гілці діаграми, описаної дробово-раціональною функцією, гармонізовано поліном 5-го степеня,

який надає можливість отримати достатньо прості залежності для визначення параметрів стиснутої зони бетону.

На основі отриманих результатів запропонована методика оцінювання несучої здатності в нормальних перерізах балкових залізобетонних конструкцій, армованих високоміцною арматурою, а також залізобетонних і армокам'яних конструкцій, переармованих у нормальних перерізах у результаті пошкоджень їх стиснутої зони у процесі експлуатації.

**П'ятий** розділ присвячено оцінюванню несучої здатності конструкцій на основі розв'язку задач опору зрізу, отриманих варіаційним методом.

Запропонований розрахунок несучої здатності залізобетонних балок за похилим перерізом на основі «фермової аналогії» та «дискової моделі» базується на результатах розв'язку задач опору похилої стиснутої смуги на ділянці біля опори й опору елементів за небезпечною похилою тріщиною з урахуванням роботи клиновидної стиснутої зони. Встановлено вплив на опір вертикальної арматури, що перетинає похилу смугу, та значення кута нахилу похилої тріщини до поздовжньої осі елемента залежно від прольоту зрізу. За несучу здатність приймається менша із величин поперечного зусилля з урахуванням в обох випадках впливу як бетону, так і поперечної арматури.

Розроблено метод розрахунку несучої здатності залізобетонних консолей в межах похилої смуги з врахуванням специфіки її напружено-деформованого стану.

Запропонована методика розрахунку несучої здатності кам'яних конструкцій при сумісній дії вертикального та горизонтального (сейсмічного) навантаження. Встановлені області реалізації руйнування при зрізі за цілим перерізом і діагональному розколюванні.

Розроблено метод розрахунку зусиль при місцевому стиску опорних ділянок, встановлені області його реалізації та вплив визначальних факторів.

У **шостому** розділі наведені результати порівняння величин опору елементів і несучої здатності конструкцій, підрахованих згідно запропонованих

методик, з експериментальними, отриманими автором та іншими дослідниками, що підтверджують їх достовірність.

Картина руйнування бетонних і кам'яних елементів при осьовому та місцевому стисненні, сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження підтвердили прийняті в теоретичних рішеннях кінематично можливі схеми.

Випадок руйнування клиновидних зразків, які моделюють стиснуту зону бетону над небезпечною похилою тріщиною, знайшов експериментальне підтвердження як в дослідженнях моделей, так і балкових залізобетонних та армокам'яних конструкцій при дії поперечної сили.

Аналіз отриманих за нормативними методами результатів розрахунку несучої здатності конструкцій засвідчує доцільність їх уточнення шляхом врахування ряду додаткових визначальних факторів, які встановлені запропонованими методами.

У **сьомому** розділі наведені приклади реалізації розробленої методології при проєктуванні залізобетонних і кам'яних конструкцій й оцінюванні їх залишкової несучої здатності.

Запропонований інженерні методи розрахунку несучої здатності залізобетонних балок за нормальним перерізом, армованих високоміцною арматурою, з використанням верхньої висхідної гілки діаграми деформування арматури; залишкової несучої здатності переармованих поздовжньою арматурою балкових залізобетонних конструкцій; непереармованих і переармованих армокам'яних конструкцій; несучої здатності залізобетонних балок за похилим перерізом, а також коротких консолей; несучої здатності при місцевому стисненні бетонних і кам'яних елементів.

Удосконалені несучі конструкції сучасних конструктивних систем, зокрема: залізобетонна мостова балка Б(1500-3300).(100-120) з поперечним перерізом європейського типу (зниження поздовжнього армування на 9%); монолітні залізобетонні ригелі плоского міжповерхового перекриття будівель (зниження інтенсивності поперечного армування до 20 %); стикові з'єднання

залізобетонних колон безбалково-безконсольної конструктивної системи (збільшення несучої здатності на стадії монтажу та підвищення експлуатаційної придатності). Для уникнення небезпечного руйнування кам'яних простінків шляхом діагонального розколювання при сейсмічних впливах надані конструктивні заходи щодо його унеможливлення.

На основі натурних експериментальних досліджень визначена залишкова несуча здатність та надані пропозиції щодо: відновлення експлуатаційної придатності фундаменту під технологічне обладнання на нафтоперекачувальній станції при місцевій дії навантаження; підвищення експлуатаційної придатності залізобетонного ригеля поперечної несучої рами трибуни стадіону при пошкодженні стиснутої зони та його переходу в категорію переармованого поздовжньою арматурою; подальшої експлуатації за результатами уточнення категорії технічного стану цегляного стовпа при зменшенні площадки передачі навантаження.

**Ключові слова:** опір, несуча здатність, екстремальні принципи, теорія пластичності, розривні рішення, залізобетонні та кам'яні конструкції, деформація.

## ABSTRACT

*Pohribnyi V.V.* Methodology for assessing the bearing capacity of reinforced concrete and masonry structures using conditions of extreme deformation. – Qualifying scientific work on manuscript rights.

Dissertation for obtaining the scientific degree of Doctor of Technical Sciences in the specialty 05.23.01 – "Building structures, buildings and structures" (19 – "Architecture and civil engineering". – National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic», Poltava, 2024.

The **introduction** substantiates the relevance of the problem to be solved, formulates the goal, task of the research, scientific novelty and practical significance of the obtained work results, provides information about the personal contribution and approval of the dissertation materials, presents its general structure and scope.

In the **first chapter** of the dissertation, the main stages and perspectives of the development of the theory of plasticity and variational calculation methods, strength conditions for quasi-brittle materials, which include concrete and masonry, are analyzed.

The broad possibilities of the mathematical apparatus of the theory of plasticity in determining the resistance of plastic bodies are highlighted, for which fairly simple solutions are obtained on the basis of variational calculation and deformation extrema. However, for quasi-brittle materials, its application is limited by a small number of studies and solved problems. The process of solving boundary value problems of the resistance of concrete elements is greatly simplified by discrete and discontinuous solutions. The analysis of the existing methods of calculating the resistance of concrete, reinforced concrete and masonry elements and their behavior in the limit state under compression, the joint action of vertical  $N$  and horizontal  $T$  load, normal and tangential forces, proves the need to apply a sufficiently general theoretical basis in order to verify and clarify the existing empirical formulas, which have a narrow scope of implementation. The analysis of methods for calculating the bearing capacity of reinforced concrete beams with an inclined section, as well as short cantilevers, confirms the possibility of their improvement based on the variational method of the



theory of plasticity of the problems of the resistance of concrete elements, taking into account the specifics of the stress-strain state.

It is necessary to assess the bearing capacity of reinforced concrete beams reinforced with high-strength reinforcement on a normal cross-section using a nonlinear deformation model in order to avoid sudden destruction of concrete, to check that the level of strain of the extreme compressed fiber does not exceed the value of the limit strain, which is unambiguously undefined.

In the **second chapter**, the mathematical apparatus of the theory of plasticity is used to solve problems of the resistance of concrete and reinforced concrete elements. At the same time, the model of a rigid-plastic body is used, the functional of the principle of virtual velocities is studied for the steady state using the variational equation, velocity jumps are considered both in the tangential and normal directions to the failure surface, which is due to the dilatancy of concrete in the limit state, the value of the limit load corresponds to the minimum power of plastic strain in a thin layer on the surface of the section.

The verification of the specified mathematical apparatus was carried out when using discontinuous solutions under the Balandin-Heniev strength condition under plane strain and plane stress. The conditions of application of the theory of plasticity of concrete are substantiated, the limits of its application are clarified.

Taking into account the approximate strength and deformation properties of concrete and masonry, it is proposed to use the mathematical apparatus of plasticity theory for masonry as well.

In the **third chapter**, the resistance of concrete and masonry elements was evaluated by the variational method under axial and eccentric compression, combined action of vertical and horizontal load, local one-sided and two-sided compression, action of a rectangular stamp on a concrete base, taking into account the specifics of the stress-strain state. Proposed kinematic failure schemes for solving the listed problems. The stress distribution on the shear surface is assumed to be uniform. Obtained dependencies for calculating element resistance. At the same time, the angle  $\gamma$  of the direction of the failure surface to the action of the compressive force and the

angle  $\psi$  of the direction of the speed of the hard disks separated by the layer of plasticity to the shear surface vary. The ratio  $\chi$  (tensile strength of concrete or masonry to compressive strength) and the angle  $\beta = \arctan(T / N)$  of application of the load under the combined action of horizontal and vertical forces are specified.

For wedge-shaped elements, the dependence of the resistance on the angle of the wedge is established, when the value of the wedge increases, the resistance increases. The level of resistance reduction of the elements when the horizontal component of the uniform load increases is determined. The limits of the implementation of local compression in cases of failure of the concrete base only in the compressed zone and simultaneously in the areas of compression and tension, as well as in cases of failure of cut wedge-shaped elements in different directions of the shear surface, are established. The influence of lateral compression on the resistance of the elements is established, the reinforcement is taken into account as an external compressive load.

The combinations of the characteristics of the strength of bricks and stones of the correct shape and the strength of mortar seams are determined, according to which the masonry can be considered monolithic and the calculated section passes through the brick (stone).

The **fourth chapter** is devoted to the assessment of the bearing capacity of beam reinforced concrete and reinforced masonry structures according to the normal section.

The value of the limit strain of concrete  $\eta_R$  on the "stress-strain" diagram of compression, upon reaching which the macrodestructuring of concrete (masonry) occurs, is set. To determine its level, the extreme principle in the theory of plasticity is applied: the maximum stress increment during deformation, the most possible without macrodisruption of the structure of concrete or masonry.

For ease of application, the diagram described by the fractional-rational function, limited on the descending branch, is harmonized with a polynomial of the 5th degree, which makes it possible to obtain fairly simple dependencies for determining the parameters of the compressed zone of concrete.

Based on the obtained results, a methodology for assessing the bearing capacity in normal cross-sections of beam-reinforced concrete structures reinforced with high-

strength reinforcement, as well as reinforced concrete and reinforced masonry structures, over-reinforced in normal cross-sections as a result of damage to their compressed zone during operation, is proposed.

The **fifth chapter** is devoted to the assessment of the bearing capacity of structures based on the solution of shear resistance problems obtained by the variational method.

The proposed calculation of the bearing capacity of reinforced concrete beams along an inclined section based on the "truss analogy" and the "disk model" is based on the results of solving the problems of the resistance of the inclined compressed strip in the area near the support and the resistance of the elements behind the dangerous inclined crack, taking into account the operation of the wedge-shaped compressed zone. The impact on the resistance of the vertical reinforcement crossing the inclined strip and the value of the angle of inclination of the inclined crack to the longitudinal axis of the element depending on the span of the section have been established. The bearing capacity is taken to be the smaller of the values of the transverse force, taking into account in both cases the influence of both concrete and transverse reinforcement.

A method of calculating the bearing capacity of reinforced concrete cantilevers within an inclined strip, taking into account the specifics of its stress-strain state, has been developed.

A method of calculating the bearing capacity of masonry structures under the simultaneous action of vertical and horizontal (seismic) load is proposed. Areas of realization of destruction under a shear along the whole cross-section and diagonal splitting have been established.

A method of calculating forces under local compression of support areas has been developed, the areas of its implementation and the influence of determining factors have been established.

In the **sixth chapter**, the results of comparing the resistance values of the elements and the bearing capacity of the structures, calculated according to the proposed methods, with the experimental ones obtained by the author and other researchers, which confirm their reliability, are given.

The character of failure of concrete and masonry elements under axial and local compression, combined action of vertical and horizontal load confirmed the kinematically possible schemes accepted in the theoretical solutions.

The case of the failure of wedge-shaped samples, which simulate a compressed zone of concrete above a dangerous inclined crack, was experimentally confirmed both in studies of models and beam reinforced concrete and reinforced masonry structures under the action of a transverse force.

The analysis of the results of calculating the bearing capacity of structures obtained by normative methods proves the feasibility of their refinement by taking into account a number of additional determining factors that are established by the proposed methods.

The **seventh chapter** provides examples of the implementation of the developed methodology in the design of reinforced concrete and masonry structures and the assessment of their residual bearing capacity.

Engineering methods for calculating the bearing capacity of reinforced concrete beams of normal cross-section, reinforced with high-strength reinforcement, using the upper ascending branch of the reinforcement strain diagram are proposed; residual bearing capacity of beam-reinforced concrete structures reinforced with longitudinal reinforcement; not over-reinforced and over-reinforced masonry structures; bearing capacity of reinforced concrete beams with an inclined section, as well as short cantilevers; bearing capacity under local compression of concrete and masonry elements.

Improved bearing structures of modern structural systems, in particular: reinforced concrete beam B (1500-3300). (100-120 with cross-section of European type (reduction the structural system (increasing the bearing capacity at the stage of installation and increasing operational suitability)). In order to avoid the dangerous destruction of stone walls by diagonal splitting under seismic effects, constructive measures are provided to prevent it.

Improved bearing structures of modern constructive systems, in particular: reinforced concrete bridge girder B (1500-3300). (100-120) with a cross-section of the

European type (reduction of longitudinal reinforcement by 9%); cast-in-place reinforced concrete girders of the flat inter-floor overlap of buildings (reduction of the intensity of transverse reinforcement to 20%); joints of reinforced concrete columns of the beam-less cantilever-less structural system (increasing the bearing capacity at the stage of installation and increasing operational suitability). In order to avoid the dangerous destruction of masonry walls by diagonal splitting under seismic effects, constructive measures are provided to prevent it.

On the basis of field experimental studies, the residual bearing capacity was determined and suggestions were provided regarding: restoring the operational suitability of the foundation for technological equipment at the oil pumping station under local load action; increasing the serviceability of the reinforced concrete crossbar of the transverse supporting frame of the stadium tribune in case of damage to the compressed zone and its transition to the category of over-reinforced with longitudinal reinforcement; further operation based on the results of clarifying the category of the technical condition of the brick pillar when reducing the load transfer platform.

**Keywords:** resistance, bearing capacity, extreme principles, theory of plasticity, discontinuous solutions, reinforced concrete and masonry structures, strain.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

*Публікації, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації*

### **Монографії:**

1. Погрібний В.В. Методологія розрахунку несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування: монографія / В.В. Погрібний. – Полтава: ПП «Астрая», 2022. – 388 с.
2. Довженко О.О. Каркаси багатоповерхових будівель із збірно-монолітними балковими перекриттями : монографія / О. О. Довженко, В.В. Погрібний. – Полтава: ПолтНТУ, 2016. – 196 с.

**Статті у наукових періодичних виданнях іноземних держав  
або у закордонних виданнях, проіндексованих у базах даних**

### **Scopus та/або Web of Science Core Collection:**

3. Pohribnyi V. The design of concrete elements strength under local compression based on the variational method in the plasticity theory / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, L. Karabash, I. Usenko // MATEC Web of Conf. – 2017. – Vol. 116, 02026. (Scopus, Web of Science Core Collection)
4. Dovzhenko O. Bearing capacity calculation of reinforced concrete corbels under the shear action / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, V. Pents, D. Mariukha // MATEC Web Conf. – 2018. – Vol. 230, 02005. (Scopus)
5. Dovzhenko O.O. Concrete and reinforced concrete strength under action of shear, crushing and punching shear / O.O. Dovzhenko, V.V. Pohribnyi, I.A. Yurko // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – Vol. 463, 022026. (Scopus)
6. Dovzhenko O. Shear failure form realization in concrete / O. Dovzhenko, V. Pogrebnyi, I. Yurko // News the national academy of sciences of the republic of Kazakhstan. Series of geology and technical sciences. – 2018. – Vol. 2 (428). – Pp. 55–62. (Scopus, Web of Science Core Collection)
7. Dovzhenko O. Strength design method of reinforced concrete beam elements along an inclined crack on the joint action of transverse forces and bending moments / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, O. Shkurupiy, P. Mytrofanov //

- International Journal of Engineering & Technology. – 2018. – 7 (4.8). – Pp. 196–202.
8. Pohribnyi V. The ideal plasticity theory usage peculiarities to concrete and reinforced concrete / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, O. Maliovana // International Journal of Engineering & Technology. – 2018. – 7 (3.2). – Pp. 19–26. (Scopus)
  9. Pohribnyi V. The improved technique for calculating the concrete elements strength under local compression / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, I. Kuznietsova, D. Usenko // MATEC Web Conf. – 2018. – Vol. 230, 02025. (Scopus)
  10. Dovzhenko O. Strength calculation of risers near the supports of reinforced concrete three-hinged frames based on the concrete plasticity theory / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, Ye. Klymenko, M. Oreškovič, O. Maliovana // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – Vol. 708, 012046. (Scopus)
  11. Dovzhenko O.O.. On clarification of the application area of the concrete plasticity theory to the strength problems solutions / O.O. Dovzhenko, V.V. Pohribnyi, V.F. Pents, M.V. Pents // In: Onyshchenko V., Mammadova G., Sivitska S., Gasimov A. (eds) Proceedings of the 2nd International Conference on Building Innovations. Lecture Notes in Civil Engineering. – Springer, Cham. – 2020. – Vol. 73. – Pp. 25–33. (Scopus)
  12. Dovzhenko O. Use of extreme properties of deformation for estimation of strength of constructive concrete and reinforced concrete / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, Ye. Klymenko, M. Oreškovič // News the national academy of sciences of the republic of Kazakhstan. Series of geology and technical sciences. – 2020. – Vol. 3 (441). – Pp. 32–39. (Scopus, Web of Science Core Collection)
  13. Dovzhenko O. Discontinuous solutions of concrete elements strength problems using the principle of virtual velocities / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, V. Kyrychenko, O. Maliovana // In: Onyshchenko V., Mammadova G., Sivitska S., Gasimov A. (eds) Proceedings of the 2nd d International Conference on Building Innovations. ICBI 2020. Lecture Notes in Civil Engineering. – Springer, Cham. – 2022. – Vol. 181. – Pp. 59–71. (Scopus)

14. Kuznietsova I. Influence of the sizes and the loading platform form on the strength of concrete elements at local compression. / I. Kuznietsova, O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, I. Usenko // Proc. of the 2020 session of the 13th fib International PhD Symposium in Civil Engineering, held in Paris, France, August 26-28, 2020. – Pp. 63–69. (Scopus)
15. Usenko D. Masonry strengthening under the combined action of vertical and horizontal forces / D. Usenko, O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, O. Zyma // Proc. of the 2020 session of the 13th fib International PhD Symposium in Civil Engineering, held in Paris, France, August 26-28, 2020. – Pp. 193–199. (Scopus)
16. Pohribnyi V. Plasticity theory in strength calculations concrete elements under local compression / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, O. Fenko, D. Usenko // In: Onyshchenko V., Mammadova G., Sivitska S., Gasimov A. (eds) Proceedings of the 3rd International Conference on Building Innovations. ICBI 2020. Lecture Notes in Civil Engineering. – Springer, Cham. – 2022. – Vol. 181. – Pp. 343–353. (Scopus)
17. Dovzhenko O. Accident prevention of buildings and structures based on two-level assessment of bearing capacity of structures / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, Ye. Klymenko, O. Fenko // AIP Conference Proceedings. – 2023. – Vol. 2684, 030009. (Scopus)
18. Pohribnyi V. Concrete and reinforced concrete shear: An improved strength calculation method / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, Y Klymenko, O. Fenko // AIP Conference Proceedings. – 2023. – Vol. 2678, 020014. (Scopus)

#### **Статті у наукових фахових виданнях України:**

19. Погрібний В.В. Напружено-деформований стан і граничне навантаження шпонкових з'єднань залізобетонних конструкцій / В.В Погрібний, О.О. Довженко // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. – К.: Техніка, 2002. – Вип. 39. – С. 23–28.
20. Клименко Є.В. Деформований та технічний стан несучих конструкцій стадіону «Ворскла» в м. Полтаві / Є.В Клименко, В.В. Погрібний,



- О.О. Довженко // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. – К.: Техніка, 2004. – Вип. 55. – С. 319–324.
21. Довженко О.О. Дослідження опору бетону зрізові на зразках Е. Мерша / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Т.Ю. Качан // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2010. – Вип. 2. – С. 31–38.
  22. Довженко О.О. Міцність залізобетонних шпонок при двоярусному розташуванні арматури / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Л.В. Карабаш, М.О. Музичук // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2011. – Вип. 1. – С. 80–86.
  23. Довженко О.О. Теоретичне дослідження міцності на зріз бетонних балок-стінок за допомогою варіаційного методу в теорії пластичності бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, К.І. Залужна, Т.Ю. Качан // Вісник КрНУ імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КрНУ, 2011. – Вип. 4 (69). – С. 120–123.
  24. Довженко О.О. До питання визначення межі реалізації зсувної форми руйнування бетонних елементів / О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Вісник ОДАБА: Зб. наук. праць. – Одеса, 2012. – Вип. 47. – Ч.1. – С. 89–95.
  25. Довженко О.О. Про можливість застосування теорії пластичності до розрахунку міцності елементів із високоміцного бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Куриленко // Коммунальное хозяйство городов: Научн.-техн. сб. – К.: Техніка, 2012. – Вып. 105. – С. 74–82.
  26. Довженко О.О. Збірно-монолітна конструктивна система «КУБ-2,5» під соціальне житло в Україні: з'єднання колони з перекриттям [Електронний ресурс] / О.О. Довженко, В. В. Погрібний, А. Г. Гриценко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2013. – Вип. 27. – С. 301–309.
  27. Довженко О.О. Методика експериментальних досліджень стиків залізобетонних елементів із змінною кількістю шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2013. – Вип. 27. – С. 87–96.

28. Довженко О.О. Методика розрахунку стикових з'єднань збірно-монолітних конструктивних систем під доступне житло в Україні / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Л.В. Карабаш, А.О. Бігдан, Н.В. Дакало // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2013. – Вип. 4 (1). – С. 94–105.
29. Довженко О.О. Результати експериментальних досліджень шпонкових з'єднань: вплив ширини шва та кількості шпонок на міцність стиків / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса, Г.А. Кошман // Будівельні конструкції: Збірник наук. пр. – К.: Будівельник, 2013. – Вип. 79. – С. 370–379.
30. Довженко О.О. Результати експериментальних досліджень шпонкових з'єднань: характер тріщиноутворення, міцність бетонних і залізобетонних шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2013. – Вип. 25. – С. 276–286.
31. Довженко О.О. Результати експериментальних досліджень залізобетонних елементів із змінною кількістю шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2014. – Вип. 29. – С. 143–150.
32. Довженко О.О. До питання оцінювання несучої здатності залізобетонних елементів за похилими перерізами / О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне, 2015. – Вип. 31. – С. 434–440.
33. Довженко О.О. Про міру пластичності бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2015. – Вип. 30. – С. 13–18.
34. Довженко О.О. Розрахунок несучої здатності залізобетонних елементів на дію поперечної сили за похилою стиснутою смугою / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса // Сучасні технології та методи розрахунку в будівництві: Зб. наук. пр. – Луцьк: ЛНТУ, 2015. – Вип. 3. – С. 66–73.

35. Довженко О.О. Вертикальні стики панельних будівель: конструктивні рішення, розрахунок за міцністю / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Є. І. Чумак // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2016. – Вип. 33. – С. 237–243.
36. Довженко О.О. До питання оцінювання технічного стану залізобетонних балок покриття виробничих будівель за несучою здатністю / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Д.В. Усенко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. – Рівне: НУВГтаП, 2016. – Вип. 32. – С. 155–160.
37. Довженко О. О. Оцінювання міцності при зрізі бетонних елементів на основі теорії пластичності бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Мальована // Збірник наукових праць УкрДУЗТ. – Харків: УДУЗТ, 2016. – Вип. 165. – С. 205–215.
38. Погрібний В. В. Гармонізація полінома 5-го ступеня для опису діаграм «напруження-деформації» бетону / В.В. Погрібний, О.О. Довженко, І. В. Шостак // Вісник ОДАБА: Зб. наук. пр. – Одеса: ОДАБА, 2016. – Вип. 65. – С. 62–68.
39. Довженко О.О. Зріз як форма руйнування бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, І.А. Юрко // Наука та будівництво. – 2017. – №4 (14). – С. 43–50.
40. Довженко О.О. Перспективи застосування технології збірно-монолітного каркасу в багатоповерховому будівництві України / О. О. Довженко, В.В. Погрібний, І.В. Шостак // Нові технології в будівництві. – № 32. – 2017. – С. 79–85.
41. Довженко О. О. До питання оцінювання технічного стану залізобетонних конструкцій, що згинаються / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, В. Г. Кобилецький, Т. О. Совенко // Збірник наукових праць УкрДУЗТ. – Харків: УкрДУЗТ, 2019. – Вип. 184. – С. 44–51.
42. Dovzhenko O. Improved calculation method of reinforced concrete elements strength on inclined sections / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, O. Maliovana,

- L. Karabash // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2019. – Вип. 52'. – С. 75–81.
43. Dovzhenko O. Work of masonry under the combined action of vertical and horizontal loads: an analysis of experimental studies / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, D. Usenko, M. Qiniso // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2020. – Вип. 2(55)'.– Рр. 44–51.
44. Довженко О.О. Методика розрахунку міцності у похилих перерізах балкових залізобетонних елементів / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Мальована, О.М. Шитова // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2021. – Вип. 40. – С. 129–136.
45. Dovzhenko O. The masonry calculation strength under the vertical and horizontal loads combined action by the variational method in the plasticity theory / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, V. Usenko, D. Usenko // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2021. – Вип. 2 (57)'.– Рр. 26–31.
46. Кузнєцова І.Г. Міцність бетону при місцевому стисненні з урахуванням відношення висоти елемента до розміру площадки навантаження / І.Г. Кузнєцова, О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Український журнал будівництва та архітектури. – 2021. – № 5 (005). – С. 61–67.
47. Погрібний В. До визначення міцності кам'яної кладки при стисненні / В. Погрібний, О. Довженко, Д. Усенко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. – Рівне: УДУВГП, 2022. – Вип. 41. – С. 200–207.

**Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:**

48. Довженко О.О. Вплив згинального моменту на міцність шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний // «Вопросы. Ответы. Гипотезы: наука XXI век»: Сб. научн. док. – Гданськ, 2014. – Ч. 1. – С. 11–16.
49. Погрібний В.В. Характеристика зрізу як форми руйнування / В. В. Погрібний, О. О. Довженко // Modern scientific researches and developments: theoretical value and practical results – 2016: materials of

- international scientific and practical conference. – Bratislava, 2016. – Pp. 111–112.
50. Довженко О.О. Методика розрахунку міцності залізобетонних балкових елементів за похилою тріщиною на сумісну дію поперечних сил та згинальних моментів / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.А. Шкурупій, П.Б. Митрофанов // Збірник наукових праць I Міжнародної науково-практичної конференції «TECHNOLOGY, ENGINEERING AND SCIENCE – 2018» 24 – 25 жовтня 2018 року. – Лондон: ПолтНТУ, 2018. – С. 33–34.
51. Довженко О.О. Стики несучих елементів сучасних конструктивних систем цивільних будівель / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, І.А. Юрко // «ҚазҚСҒЗИ» АҚ хабаршысы, за матеріалами міжнародної науково-практичної конференції «Жаңа құрылыс тенденциялары 21 ғасырда». – 2017. – № 7(71). – С. 5–10.
52. Довженко О.О. Розрахунок міцності стояків залізобетонних тришарнірних рам біля опор при зрізі на основі теорії пластичності / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Мальована, Л.В. Карабаш // Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті, 8 - ма міжнародна науково-практична конференція 20 – 22 листопада 2019 р., м. Харків: тези доповідей. Ч.2. – Харків: УкрДУЗТ, 2019. – С. 59– 60.
53. Довженко О.О. Теорія пластичності в розрахунках міцності бетонних і кам'яних елементів при місцевому стисненні / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, І.Г. Кузнецова, Д.В. Усенко // Збірник наукових праць за матеріалами II Міжнародної українсько-азербайджанської конференції «BUILDING INNOVATIONS – 2019», 23 – 24 травня 2019 року. – Полтава: ПолтНТУ, 2019. – С. 78–80.
54. Погрібний В.В. Міцність елементів із високоміцного бетону при зрізі / В.В. Погрібний, О.О. Довженко, О.О. Мальована // Збірник наукових праць XII Міжнародної науково-практичної конференції «Академічна й університетська наука: результати та перспективи», 6 грудня 2019 р. –

- Полтава: Національний університет імені Юрія Кондратюка, 2019. – С. 295–298.
55. Довженко О.О. Розрахунок підсиленої цегляної кладки при сумісній дії вертикальних і горизонтальних сил / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Д.В. Усенко // Ефективні технології в будівництві: програма та тези доповідей У Міжнародної науково-технічної конференції (19 листопада 2020 р., м. Київ). – К.: Видавництво Ліра-К., 2020. – С. 148–149.
56. Довженко О.О. Шляхи підвищення енергоефективності конструктивних рішень вузлів з'єднань елементів несучих систем об'єктів транспорту / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Т.О. Совенко // Тези доповідей Міжнародної науково-технічної конференції «Енергоефективність на транспорті», 18-20 листопада 2020, Харків: УкрДУЗД. – С. 71–72.
57. Довженко О.О. Виведення несучих конструкцій будівель і споруд із аварійного стану // О.О. Довженко, В.В. Погрібний О.М. Шитова // Тези доповідей IV Міжнародної конференції «Експлуатація та реконструкція будівель і споруд» (9 – 11 вересня 2021, м. Одеса). – Одеса: ОДАБА. – 2021. – С. 50.
58. Довженко О.О. Метод розрахунку міцності у похилому перерізі залізобетонних конструкцій, що згинаються / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Мальована, Т.О. Совенко // Збірник наукових праць за матеріалами IV Міжнародної українсько-азербайджанської науково-практичної конференції (20 – 21 травня 2021 року). – Полтава – Баку: Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», Азербайджанський архітектурно-будівельний університет, 2021. – С. 125–126.
59. Довженко О.О. Опір залізобетону при зрізі / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Мальована, Т.О. Совенко // Збірник наукових праць за матеріалами IV Міжнародної українсько-азербайджанської науково-практичної конференції (20 – 21 травня 2021 року). – Полтава – Баку, 2021. – С. 127–128.

60. Довженко О.О. Попередження аварій будівель і споруд на основі дворівневої оцінки несучої здатності конструкцій / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Є.В. Клименко, О.Г. Фенко // Тези доповідей 9-ої міжнародної науково-технічної конференції «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті». – Харків, УкрДУЗТ, 2021. – С. 115–116.
61. Погрібний В.В. Дворівнева оцінка несучої здатності для визначення технічного стану будівельних конструкцій / В.В. Погрібний, О.О. Довженко, О.М. Шитова // Збірник наукових праць XIV Міжнародної науково-практичної конференції «Академічна й університетська наука: результати та перспективи», 09 грудня 2021 року. – Полтава: Полтавська політехніка 2021. – С. 338–341.
62. Погрібний В. Зріз бетону та залізобетону: удосконалена методика розрахунку міцності / В. Погрібний, О. Довженко, Є. Клименко, О. Фенко // Тези XIX Міжнародної науково-практичної конференції «Інноваційні технології у будівництві, цивільній інженерії та архітектурі» (м. Чернігів, 19 – 22 вересня 2021 р.). – С. 249–250.
63. Погрібний В.В. Критерій та області реалізації зрізу в бетоні / В.В. Погрібний, О.О. Довженко, О.М. Шитова // Збірник наукових праць за матеріалами IV Міжнародної українсько-азербайджанської науково-практичної конференції (20 – 21 травня 2021 року). – Полтава – Баку, 2021. – С. 162–163.
64. Погрібний В.В. Міцність кам'яної кладки при осьовому стисненні / В. В. Погрібний, О.О. Довженко, Д.В. Усенко // Комплексні композитні конструкції будівель та споруд в умовах воєнного стану (CSCS-2022): Зб. наук. пр. за матеріалами XIV Міжнародної науково-технічної конференції (20–22 червня 2022 року). – Полтава: НУПП імені Юрія Кондратюка, 2022. – С. 102–104.
65. Погрібний В.В. Опір бетонного клину при зрізі над небезпечною похилою тріщиною залізобетонних конструкцій / В.В. Погрібний,

- В.Л. Швайковський // Комплексні композитні конструкції будівель та споруд в умовах воєнного стану (CSCS-2022): Зб. наук. пр. за матеріалами XIV Міжнародної науково-технічної конференції (20–22 червня 2022 року). – Полтава: НУПП імені Юрія Кондратюка, 2022. – С. 105–108.
66. Погрібний В.В. Методи розрахунку несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування / В.В. Погрібний // Тези 75-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». Том 1. (Полтава, 02 травня – 25 травня 2023 року) – Полтава: Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2023. – С. 135–136.
67. Погрібний В., Методика розрахунку несучої здатності залізобетонних балкових конструкцій за похилими перерізами на основі «фермової аналогії» та «дискової моделі» / В. Погрібний, В. Швайковський // Збірник матеріалів Міжнародної науково-технічної on-line конференції «Проблеми будівельного та транспортного комплексів». – Кропивницький: ЦНТУ 2023. – С. 118–121.
68. Погрібний В. Розрахунок несучої здатності коротких залізобетонних консолей / В. Погрібний, М. Мищенко // Збірник матеріалів Міжнародної науково-технічної on-line конференції «Проблеми будівельного та транспортного комплексів». – Кропивницький: ЦНТУ 2023 – С. 122–123.
69. Швайковський В.В. Розрахунок опору залізобетонних елементів за похилими перерізами на дію поперечної сили / В.Л. Швайковський, В.В. Погрібний // Тези 75-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». Том 1. (Полтава, 02 травня – 25 травня 2023 року) – Полтава: Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2023. – С. 137–138.

#### **Патенти:**

70. Патент 62865/ Україна, <sup>(51)</sup>МПК (2011.01) G01N 3/00. Спосіб дослідження міцності бетону стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною в



- згинальних елементах / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Т.Ю. Качан; заявник та власник Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – № u201011002 ; заявл. 13.09.2010 ; опубл. 26.09.11, Бюл. № 18.
71. Патент 95177/ Україна, МПК 2016.01 E04B 1/00. Вузол з'єднання надколонної плити з колоною у збірно-монолітних безкапітельно-безбалкових перекриттях/ О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса, А.О. Бігдан; заявник та власник Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – № и 2014 07594 ; заявл. 07.07.2014 ; опубл. 10.12.2014, Бюл. № 23.
72. Патент 140820. Україна МПК (2020.01) E04B 1/00. Вузол з'єднання залізобетонних плит з ригелем у збірно-монолітних перекриттях з подвійним функціональним призначенням робочої арматури / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса, К.С., Костроміцька: заявник та власник Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – № u 2020 09018; заявл. 29.07.2019, опубл. 10.03.2020, Бюл. № 5.

#### **Колективні монографії:**

73. Dovzhenko O. Improvement of the affordable housing precast and precast-cast-in-place building production technologies: Collective Monograph / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, O. Zyma // Modern world tendencies in the development of science. – Vol. 1. – London, 2019. – Pp. 13–25.
74. Довженко О.О. Міцність цегляної кладки при діагональному розколюванні / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Д.В. Усенко // Findings of modern engineering research and developments: Scientific monograph. Riga, Latvia: «Baltija Publishing», 2022. – Pp. 41–63.
75. Соловйов В. В. Відновлення експлуатаційної придатності кам'яної кладки, пошкодженої в умовах надзвичайних ситуацій / В.В. Соловйов, О.О. Довженко В.В. Погрібний, Д.В. Усенко // Подолання екологічних ризиків та загроз для довкілля в умовах надзвичайних ситуацій – 2022: колективна монографія. – Полтава – Львів: НУПП імені Юрія Кондратюка, НУ «Львівська політехніка» — Дніпро: Середняк Т. К., 2022 – С. 485– 498.

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК ОСНОВНИХ УМОВНИХ ПОЗНАК.....	32
ВСТУП .....	38
РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ РОЗВИТКУ ТЕОРІЇ ПЛАСТИЧНОСТІ ТА МЕТОДІВ ОЦІНЮВАННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ І КАМ'ЯНИХ КОНСТРУКЦІЙ.....	50
1.1 Основні етапи розвитку теорії пластичності та варіаційних методів числення.....	50
1.2 Теорії міцності. Умови міцності квазікрихких матеріалів.....	54
1.3 Визначення граничного навантаження методом характеристик. Дискретні рішення задач опору .....	58
1.4 Варіаційні методи в теорії пластичності .....	66
1.4.1 Екстремальні принципи жорстко-пластичного тіла.....	66
1.4.2 Функціонал принципу віртуальних швидкостей.....	69
1.4.3 Верхня та нижня оцінка граничного навантаження.....	70
1.4.4 Розривні рішення задач опору.....	72
1.4.5 Вплив армування на опір залізобетонних елементів .....	77
1.5 Опір бетонних і кам'яних елементів.....	80
1.5.1 Центральне та позацентрове стиснення.....	80
1.5.2 Сумісна дія вертикального та горизонтального навантаження.....	84
1.5.3 Місцеве стиснення.....	86
1.6 Діаграми деформування бетону, кам'яної кладки й арматури .....	90
1.7 Граничні деформації бетону, кам'яної кладки й арматури.....	95
1.8 Визначення несучої здатності балкових залізобетонних і армокам'яних конструкцій за нормальними перерізами.....	97
1.9 «Дискова модель» та «фермова аналогія» в розрахунках несучої здатності за похилими перерізами залізобетонних конструкцій, що згинаються. Розрахунок коротких консолей.....	101
1.10 Висновки за розділом 1.....	108

РОЗДІЛ 2 ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ ПЛАСТИЧНОСТІ БЕТОНУ ТА ЗАЛІЗОБЕТОНУ ПРИ ЗАСТОСУВАННІ РОЗРИВНИХ РІШЕНЬ .....	112
2.1 Математичний апарат теорії пластичності бетону при застосуванні розривних рішень .....	112
2.2 Перевірка математичного апарата за прийнятими умовами міцності бетону при плоскій деформації та плоскому напруженому стані .....	119
2.3 Умови застосування теорії пластичності бетону при локалізації пластичної деформації в тонких шарах на поверхні руйнування.....	127
2.4 Границі реалізації зрізу за мірою пластичності бетону .....	140
2.5 Врахування впливу армування в залізобетонних елементах.....	144
2.6 Висновки за розділом 2 .....	146
РОЗДІЛ 3 ВИЗНАЧЕННЯ ОПОРУ БЕТОННИХ І КАМ'ЯНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ВАРІАЦІЙНИМ МЕТОДОМ. ВРАХУВАННЯ ВПЛИВУ АРМУВАННЯ.....	149
3.1 Бетонні елементи при центральному стиску.....	149
3.1.1 Задачі опору плоского та масивного елементів з незмінним за висотою поперечним перерізом.....	149
3.1.2 Задача опору симетричного бетонного клину.....	154
3.2 Бетонні елементи при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження.....	156
3.2.1 Задача опору бетонних елементів, завантажених за торцями нормальною та дотичною силами.....	156
3.2.2 Задача опору зрізаного бетонного клину.....	158
3.3 Бетонні елементи при місцевому стиску.....	163
3.3.1 Задача вдавлювання прямокутного штампа у бетонну основу при руйнуванні тільки стиснутої зони.....	163
3.3.2 Задача опору бетонної основи при односторонньому місцевому стиску.....	167
3.3.3 Задача опору бетонного елемента при двосторонньому місцевому стиску.....	169

3.4	Монолітна кам'яна кладка: сполучення характеристик міцності цегли та каменів правильної форми і розчину .....	171
3.5	Кам'яна кладка при центральному стиску.....	172
3.6	Кам'яна кладка при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження.....	174
3.7	Кам'яна кладка при місцевому стиску.....	176
3.8	Врахування ексцентриситету прикладання вертикальної сили при визначенні опору кам'яних і бетонних елементів.....	178
3.9	Врахування армування при розв'язанні задач опору залізобетонних і армокам'яних елементів.....	179
3.10	Висновки за розділом 3.....	182
<b>РОЗДІЛ 4 ОЦІНЮВАННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ БАЛКОВИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ТА АРМОКАМ'ЯНИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗА НОРМАЛЬНИМИ ПЕРЕРІЗАМИ.....</b>		
<b>184</b>		
4.1	Методика розрахунку несучої здатності балкових залізобетонних конструкцій у нормальних перерізах за нелінійною деформаційною моделлю.....	184
4.1.1	Дробово-раціональна залежність «напруження-деформація» бетону з обмеженою низхідною ділянкою.....	184
4.1.2	Гармонізований поліном 5-го степеня для опису зв'язку між напруженнями та деформацією бетону при стиску.....	192
4.1.3	Оцінювання несучої здатності балкових залізобетонних конструкцій у нормальних перерізах.....	195
4.2	Оцінювання несучої здатності балкових армокам'яних конструкцій у нормальних перерізах .....	209
4.3	Висновки за розділом 4 .....	216
<b>РОЗДІЛ 5 ОЦІНЮВАННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ БЕТОННИХ, ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КАМ'ЯНИХ ТА АРМОКАМ'ЯНИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗА УМОВИ МІНІМУМУ ПОТУЖНОСТІ ПЛАСТИЧНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ.....</b>		
<b>219</b>		

5.1	Методика розрахунку несучої здатності залізобетонних балкових конструкцій за похилими перерізами на основі «фермової аналогії» та «дискової моделі».....	219
5.1.1	Розрахунок за похилої стиснутою смугою на ділянках біля опор	
5.1.2	Розрахунок за небезпечною похилою тріщиною при дії поперечної сили з урахуванням роботи клиноподібної стиснутої зони.....	220
5.2	Розрахунок несучої здатності коротких залізобетонних консолей.....	234
5.3	Оцінювання несучої здатності опорних бетонних ділянок.....	241
5.4	Розрахунок несучої здатності балкових армокам'яних конструкцій за похилим перерізом .....	247
5.5	Оцінювання несучої здатності цегляних простінків при сумісній дії вертикальних та горизонтальних сил.....	249
5.6	Висновки за розділом 5.....	253
РОЗДІЛ 6 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА ТЕОРЕТИЧНО ВИЗНАЧЕНОЇ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ (ОПОРУ) КОНСТРУКЦІЙ (ЕЛЕМЕНТІВ) ТА ПОРІВНЯННЯ ЇЇ З НОРМАТИВНОЮ МЕТОДИКОЮ....		
6.1	Обґрунтування прийнятої для квазікрихких матеріалів умови міцності.....	255
6.2	Порівняння кінематичних схем з картиною руйнування бетонних та кам'яних елементів при одновісному стиску.....	258
6.3	Опір бетонних елементів при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження.....	262
6.4	Несуча здатність балкових залізобетонних конструкцій за похилими перерізами.....	267
6.4.1	Опір клиноподібної стиснутої зони бетону над небезпечною похилою тріщиною .....	267
6.4.2	Визначення несучої здатності залізобетонних балок .....	271
6.5	Несуча здатність коротких залізобетонних консолей за стиснутою похилою смугою.....	280
6.6	Опір бетонних елементів при дії місцевого навантаження.....	286

	30
6.7 Несуча здатність залізобетонних балок за нормальними перерізам.....	292
6.8 Несуча здатність за нормальними перерізами армокам'яних Конструкцій, що згинаються.....	298
6.9 Несуча здатність кам'яних конструкцій при діагональному розколюванні .....	301
6.10 Висновки за розділом 6.....	306
<b>РОЗДІЛ 7 ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДОЛОГІЇ ПРИ ПРОЄКТУВАННІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ І КАМ'ЯНИХ КОНСТРУКЦІЙ ТА ОЦІНЮВАННІ ЇХ ЗАЛИШКОВОЇ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ.....</b>	
7.1 Інженерні методи розрахунку несучої здатності бетонних і залізобетонних конструкцій .....	310
7.1.1 Несуча здатність за нормальним перерізом залізобетонних конструкцій, які згинаються .....	310
7.1.2 Несуча здатність балкових залізобетонних конструкцій за похилими перерізами .....	313
7.3.1 Розрахунок коротких консолей.....	314
7.1.4 Розрахунок на місцеву дію навантаження .....	316
7.2 Інженерні методи розрахунку несучої здатності кам'яних та армокам'яних конструкцій .....	317
7.2.1 До розрахунку кам'яної кладки при центральному та позацентровому стиску .....	317
7.2.2 Розрахунок кам'яних стін при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження .....	318
7.2.3 Несуча здатність кам'яної конструкції при дії зосередженого навантаження.....	319
7.2.4 Несуча здатність за нормальним перерізом армокам'яних конструкцій, що згинаються .....	320
7.3 Пропозиції щодо удосконалення конструктивних рішень несучих елементів сучасних конструктивних систем будівель і споруд.....	322

7.3.1 Збірна залізобетонна мостова балка, армована високоміцною арматурою .....	322
7.3.2 Монолітні залізобетонні ригелі плоских перекриттів цивільних будівель .....	325
7.3.3 Стикове з'єднання залізобетонних колон багатопверхових житлових будівель .....	329
7.3.4 Цегляні простінки .....	331
7.4 Оцінювання залишкової несучої здатності конструкцій. Підвищення їх експлуатаційної придатності на основі натурних обстежень .....	332
7.5 Висновки за розділом 7 .....	339
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....	343
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....	348
ДОДАТОК А Приклади розв'язання задач опору бетонних і кам'яних елементів з використанням критерія мінімуму потужності пластичної деформації .....	406
ДОДАТОК Б Гранична деформація стиснутого бетону, отримана за різними методами .....	414
ДОДАТОК В Гармонізація полінома 5-го степеня з дробово-раціональною функцією: критерії та результати співставлення.....	417
ДОДАТОК Г Діаграми «напруження-деформація» стиснутого бетону, описані гармонізованим поліномом 5-го степеня для різних класів міцності..	420
ДОДАТОК Д Приклади розрахунку несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування.....	426
ДОДАТОК Е Список публікацій здобувача за темою дисертації з визначенням особистого внеску .....	453
ДОДАТОК Ж Довідки про впровадження результатів дисертаційної роботи.....	469

## ПЕРЕЛІК ОСНОВНИХ УМОВНИХ ПОЗНАК

### *Латинські великі літери*

$A_b$	площа навантаження кам'яної опори;
$A_c$	площа поперечного перерізу бетону;
$A_{c0}$	площа навантаження бетонної опори;
$A_{c1}$	розрахункова площа бетонної опори при місцевому стиску;
$A_{ef}$	ефективна площа при місцевому стиску кам'яної кладки;
$A_m$	площа поперечного перерізу кам'яної кладки;
$A_s$	площа поперечного перерізу поздовжньої розтягнутої арматури;
$A_{s, min}$	мінімальна площа поперечного перерізу поздовжньої арматури;
$A_{sw}$	площа поперечного перерізу поперечної арматури;
$A_p$	площа поперечного перерізу високоміцної арматури;
$C$	клас бетону;
$E_{cd}$	розрахункове значення модуля пружності бетону;
$E_p$	розрахункове значення модуля пружності високоміцної арматури;
$E_s$	розрахункове значення модуля пружності арматурної сталі;
$F$	зосереджена сила;
$F_m$	поздовжнє зусилля, що сприймає кам'яна кладка в стиснутій зоні;
$F_s$	поздовжнє зусилля в арматурі армокам'яних конструкцій;
$H$	висота розрахункової смуги;
$\bar{H}$	інтенсивність швидкостей деформації зсуву;
$J$	функціонал принципу віртуальних швидкостей;
$L, l$	довжина;
$M$	згинальний момент;
$M_{Ed}$	розрахункове значення зовнішнього згинального моменту;
$M_{Rd}$	розрахункове значення згинального моменту, що сприймає конструкція;
$N$	осьова поздовжня сила;
$N_c$	поздовжнє зусилля, що сприймає стиснутий бетон;
$N_{Ed}$	розрахункове значення зовнішньої осьової сили;



$N_{Rd}$	розрахункове значення поздовжнього зусилля, що сприймає конструкція;
$N_s$	зусилля, що сприймає поздовжня арматура;
$N_{sw}$	зусилля, що сприймає поперечна арматура;
$S$	статичний момент площі стиснутої зони;
$S_l$	площа поверхні руйнування;
$S_{Ed}$	розрахункове значення сейсмічної сили від дії зовнішнього навантаження;
$T$	дотичне зусилля;
$\bar{T}$	інтенсивність дотичних напружень;
$V$	поперечна сила;
$v$	швидкість переміщення жорстких дисків;
$V_c$	поперечне зусилля, що сприймає стиснутий бетон;
$V_{Ed}$	розрахункове значення поперечної сили від зовнішнього навантаження;
$V_{Rd}$	розрахункове значення поперечного зусилля, що сприймає конструкція;
$V_{sw}$	зусилля, що сприймає поперечна арматура;
$W_{c(m)}$	потужність пластичної деформації стиснутого бетону (кам'яної кладки);
$W_s$	потужність деформації арматури;
	<i>Латинські малі літери</i>
$b$	ширина поперечного перерізу;
$b_{cal}$	розрахункова ширина при місцевому стиску;
$b_{loc}$	ширина площадки навантаження при місцевому стиску;
$b_w$	ширина поперечного перерізу при розрахунку на дію $V$ ;
$c, c/d$	проліт зрізу, відносний проліт зрізу;
$d$	робоча висота поперечного перерізу;
$d_c$	характеристика міцності бетону;
$\bar{d}$	характеристика відносної міцності бетону;
$e$	ексцентриситет прикладання вертикальної сили;
$e_{he}$	ексцентриситет прикладання горизонтальної сили;
$f_b$	нормативна величина міцності на стиск цегли (каменю);

$f_m$	міцність розчину на стиск;
$f_d$	розрахункове значення міцності кладки на стиск;
$f_t$	розрахункове значення міцності кладки на розтяг;
$f_c$	значення міцності бетону на стиск;
$f_{cd}$	розрахункове значення міцності бетону на стиск;
$f_{c,prizm}$	значення призмової міцності бетону на стиск, визначеної експериментально
$f_{ct}$	значення міцності бетону на осьовий розтяг;
$f_{ctd}$	розрахункове значення міцності бетону на осьовий розтяг;
$f_i$	поверхнева сила в $i$ – напрямку;
$f_{p0,1k}$	характеристична 0,1% умовна границя текучості високоміцної арматури;
$f_{pk}$	характеристичне значення міцності високоміцної арматури;
$f_{pd}$	розрахункове значення міцності високоміцної арматури;
$f_y$	значення міцності арматури на границі текучості;
$f_{yd}$	розрахункове значення міцності арматури на границі текучості;
$f_{yk}$	характеристичне значення міцності арматури на границі текучості;
$h$	висота конструкції (елемента);
$k_\chi$	коефіцієнт, який враховує вплив відношення міцності бетону (кам'яної кладки) на розтяг до міцності на стиск;
$l_{cal}$	розрахункова довжина при місцевому стиску;
$l_{loc}$	довжина площадки навантаження при місцевому стиску;
$l_{sup}$	довжина опорної площадки;
$n$	товщина пластичного шару;
$\bar{n}$	сума відносної міцності бетону (кам'яної кладки) на стиск і розтяг;
$m$	різниця міцності бетону (кам'яної кладки) на стиск і розтяг;
$\bar{m}$	різниця відносною міцності бетону (кам'яної кладки) на стиск і розтяг;
$1/r$	кривина конструкції в розрахунковому перерізі;
$q$	тиск;
$s$	крок поперечної арматури;

- $t$  товщина конструкції або елемента;  
 $u$  переміщення;  
 $x$  висота стиснутої зони бетону і кам'яної кладки в нормальному перерізі;  
 $z$  плече пари внутрішніх сил (плече важеля);

*Великі грецькі літери*

- $\Delta$  прирощення, стрибки швидкості;  
 $\Xi$  пластичний потенціал;  
 $\Phi$  коефіцієнт зменшення несучої здатності;

*Грецькі малі літери*

- $\alpha$  кут бетонного клину;  
 $\alpha_{c,s}$  коефіцієнт, який ураховує вплив поздовжньої арматури;  
 $\alpha_{loc}$ , коефіцієнти, що враховують вплив геометричних параметрів при місцевому стиску бетонних опор;  
 $\beta_{loc}$  місцевому стиску бетонних опор;  
 $\alpha_m$  відносний згинальний момент;  
 $\bar{\alpha}_R$  граничне значення відносного згинального моменту;  
 $\alpha_{sw}$  коефіцієнт, який ураховує вплив поперечної арматури;  
 $\beta$  кут напрямку рівнодійної зовнішніх сил  $T/N$  або  $V/N$ ;  
 $\beta_m$  коефіцієнт збільшення несучої здатності при місцевому стиску кам'яної кладки;  
 $\gamma$  кут нахилу поверхні зрізу до напрямку дії нормальної сили;  
 $\gamma_s$  коефіцієнт надійності для високоміцної арматури;  
 $\varepsilon_c, \varepsilon_m$  відносна деформація стиску бетону та кам'яної кладки ;  
 $\varepsilon_{cR}$ , значення граничної відносної деформації стиску бетону та кам'яної  
 $\varepsilon_{mR}$  кладки на межі роботи без макроструктурізації;  
 $\varepsilon_{cR,cd}$ , розрахункове значення граничної відносної деформації стиску бетону  
 $\varepsilon_{mR,d}$  та кам'яної кладки;

- $\varepsilon_{c1}$ , значення відносної деформації стиску бетону та кам'яної кладки при  
 $\varepsilon_{m1}$  максимальних напруженнях;
- $\varepsilon_{c1,cd}$ , розрахункове значення відносної деформації стиску бетону та кам'яної  
 $\varepsilon_{m1,d}$  кладки при максимальних напруженнях;
- $\varepsilon_{cu}$ , значення відносної деформації стиску бетону та кам'яної кладки при  
 $\varepsilon_{mu}$  досягненні напруженнями в арматурі міцності на розтяг;
- $\varepsilon_s$  відносна деформація видовження арматури;
- $\varepsilon_{su}$  значення відносної деформації арматури при максимальному  
навантаженні;
- $\varepsilon_{s0}$  значення відносної граничної деформації арматури при досягненні  
міцності на розтяг на початку верхньої гілки деформування;
- $\varepsilon_{ud}$  розрахункове значення відносної граничної деформації високоміцної  
арматури;
- $\varepsilon_{uk}$  характеристичне значення відносної деформації високоміцної арматури  
при максимальному навантаженні при напруженнях  $f_{yk}$ ;
- $\eta$  рівень відносної деформації бетону та кам'яної кладки при стиску;
- $\eta_R$  рівень граничної відносної деформації бетону та кам'яної кладки на  
межі макродеструктуризації;
- $\eta_u$  рівень відносної деформації бетону та кам'яної кладки при досягненні  
напруженнями в арматурі міцності на розтяг;
- $\eta_{su}$  граничне значення рівня відносної деформації арматури;
- $\theta$  кут нахилу похилої розрахункової смуги;
- $\chi$  відносна характеристика міцності бетону (кам'яної кладки);
- $\chi_R$  відносна відстань від осі дії  $N_c$  до крайньої стиснутої фібри в  
нормальному перерізі на межі роботи бетону та кам'яної кладки без  
макродеструктуризації;
- $\chi_u$  відносна відстань від осі дії  $N_c$  до крайньої стиснутої фібри в  
нормальному перерізі при досягненні арматурою міцності на розтяг;
- $\mu_{pl}$  міра пластичності бетону;

$\xi$	швидкість деформації;
$\bar{\xi}$	відносна висота стиснутої зони бетону;
$\xi_{el}, \xi_u$	відносна висота стиснутої зони бетону на пружній та граничній стадіях;
$\xi_R$	гранична відносна висота стиснутої зони бетону або кам'яної кладки;
$\rho_l$	коефіцієнт поздовжньою армування;
$\rho_w$	коефіцієнт поперечного армування;
$\rho_{s,max}$	максимальне значення коефіцієнта армування поздовжньою арматурою, що відповідає її деформації на початку верхньої висхідної гілки діаграми деформування;
$\rho_{s,min}$	мінімальне значення коефіцієнта армування поздовжньою арматурою, що відповідає максимальному значенню її деформації на верхній висхідній гілці діаграми деформування;
$\sigma$	нормальні поверхневі сили;
$\sigma_c, \sigma_m$	напруження стиску в бетоні та кам'яній кладці;
$\sigma_{cm}, \sigma_{mm}$	середні значення напруження стиснутих бетону та кам'яної кладки;
$\sigma_n$	нормальні напруження на поверхні руйнування;
$\sigma_s$	напруження в арматурі;
$\tau$	дотичні поверхневі сили;
$\tau_n$	дотичні напруження на поверхні руйнування;
$\nu_1$	коефіцієнт зменшення міцності бетону з тріщинами;
$\varphi_w$	коефіцієнт, який враховує вплив поперечного армування;
$\psi$	кут між напрямком вектору швидкості жорсткого диску та поверхнею руйнування, що відповідає куту дотичної до умови міцності бетону та кам'яної кладки

## ВСТУП

Питання обґрунтованого й точного оцінювання несучої здатності будівельних конструкцій є одним із найбільш важливих для забезпечення ефективності будівництва. Його значення постійно зростає при проектуванні й експлуатації сучасних будівель та споруд.

Залізобетонні та кам'яні конструкції, завдяки поєднанню високих міцносних і експлуатаційних характеристик, широко розповсюджені в будівельній практиці та значною мірою визначають результативність будівництва. Певні труднощі щодо їх вдосконалення обумовлені великою кількістю факторів, які впливають на несучу здатність.

У середині ХХ-го століття для пластичних матеріалів отримав прискорений розвиток теоретичний напрямок дослідження, котрий базувався на теоріях міцності та пластичності. В подальшому вони були обмежено розповсюджені і на квазікрихкі матеріали: розв'язано ряд задач з визначення граничного опору масивних і плоских елементів із бетону та залізобетону.

**Актуальність теми.** В існуючих методах оцінювання несучої здатності бетонних, залізобетонних, кам'яних і армокам'яних конструкцій та опору їх елементів широко розповсюджені емпіричні залежності з областями застосування, обмеженими умовами експериментів. Перенесення розрахункових формул на інші, навіть наближені випадки, може привести до суттєвих неточностей. Разом із тим, у досліджах встановлюється специфіка поведінки конструкцій у граничному стані, що дозволяє обґрунтовано використовувати відповідні принципи, методи та концепції механіки деформівного твердого тіла, зокрема теорії пластичності, в якості загальної теоретичної основи для створення методології розрахунків.

Обережне застосування теорії пластичності до бетону та кам'яної кладки пов'язане з обмеженими їх пластичними властивостями. Однак, виходячи з класичного розуміння, зсув реалізується лише за наявності на поверхні руйнування інтенсивної направленої деформації, що засвідчується

експериментально. При домінуванні напружень стиску умову міцності бетону або кам'яної кладки можливо розглядати як умову пластичності, застосовувати для розв'язання задач несучої здатності конструкцій й опору їх елементів математичний апарат теорії пластичності та варіаційне числення, що мають достатньо просту форму реалізації. Пластична деформація локалізується у тонких стиснутих шарах на поверхні руйнування конструкцій та їх елементів.

Останнім часом широкого розповсюдження в розрахунках набула нелінійна деформаційна модель. Одним із визначальних параметрів моделі є відносна гранична деформація стиску бетону та кам'яної кладки, встановлена експериментально або з використанням екстремальних критеріїв силових параметрів. Її значення змінюється в широкому інтервалі та потребує уточнення. При застосуванні поздовжньої високоміцної арматури втрата несучої здатності балкових конструкцій за нормальним перерізом відбувається як за досягнення напруженнями в арматурі міцності на розтяг, так і при рівні деформації стиску, що перевищує межу «деструктуризації» і бетон чи кладка руйнуються за стиснутою зоною. Останнє має місце і для переармованих конструкцій.

Вказане обґрунтовує можливість застосування у якості загальної теоретичної основи для визначення несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій умов екстремуму деформування: мінімуму потужності пластичної деформації при зсуві та розривних рішеннях на основі принципу віртуальних швидкостей та максимуму деформування без «макродеструктуризації», що використовується для розрахунків конструкцій за нормальними перерізами.

Таким чином, дисертаційна робота присвячена вирішенню **актуальної науково-технічної проблеми** оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій на основі використання умов екстремуму деформування і має важливе теоретичне та практичне значення для проєктування балкових залізобетонних і армокам'яних конструкцій, коротких залізобетонних консолей, бетонних та кам'яних опор при місцевому стиску, цегляних стін за сумісної дії вертикального і горизонтального (сейсмічного) навантаження, удосконалення їх конструктивних рішень та підвищення експлуатаційної придатності.

Дослідження проводилися за двома основними напрямками, наведеними на рис. 1.



Рисунок 1 – Структурно-логічна схема дисертації



**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами:** Тема дисертаційної роботи й отримані результати відповідають завданням науково-технічної політики держави у сфері енерго- та ресурсозбереження згідно з Законом України «Про енергозбереження».

Дослідження виконувалися в Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» у межах держбюджетних тем:

– «Збірно-монолітна конструктивна система під соціальне житло» (номер державної реєстрації 0113U000383);

– «Комплексні конструктивні рішення забезпечення енергоефективності громадських будівель в умовах євроінтеграції» (номер державної реєстрації 0118U001097);

– «Енергоефективні конструктивні рішення елементів будівель» (номер державної реєстрації 0121U109497);

– «Ресурсоекономні конструкції та планувальні рішення сталезалізобетонних систем для споруд цивільного захисту в нових та реконструйованих будівлях» (номер державної реєстрації 0123U102068),

а також відповідають пріоритетному напрямку науково-дослідних робіт кафедри будівельних конструкцій на тему: «Дослідження і розроблення інженерних методів розрахунку опору руйнуванню й деформуванню бетонних і залізобетонних, кам'яних та армокам'яних елементів, що зазнають неоднорідний напружено-деформований стан при різному характері впливів і середовища» (номер державної реєстрації 0117 U 003248).

**Метою роботи** є вирішення важливої науково-технічної проблеми оцінювання несучої здатності залізобетонних та кам'яних конструкцій на загальній теоретичній основі з використанням умов екстремуму деформування для врахування особливостей напружено-деформованого стану при розривних рішеннях, уникнення перевищення відносною деформацією бетону і кам'яної кладки стиснутої зони граничної величини в нормальному перерізі при згині, підвищення ефективності проєктування, удосконалення конструктивних рішень, відновлення експлуатаційної придатності конструкцій.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати наступні **задачі дослідження:**

- підтвердити можливість застосування математичного апарату теорії пластичності, варіаційного числення, екстремальних принципів для оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій та їх елементів;
- адаптувати класичний математичний апарат теорії пластичності при застосуванні концепції жорстко-пластичного тіла та розривних рішеннях для визначення опору бетонних елементів і кам'яної кладки в умовах плоского напруженого стану та плоскої деформації із врахуванням особливостей їх міцносних і деформативних властивостей;
- перевірити математичний апарат теорії пластичності за дійсних площин ковзання на прийнятій умові міцності;
- встановити значення міцності цегли і каменів правильної форми та міцності розчину, за яких кам'яна кладка може вважатися монолітною;
- уточнити область реалізації зсуву в бетоні;
- визначити опір бетонних і кам'яних елементів з використанням умови мінімуму пластичного деформування за різних видів напружено-деформованого стану: при осьовому стиску, сумісній дії вертикальної та горизонтальної сил і місцевому стисненні; врахувати вплив армування;
- встановити величину граничної відносної деформації на діаграмі «напруження - деформація» бетону (кам'яної кладки) при стиску, яка відповідає максимальному деформуванню без «макродеструктуризації», у випадку втрати несучої здатності залізобетонних та армокам'яних конструкцій шляхом руйнування стиснутого бетону (кам'яної кладки) за нормальним перерізом;
- окреслити умови реалізації руйнування за нормальними перерізами конструкцій, що згинаються, при досягненні напруженнями в поздовжній арматурі міцності на розтяг або втрати несучої здатності за бетоном (кам'яною кладкою) стиснутої зони;

- визначити несучу здатність з використанням умов мінімуму потужності пластичної деформації, врахуванням особливостей напружено-деформованого стану: балкових залізобетонних конструкцій за похилими перерізами на дію поперечної сили; коротких залізобетонних консолей; опорних ділянок при місцевому стисненні; кам'яних стін на сумісну дію горизонтального (сейсмічного) та вертикального навантаження; розробити інженерні методи оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій;
- виконати експериментальну перевірку отриманих теоретичних результатів для підтвердження їх достовірності та порівняти запропоновані методи з нормативними;
- удосконалити конструктивні рішення із застосуванням запропонованої методології оцінювання несучої здатності; встановити залишкову несучу здатність переармованих поздовжньою арматурою конструкцій унаслідок пошкодження або зниження міцності бетону та кам'яної кладки.

**Об'єкт дослідження:** деформування залізобетонних і кам'яних конструкцій.

**Предмет дослідження:** несуча здатність залізобетонних і кам'яних конструкцій.

**Методи дослідження:** аналітичний огляд літературних джерел; варіаційне числення з використанням концепції жорстко-пластичного тіла, екстремальних принципів механіки деформівного твердого тіла, розривних полів швидкостей при зсуві, встановленні граничних значень параметрів нелінійного деформування бетону та кам'яної кладки; експериментальні дослідження; оброблення й аналіз даних порівняння результатів експериментальних і теоретичних досліджень.

**Наукова новизна** отриманих результатів полягає в тому, що на основі використання умов екстремуму деформування бетону та кам'яної кладки **вперше:**

- для розв'язання задач опору бетонних, залізобетонних, кам'яних і армокам'яних елементів в умовах плоского напруженого стану та плоскої деформації в якості параметра варіювання при застосуванні принципу

віртуальних швидкостей на кінематичній схемі прийнято кут  $\psi$  між напрямком руху жорстких дисків і поверхнею локалізації пластичної деформації, який є кутом дотичної до умови міцності бетону та кам'яної кладки й однозначно визначає на ній величину напружень;

- отримана межа реалізації зрізу в бетоні в області змішаних напружених станів шляхом звуження інтервалу дійсних площин ковзання за величиною міри пластичності  $\mu_{pl}$ , що розглядається як відношення висоти стиснутої зони в граничній та пружній стадіях роботи коротких бетонних елементів при мінімальному впливі згинального моменту, до точки напружень

$$\sigma_2 = \mu_{pl} \left( f_{ct} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{f_c^2 - f_c f_{ct} + f_{ct}^2 - f_c} \right), \text{ якій відповідають } \tau_n = \frac{2}{\sqrt{3}} \tau_{\max};$$

- з використанням розривних рішень розв'язані задачі опору бетонних і кам'яних елементів в умовах плоскої деформації при одновісному стиску та сумісній дії вертикального і горизонтального навантаження, а також вдавлюванні прямокутного штампу в бетонну основу з встановленням межі між випадками одночасного досягнення граничного стану бетонної основи в зонах стиску і розтягу та її руйнування лише в стиснутій зоні;
- визначено несучу здатність залізобетонних консолей з використанням умови мінімуму потужності пластичної деформації за величиною опору похилої армованої смуги з врахуванням дотичного та нормального зусиль і впливу поздовжнього армування як додаткової в'язі;
- з використанням принципу віртуальних швидкостей встановлено несучу здатність кам'яної стіни на сумісну дію горизонтального та вертикального навантаження при зсуві за перерізом, що проходить за каменем;
- за максимального деформування без «макродеструктуризації», котра приводить до втрати несучої здатності, визначено рівень граничної відносної деформації бетону та кам'яної кладки на низхідній гілці їх діаграм «напруження - деформація» при стиску, який відповідає максимальній величині прирощень середніх напружень на деформації;

- за встановленого рівня граничної відносної деформації бетону (кам'яної кладки) визначено:
  - несучу здатність за нормальними перерізами армованих високоміцною арматурою залізобетонних елементів, що згинаються, з використанням верхньої висхідної гілки деформування арматури;
  - залишкову несучу здатність у нормальних перерізах балкових залізобетонних і армокам'яних конструкцій, переармованих поздовжньою арматурою;

**набули подальшого розвитку:**

- математичний апарат теорії пластичності при розривних рішеннях задач опору бетонних елементів та кам'яної кладки з врахуванням особливостей їх міцносних та деформативних властивостей в умовах плоского напруженого стану та плоскої деформації із застосуванням в якості характеристики міцності максимальної величини дотичних напружень;
- обґрунтування умов реалізації пластичного кінематичного механізму в бетоні та кам'яній кладці при локалізації пластичної деформації в тонких шарах на поверхні руйнування;
- визначення характеристик міцності цегли та каменів правильної форми і розчину, за яких кладка може вважатися монолітною та розрахунковий переріз проходить за цеглою або каменем;
- рішення задач опору бетонних та кам'яних елементів в умовах плоского напруженого стану з використанням принципу віртуальних швидкостей при:
  - осьовому стиску призм за різних випадків руйнування, стовпів та симетричних клинів;
  - односторонньому та двосторонньому місцевому стиску за одночасного досягнення граничного стану основи в зонах стиску та розтягу і вдавлюванні штампю в масивну основу з встановленням межі їх реалізації;
  - сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження на бетонну пластинку за різних кутів її нахилу з врахуванням впливу армування та усічених клиноподібних елементів;

– розрахунок несучої здатності конструкцій:

- залізобетонних на дію поперечної сили за похилими перерізами, визначеної у межах похилої стиснутої смуги та клиноподібної стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною з врахуванням впливу поперечної арматури, котра перетинає смугу, та роботи бетону над тріщиною;
- на опорних ділянках при місцевій дії навантаження з врахуванням об'ємного напруженого стану для бетону та відношення їх висоти до ширини площадки навантаження для кам'яної кладки;
- армокам'яних, що згинаються, у нормальних перерізах при досягненні напруженнями в поздовжній арматурі міцності на розтяг і максимальному рівні деформації за умови підвищення навантаження.

**Достовірність отриманих наукових результатів** забезпечується задовільною збіжністю запропонованих розрахункових схем з картиною руйнування та визначених теоретично й експериментально величин несучої здатності (опору) бетонних, залізобетонних, кам'яних і армокам'яних конструкцій (елементів) за різних видах напружено-деформованого стану (балок на дію згинального моменту та поперечної сили, коротких консолей, зразків-моделей при місцевому стисненні, діагональному розколюванні, руйнуванні за цілим перерізом), засвідченою на 186-ти дослідних зразках.

**Практичне значення отриманих результатів** полягає в тому, що:

– розроблені інженерні методи розрахунку несучої здатності:

- залізобетонних конструкцій, що згинаються, армованих високоміцною арматурою за нормальними перерізами;
- балкових залізобетонних конструкцій за похилими перерізами на дію поперечної сили;
- коротких залізобетонних консолей;
- бетонних та кам'яних опорних ділянок на місцеву дію навантаження;
- цегляних стін на сумісну дію горизонтальної та вертикальної сил;
- армокам'яних конструкцій, що згинаються, за нормальними перерізами;

- удосконалені конструктивні рішення:
  - армованих високоміцною арматурою залізобетонних конструкцій, що згинаються (зменшена кількість поздовжньої арматури);
  - залізобетонних ригелів збірно-монолітних міжповерхових перекриттів (знижена інтенсивність поперечного армування);
  - стикових з'єднань залізобетонних колон багатоповерхових будівель з підвищенням опору місцевому стиску,що відкриває перспективи ресурсозбереження при проектуванні конструкцій;
- надані пропозиції щодо оцінювання залишкової несучої здатності на дію згинального моменту, переармованих поздовжньою арматурою внаслідок пошкодження стиснутої зони бетону (кам'яної кладки) або зниження їх міцності в результаті експлуатації залізобетонних і армокам'яних конструкцій, з метою уточнення їх технічного стану й ефективного відновлення експлуатаційної придатності.

Результати виконаних досліджень будуть враховані при розробці положень ДСТУ «Проектування конструкцій будівель і споруд з урахуванням сейсмічного впливу» в розвиток ДБН В.1.1-12-2014 «Будівництво у сейсмічних районах України» та використані у науково-практичній діяльності ДП НДІБК; знайшли застосування у звітній документації за держбюджетними темами, пов'язаними з енергоефективними конструктивними рішеннями елементів житлових і громадських будівель та споруд цивільного захисту; в розрахунках несучих залізобетонних і кам'яних конструкцій при проектуванні та відновленні експлуатаційної придатності фундаментів, кам'яних стін, балок перекриття, консолей залізобетонних колон, підкранових балок і опорних ділянок при обстеженні та паспортизації об'єктів. Матеріали дисертаційної роботи впроваджені в навчальний процес Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» у лекційних курсах «Будівельні конструкції», «Технічна експлуатація будівель і споруд» та «Ремонт і підсилення будівельних конструкцій», використані при виконанні магістерських робіт.

**Особистий внесок здобувача.** Викладені в дисертаційній роботі ідеї, основні положення, теоретичні розробки та практичні результати отримані автором особисто. В проведених та опублікованих у співавторстві дослідженнях особистий внесок здобувача полягає у визначенні дійсного деформованого стану елементів і конструкцій, науковому обґрунтуванні можливості реалізації пластичного кінематичного механізму та застосуванні умов екстремуму деформування для створення методології оцінювання несучої здатності конструкцій і деталізовано в списку публікацій здобувача за темою дисертації.

**Апробація результатів дисертації.** Матеріали дисертаційної роботи оприлюднені: на 2nd fib Congress (June 5 – 8, 2006, Naples); 13th fib International PhD Symposium in Civil Engineering (August 26 – 28, 2020, Paris); Міжнародній науково-практичній конференції «MODERN SCIENTIFIC RESEARCHES AND DEVELOPMENTS: THEORETICAL VALUE AND PRACTICAL RESULTS» (15 – 18 березня 2016 р., Братислава); Міжнародній конференції «Питання. Відповіді. Гіпотези; наука XXI століття» (30 – 31 травня 2014 р., Гданськ); 6-й і 7-й Міжнародних науково-практичних конференціях «Надійність та довговічність інженерних споруд та будівель залізничного транспорту» (19 – 21 квітня 2017 р.) і (14 – 16 листопада 2018 р.); та 8-й і 9-й Міжнародних науково-практичних конференціях «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті» (20 – 22 листопада 2019 р., 17 – 19 листопада 2021 р.), Харків; II – IV Міжнародних конференціях «Експлуатація та реконструкція будівель і споруд» (16 – 17 листопада 2017 р., 26 – 28 вересня 2019 р., 09 – 11 вересня 2021 р., Одеса); I Міжнародній науково-практичній конференції «TECHNOLOGY, ENGINEERING AND SCIENCE – 2018» (24 – 25 жовтня 2018 р., Лондон); I і III Міжнародних азербайджансько-українських конференціях «BUILDING INNOVATIONS-2018» (24 – 25 травня 2018 р.), «BUILDING INNOVATIONS – 2020» (1 – 2 червня 2020 р.), Баку – Полтава; II і IV українсько-азербайджанських конференціях «BUILDING INNOVATIONS – 2019» (23 – 24 травня 2019 р.) і «BUILDING INNOVATIONS – 2021» (20 – 21 травня 2021 р.), Полтава – Баку; XII – XIV Міжнародних науково-практичних



конференціях «Академічна й університетська наука: результати та перспективи» (06 грудня 2019р.), (10 – 11 грудня 2020 р.) і (09 грудня 2021 р.), Полтава; Міжнародній науково-технічній конференції «Енергоефективність на транспорті» (18 – 20 листопада 2020 р., Харків); II і V Міжнародних науково-технічних конференціях «Ефективні технології в будівництві» (06 – 07 квітня 2017 р.) і (19 листопада 2020 р., Київ); XIX Міжнародній науково-практичній конференції «Інноваційні технології у будівництві, цивільній інженерії та архітектурі» (19 – 22 вересня 2021 р., Чернігів); Десятій Міжнародній науково-технічній конференції «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди» (19 – 21 жовтня 2021 р., Рівне); XIV Міжнародній науково-технічній конференції «Комплексні композитні конструкції будівель та споруд в умовах воєнного стану (CSCS –2022)» (20 – 22 червня 2022 р., Полтава); Міжнародній науково-технічній on-line конференції «Проблеми будівельного та транспортного комплексів» (23 – 24 травня 2023 р., Кропивницький).

У повному обсязі дисертаційна робота доповідалася на наукових семінарах ОДАБА (27.03.2024 р., Одеса), ПДАБА УДУНТ (05.05.2024 р., Дніпро), ХНУМГ ім. О.М. Бекетова (26.06.2024 р., Харків), розширеному засіданні кафедри будівництва НУБіП України (25.06.2024 р., Київ) та семінарі при спеціалізованій вченій раді Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» (29.08.2024 р.).

**Публікації.** Результати дисертації опубліковані в 75 наукових працях: 5 монографій, серед яких одна одноосібна; 16 статей у виданнях іноземних держав, серед яких 15 у виданнях, проіндексованих у базі даних Scopus, у тому числі 3 у базі даних Web of Science Core Collection; 29 статей у фахових виданнях України; 22 матеріали та тези конференцій; отримано 3 патенти.

**Структура та обсяг роботи.** Дисертація складається зі вступу, семи розділів, загальних висновків, списку використаних джерел і семи додатків. Робота викладена на 480 сторінках машинописного тексту, у тому числі містить 309 сторінок основного тексту, 58 сторінок списку використаних джерел із 494 найменувань, 75 сторінок додатків і має 72 таблиці та 143 рисунки.

# РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ РОЗВИТКУ ТЕОРІЇ ПЛАСТИЧНОСТІ ТА МЕТОДІВ ОЦІНЮВАННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ І КАМ'ЯНИХ КОНСТРУКЦІЙ

## 1.1 Основні етапи розвитку теорії пластичності та варіаційних методів числення

Аналіз досліджень розвитку теорії пластичності та варіаційних методів числення знайшов відображення в роботах [1 – 9], в яких виділяються такі основні їх етапи:

- початкові положення були викладені в роботах Архімеда, Л. да Вінчі, Г. Галілея й І. Ньютона. Л. да Вінчі ввів поняття про віртуальний (можливий) стан, яке є фундаментальним для варіаційних принципів та екстремальних теорем. У своїх розрахунках він застосував ідею принципу можливих переміщень, який у подальшому Г. Галілей використав для розв'язку задач статички;

- надалі поняття віртуального стану було суттєво розширено. Наряду з віртуальними переміщеннями Журден і К. Гаусс відповідно ввели поняття віртуальних швидкостей і прискорень. Г. Лейбніц та І. Ньютон сформулювали перші віртуальні принципи класичної ньютонівської механіки. Я. Бернуллі, Л. Ейлер і Ж. Лагранж встановили, що екстремалі функціоналів знаходяться із еквівалентної задачі інтегрування відповідних диференціальних рівнянь. У 1696 р. І. Бернуллі сформулював першу задачу про лінію найшвидшого скочування, рішення якої започаткувало варіаційне числення. Д. Бернуллі виказав ідею про можливість визначення деформації балок при згинанні за допомогою варіаційних обчислень. Він зазначав, що під дією навантаження вісь балки приймає форму, за якої потенціальна енергія мінімальна. Л. Ейлер постулював положення про те, що стержень приймає із усіх можливих таку форму згину, для якої має місце мінімальне значення потенціальної енергії, та застосував їм же розроблені методи варіаційного числення вивів диференціальне рівняння лінії стержня. В 1744 р. ним була опублікована перша

книга із варіаційного числення, де розглядалася задача дослідження функціонала на мінімум. Л. Ейлер вивчав функції комплексного змінного та започаткував їх інтегрування. Розв'язуючи диференціальне рівняння, котре носить його ім'я, можливо знайти функцію, котра забезпечує екстремум функціоналу. Таким чином, сім'ї Бернуллі та Л. Ейлера показали, що існує мінімальний принцип, якій може бути успішно застосований для визначення деформованого стану тіл. Л. Ейлеру вдалося впритул підійти до рішення проблеми мінімуму або максимуму певного функціоналу. Ж. Лагранж висунув принцип найменшої дії в сучасній формі, сформулював принцип можливих переміщень та запропонував метод рішення варіаційних задач на умовний екстремум. Він показав, що рівняння статички виражають існуючі екстремальні властивості;

- в першій половині XIX ст. французьким механіком і математиком О. Коші вперше була запропонована теорія напруженого та деформованого станів у редакції близькій до сучасної. Він увів поняття суцільного середовища, головних напружень і деформацій, вивів диференціальні рівняння рівноваги. Рішення варіаційних задач математичної фізики пов'язане з іменем М.В. Остроградського, який народився в Україні на Полтавщині. Принцип можливих змін напружень пов'язаний з іменем А. Кастільяно. Він довів умови мінімуму потенціальної енергії для статично невизначених ферм з ідеальними шарнірами. Потенціальна енергія виражалася через зовнішні задані та внутрішні невідомі сили. Французький учений С. Пуассон розглянув функціонали, які включають функції вище першого порядку. Форму тензорному обчисленню, котра близька до сучасної, надав італієць Г. Річчі-Курбастро. Розробки в теорії пружності пов'язані з іменами французів Г. Ламе та Ю. Клайперона, котрі в подальшому використані і для теорії пластичності. Варіаційні принципи були сформульовані в середині XIX ст. спочатку в теорії пружності Г. Кірхофом (принцип віртуальних переміщень – принцип Лагранжа) та А. Кастільяно (принцип віртуальних напружень – принцип Кастільяно). Перші роботи, присвячені математичній теорії пластичності, відносяться до 70-х років XIX ст. і пов'язані з іменами А. Сен-Венана та М. Леві. А. Сен-Венан розглянув

рівняння плоскої деформації й указав як вони можуть бути узагальнені на випадок просторової течії, а М. Леві склав рівняння для тривимірного випадку. Останньому належить і спосіб лінеаризації рівнянь плоскої задачі. В 1869 р. француз А. Е. Треска опублікував працю про механічну теорію деформації твердого тіла, в якій вперше була сформульована умова пластичного стану – умова постійності максимального дотичного напруження;

- на початку ХХ ст. І. Масо застосував розривні рішення в статистиці сипучого середовища, а В. Рітц запропонував наближений варіаційний метод, він використав умову мінімуму потенціальної енергії. Майже одночасного аналогічний метод розробив С.П. Тимошенко. В 1909 р. опублікована праця А. Хаара та Т. Кармана, в якій відбулася спроба отримати рівняння пластичності виходячи із варіаційного принципу в теорії пластичності. Подальший розвиток теорії пластичності був пов'язаний з вирішенням двох центральних проблем: створення методів розв'язання математичних задач теорії пластичності й експериментальної перевірки та уточнення фізичних рівнянь, які зв'язують напружений та деформований стани. Починаючи з 1917 р. І.Г. Бубнов, Б.Г. Галеркін, В.Л. Кірпічов, Л.С. Лейбензон, С.П. Тимошенко, П.Ф. Папкович використовували математичний апарат теорії пластичності для рішення складних технічних завдань. У 20-х роках теорія пластичності стрімко розвивалася переважно в Німеччині. У роботах Л. Прандтля та його учнів і співробітників: Т. Кармана, Р. Мізеса, Г. Генки, В. Лоде, А. Надаї й інших були отримані важливі результати як стосовно основних рівнянь теорії пластичності так і методів рішення плоскої задачі. Л. Прандтль разом з Г. Генки в 1920 р. встановили властивості ліній ковзання, визначивши тиск, за якого починається течія металу при вдавлюванні жорсткого штампу, та напружений стан при стисненні пластичного шару в умовах плоскої деформації, розглядаючи поля напружень і швидкостей. У 1924 р. Г. Генки ввів умову пластичності Р. Мізеса й отримав варіаційний принцип А. Кастільяно у сучасній редакції, а в 1928 р. Р. Мізес увів поняття пластичного потенціалу. Теорія плоского напруженого стану отримала в 1923-1930 рр. завершений вигляд завдяки роботам Г. Генки,

Х. Гейрінгера, К. Каратеодори й Е. Шмідта. Перша монографія з теорії пластичності була написана в 1927 р. угорцем А. Надаі. В 30-ті роки теорія пластичності привернула увагу широкого кола вчених та інженерів, розгорнулися інтенсивні теоретичні й експериментальні дослідження у багатьох країнах світу. У 1938 р. О.О. Гвоздєв запропонував теоретично обґрунтований кінематичний метод для дискретних систем і фундаментальні теореми про граничну рівновагу, В.В. Соколовський і С.А. Хрїстіанович розв'язали загальну статично визначувану задачу при поверхневих напруженнях, заданих за замкнутим контуром, А.А. Марков у 1947 р. розглянув питання про варіаційні принципи в теорії пластичності, математично обґрунтував можливість застосування кінематичного методу. До середині ХХ-го ст. теорія пластичності стала одним із розділів механіки суцільного середовища, який найбільш стрімко розвивався. Подальший розвиток теорії пластичності й екстремальних принципів у теорії пластичності пов'язаний з іменами Н.М. Беляєва, Л.А. Галіна, С.І. Губкіна, Д.Д. Івлєва, О.Ю. Ішлінського, В.В. Новожилова, Л.М. Качанова, В.Л. Колмогорова, Є.А. Попова, Ю.М. Роботнова, В.С. Смірнова, Л.І. Сєдова, К.Н. Шевченка. Значний вклад внесли вчені Англії та США, а саме: Д. Друкер, Г. Закс, Є. Зібель, В. Койтер. У 50-их роках ХХ ст. опубліковані монографії Р. Хїлла, А.М. Фрейденталя, В. Прагера та Ф.Г. Ходжа. О.О. Гвоздєв у 1956 р. запропонував теорему про верхню та нижню оцінки сили деформування. О.Р. Ржаніцин отримав наближені рішення задач теорії пластичності. Застосування варіаційних методів та енергетичних теорем пластичності для аналізу операцій обробки елементів тиском пов'язано з ім'ям І.Я. Тарновського. В.Л. Колмогоров розв'язав перші тривимірні задачі осідання паралелепіпеду, прокатки смуги та труби. Ефективно застосовували варіаційні методи для розв'язання різних задач В.Н. Видрін, Г.Я. Гун, Л.Г. Степанський. Паралельно в 1955-1961 рр. Х. Кудо використовував метод верхньої оцінки для отримання наближеного значення сили, що деформує симетрично стиснуте кільце;

- в кінці ХХ та на початку ХХІ ст. опубліковані роботи М.Р. Нїльсона, L.C. Hoang [10], М.М. Малїніна [11], О.Р. Ржанїцина [12],

J.L. Domingues Costa, R. Bento, V. Levitchitch [13], А.О. Лебедєва [14], Г.С. Писаренка [15] і Г.О. Генієва, В.М. Кісюка, Г.О. Тюпіна [16], присвячені теорії пластичності бетону та залізобетону, розрахунку плит та оболонки з врахуванням пластичних властивостей матеріалів, теорії міцності матеріалів при складному напруженому стані, які внесли вагомий вклад у застосування теорії пластичності для рішення задач опору елементів і несучої здатності конструкцій.

## 1.2 Теорії міцності. Умови міцності квазікрихких матеріалів

Критерії міцності для бетону є механічними теоріями, які феноменологічно описують макроскопічну поведінку твердого тіла за деяких припущень (бетони розглядаються як однорідні й ізотропні матеріали, мають різко різний опір одновісному розтягу та стиску). У таких теоріях приймається, що руйнування залежить тільки від напруженого та деформованого станів і розглядаються два види порушення міцності матеріалу: зміна форми внаслідок пластичних деформацій та крихке руйнування при великих напруженнях, але за відсутності істотних деформацій. Відомо п'ять класичних теорій міцності: теорія найбільших нормальних напружень Галілея – Ренкіна (перша), найбільшого пружного видовження Маріота – Сен-Венана (друга), найбільших дотичних напружень Кулона (третья), питомої потенціальної енергії змінення форми Губера – Мізеса – Генки (четверта) та Мора (п'ята).

Згідно першої теорії руйнування відбувається, коли найбільше нормальне напруження  $\sigma_{\max}$  досягає деякого характерного для даного матеріалу значення  $\sigma_0$ .

У другій теорії в якості критерію приймається момент, коли максимальна головна лінійна деформація  $\varepsilon_{\max}$  досягає допустимого значення  $\varepsilon_0$ , котре відповідає лінійній деформації у момент досягнення граничного стану за одновісного розтягу.

Вперше критерій найбільшого дотичного напруження (третья теорія) було оприлюднено Ш. Кулоном, пізніше А. Треска запропонував використовувати

його як критерій пластичності. Він установив, що при складному напруженому стані пластичні деформації виникають тоді, коли значення найбільшого дотичного напруження досягає половини границі текучості при одноосьовому розтягу. Згідно з цією теорією руйнування (або текучість) матеріалу в умовах складного напруженого стану відбувається у разі досягнення або перевищення найбільшим дотичним напруженням  $\tau_{max}$  допустимого значення  $\tau_0$ .

М.Т. Губер сформулював гіпотезу, за якою досягнення граничного стану пов'язується з питомою потенціальною енергією зміни форми, накопиченою zdeформованим тілом. Цей підхід був пізніше розвинений у працях Р. Мізеса та Г. Генки через що критерій часто зветься критерієм Губера – Мізеса – Генки. Згідно з цією теорією руйнування (або текучість) матеріалу в умовах складного напруженого стану відбувається тоді, коли питома потенціальна енергія зміни форми  $u_f$  досягає граничного значення  $u_0$ .

Розглянуті класичні критерії міцності вкладаються в одну схему: еквівалентні напруження порівнюються з граничним напруженням, яке визначається із випробувань на одновісний розтяг. Тобто, граничне напруження вважається однаковим для всіх видів напруженого стану.

О. Мор запропонував критерій міцності, в якому ввів допустимі напруження, що змінюються в залежності від напруженого стану. Теорія Мора ґрунтується на припущенні, що міцність матеріалів у загальному випадку напруженого стану залежить в основному від значення та знаку найбільшого  $\sigma_1$  та найменшого  $\sigma_3$  з головних напружень. Теорія О. Мора надає можливість відображати властивості матеріалів, які мають опір розтягу та стиску, що суттєво відрізняються між собою. Вона описує руйнування від сколювання за небезпечними площинами ковзання при незмінному об'ємі матеріалу, однак не відображає вплив середнього напруження на міцність.

Зміна форми елементу (без зміни його об'єму) тісно пов'язана із зсувами та дотичними напруженнями. В цьому третя та п'ята теорії близькі між собою.

Із класичних теорію Губера – Мізеса – Генки рекомендовано для застосування до пластичних матеріалів, а теорію Мора – для матеріалів із

різними опорами розтягу й стиску. При цьому слід підкреслити, що стан матеріалу: крихкий або пластичний визначається не тільки його властивостями, але й видом напруженого стану та швидкістю навантаження. При всебічному рівномірному стиску крихкі матеріали можуть поводитися як пластичні.

Ще в 60-их роках минулого ст. академік АН України Г.С. Писаренко створив в Інституті проблем міцності АН України спеціальний підрозділ, який мав займатися вибором достовірних критеріїв міцності матеріалів і чітких рекомендацій до їх використання [15].

На теперішній час відомо більше 200 різноманітних критеріїв [14 – 16], класифікувати які доволі складно.

Класичні теорії міцності, в загальному випадку, малоприменні для таких матеріалів, як бетон. Досить докладний огляд теорій міцності наведено в роботах [17 – 22]. При їх оцінюванні керуються загальними вимогами: задовільним збігом із дослідними даними, відносною простотою розрахункових співвідношень, простотою визначення вихідних параметрів міцності.

При побудові критеріїв міцності використовуються: перший інваріант кульового тензора  $I_1(T_\sigma)$ , другий  $I_2(D_\sigma)$  та третій  $I_3(D_\sigma)$  інваріанти девіатора напружень; кут виду напруженого стану  $\varphi_\sigma$ ; середнє нормальне напруження  $\sigma_0$ , інтенсивність дотичних напружень  $\tau_i$ .

Найбільш розробленими та із гарною збіжністю з дослідами в умовах плоского й об'ємного напружених станів є умови міцності бетону, запропоновані авторами робіт [16, 17, 23–29]. Для них форми граничних поверхонь є поверхнями другого порядку, котрі складаються із окремих пелюсток з вершиною у точці тривісного рівномірного розтягу. Обрис поверхні задається функцією її твірної  $\tau_i(\sigma_0)$  у вигляді кривої другого порядку та функцією криволінійної інтерполяції  $k(\varphi_\sigma)$ , що забезпечують трансформацію твірної та напрямки радіус-вектора залежно від виду напруженого стану. Загальний вигляд поверхні міцності бетону представлений на рис. 1.1.



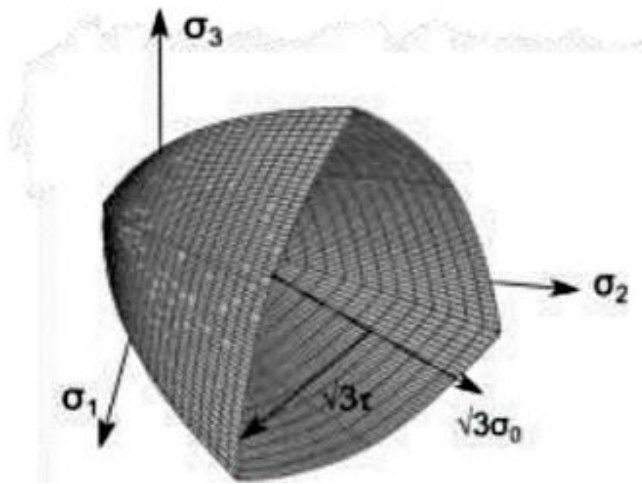


Рисунок 1.1 – Загальний вигляд умови міцності для бетону [29]

Вирази для характерних функцій підбираються за показником найкращої відповідності експериментальним даним. Такий феноменологічний підхід дозволяє описати фізичну поведінку всього об'єму матеріалу в досліджуваному елементі конструкції.

Рівняння, що визначають граничну поверхню для бетону [16, 17, 21, 23 – 26, 29] подається в узагальненому вигляді (1.1), відмінності полягають лише у способі визначення функцій  $\tau_i(\sigma_0)$  та  $k(\varphi_\sigma)$ :

$$\tau_i = \tau_0(\sigma_0)k(\varphi_\sigma). \quad (1.1)$$

В [29] наведено опис визначальних співвідношень критеріїв міцності Г.А. Генієва – Н.М. Алікової, О.С. Лейтеса, О.В. Яшина, С.Ф. Клованича – Д.І. Безушко, К.Дж. Віллама – Е.П. Варнке та Н.І. Карпенка. Виконано оцінку відповідності розрахункових величин міцності дослідним даним в умовах одно-, дво- та тривісних напружених станів [29 – 40]. Визначено критерії міцності, що описують найближче дослідні дані в характерних областях напруженого стану.

У Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» В.П. Митрофанов [41] запропонував умову міцності у вигляді зв'язку між інтенсивністю дотичних напружень та кутом виду напруженого стану  $\varphi_\sigma$ , опорами стиску та розтягу бетону.

Відмічається якісний [42] та кількісний [43, 44] вплив середнього напруження на міцність і характер руйнування. На інтервалі  $\sigma_{3t} \leq \sigma \leq \sigma_{cr}$  відбувається крихке руйнування від відриву, при  $\sigma_{cr} < \sigma \leq \sigma_m$  реалізується псевдопластичне руйнування, а за умови  $\sigma \geq \sigma_m$  – ідеально пластичне руйнування від роздроблення [45] (тут  $\sigma_{3t}$  – напруження при тривісному рівномірному розтягу,  $\sigma_{cr}$  – напруження при крихкому руйнуванні,  $\sigma_m$  – межа псевдопластичного руйнування). Рівень початку псевдопластичного руйнування за [41] приймається як  $\sigma_{cr} / f_c \cong 0,08$ . Меридіальні та девіаторні перерізи граничної поверхні представлені на рис. 1.2.

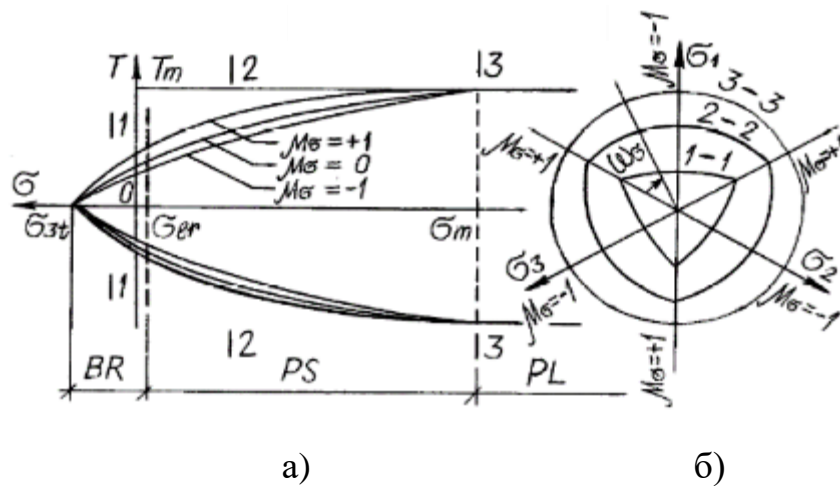


Рисунок 1.2 – Перерізи граничної поверхні бетону: меридіальні (а) та девіаторні (б): *BR*, *PS*, *PL* – інтервали крихкого, псевдопластичного та пластичного руйнування [41]

### 1.3 Визначення граничного навантаження методом характеристик. Дискретні рішення задач опору

При розв’язанні задач опору за наявності областей пластичності розповсюджений метод характеристичних ліній (метод характеристик), які співпадають з лініями ковзання і мають властивості, описані в [4, 46 – 52].

При прямих характеристиках в області реалізується рівномірний простий напружений стан (рис. 1.3, а), за нерівномірного стану одне сімейство утворюють прямі лінії, а інше криві (рис. 1.3, б).

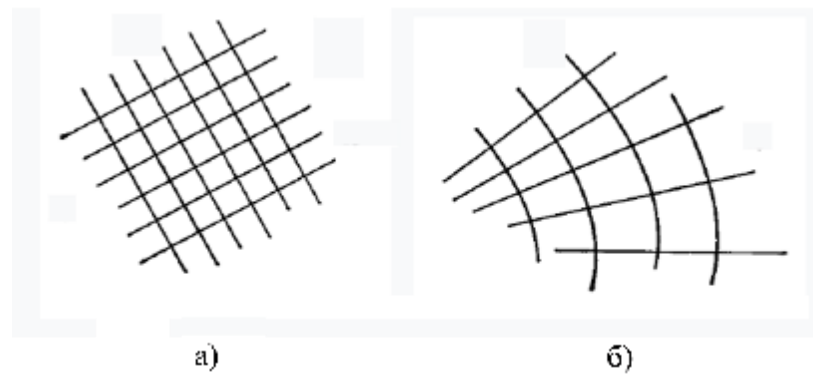


Рисунок 1.3 – Характеристичні лінії:

а) при рівномірному; б) нерівномірному напружених станах [46]

Плоскі задачі для пластичних матеріалів досить просто розв'язуються на основі застосування пропозицій, наданих у роботі С.О. Христиановича [52].

Із застосуванням відомих формул теорії напружень у зручній для використання методу характеристик формі, отримана система нелінійних диференціальних рівнянь, які використовуються для розв'язання задач опору.

При цьому в умовах плоского напруженого стану для пластичних матеріалів в якості умови пластичності приймається умова міцності:

$$\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2 - \sigma_{sy}^2 = 0, \quad (1.2)$$

де  $\sigma_{sy}$  – напруження текучості.

Метод характеристичних ліній застосовується і для тіл із квазікрихких матеріалів, до яких відноситься бетон і кам'яна кладка [14].

У довільній ортогональній системі координат  $xu$  умова міцності Баландіна–Генієва, котра в геометричній інтерпретації при плоскому напруженому стані представляє собою еліпс, включає складову, котра враховує різницю міцності на стиск  $f_c$  та розтяг  $f_{ct}$  і записується у вигляді:

$$\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2 - (f_c - f_{ct})(\sigma_x + \sigma_y) - f_c f_{ct} = 0. \quad (1.3)$$

Для зручності вводяться параметри  $p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$ ,  $t = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$  і

характеристики міцності  $K = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{f_c^2 - f_c f_{ct} + f_{ct}^2}$ ,  $T_0 = \frac{f_c - f_{ct}}{2}$ .

Після перетворення отримано систему гіперболічного типу двох квазілінійних диференціальних рівнянь першого порядку у часткових похідних:

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{3t}{2T_0 - p} + \cos 2\beta \right) \frac{\partial t}{\partial x} + \sin 2\beta \frac{\partial t}{\partial y} - 2t \left( \sin 2\beta \frac{\partial \beta}{\partial x} - \cos 2\beta \frac{\partial \beta}{\partial y} \right) &= 0 \\ \sin 2\beta \frac{\partial t}{\partial x} + \left( \frac{3t}{2T_0 - p} - \cos 2\beta \right) \frac{\partial t}{\partial y} + 2t \left( \cos 2\beta \frac{\partial \beta}{\partial x} + \sin 2\beta \frac{\partial \beta}{\partial y} \right) &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (1.4)$$

де  $\beta$  – кут між напрямками осі  $x$  і більшого головного нормального напруження  $\sigma_1$  в розглядуваній точці.

Запропоновано системи диференціальних рівнянь, які визначають поля двох сімейств характеристичних ліній відповідно на  $z = \text{const}$  і  $u = \text{const}$ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial x} &= \operatorname{tg}(\beta + \gamma) - \arcsin\left(\frac{5}{3} - \frac{8}{3} \frac{t^2}{k^2}\right) - \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \frac{k^2}{t^2}\right) + 2\beta \\ &= C_1(z) = \text{const} \end{aligned} \right\}, \quad (1.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial x} &= \operatorname{tg}(\beta - \gamma) - \arcsin\left(\frac{5}{3} - \frac{8}{3} \frac{t^2}{k^2}\right) - \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \frac{k^2}{t^2}\right) - 2\beta \\ &= C_2(u) = \text{const} \end{aligned} \right\}, \quad (1.6)$$

де  $\gamma$  – абсолютне значення величини кута, складеного характеристиками з напрямком більшого головного нормального напруження в точці, що розглядається:

$$\gamma = \frac{1}{2} \arccos \frac{2T_0 - p}{3t}. \quad (1.7)$$

Таким чином, за відомими напруженнями в одній області можливо визначити напруження в іншій шляхом переміщення за характеристичними лініями, використовуючи їх властивості.

Розв'язані задачі про вдавлювання в основу штамп та клину, однобічний тиск на клин, згинання та розтягування смуги, ослабленої вирізами й отворами, згин балки, волочіння смуги [46].

При розв'язанні задачі опору бетонної основи на дію прямокутного штамп довжиною  $2a$  [16] за відомих кутів  $\beta_1 = 0^\circ$  і  $\beta_{III} = 90^\circ$  при переміщенні за

лінією  $u=\text{const}$  із області  $CBO$  (I) через  $BOA$  (II) в область  $AO'B'$  (III) (рис. 1.4) знаходяться параметр  $\bar{t}$  і напруження  $\sigma_1, \sigma_2$ .

З іншого боку центральної області III симетрично розташовані області II ( $AO'B'$ ) і I ( $O'B'C'$ ).

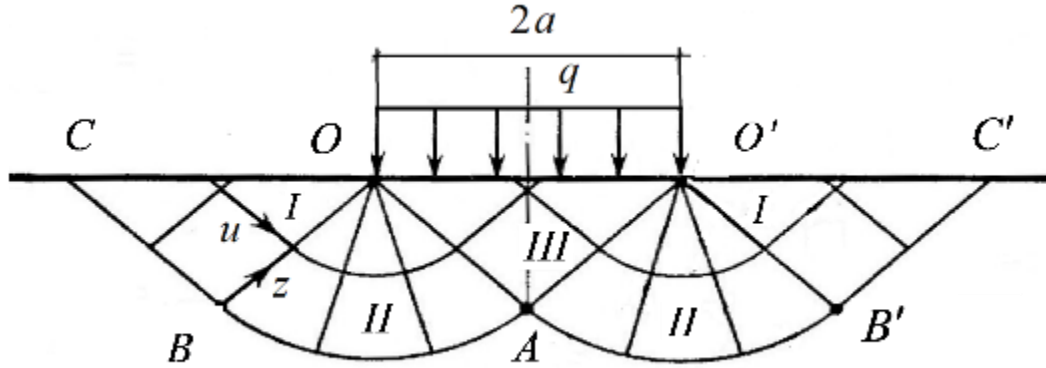


Рисунок 1.4 – До розрахунку опору бетонної основи при дії прямокутного штампa [16]

В умовах плоского напруженого стану в області I реалізується простий напружений стан – одновісний стиск:  $\gamma_0 = \frac{1}{2} \arccos \frac{4T_0 - f_c}{3f_c}$ ,  $t_0 = f_c / 2$ , із рівняння (1.6) визначається  $\bar{t}$ , і головні напруження дорівнюють:

$$\sigma_1 = q = 2T_0 + \sqrt{3(K^2 - \bar{t}^2)} + \bar{t}, \quad (1.8)$$

$$\sigma_2 = 2T_0 + \sqrt{3(K^2 - \bar{t}^2)} + \bar{t}. \quad (1.9)$$

При плоскій деформації умова пластичності записується у вигляді:

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 - 2(f_c - f_{ct})(\sigma_x + \sigma_y) + 4\tau_{yx}^2 - (f_c + f_{ct})^2 / 3 = 0, \quad (1.10)$$

$\gamma_0 = \frac{1}{2} \arccos \frac{T_0}{\sqrt{T_0^2 + S_0^2 / 3}}$ ,  $S_0 = \frac{f_c + f_{ct}}{2}$  із умови на характеристиках  $u=\text{const}$ ,

$$\tan 2\gamma - 2\gamma + 2\beta = C_2(u) = \text{const}, \quad (1.11)$$

визначається  $\bar{\gamma}$ , потім  $\bar{t} = T_0 / \cos 2\bar{\gamma}$  і головні напруження:

$$\sigma_1 = q = \frac{\bar{t}^2}{2T_o} + \bar{t} - \frac{S_o^2}{3T_o}, \quad (1.12)$$

$$\sigma_2 = \frac{\bar{t}^2}{2T_o} - \bar{t} - \frac{S_o^2}{3T_o}, \quad (1.13)$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + T_o. \quad (1.14)$$

Слід зазначити, що наряду з використанням безперервних полів напружень і швидкостей, у багатьох випадках зручно й ефективно використовувати наближені розривні рішення [4, 46].

Обмеженість пластичних властивостей бетону та кам'яної кладки обумовлюють для масивних тіл наявність зон пластичності тільки при високому рівні нормальних напружень на інтервалі двовісного стиску.

При реалізації зрізу пластична деформація є обов'язковою складовою кінематики руйнування, локалізується в тонкому шарі на його поверхні та перспективним для розв'язання задач опору є застосування розривних рішень у теорії пластичності.

Для бетонних зрізаних клинів методом характеристичних ліній отримані рішення в дослідженнях В.П. Митрофанова [53].

Для досягнення граничного стану не є обов'язковим, щоб деформації текучості охоплювали весь об'єм тіла. Незмінюваність системи порушується вже тоді, коли пружна зона розділяється зоною текучості на дві незалежні області.

До дискретних (зосереджених) деформацій відносять зосереджене видовження та зсув [54]. Зосередженим видовженням  $\mathcal{E}$  за шаром  $A$  (рис. 1.5, а) вважається деформація у тонких шарах, які мають нескінченно малу товщину  $\delta$ . По обидві сторони від шару тіло вважається недеформованим. Взаємні переміщення точок, які лежать по обидві сторони від шару  $A$ , у напрямку, перпендикулярному до нього, мають порядок звичайних малих переміщень. Зсув  $\Gamma$  однієї частини тіла відносно іншої в площині шару розділу має нескінченно малу величину (рис. 1.5, б).

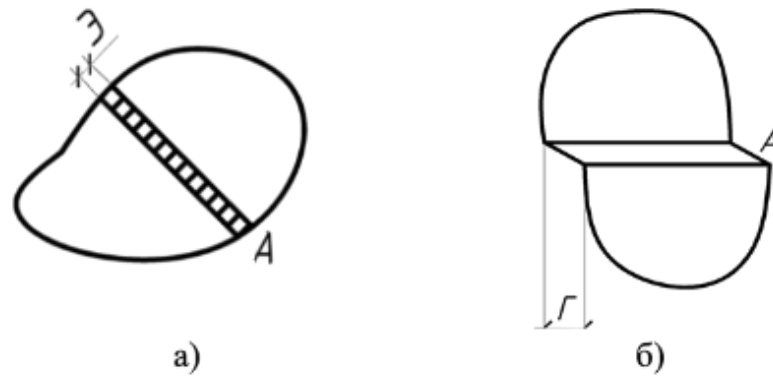


Рисунок 1.5 – Деформація тонкого шару:

а) зосереджене видовження; б) зосереджений зсув [54]

Для пластичних матеріалів деформація не супроводжується зміною об'єму тіла, тому зосереджене видовження із розгляду виключається і розглядаються лише зосереджені зсуви [54]. Однак зосереджене видовження враховується для тонких пластинок, у котрих воно відбувається за рахунок зменшення товщини пластинок за лінією текучості.

Для зосередженого зсуву інтенсивність деформації буде також зосередженою, її можна визначити за формулою:

$$E_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\frac{3}{2}} \Gamma^2 = \frac{1}{\sqrt{3}} |\Gamma|. \quad (1.15)$$

Для тонкої пластинки вкорочення у напрямку лінії текучості дорівнює нулю, а в напрямку товщини –  $\Delta$ . Тому зосереджена інтенсивність деформацій:

$$E_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\Delta - 0)^2 + (\Delta + \Delta)^2 + (0 + \Delta)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}} |\Delta|. \quad (1.16)$$

У пластинах при плоскому напруженому стані:

$$\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0, \quad (1.17)$$

деформації  $\gamma_{zx} = \gamma_{zy} = 0$  і виконується рівняння:

$$\varepsilon_z = -\varepsilon_x - \varepsilon_y. \quad (1.18)$$

Формула для інтенсивності деформацій при цьому матиме вигляд:

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_x + 2\varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y + 2\varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2} \gamma_{xy}^2}. \quad (1.19)$$

За однією і тією же лінією можуть одночасно виникати зосереджені зсуви  $\Gamma$  і видовження  $\mathcal{E}$ , а інтенсивність деформації визначається із рівняння:

$$E_i = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{4\mathcal{E}^2 + \Gamma^2}. \quad (1.20)$$

Робота внутрішніх сил у загальному випадку зосереджених деформацій:

$$T = \sigma_y \int E_i ds = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \int \sqrt{4\mathcal{E}^2 + \Gamma^2} ds. \quad (1.21)$$

Можливість зосередженого видовження приводить до зниження граничного навантаження на тонку пластинку.

На прикладі одноосьового розтягу пластинки при обмеженні розгляду деформації зосереджених зсувів (рис. 1.6, а), граничне напруження дорівнює:

$$\sigma_u = 2\sigma_y / \sqrt{3}. \quad (1.22)$$

Така сама величина граничного напруження отримана при зосередженому видовженні за лінією, що перетинає ширину пластинки (рис. 1.6, б).

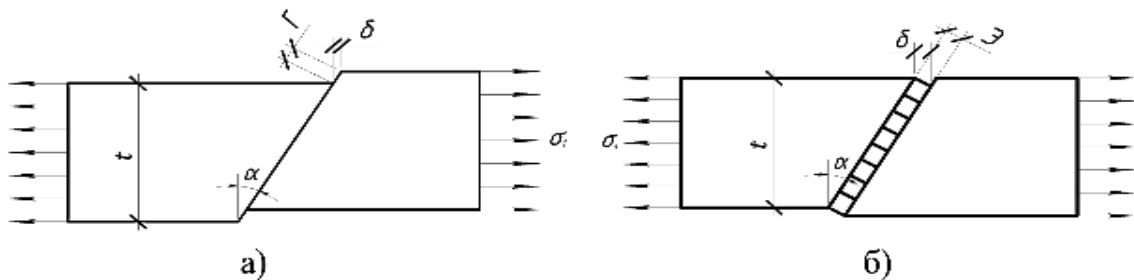


Рисунок 1.6 – До розрахунку сталеві пластинки при одноосному розтягу:  
а) зосереджений зсув; б) зосереджене видовження [54]

При поздовжньому відносному зсуві торців пластинки, що дорівнює  $\delta$  :

$$\mathcal{E} = \frac{\delta}{\cos \alpha}, \quad (1.23)$$

$$E_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\delta}{\cos \alpha}, \quad (1.24)$$

$$T = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_y \frac{\delta}{\cos \alpha} \frac{bt}{\cos \alpha}, \quad (1.25)$$

$$V = \sigma ht \delta, \quad (1.26)$$



де  $V$  – робота зовнішніх сил;  $b$  – ширина,  $t$  – товщина пластинки;

$$\sigma_u = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_y}{\cos^2 \alpha}. \quad (1.27)$$

У разі розгляду комбінації зосереджених зсуву  $\Gamma$  і видовження  $\mathcal{E}$  робота внутрішніх сил на даній деформації підраховується як:

$$\Gamma = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \sqrt{4\mathcal{E}^2 + \Gamma^2} \frac{bh}{\cos \alpha}, \quad (1.28)$$

а робота зовнішніх сил:

$$V = \sigma b h \delta = \sigma b h (\Gamma \sin \alpha + \mathcal{E} \cos \alpha). \quad (1.29)$$

Із рівності (1.28) та (1.29) отримано:

$$\sigma_u = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{\Gamma^2 + 4\mathcal{E}^2}}{\cos \alpha (\Gamma \sin \alpha + \mathcal{E} \cos \alpha)} \quad (1.30)$$

або

$$\sigma_u = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1 + 4(\mathcal{E} / \Gamma)^2}}{\cos \alpha (\sin \alpha + \mathcal{E} \cos \alpha / \Gamma)}. \quad (1.31)$$

Значення  $\xi$  та  $\alpha$  визначаються із умови міцності за величиною напружень  $\sigma_u$ .

Після відповідних математичних перетворень отримано:

$$\sigma_u = \sigma_y. \quad (1.32)$$

Таким чином, граничне навантаження відповідає простій розподіленій деформації розтягу в одному напрямку. Експериментально встановлено, що зосереджені деформації тонкої пластинки із пластичного матеріалу приводять до появи ліній текучості, котрі добре помітні в дослідних зразках при розтягу, а кут їх нахилу  $\alpha$  складає  $35^\circ$ , що підтверджує результати розрахунку [54].

Дискретні рішення задач несучою здатності конструкцій та опору їх елементів, як і метод скінченних елементів [55], достатньо складні в реалізації.

При цьому слід зазначити, що застосування варіаційних методів з використанням концепції жорстко-пластичного тіла та розривних рішень у теорії пластичності дозволить значно спростити розв'язання даних задач.

## 1.4 Варіаційні методи в теорії пластичності

### 1.4.1 Екстремальні принципи жорстко-пластичного тіла

Значний розвиток отримала схема жорстко-пластичного тіла (рис. 1.7), в якій не враховуються пружні деформації [4, 13, 41, 47 – 51]. При цьому, напруження в жорстких областях не повинно досягати умови текучості. Основи використання екстремальних принципів для жорстко-пластичного тіла належать Р. Хіллу та В. Прагеру [56, 57]. Описується тільки граничний стан. Для модуля пружності приймається нескінченне значення  $E \rightarrow \infty$ ).

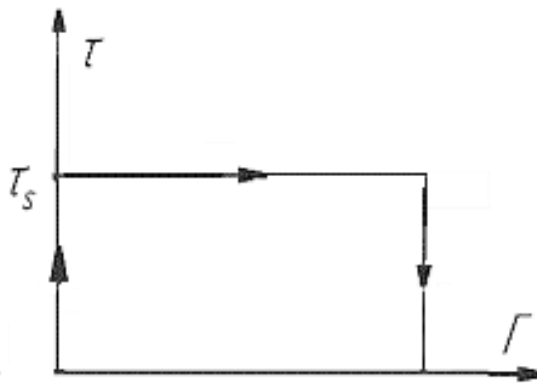


Рисунок 1.7 – Діаграма деформування жорстко-пластичного тіла:

$T$  – інтенсивність дотичних напружень;  $\Gamma$  – інтенсивність деформацій зсуву [46]

Тіло вважається недеформованим (жорстким) до тих пір, коли напружений стан не почне в деяких областях або шарах задовольняти умові текучості та не виникне можливість пластичної течії. Якщо вектор  $\sigma$ , побудований на компонентах  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ , лежить усередині обмеженої поверхнею міцності області, то деформація дорівнює нулю.

В разі, якщо зазначений вектор досягає поверхні міцності, то деформація нескінченно зростає. При цьому деякі частини тіла залишаться жорсткими. Необхідно знайти ті рішення в пластичних зонах, при яких зміщення на границях пластичних та жорстких областей відповідають зміщенню жорстких областей.

Схема жорстко-пластичного тіла приводить до наближеного рішення, якщо в пластичній області не обмежується розвиток пластичних деформацій. Завдяки цьому приріст пластичних деформацій може бути значно більшим ніж

пружних. Якщо пластична область розташується в середині пружної, то схема жорстко-пластичного тіла може привести до значних погрешностей.

При застосуванні концепції жорстко-пластичного тіла виникають ряд питань, які повністю не вирішені. Так, рішення отримані з використанням цієї схеми можуть не співпадати з рішеннями такої ж пружно-пластичної задачі при  $E \rightarrow \infty$ . Відсутні теореми, які дозволили б судити про близькість пружно-пластичних та жорстко-пластичних задач, так як у жорстких частинах тіла розподіл напружень невідомий.

Нехтування пружними деформаціями можливо, якщо пластичні деформації вільні та спрямовані, тобто розвиваються в деякому напрямку, що створює умови приросту пластичної деформації, у співставленні з якою приріст пружної деформації зневажливо малий. У цьому випадку перспективною є схема жорстко-пластичного тіла, яка передбачає безперешкодний розвиток пластичної деформації та не враховує пружну деформацію.

Концепція жорстко-пластичного тіла, що лежить в основі розрахунку за граничним станом, дозволяє отримати рішення, котрі підтверджуються експериментальними дослідженнями, та більш обґрунтовано сформулювати цілий ряд задач теорії пластичності. Екстремальні принципи для жорстко-пластичного тіла, до якого за певних умов можливо віднести бетонні та кам'яні елементи, широко застосовуються для побудови наближених рішень задач опору. Для квазікрихких матеріалів нехтувати пружними деформаціями можливо, якщо пластичні деформації локалізуються в певних зонах, розвиваються в деякому напрямку, наближеному до прямої лінії, значно перевищують у певних зонах пружні деформації. Це необхідно для того щоб приріст пружних деформацій був малий порівняно з приростом пластичних.

Замість складних рівнянь теорії пластичної течії будуть справедливими більш прості й однорідні відношення енергетичної теорії. Тоді більш зручно говорити про швидкості, ніж про прирощення зміщень. Розглядаються лише малі деформації, коли можливо не звертати увагу на змінення конфігурації та положення точок тіла. Картина розвитку деформації наступна: при відносно

малих деформаціях тіло залишається жорстким; зі збільшенням навантаження в певний момент утворюється область пластичних деформацій; при граничному навантаженні в них виникає течія.

Розв'язується одна з основних задач теорії пластичності – визначення граничного навантаження. Граничний стан жорстко-пластичного тіла визначається в момент виникнення течії кінцевою комбінацією навантаження. При деформації, котра розвивається в певному напрямку, напруження прагнуть досягнути значень, які не залежать від шляху деформування. За наближенням до граничного стану деформації тіла швидко зростають у напрямку його дії. Якщо останні поблизу граничних значень збільшуються пропорційно одному параметру, то деформації розвиваються у визначеному напрямку, і вплив шляху навантаження зменшується.

Викладені екстремальні принципи відносяться до граничного стану – стану виникнення пластичної течії [4]. При цьому в тілі будуть як пластичні та і жорсткі області. Останні зазнають жорстких переміщень і швидкість деформації в них дорівнює нулю. Завдяки цьому енергетичні рівняння можливо записати по відношенню до всього тіла, включаючи і жорсткі області.

В концепції жорстко-пластичного тіла неминучі розриви швидкостей. Навіть для матеріалів із значними пластичними властивостями (металів), які в граничному стані здебільше працюють пластично, має місце концентрація в тонких шарах пластичної деформації більшої інтенсивності порівняно з поряд розташованими об'ємними зонами пластичності.

Для бетону та кам'яної кладки при зсувній формі руйнування вказаний розподіл є ще більш вираженим. При руйнуванні тіло розділяється на окремі мало деформовані об'ємні частини вузькою областю локалізації пластичної деформації, що розташована навколо поверхні зсуву. Переміщення мало деформованих частин, які вважаються жорсткими, здійснюються в напрямку, наближеному до поверхні руйнування за рахунок спрямованої пластичної течії.

У [58] відмічається шлях створення раціональних конструкцій з використати принцип мінімуму потенціальної енергії деформації.

Застосування концепції жорстко-пластичного тіла знайшло розвиток для бетону та кам'яної кладки в роботах В.П. Митрофанова, О.О. Довженко й їх учнів [41, 59 – 67].

### 1.4.2 Функціонал принципу віртуальних швидкостей

Дійсний напружено-деформований стан реалізується в фізичний процес та водночас він є рішенням системи рівнянь теорії пластичності, котра виступає математичною моделлю фізичного процесу. При цьому дійсний стан відповідає стаціонарному стану функціоналу  $J$ , з іншого боку, якщо функціонал досягає стаціонарного стану, то відповідний йому напружено-деформований стан буде рішенням системи рівнянь пластичності [4]. Змінні нормальні напруження та швидкості за відповідними осями у фіксований момент часу є рішенням рівнянь пластичності при заданих силах  $f_i$  та швидкостях  $v_i$  на поверхнях  $S_f$  і  $S_v$ .

Для дійсного напружено-деформованого стану справедлива тотожність [4]:

$$\int_V [\sigma_{ij} \xi_{ij} + \rho(\omega_i - g_i) v_i] dV - \int_{S_f} F_i v_i dS \equiv 0, \quad (1.33)$$

де  $\xi_i = \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_i$ ,  $\xi_j = \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_j$  – швидкості деформації, тут  $\varepsilon_i$  і  $\varepsilon_j$  – деформації за відповідними осями;  $\rho(\omega_i - g_i) v_i$  – складова, що враховує інерційні та масові сили,  $v_i$  – швидкість переміщення у відповідному напрямку;  $V$  – об'єм тіла.

Для віртуального напружено-деформованого стану тотожність має вигляд:

$$\int_V [\sigma'_{ij} \xi'_{ij} + \rho(\omega_i - g_i) v'_i] dV - \int_{S_F} F_i^* v'_i dS \equiv 0, \quad (1.34)$$

де знаком (') позначені параметри, котрі варіюються, а знаком (\*) – задана поверхнева сила.

При варіюванні швидкостей і напружень функціонал має вигляд:

$$J = \int_V (\bar{T}\bar{H}' + \bar{T}'\bar{H} + \sigma\xi' + \sigma'\xi + \rho(\omega_i - g_i) v'_i) dV - \int_{S_F} F_i^* v'_i dS, \quad (1.35)$$

де  $\bar{T}$  – інтенсивність дотичних напружень;  $\bar{H}$  – інтенсивність швидкостей деформації зсуву;  $\xi$  – об’ємна деформація.

Функціонал принципу віртуальних швидкостей при певному перетворенні записується для пластичних матеріалів у граничному стані:

$$J = \int_V (\bar{T}\bar{H}' + \rho(\omega_i - g_i)v_i')dV - \int_{S_F} F_i^* v_i' dS. \quad (1.36)$$

При  $\xi \neq 0$  для квазікрихких та в деяких випадках і пластичних матеріалів функціонал, в якому варіюються тільки швидкості, має вигляд:

$$J = \int_V (\bar{T}\bar{H}' + \sigma\xi' + \rho(\omega_i - g_i)v_i')dV - \int_{S_F} F_i^* v_i' dS. \quad (1.37)$$

В [4] вказано, що рішення системи диференціальних рівнянь теорії пластичності із врахуванням фізичних рівнянь зв'язку між напруженнями та деформаціями, еквівалентне дослідженню на стаціонарний стан функціоналу принципу віртуальних швидкостей. Як було встановлено, функціонал принципу віртуальних швидкостей на дійсному напружено-деформованому стані досягає стаціонарного стану. Для вирішення конкретних завдань часом важливо знати, досягається відносний або абсолютний мінімум. На будь-якому віртуальному напружено-деформованому стані, котрий суттєво відрізняється від дійсного,  $J > 0$ , і перетворюється в нуль, лише досягаючи абсолютного мінімуму на дійсному стані, що є рішенням крайової задачі теорії пластичності.

Досліджуючи функціонал на екстремум одним із прямих методів варіаційного числення можна отримати наближене вирішення загальної задачі теорії пластичності.

Компоненти тензора швидкості деформації і похідні вектору швидкостей переміщення пов'язані лінійними кінематичними рівняннями.

### 1.4.3 Верхня та нижня оцінка граничного навантаження

Екстремальні принципи для жорстко-пластичного тіла спільно з екстремальними властивостями граничних навантажень надають можливість

визначення граничного навантаження елементів шляхом застосування верхньої та нижньої оцінки. Ця важлива ідея сформульована О.О. Гвоздевим [68, 69].

На основі розгляду статично можливих полів напружень та екстремальної теореми, котра стверджує, що серед усіх статично можливих полів напружень дійсним полем є те, при якому величина потужності деформування досягає максимального значення [4]:

$$\int_{S_v} F_i v_i^* dS \geq \int_{S_v} F_i' v_i^* dS, \quad (1.38)$$

де  $S_v$  – поверхня, на якій задані швидкості;  $v_i^*$  – параметр, якій задається;  $F_i'$  – сила, що варіюється.

Це є нижньою оцінкою потужності деформації та граничного навантаження.

Із другої екстремальної теореми [4] серед усіх кінематично можливих полів швидкостей  $v_i'$  дійсним полем буде те, для якого потужність деформування приймає мінімальне значення:

$$\int_V (\bar{T}\bar{H}' + \sigma\xi) dV - \int_{S_F} F_i^* v_i dS \leq \int_V (\bar{T}\bar{H}' + \sigma\xi') dV - \int_{S_F} F_i v_i' dS, \quad (1.39)$$

де  $\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$  – гідростатичний (середній) тиск;  $\xi = \xi_x + \xi_y + \xi_z$  – об'ємна деформація;  $S_l$  і  $S_F$ , – поверхня розриву швидкостей та поверхня, на якій задані поверхневі сили відповідно.

При врахуванні принципу віртуальних швидкостей та напружень, записаного для дійсного стану і крайової задачі ( $S = S_F \cup S_v$ )

$$\int_V (\bar{T}\bar{H}' + \sigma\xi) dV - \int_{S_F} F_i^* v_i dS - \int_{S_v} F_i v_i^* dS = 0, \quad (1.40)$$

(1.39) приймає вигляд:

$$\int_{S_v} F_i v_i^* dS \leq \int_V (\bar{T}\bar{H}' + \sigma\xi') dV - \int_{S_F} F_i^* v_i' dS. \quad (1.41)$$

Кінематично можливі поля швидкостей дозволяють підрахувати праву частину (1.41). Вона є верхньою оцінкою потужності деформації, дозволяє

отримати верхню оцінку сили деформування та підрахувати дійсну силу деформування  $P$ :

$$P \leq \left( \int_V (\bar{T}\bar{H}' + \sigma\xi') dV - \int_{S_F} F_i^* v_i' dS \right) / v^*. \quad (1.42)$$

Із мінімальних властивостей дійсних швидкостей та максимальних властивостей дійсного напруженого стану слідує двостороння оцінка потужності поверхневих сил [4, 46]. Дійсна сила деформування  $P$  знаходиться у межах:

$$\int_{S_v} F_p dS \leq P \leq \left( \int_V (\bar{T}\bar{H}' + \sigma\xi') dV - \int_{S_F} F_i^* v_i' dS \right) / v^*, \quad (1.43)$$

де індекс у лівій частині відноситься до осі  $p$ , що проходить паралельно повній швидкості елемента  $v^*$ .

Для пластичних матеріалів при відсутності стрибка швидкості в нормальному до поверхні розриву швидкостей напрямку (1.42) записується як:

$$P \leq \left( \int_V \tau_s H' dV - \int_{S_F} F_i^* v_i' dS \right) / v^*, \quad (1.44)$$

де  $\tau_s$  – граничне значення дотичних напружень.

#### 1.4.4 Розривні рішення задач опору

Розглядається узагальнення екстремальних принципів на випадок розривних полів.

Розриви в напруженнях. При розриві напружень на деяких поверхнях  $S_i$  поле швидкостей безперервне. Поверхні  $S_i$  розбивають тіло на кінцеву кількість частин, у кожній із яких напруження змінюються безперервно.

Розглядаються розривні поля швидкостей на деяких поверхнях  $S_j$ . Припускається, що поверхні розриву швидкостей  $S_j$  не збігаються з поверхнями розриву напружень  $S_i$ .

Розрив можливий лише у складовій швидкості, що лежить у дотичній площині до  $S_j$  (дотичній складовій швидкості) для пластичних матеріалів.

Поверхню розриву слід розглядати як граничне положення тонкого шару з



безперервною, але різкою зміною швидкості за його товщиною (рис. 1.8) [4, 46].

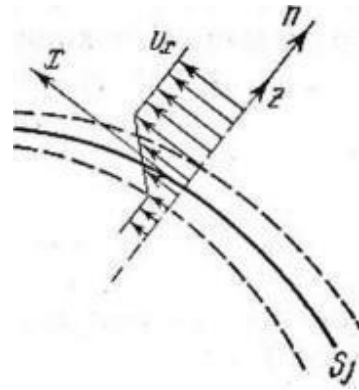


Рисунок 1.8 – Поверхня розриву тонкого шару з різкою зміною швидкості [4]

Як відмічає Р. Хілл [56], розривні рішення представляють значний інтерес для плоского напруженого стану та плоскої деформації.

У лініях (тонких шарах) має місце інтенсивна деформація. Такі лінії є математичною ідеалізацією картини, котра спостерігається у дослідах. Утворюються смуги інтенсивної деформації, котра розподілена в них рівномірно. З одного боку шару (+)  $L$  (рис. 1.9) відбувається жорсткий зсув відносно іншої сторони (-) зі швидкістю  $v$  [46].

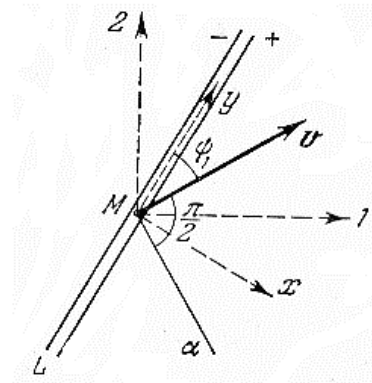


Рисунок 1.9 – Лінія розриву швидкостей [46]

При розтязі тонкої пластинки товщиною  $h$  у місці зосередження пластичної деформації її товщина зменшується [46] і товщина шару  $b$  добігає до нуля. Вектор  $v$  нахилений до лінії  $L$  під кутом  $\psi_1$ , тобто це розривні дотична й нормальна складові швидкості. У довільній точці  $M$  шийки пластини

призначається локальна система координат  $xu$ , вісь  $u$  направлена за дотичною складовою, тоді компоненти швидкості деформації дорівнюють:

$$\xi_x = \frac{v_x}{b} = \frac{v \sin \psi}{b}, \quad \xi_y = 0, \quad \eta_{xy} = \frac{v_y}{b} = \frac{v}{b} \cos \psi, \quad (1.45)$$

де  $\xi_x$ ,  $\xi_y$  – нормальні,  $\eta_{xy}$  – дотична складові швидкості.

Швидкість у напрямку  $\alpha$ , перпендикулярному до вектору швидкості, дорівнює нулю –  $\xi_\alpha = 0$ . Отже,  $y$  – та  $\alpha$  – характеристичні напрямки, і кут між ними дорівнює  $2\psi_1$ . Таким чином, вектор розриву швидкості  $v$ , нахиленаї під певним кутом, дорівнює:

$$\psi = 2\beta - \frac{\pi}{2}. \quad (1.46)$$

При  $\psi_1 = 0$  характеристики ортогональні (випадок чистого зсуву), відбувається лише відносне ковзання.

Головні швидкості знаходяться із рівнянь:

$$\xi_1 = \frac{v}{2b}(1 + \sin \psi), \quad \xi_2 = -\frac{v}{2b}(1 - \sin \psi). \quad (1.47)$$

Третя головна швидкість у напрямку, перпендикулярному до площини  $xu$ , визначається із рівняння нестисливості:

$$\xi_z = -\frac{v}{b} \sin \psi. \quad (1.48)$$

Потужність пластичної деформації на одиницю довжини  $L$  дорівнює:

$$bhA_p = bh(\sigma_1 \xi_1 + \sigma_2 \xi_2). \quad (1.49)$$

При підстановці головних швидкостей деформації у відношення Сен-Венана – Мізеса, отримано головні напруження:

$$\frac{\sigma_1}{k} = \frac{1 + 3 \sin \psi}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \psi}}, \quad \frac{\sigma_2}{k} = -\frac{1 - 3 \sin \psi}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \psi}}, \quad (1.50)$$

$$\text{де } \sin \psi = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{3(\sigma_1 - \sigma_2)}.$$

При осьовому розтягу тонкої сталеві пластини  $\sigma_2 = 0$  (рис. 1.10): кут поверхні ковзання до осі зразка дорівнює  $\beta = 54^\circ 44'$  [46], що відповідає рішенню, в якому її кут до горизонталі  $\alpha = 35^\circ 16'$  [54].

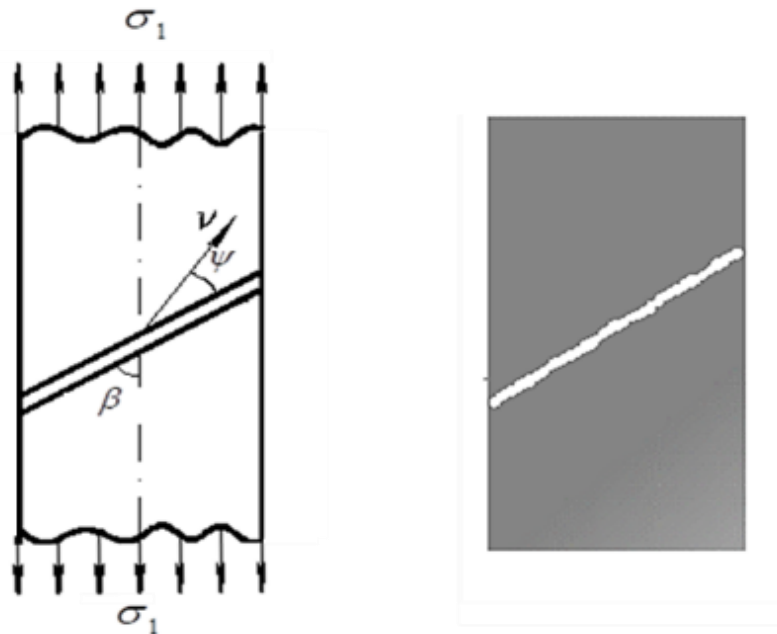


Рисунок 1.10 – Одновісний розтяг тонкої сталеві пластинки [46]

Кут нахилу вектору розриву швидкості до поверхні ковзання  $\psi = \arcsin \frac{1}{3} = 19^{\circ}28'$ , а вектор розриву швидкості направлений до осі зразка під кутом  $35^{\circ}16'$ . При цьому прийнято, що з обох сторін шару пластичності (шийки) області жорсткі. В дослідях кут нахилу шийки до напрямку дії розтягу становить  $\beta = 50 - 60^{\circ}$ . Це питання докладно розглядається А. Надаї [70, 71].

Вказане співпадає з даними, отриманими за дискретним рішенням [54], але описаний алгоритм розрахунку значно простіший.

В.Л. Колмогоров [4] отримав вираз функціонала принципу віртуальних швидкостей в умовах об'ємного напруженого стану для матеріалу, що стискається, допустивши їх розрив як у дотичному, так і нормальному напрямках до поверхні  $S_l$ . В об'ємі тіла  $V$  будується поверхня  $S_l$ , на якій спостерігається розрив поля швидкостей переміщення часток у двох напрямках.

Похідні за напрямком до поверхні  $S_l$  від складових швидкості переміщення перетворюються у нескінченність. Однак, функціонал принципу віртуальних швидкостей має кінцеве значення, і дозволяє отримати рішення задач теорії пластичності. Поверхня розриву розглядається як шар. Швидкість

переміщення безперервна і змінюється за товщиною різко та лінійно. Функціонал, записаний у компонентах тензорів, має вигляд:

$$J = \int_V (\bar{T}\bar{H}' + \sigma\xi'_i) dV + \int_{S_l} (\bar{T}\bar{H}' + \sigma\xi'_i) \Delta n dS - \int_{S_F} F_i^* v'_i dS. \quad (1.51)$$

Частина об'ємного інтегралу, яка відноситься до тонкого шару  $\Delta n$ :

$$\int_{S_l} [\bar{T}\bar{H}' + \sigma\xi'_i] \Delta n dS. \quad (1.52)$$

Граничне значення підінтегрального виразу підраховується при спрямуванні  $\Delta n \rightarrow 0$ . Для цього на  $S_l$  розміщується ортогональна система координат  $t m n$ ,  $n$  направляє по нормалі до  $S_l$ , а  $t$  вздовж розриву швидкостей у дотичній площині.

Тоді маємо для  $\bar{H}'$ :

$$\bar{H}' = \frac{1}{2} \sqrt{2[(\partial v'_t / \partial t - \partial v'_m / \partial m)^2 + (\partial v'_m / \partial m - \partial v'_n / \partial n)^2 + (\partial v'_n / \partial n - \partial v'_t / \partial t)^2] / 3 + \sqrt{+(\partial v'_t / \partial m + \partial v'_m / \partial t)^2 + (\partial v'_m / \partial n + \partial v'_n / \partial m)^2 + (\partial v'_n / \partial t + \partial v'_t / \partial n)^2}}, \quad (1.53)$$

де похідні в ній обмежені при  $\Delta n \rightarrow 0$ , крім  $\partial v'_n / \partial n = \lim(\Delta v'_n / \Delta n) \rightarrow \infty$ ,  $\partial v'_t / \partial n = \lim(\Delta v'_t / \Delta n) \rightarrow \infty$ , тут  $\Delta v'_n$  і  $\Delta v'_t$  – стрибки швидкостей у нормальному та дотичному напрямках;  $\Delta v'_m = 0$  – стрибок у перпендикулярному до площини розриву напрямку. Напрямок  $t$  вибрано вздовж розриву швидкостей, а  $n$  перпендикулярно до нього.

Отже:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\Delta n \rightarrow 0} (\bar{T}\bar{H}' \Delta n) &= \bar{T} \sqrt{4\Delta v_n'^2 / 3 + \Delta v_t'^2} \\ \lim_{\Delta n \rightarrow 0} (\sigma\xi'_i \Delta n) &= \lim_{\Delta n \rightarrow 0} [\sigma(\partial v'_n / \partial n + \partial v'_m / \partial m + \partial v'_t / \partial t) \Delta n] = \\ &= \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \{ \sigma[\Delta v'_n + (\partial v'_m / \partial m) \Delta n + (\partial v'_t / \partial t) \Delta n] \} = \sigma \Delta v'_n \end{aligned} \right\}. \quad (1.54)$$

Після підстановки в (1.51) маємо:

$$J = \int_{S_l} [\bar{T} \sqrt{4\Delta v_n'^2 / 3 + \Delta v_t'^2} + \sigma \Delta v'_n] dS, \quad (1.55)$$

що визначає потужність, яка розвивається на поверхні  $S_l$  в залежності від стрибків швидкостей.

Тоді функціонал принципу віртуальних швидкостей приймає вид:

$$J = \int_{S_l} [\bar{T} \sqrt{4\Delta v_n'^2 / 3 + \Delta v_t'^2} + \sigma \Delta v_n'] dS - \int_{S_F} F_i^* v_i' dS. \quad (1.56)$$

При дослідженні його на стаціонарний стан за допомогою варіаційного рівняння  $\delta J = 0$  отримано вираз для визначення граничного навантаження:

$$\int_{S_F} F_i^* v_i' dS = \int_{S_l} [\bar{T} \sqrt{4\Delta v_n'^2 / 3 + \Delta v_t'^2} + \sigma \Delta v_n'] dS. \quad (1.57)$$

В.Л. Колмогоровим розв'язано задачу визначення сили та змінення форми тіла при ударі об жорстку перешкоду [4]. Розривні рішення для розв'язання задач міцності бетонних та залізобетонних елементів при дії місцевого стискаючого навантаження застосовані В.П. Митрофановим та О.О. Довженко [59, 72]. Запропоновані можливі кінематичні схеми, наведені розрахункові залежності, визначено мінімальне значення граничного навантаження шляхом варіювання напрямку поверхні руйнування та відношення швидкостей переміщення жорстких дисків в ортогональних напрямках.

#### 1.4.5 Вплив армування на опір залізобетонних елементів

Згідно [14] умова міцності бетону може бути розповсюджена на армований бетон. Аналітична умова пластичності залізобетону визначає граничні напруження за наявності пластичних деформацій у разі всебічного нерівномірного стиску та співпадає з умовою міцності залізобетону при наявності напружень розтягу.

Вихідні передумови наступні [16]:

- масив бетону армується ортогонального розташованою арматурою (рис. 1.11);
- в арматурі виникають тільки нормальні напруження.

Повні граничні напруження виражаються через граничні напруження в бетоні та зведені напруження, еквівалентні граничним зусиллям в арматурі (зведення відбувається шляхом використання коефіцієнтів армування).

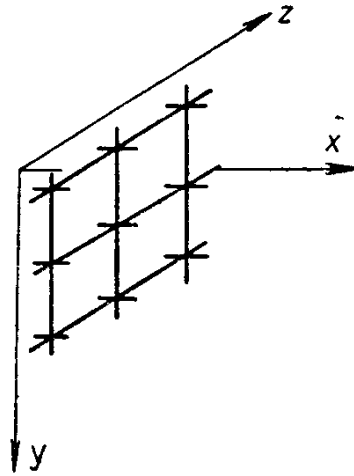


Рисунок 1.11 – Армування масиву бетону [16]

Зважаючи на якісну аналогію між диференціальними рівняннями для бетону та залізобетону отримано відповідні співвідношення в теорії пластичності при плоскому напруженому стані [14].

Таким чином, одержано співвідношення між напруженнями та деформаціями для залізобетону із застосуванням припущень: розглядається гіпотеза, що арматура сприймає лише нормальні напруження; проведене на основі теорії складених середовищ оцінювання сприйняття арматурою лише нормальних напружень показує, що похибка від запровадження цього припущення лежить у межах точності вихідних даних; повні напруження складаються із напружень у бетоні й арматурі; умовою спільності двох середовищ (бетону й арматури) є рівність деформацій.

Відомий підхід, у межах якого здійснюється врахування арматури, розташованої в зоні зсуву. Розглядаються неперearмовані залізобетонні конструкції й елементи. В її небезпечних перерізах, розташованих симетрично по обидві сторони від точки перетину тріщиною, приймається умова текучості при позацентровому стиску-розтягу, використовуючи яку й асоційований закон текучості, знаходиться зведена до одиниці площі поверхні  $S_l$  потужність пластичного деформування арматури  $W_s$ , як функція  $\Delta v_n$  і  $\Delta v_t$ .

Викладений підхід дозволяє врахувати сприйняття арматурою не лише осьових, а й поперечних зусиль. В.П. Митрофановим [73] розроблена

розрахункова схема роботи поздовжньої арматури для ділянок, розділених небезпечною похилою тріщиною, на основі моделі роботи стержня на деформованій основі, котрий завантажений на кінці поперечною  $V_0$  і поздовжньою  $N_0$  силами (рис. 1.12).

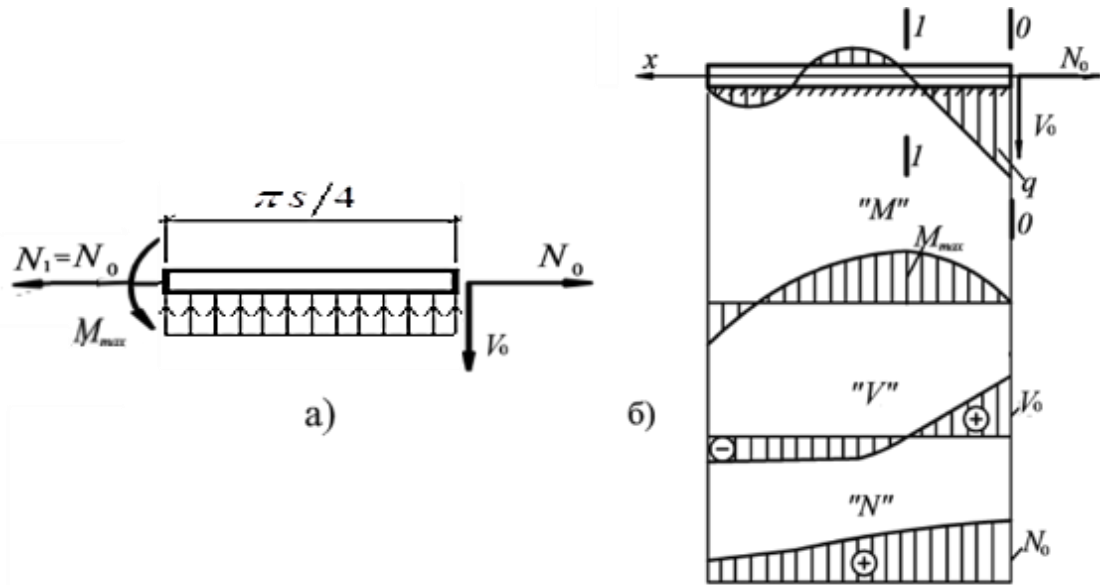


Рисунок 1.12 – Розрахункова схема арматурного стержня (а) та розподіл згинальних моментів, поперечних і поздовжніх зусиль в області руйнування (б) [73]

Деформована основа вважається простою, котра опираючись поперечним і поздовжнім зміщенням стержня призводить до появи поперечних  $q$  і поздовжніх  $t$  реактивних зусиль. Роль основи арматури відіграє навколишній бетон, а навантажений кінець відповідає перерізу 0-0 арматури, котрий розташований у тріщині, де діють  $V_0$  і  $N_0$ , а момент  $M_0=0$  внаслідок зворотно симетричного характеру напружено-деформованого стану.

Небезпечним перерізом розглядуваного стержня крім 0-0 є переріз 1-1, де  $V=0$ ,  $M=M_{max}$ ,  $N=N_0$ , враховуючи ослаблення зчеплення стержня з бетоном у граничному стані і близькість один до одного перерізів 0-0 і 1-1.

Застосовується відома умова граничного стану перерізу 1-1 при позacentровому розтягу:

$$\left( V_s / \sigma_y A_s \right) / k_c = 1 - \left( N_s / \sigma_y A_s \right)^2, \quad (1.58)$$

де  $\kappa_c=0,338$  у випадку важких бетонів і  $\kappa_c=0,284$  при бетонах на пористих заповнювачах.

У пружній стадії роботи стержня діаметром  $d$  переріз 1-1 знаходиться на відстані  $\pi s/4$  від завантаженого кінця. Передбачається, що з розвитком непружних деформацій і основи переріз 1-1 не переміщується, а тільки відбувається вирівнювання реактивного зусилля  $q$ . Тоді із умови рівноваги:

$$M_{\max} = \frac{V_0 \pi s}{8}. \quad (1.59)$$

Для важких бетонів  $s=1,6d$ . Для арматури, котра розташована в зоні зсуву роботу здійснюють обидві складові зусиль  $N'$  і  $V'$ , для  $N'$ , враховуючи умову граничного стану (1.58), а також передумову про те, що  $v_1/v_2=\xi_N/\xi_V$ , тут  $\xi_N$ ,  $\xi_V$  – частинні похідні із (1.58), отримано:

$$N' = \frac{1,11 \sigma_y v_1 d^2}{v_2'}. \quad (1.60)$$

В свою чергу:

$$V' = 0,28 \left[ 1 - 2 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^2 \right] \sigma_y d^2. \quad (1.61)$$

## 1.5 Опір бетонних і кам'яних елементів

### 1.5.1 Центральне та позацентрове стиснення

В практиці застосовуються дві характеристики міцності бетону при стискові, котрі визначаються за результатами випробувань стандартних дослідних зразків згідно вимог [74]: кубикова  $f_{cm,cube}$  і призмova  $f_{cm,prizm}$  або циліндрична міцність. Останні дві використовуються при проєктуванні конструкцій і встановленні їх залишкової несучої здатності. Значення  $f_{cm,cube}$  і  $f_{cm,prizm}$  наведені в нормах [75] відповідно до класу міцності бетону на стиск  $C$ . Експериментальні дослідження [76 – 83] свідчать про реалізацію як відриву, так і зриву за цілим перерізом (рис. 1.13), що вказує на наявність перехідної області на інтервалі напружених станів біля точки одновісного стиску.



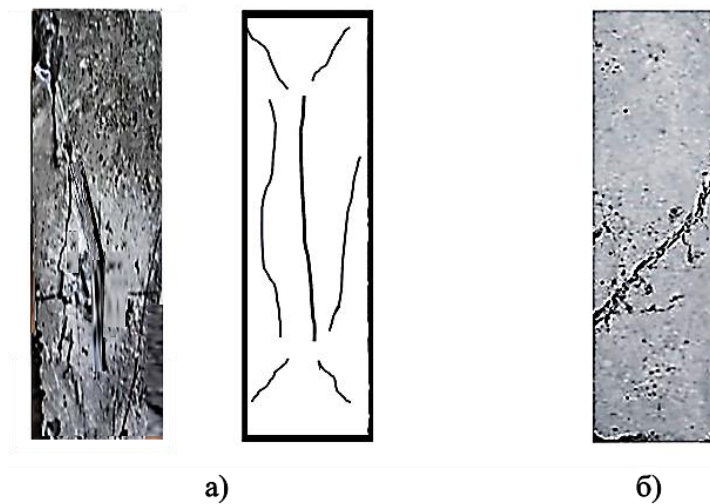


Рисунок 1.13 – Характер руйнування бетонних призм при осьовому стиску від:  
а) відриву; б) зрізу

Характеристична міцність  $f_k$  кам'яної кладки на стиск визначається за результатами випробувань зразків кладки, дозволяється також використовувати бази даних, наведені в нормах [84], що відповідають значенням, отриманим за формулою Л.І. Онищика [85] або із рівняння:

$$f_k = K f_b^\alpha f_m^\beta, \quad (1.62)$$

де  $K$  – константа, значення котрої приймається залежно від групи елементів (каменю) кладки та може бути у відповідних випадках скореговане;  $\alpha, \beta$  – константи;  $f_b$  – міцність елементів кладки на стиск у напрямку дії зусилля, МПа;  $f_m$  – міцність на стиск будівельного розчину, МПа.

При цьому слід зазначити, що  $K$  змінюється відповідно до групи елементів (всього 4 групи) від 0,55 до 0,35 [84, 86] і на межі груп, де структурні особливості матеріалів вирівнюються, спостерігаються значні стрибки в значенні  $f_k$ . Відомі дослідження, присвячені пропозиціям щодо внесення змін у (1.62) [87 – 95].

Картина руйнування цегляних стовпів [96 – 98] (рис. 1.14) вказує на розділення їх на окремі частини тріщинами, траєкторії яких наближені до вертикалі, з подальшим відривом у поперечному напрямку, а також зрізом стиснутої зони стовпа, що свідчить про їх неоднорідний напружено-деформований стан.



Рисунок 1.14 – Вигляд кам'яних стовпів на стадії руйнування [96 – 98]

У нормах [75, 84, 86] не наведені схеми зусиль на стадії руйнування бетонних призм і кам'яних стовпів.

До речі, у якості дослідних зразків для визначення міцності кладки можуть виступати призми, однак не існує рекомендацій щодо їх розмірів [99 – 103].

Згідно [84] зусилля, котре сприймає кам'яна кладка  $N_{Rd}$  при дії вертикального навантаження  $N_{Ed}$  являється функцією міцності кладки при стискові  $f_d$ , розмірів поперечного перерізу елемента  $t$  і  $b$  та коефіцієнта зменшення несучої здатності  $\Phi_i$  ( $\Phi_m$ ) конструкції, що залежить від ексцентриситету  $e_{init}$ , прикладеного зверху або знизу конструкції у бік меншої сторони поперечного перерізу, котрий у свою чергу визначається величиною ефективною висоти конструкції із врахуванням умов її закріплення  $h_{ef}$  ( $\Phi_m$  враховує ексцентриситет  $e_{mk}$ , який є сумою  $e_{init}$  й ексцентриситету внаслідок повзучості  $e_k$ ).

У разі позацентрового стиску кам'яної кладки враховується ексцентриситет  $e_i = M_{id} / N_{id} + e_{init}$ , де  $M_{id}$  і  $N_{id}$  – розрахункові величини згинального моменту та вертикального навантаження.

При дії стискальної сили  $N_{Rd}$ , прикладеної з ексцентриситетом  $e$  у напрямку  $h_w$  (рис. 1.15), несуча здатність бетонних (залізобетонних із кількістю арматури, що не перевищує мінімально допустиму) елементів визначається із виразу:

$$N_{Rd} = \eta f_{cd} b h_w (1 - 2e / h_w), \quad (1.63)$$

тут  $f_{cd}$  – розрахункова міцність бетону на стиск;  $b$  – ширина і  $h_w$  – товщина елемента;  $\eta$  – коефіцієнт впливу групи факторів на міцність, величину якого рекомендується приймати 1 [75].

За методикою [104]  $N_{Rd}$  визначається значеннями міцності кладки, площі поперечного перерізу елемента, коефіцієнта  $m_g$ , який враховує тривалу дію навантаження і при розмірах сторін поперечного перерізу  $\geq 300$  мм приймається рівним 1, та коефіцієнта поздовжнього згину  $\varphi$ , котрий враховує гнучкість конструкції.

У разі позacentрового стиску застосовується коефіцієнт  $\varphi_1$  (середнє значення коефіцієнта поздовжнього згину при врахуванні всього поперечного перерізу елемента та стиснутої його частини), а також площа стиснутої зони поперечного перерізу  $A_c = A(1 - 2e_o / h_w)$ , тут  $A$  – площа поперечного перерізу,  $e_o$  – ексцентриситет прикладання навантаження в бік висоти перерізу  $h_w$ .

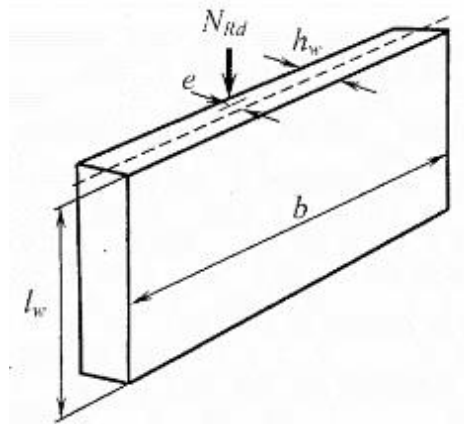


Рисунок 1.15 – До розрахунку бетонного елемента при позacentровому стиску

Вплив сітчастого армування в армокам'яних елементах враховується шляхом уведення в розрахункові залежності об'ємного коефіцієнта армування

$$\mu = \frac{2A_{st}}{cs} \quad [104], \quad \text{де } A_{st} \text{ – площа поперечного перерізу стержня арматури}$$

квадратної сітки;  $c, s$  – розміри чарунок арматурних сіток та відстань між ними за висотою елемента. Розрахунковий опір армованої сітками кладки  $f_{sk}$

- при центральному стиску дорівнює:

$$f_{sk} = f_d + 2\mu f_{yd}, \quad (1.64)$$

- при позацентровому:

$$f_{skb} = f_d + 2\mu f_{yd} (1 - 2e_0 / y), \quad (1.65)$$

де  $y$  – відстань від центра ваги перерізу до його грані в бік ексцентриситету.

Опір армованої сітками кладки лінійно підвищується й обмежується подвійним збільшенням, при цьому розрахункові схеми в [104] відсутні. В ДБН [84] вплив сітчастого армування не розглядається.

### 1.5.2 Сумісна дія вертикального та горизонтального навантаження

Комбіноване, вертикальне та горизонтальне навантаження згідно норм [84, 86] допускається враховувати шляхом застосування ексцентриситетів унаслідок горизонтальних навантажень  $e_{hc}$  або  $e_{hm}$  при розрахунку коефіцієнта зменшення несучої здатності  $\Phi$ .

За постійно діючого вертикального навантаження допускається замінювати розрахункову міцність кладки на вигін в площині руйнування, паралельній горизонтальному шву (за неперевазаним перерізом)  $f_{xd1}$  на підвищену умовну розрахункову міцність на вигін кладки в площині, паралельній горизонтальному шву  $f_{xd1,app}$  і застосовувати це значення для розрахунку конструкцій.

При дії горизонтального (сейсмічного) навантаження виникає необхідність у забезпеченні окрім опору, також стійкості залізобетонних і цегляних елементів [105 – 111]. Слід зазначити, що під час землетрусу виділяється велика кількість енергії. Для її розсіювання повинні відбуватися значні пластичні деформації [112].

Fib MS 2010 [113] пропонує залежність для визначення зусилля при зсуві:

$$V_{Rd} = k_c f_{cd} b_w z \cot \theta / (1 + \cot^2 \theta), \quad (1.66)$$

де  $k_c = 0,55 \times (30 / f_{ck})^{1/3}$ ,  $f_{cd}$  і  $f_{ck}$  – розрахункове та характеристичне значення міцності в МПа;  $b_w$  – ширина елемента;  $z = 0,8h$  – плече внутрішньої пари сил;  $h$  – висота стіни;  $\theta$  – кут нахилу до горизонталі.

За динамічних навантажень  $V_{Rd}$  зменшується на величину  $\nu = 0,3\left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$ .

Єврокод 8 [114] визначає опір при діагональному зсуві за виразом:

$$V_{Rd} = \frac{\alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd}}{2}, \quad (1.67)$$

де  $\alpha_{cw}$  – коефіцієнт впливу нормальної сили;  $v_1$  – коефіцієнт, що враховує наявність тріщин.

У [115] виділяються три види руйнування: за діагоналлю, шляхом роздроблення та горизонтального зміщення (рис. 1.16).

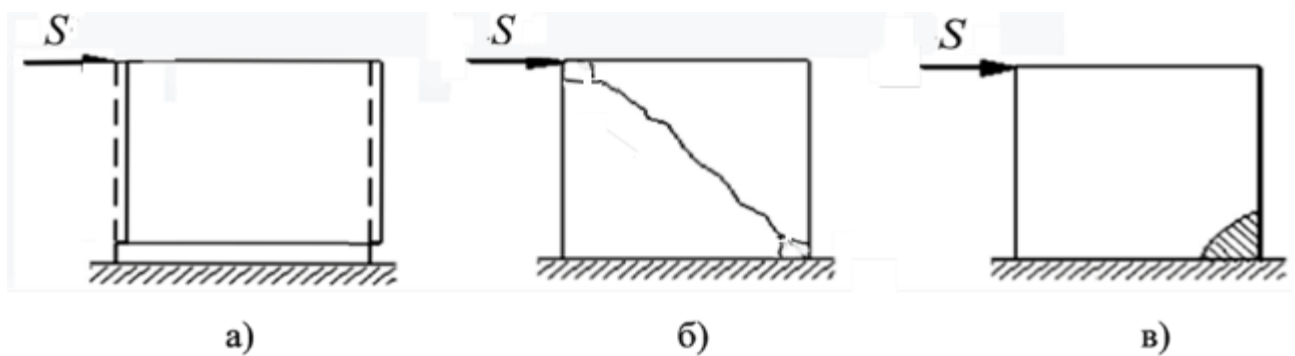


Рисунок 1.16 – Випадки руйнування елементів при: горизонтальному зміщенні (а); за діагоналлю (б); локальному роздробленні (в) [115]

За локального роздроблення пропонується схема зусиль (рис. 1.17).

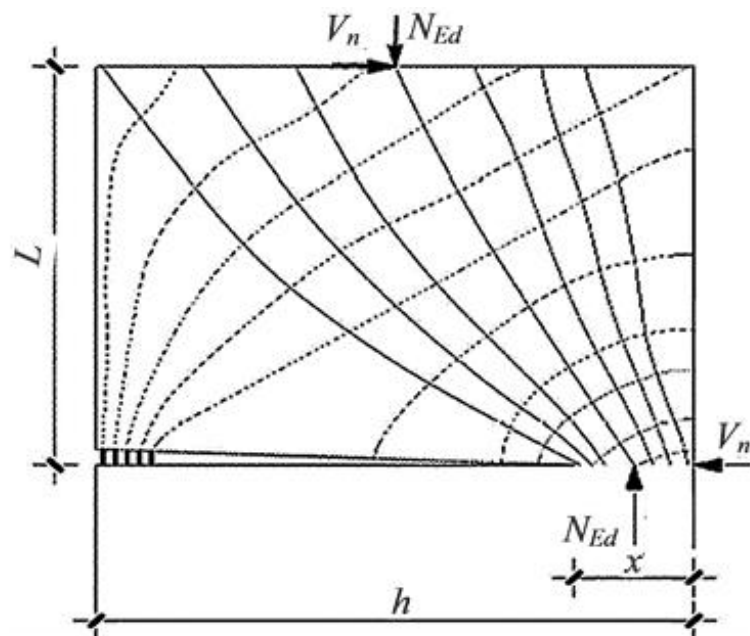


Рисунок 1.17 – Схема зусиль при роздробленні у нижньому куті а стіни [115]

Опір на зсув пропонується розраховувати за рівнянням:

$$V_{Rd} = x' b_w v_{cc,av} + N_{Ed} (h - x) / (2L_s), \quad (1.68)$$

де  $v_{cc,av} = f_c / \sqrt{3}$  – середнє значення допустимого напруження зсуву;  
 $x' = x_u \varepsilon_{c2} / \varepsilon_{cu2,c}$  – довжина частини перерізу, для якої  $\varepsilon_c < \varepsilon_{c2}$ , тут  $\varepsilon_c$  – значення деформації бетону при стиску в точці досягнення максимальних напружень,  $\varepsilon_{c2}$  – граничні деформації,  $h$  і  $L_s$  – відповідно висота поперечного перерізу та елемента.

Аналіз вказаного вище обумовлює необхідність уточнення областей реалізації різних випадків руйнування та їх сполучення на основі загального теоретичного підходу до розв'язання задач несучої здатності бетонних, залізобетонних і кам'яних конструкцій з врахуванням специфіки напружено-деформованого стану в зоні зрізу.

### 1.5.3 Місцеве стиснення

Загально відомо, що при прикладанні навантаження на обмежену частину елемента, опір бетону та кам'яної кладки підвищується порівняно з опором осьовому стисненню, що обумовлено включенням у роботу сусідніх до зони безпосередньої передачі навантаження областей конструкції.

У [75, 116] за рівномірного розподілу навантаження зусилля опору бетону місцевому стиску визначається із рівняння:

$$F_{Rdu} = A_{co} f_{cd} \sqrt{A_{c1} / A_{c0}} \leq 3 f_{cd} A_{co}, \quad (1.69)$$

де  $A_{c0}$  – площа безпосередньої передачі навантаження;  $A_{c1}$  – максимальна робоча площа розподілу (рис. 1.18) .

При цьому мають виконуватися умови:  $b_2 \leq h + b_1$  та  $d_2 \leq h + d_1$ . Таким чином, висота елемента  $h$  обмежує розміри площадки  $A_{c1}$ , але безпосередньо не впливає на опір бетону.

За нерівномірного розподілу навантаження на площі  $A_{c0}$  величина зусилля  $F_{Rdu}$  зменшується.

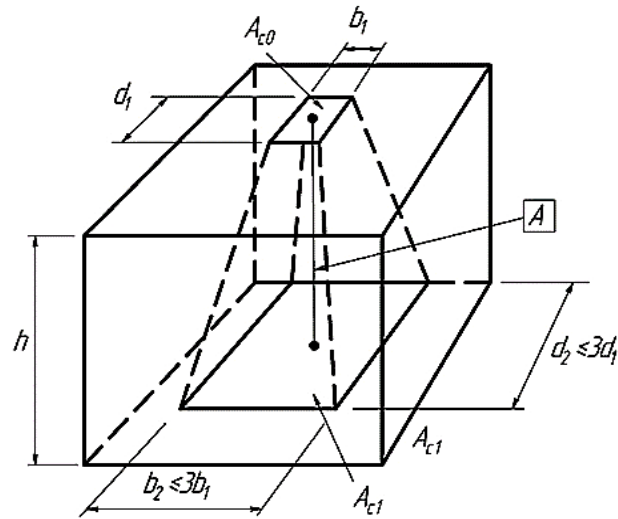


Рисунок 1.18 – Розрахунковий розподіл при місцевому стисненні [116]

В [117] розглядається вплив сумісної дії сили стиску  $V$  та згинального моменту  $M_{sc}$  для різних схем прикладання навантаження (рис. 1.19).

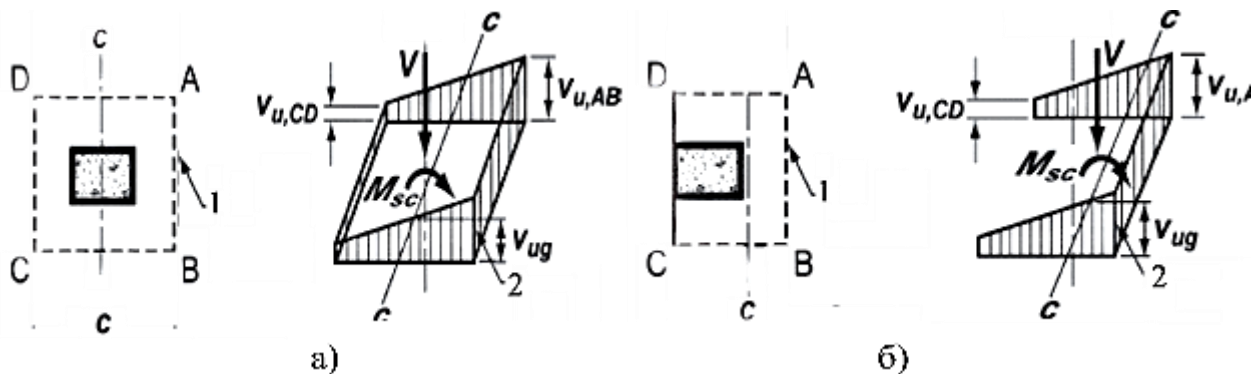


Рисунок 1.19 – Розподіл напружень за критичним перерізом:

за центрального прикладання (а), при зміщенні до одного боку (б);

1 – критичний переріз; 2 – напруження зсуву [117]

Для сприйняття зусиль розтягу передбачається армування елемента.

Згідно з [75, 116] при проєктуванні довжину шарнірних опор необхідно призначати не менше ніж :

$$a = a_1 + a_2 + a_3 + \sqrt{\Delta a_2^2 + \Delta a_3^2}, \quad (1.70)$$

де  $a_1$  – довжина опори нетто дорівнює  $a_1 = F_{Ed} / (b_1 f_{Rd})$ , тут  $F_{Ed}$  – розрахункова величина опорної реакції,  $b_1$  – ширина опори нетто,

$f_{Rd}$  – розрахункове значення опору;  $a_2$  – неробоча відстань за межами зовнішньої грані елемента, що обпирається;  $a_3$  – аналогічна відстань для опори (рис. 1.20);  $\Delta a_2$  – допустимі відхилення відстані між опорними елементами;  $\Delta a_3 = l_n / 2500$  – допустиме відхилення довжини елемента, що обпирається,  $l_n$ .

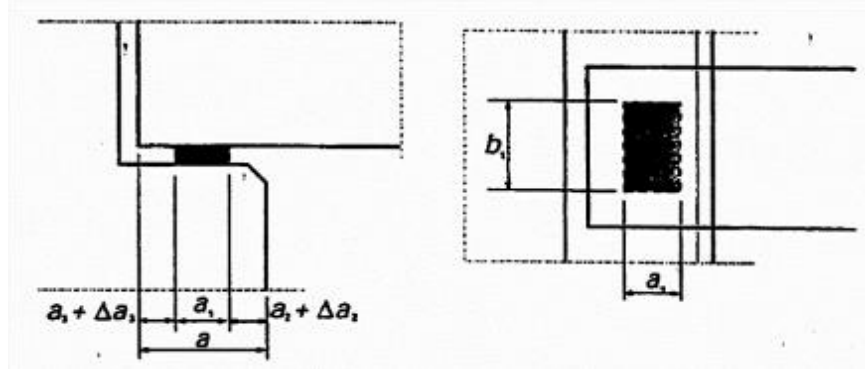


Рисунок 1.20 – Вигляд опори [116]

За [84] розрахункова величина несучої здатності кам'яної конструкції (стіни, простінка, пілястри) при місцевому стиску визначається із рівняння:

$$N_{Rdc} = \beta A_b f_d, \quad (1.71)$$

де  $\beta = (1 + 0,3 \frac{a_1}{h_c})(1,5 - 1,1 \frac{A_b}{A_{ef}})$  і не менше ніж 1,0 та не має перевищувати

$1,25 + \frac{a_1}{2h_c}$  і 1,5, тут  $a_1$  і  $h$  – відстань від грані конструкції до площадки

навантаження та висота конструкції відповідно (рис. 1.21);  $A_{ef} = l_{efm} t$  – ефективна площа, тут  $l_{efm}$  – ефективна довжина площі розподілення навантаження, що вимірюється в основі трапеції на відстані  $h/2$  від площадки навантаження;  $A_b$  – площа завантаження, при цьому  $A_{ef} \leq 2,5 A_b$ .

За методикою [104] розглядаються декілька випадків прикладання зосередженого навантаження (рис. 1.22) і розрахунок проводиться за формулою:

$$N_c = \psi d A_c f_{dc}, \quad (1.72)$$

де  $N_c$  – поздовжня стискаюча сила від місцевого завантаження;  $\psi$  – коефіцієнт повноти епюри тиску (за рівномірного розподілу  $\psi = 1$ , при трикутній



епюрі  $\psi = 0,5$ );  $d = 1$  – для кладки із пустотілих бетонних або суцільних каменів і блоків з крупнопористого і пористого бетону;  $f_{dc}$  – розрахунковий опір кладки на зминання, який визначається за залежністю  $f_{dc} = \sqrt[3]{A / A_c} f_d \leq \xi_1 f_d$ , тут  $A_c$  – площа передачі навантаження;  $A$  – розрахункова площа перерізу (заштриховані зони на рис. 1.22);  $\xi_1$  – коефіцієнт, який залежить від матеріалу кладки і місця прикладання навантаження.

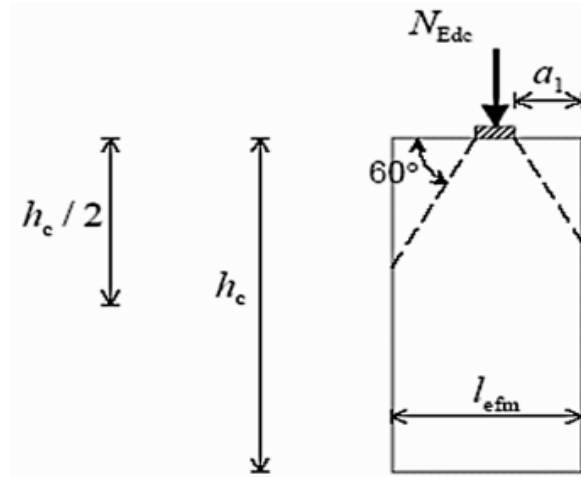


Рисунок 1.21 – До розрахунку кам'яної конструкції при місцевому стиску [84]

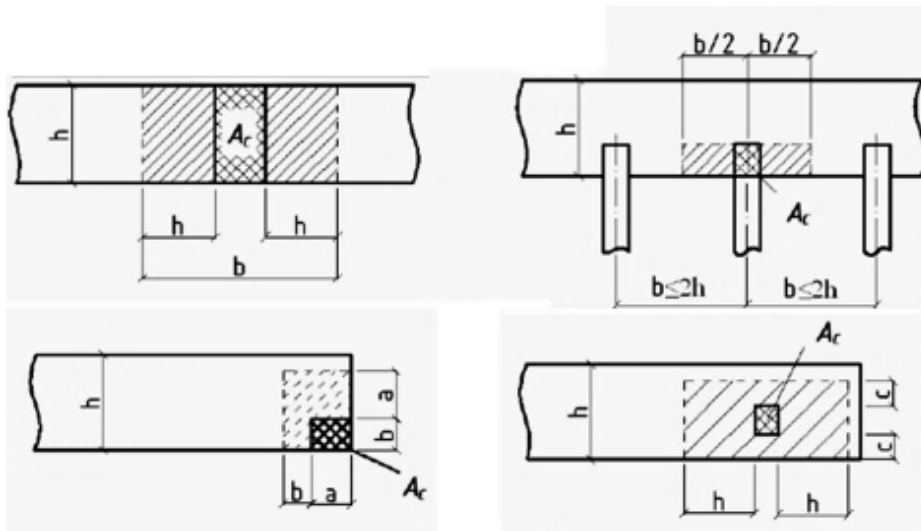


Рисунок 1.22 – Випадки передачі зосередженого навантаження [104]

Результати розрахунків за [84] і [104] не співпадають.

Характер руйнування дослідних зразків [59, 118 – 127] вказує на те, що на опір руйнуванню при місцевому стисненні, окрім площі передачі навантаження та «розрахункової площі», також впливає висота зразка.

Порушення цілісності зразків починається з руху штампу вниз та продовжується шляхом розколюванням з виходом на бокові поверхні площадки відриву в наближеній до середини частині [122] (рис. 1.23, а). Концентрація напружень біля кутів штампів має місце при нерівномірній передачі навантаження [122] (рис. 1.23, б), при використанні круглого штампів вона не проявляється [126] (рис. 1.23, в).

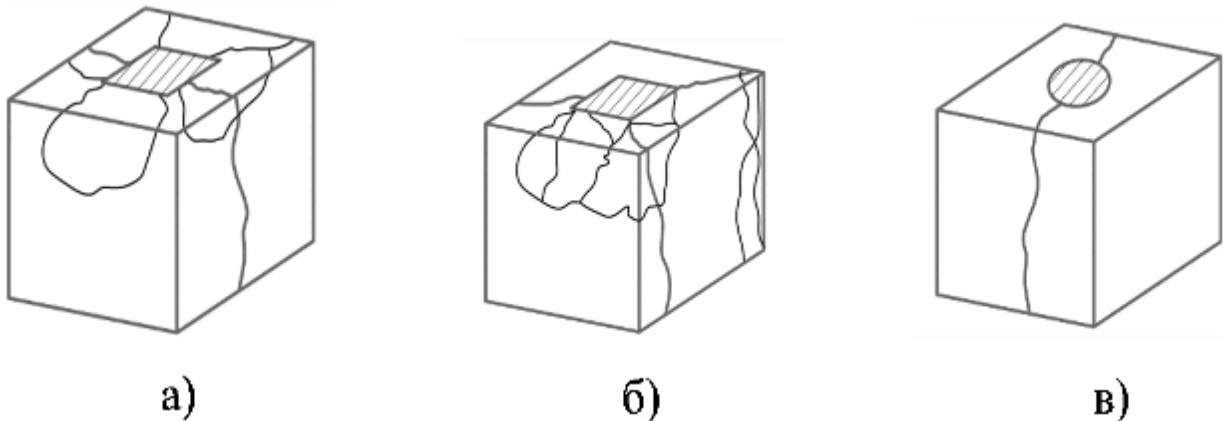


Рисунок 1.23 – Характер руйнування бетонних зразків при місцевому стисненні: квадратний штамп за рівномірної (а) та нерівномірної (б) передачі навантаження [122]; при круглому штампі (в) [126]

В роботах [59, 64, 128] уточнена поведінка бетону та кам'яної кладки в граничному стані та враховано вплив армування. В місцях перетину стержнів арматури площиною зрізу в ній виникають поздовжні та поперечні (нагельні) зусилля, між якими існує певний зв'язок.

Наведені вище варіанти визначення опору бетону та кам'яної кладки при місцевому стиску необхідно уточнити на основі застосування умов міцності для плоского й об'ємного напружених станів.

## 1.6 Діаграми деформування бетону, кам'яної кладки й арматури

Останнім часом широке розповсюдження для розрахунку несучої здатності у нормальних перерізах залізобетонних конструкцій отримала нелінійна деформаційна модель, котра найбільш точно відображає їх роботу.

Основним елементом даної моделі є діаграма «напруження  $\sigma_c$  - деформація  $\varepsilon_c$ » стиснутого бетону, узагальнення й уточнення залежності між якими є одним із ключових завдань теорії залізобетону починаючи з ХХ століття.

За основу був прийнятий експериментальний підхід. У дослідженнях [129 – 150] отримані експериментальні дані щодо діаграм деформування бетону при стиску. Форма діаграми  $\sigma_c - \varepsilon_c$  залежить від багатьох факторів: виду й класу бетону, його складу та режиму передачі навантаження [151 – 156]. Роботи Т.Н. Азізова [157, 158] присвячені підвищенню достовірності отриманих результатів за рахунок удосконалення експериментального способу побудови діаграми стиску бетону. Встановлено, що перехід від висхідної до низхідної гілок діаграми відбувається плавно, а довжина низхідної гілки збільшується при зменшенні міцності бетону та зниженні швидкості деформування (рис. 1.24).

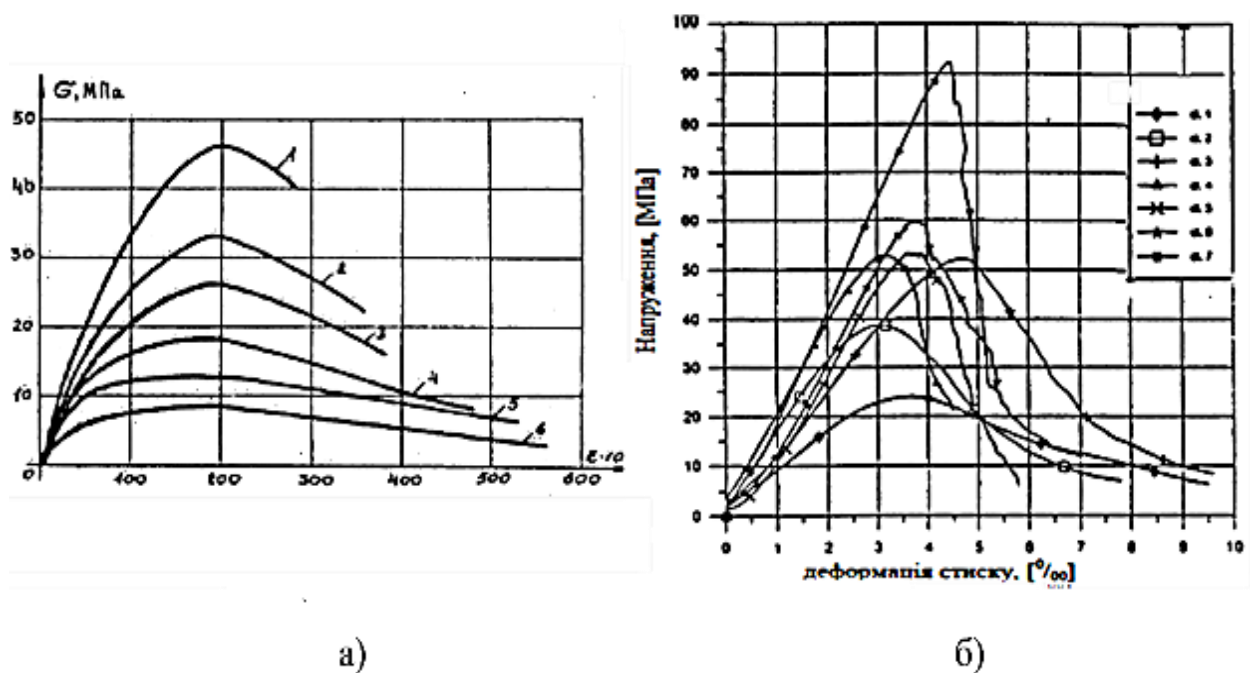


Рисунок 1.24 – Діаграми деформування бетону за даними:

1 –  $f_c = 47$  МПа, 2 –  $f_c = 33$  МПа; 3 –  $f_c = 27$  МПа, 4 –  $f_c = 18$  МПа,

5 –  $f_c = 13$  МПа, 6 –  $f_c = 8,5$  МПа [130] (а) та [132] (б)

Застосуванням принципів і методів механіки руйнування та повністю рівноважних діаграм деформування для дослідження властивостей бетонів займалися А.О. Титюк, М.В. Савицький, Солодкий С.Й. і М.Г. Стащук [159, 160].

М. Everard [161] запропонував описати нелінійність бетону функцією у вигляді синусоїди. О.В. Яшин [162, 163] представив цю залежність у вигляді тригонометричного ряду, В.М. Байков [164], А.М. Бамбура [134], О.Д. Журавський [139], С.В. Горбатов [165], М.І. Карпенко [166] – полінома 5-го степеня, П.Ф. Вахненко [167, 168], С.І. Роговий [169] – сплайн-функції окремо для висхідної та низхідної ділянок діаграми стиску, Л.Р. Маїлян [170] і В.М. Бондаренко [152] – лінійно-показникової функції, в подальшому скорегованої В.М. Ромашком [171], а потім удосконаленої Є.М. Бабичем і О.Ю. Крусем [172].

У Евронормах [116] прийнята дробово-раціональна функція для опису діаграми (рис. 1.25, а), в нормах України [75] залежність « $\sigma_c$ - $\epsilon_c$ » має вигляд, наведений на рис. 1.25, б, у нормах США [117] відповідно до сплайн-функції діаграма стану бетону описана 2-ма рівняннями з лінійною низхідною гілкою.

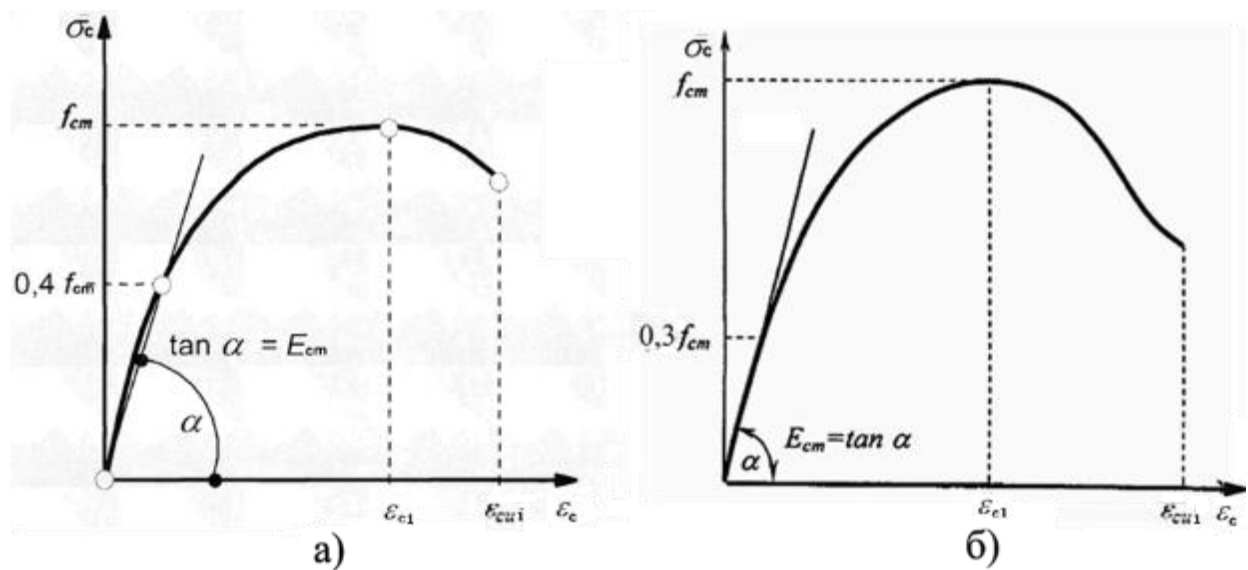


Рисунок 1.25 – Нормативні діаграми «напруження-деформація» стиснутого бетону: за Еврокод 2 [116] (а); за ДБН В.2.6:98-2009 [75] (б)

В нормативних документах України [75] використовуються дві залежності для опису діаграми бетону:

– поліном 5-го степеня (рис. 1.25, б)

$$\sigma_c = f_c \sum_{k=1}^5 a_k \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right)^k, \quad (1.73)$$

де  $a_k$  – коефіцієнти поліному, що визначені для різних класів міцності бетону;

– дробово-раціональна функція:

$$\sigma_c = \frac{f_c(k\eta - \eta^2)}{1 + (k-2)\eta}, \quad (1.74)$$

де  $k = 1,05E_{cm}\varepsilon_{c1} / f_{cm}$ , тут  $E_{cm}$  – середнє значення модуля пружності бетону та  $f_{cm}$  – середнє значення міцності бетону на стиск  $\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$  – поточне значення рівня деформації.

Поліном 5-го степеня дозволяє досить просто визначити параметри нормального перерізу елементів, при цьому слід зазначити, що за наведеними в [75] значеннями коефіцієнтів полінома, вказані функції мають суттєві відмінності, насамперед для бетонів класів міцності С8/10, 12/15 та С45/55, С50/60. Уточненням коефіцієнтів полінома займалися О.В. Войцехівський, А.М. Павліков, П.А. Юрко, Є.М. Бабич, М. Дохойда [173–177].

Щодо залежності деформації від напружень при стиску кам'яної кладки, то згідно [84] вона нелінійна, але в розрахунках може розглядатися як лінійна, параболічна, параболічно-прямокутна (рис. 1.26) та прямокутна.

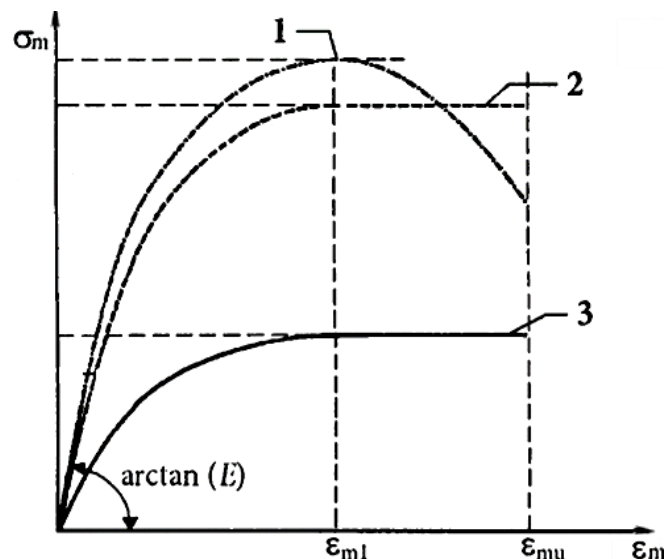


Рисунок 1.26 – Залежність «напруження-деформація» кам'яної кладки

при стиску: 1 – типова; 2 – ідеальна (параболічно-прямокутна);

3 – розрахункова [84]

Для арматури в [116] використані діаграми, представлені на рис. 1.27.

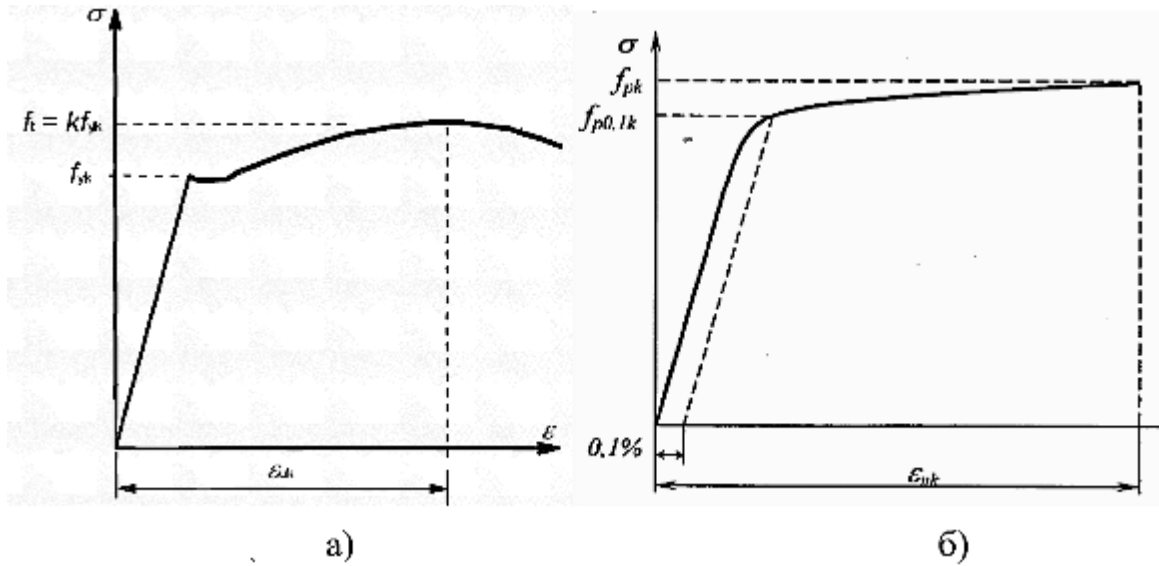


Рисунок 1.27 – Діаграма «напруження-деформація» для арматури за Єврокодом 2 [116]: з фізичною площадкою текучості (а); високоміцної (б)

Для арматури класів А240С, А400С, А500С і В500 за [178] використовується діаграма, приведена на рис. 1.28, а. Для розрахунку несучої здатності залізобетонних конструкцій з високоміцною арматурою можна приймати діаграму з висхідною та горизонтальною верхньою гілкою із застосуванням коефіцієнта надійності до міцності арматури й обмеження подовження  $\epsilon_{uk}$  (рис. 1.28, б).

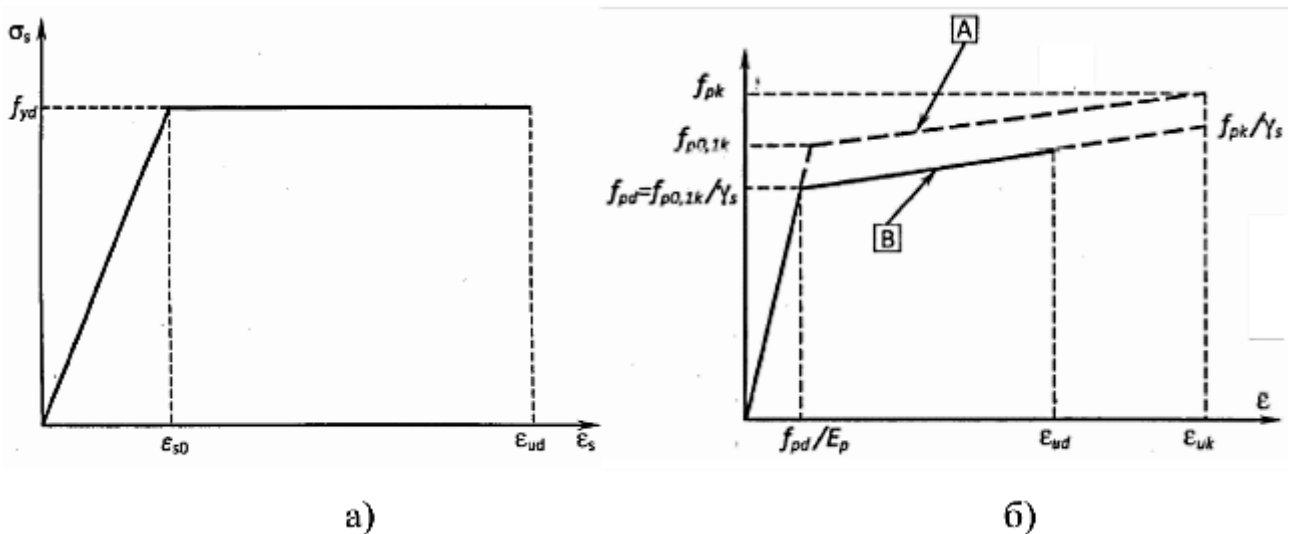


Рисунок 1.28 – Діаграма «напруження-деформація» звичайної арматури (а) та високоміцної арматури (б) за ДСТУ [178]: А – ідеалізована; В – розрахункова

## 1.7 Граничні деформації бетону, кам'яної кладки й арматури

Серед задач, які мають бути розв'язані або уточнені в теорії залізобетону та кам'яної кладки, важливе місце займає вивчення деформацій та деструктивних процесів, які протікають у близькій до руйнування стадії.

В нормативних розрахунках опору залізобетонних елементів [116, 117, 179 – 182] гранична деформація бетону приймається як деяка фізична константа матеріалу в межах для класів бетону за міцністю від С12/15 до С50/60, що не підтверджується експериментальними даними.

Існує підхід, в межах якого граничні деформації лінійно залежать від міцнісних [167, 183 – 188] або деформаційних [189] властивостей бетону.

Однак, більшість дослідників пропонують залежності, в яких граничні деформації стиснутого бетону нелінійно пов'язані з його міцнісними чи деформаційними характеристиками [190 – 201]. Отримані вони переважно експериментальним шляхом випробування на осьовий стиск бетонних призм [136], завдяки енергетичному підходу до руйнування бетонного зразка за осьового навантаження [195, 196, 198, 201, 202], за результатами прямих вимірювань деформацій на стиснутих гранях залізобетонних зразків [188, 189, 196, 201]. Однак, в межах перших двох підходів величина граничних деформацій пов'язується з видом та класом бетону та не може слугувати критерієм руйнування залізобетонного елементу, при третьому підході залишається нез'ясованим зокрема вплив арматури.

А. М. Павліковим [190] запропонована аналітична залежність:

$$a^5 \eta_u - (K - b)(a + b)a^4 \eta_u^4 - 24b^2 a^3 \eta_u^3 + 12(b^2 - 2)b^2 a^2 \eta_u^2 + 12ab^2(c + 1)c \eta_u \ln c - 12b^4 c (\ln c)^2 = 0, \quad (1.75)$$

отримана за екстремальним критерієм міцності  $dM/d\varepsilon_c = 0$ , котрий був запропонований В.Н. Байковим і С.В. Горбатовим [203], а пізніше функціонально обґрунтований В. П. Митрофановим і С. І. Арцевим [151].

За результатами експериментальних досліджень встановлено, що величини граничної деформації  $\varepsilon_{cu}$  складають 3,5...4,0 % і суттєво

перевищують деформацію  $\varepsilon_{c1}$  за максимальних напружень, яка в середньому дорівнює 1,8 ‰. У досліджах Ю.П. Гуці, М.М. Муліна і Т.І. Мамедова [204] при зміні міцності бетону від 30 до 100 МПа значення граничної деформації виявилися приблизно однаковими  $\varepsilon_{cu} \approx 3,1$  ‰ з відсотком варіації 14,3 ‰. Узагальнення даних різних досліджень у роботах Е. Хогнестеда [205], В.А. Белікова [206] і О.Я. Берга [207] показало, що зі зменшенням міцності бетону гранична деформація збільшується та при  $f_c = 30$  МПа досягає 4,2...5,5 ‰, при  $f_c = 80$  МПа  $\varepsilon_{cu} = 2,5$ ...3,5 ‰. Зниження величини граничної деформації високоміцних бетонів обумовлено підвищенням їх крихкості. Граничні деформації бетону також залежать від умов роботи конструкції, його фізико-механічних властивостей, швидкості навантаження, виду напруженого стану, форми перерізу, наявності та характеру армування і класу сталі.

У наведених вище даних немає повної узгодженості, що свідчить про складну залежність  $\varepsilon_{cu}$  від різних факторів впливу, визначити яку експериментально у повній мірі не вдається. Але аналіз закономірностей зміни граничної деформативності бетонів в умовах осьового стиску при короткочасному навантаженні, виконаний у роботах Є.А. Чистякова О.Я. Берга, Є.М. Щербакова [192, 193, 208, 209], показав кореляційний зв'язок між  $\varepsilon_{cu}$  і призмовою міцністю бетону  $f_c$ . Найбільші значення  $\varepsilon_{cu}$  склали 2,5 ‰.

У [116] рекомендовано обмежити граничні деформації бетону на стиск і прийняти  $\varepsilon_{cu} = 3,5$  ‰ для бетонів з міцністю  $f_{ck} = 12$ ...50 МПа.

Величини номінальної граничної деформації надані в [75] і змінюються на інтервалі класів міцності бетону C8/10 і C50/60 від  $\varepsilon_{cu1,ck} = 4,5$  ‰ ( $\varepsilon_{cu1,cd} = 3,75$  ‰) до  $\varepsilon_{cu1,ck} = 2,4$  ‰ ( $\varepsilon_{cu1,cd} = 2,29$  ‰).

Відносна деформація кам'яної кладки при короткочасному навантаженні за [104] визначається при будь-яких напруженнях із рівняння:

$$\varepsilon = -\frac{1,1}{\alpha} \ln \left( 1 - \frac{\sigma}{1,1f_u} \right) = \frac{1000}{\alpha} B, \quad (1.76)$$



де  $\alpha$  – пружна характеристика кладки дорівнює  $\alpha = E_0 / f_u$ , тут  $E_0$  – модуль пружності кладки; коефіцієнт  $B$  при  $\sigma / f_u = 1$   $B = 2,64 \times 10^{-3}$ .

Величина граничної деформації кам'яної кладки за даними [104] в 2 – 4 рази перевищує значення пружної деформації.

Відповідно до [178] діаграма «напруження-деформація» арматури обмежена значеннями деформацій:  $\varepsilon_{ud} = 0,025$  для класу А240С і А400С,  $\varepsilon_{ud} = 0,02$  для А500С,  $\varepsilon_{ud} = 0,012$  для В500.

Для високоміцної арматури горизонтальна гілка діаграми обмежується значеннями  $\varepsilon_{uk} = 0,014 \dots 0,02$ , а висхідна – величиною  $\varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$  (рис. 1.28) [178].

Визначення рівня граничної деформації стиснутого бетону та кам'яної кладки наприкінці низхідної ділянки діаграм  $\sigma - \varepsilon$  має важливе практичне значення.

Розробка на теоретичній основі методики й алгоритму визначення  $\varepsilon_{cu}$  при різних класах бетону є актуальною задачею.

При розрахунках залізобетонних і кам'яних конструкцій необхідно використовувати обмежені діаграми «напруження-деформація» при стиску. Величина деформації бетону та кам'яної кладки не повинна перевищувати значення, за якого унеможлиблюється перерозподіл зусиль між бетоном або кам'яною кладкою та поздовжньою арматурою при умові збільшення навантаження.

## **1.8 Визначення несучої здатності балкових залізобетонних і армокам'яних конструкцій за нормальними перерізами**

У процесі зближення нормативних документів з проєктування залізобетонних конструкцій та їх елементів в Україні [84] з Європейськими нормами [116] відбувається впровадження деформаційної моделі, сутність якої полягає у врахуванні приросту деформацій.

Застосування деформаційної моделі в теорії залізобетону є суттєвим кроком уперед, оскільки вона використовує повний набір рівнянь механіки

деформівного твердого тіла: фізичні для бетону й арматури, геометричні та рівняння рівноваги. Деформаційна модель широко використовується при розрахунках згинальних залізобетонних і сталобетонних конструкцій [183, 201, 209 – 224].

За критерій вичерпання несучої здатності перерізу згідно [75] приймається: руйнування стиснутого бетону при досягненні фібровими деформаціями граничних значень або розрив усіх розтягнутих стержнів арматури внаслідок досягнення в них граничних деформацій; втрата рівноваги між внутрішніми та зовнішніми зусиллями (досягнення максимуму на діаграмах момент-кривизна) – екстремальний критерій.

В багатьох випадках існуючі деформаційні моделі потребують експериментального визначення граничної деформації стиснутого бетону  $\epsilon_{cu}$  [134].

Деформаційна ж модель з екстремальним критерієм [209, 210] не залучає додаткових емпіричних залежностей, а гранична стисливість бетону визначається із розрахункових рівнянь як одна із невідомих величин задач міцності.

На рис. 1.29 представлена розрахункова схема згинального залізобетонного елемента з одним армуванням за нормальним перерізом.

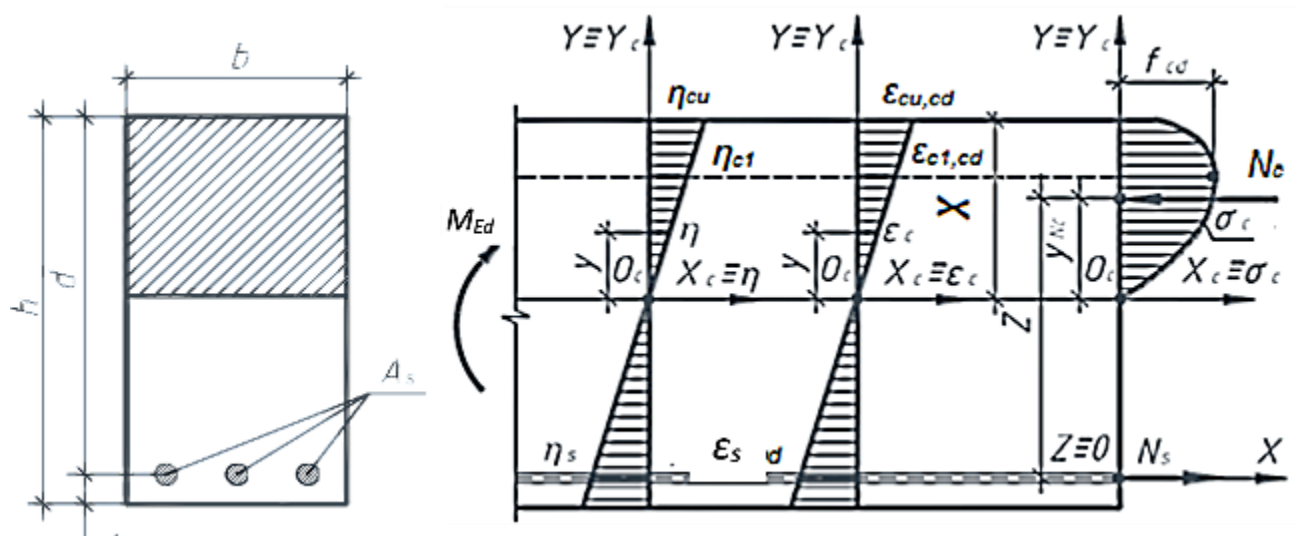


Рисунок 1.29 – Розрахункова схема до визначення несучої здатності у нормальному перерізі залізобетонної конструкції, що згинається [191]

При розв'язанні задачі визначення несучої здатності за нормальним перерізом залізобетонних конструкцій, що згинаються, відомими параметрами є: геометричні характеристики: розміри поперечного перерізу  $b$ ,  $d$  і  $A_s$  ( $\rho_1$ ); міцності та деформативні характеристики бетону:  $f_{cd}$ ,  $E_{cd}$ ,  $\varepsilon_{c1,cd}$ ; поздовжньої високоміцної арматури:  $f_{pd}$ ,  $f_{pk}$ ,  $E_p$ ,  $\varepsilon_{uk}$ ,  $\varepsilon_{ud}$ ,  $\varepsilon_{pd} = f_{pd}/E_p$ .

Невідомими являються:  $\varepsilon_{cu,cd}(\eta_{cu})$ ,  $\varepsilon_s$ ,  $\sigma_s$ ,  $N_s$ ,  $\sigma_c$ ,  $x$ ,  $N_c$ ,  $y_{Nc}$ ,  $M_{Rd,u}$ .

В загальному випадку задача розв'язується шляхом вирішення системи 9-ти рівнянь, серед яких критерій максимуму значення згинального моменту в нормальному перерізі

$$M_{Rd} = M_u(\eta_{cu}) = \max M(\eta_c) . \quad (1.77)$$

Застосовано обмежену діаграму деформування у вигляді дробово-раціональної функції.

Для спрощення розрахунків запропоновано структурувати методіку розрахунку за нормами [75] до методіки розрахунку [225].

Для зручності задані розрахункові параметри записані в табличній формі [224].

Останнім часом набули застосування балкові армокам'яні конструкції, що знайшло відображення в [226 – 228]. Вказане обумовлює необхідність обґрунтованого уточнення розрахунку їх несучої здатності. В нормах України й Єврокодi 6 [84, 86] наголошується на нелінійність залежності між напруженнями і деформацією кам'яної кладки, але у якості спрощення характер розподілу напружень у стиснутій зоні приймається лінійним (рис. 1.30).

Для армокам'яного елемента з прямокутним поперечним перерізом розрахункова величина згинального моменту  $M_{Rd}$  згідно [84, 86] визначається за формулою:

$$M_{Rd} = f_{yd} A_s z , \quad (1.78)$$

де плече внутрішньої пари сил дорівнює  $z = d \left( 1 - 0,5 \frac{A_s f_{yd}}{b d f_a} \right)$ , тут

$b$  – ширина поперечного перерізу;  $d$  – робоча висота перерізу.

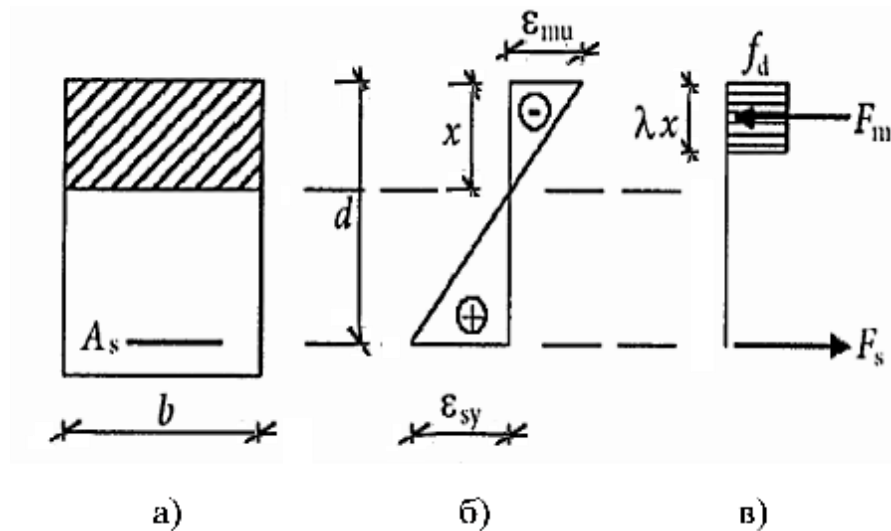


Рисунок 1.30 – До розрахунку армокам’яних конструкцій у нормальному перерізі: а) поперечний переріз; б) розподіл деформації; в) внутрішні сили:  $x$  – висота стиснутої зони при фактичній епюрі напружень у стиснутій зоні елемента;  $\lambda x$  – висота при прямокутній епюрі;  $F_m$  і  $F_s$  – рівнодійні зусилля в стиснутій зоні та розтягнутій арматурі [84]

При цьому, вводять обмеження величин  $z \leq 0,95d$  і відносного згинального моменту, що сприймає конструкція,  $\frac{M_{Rd}}{f_d b d^2} \leq 0,4(0,3)$  для кладки із елементів (каменів) групи 1 (для кладки із елементів груп 2, 3 і 4). Відносна деформація кладки при досягненні напруженнями максимального значення згідно [104] за використання цегли глиняної пластичного пресування складає  $\varepsilon_m = 2,64\%$ , але при зростанні рівня деформації низхідна гілка залежності між напруженнями та деформацією не передбачена.

В [84, 86] граничне значення деформації стиску кладки та розтягу арматури обмежені: для кладки із елементів групи 1 –  $\varepsilon_{mu} \leq 3,5\%$ , для арматури  $\varepsilon_s \leq 0,01$ , але безпосередньо параметри деформації в розрахунках  $M_{Rd}$  не використовуються. При визначенні  $\frac{M_{Rd}}{f_d b d^2}$  різниця в деформаціях  $\varepsilon_s$  арматури різних класів у точці початку текучості не враховується і межа переармування кладки не визначається.

Слід зазначити, що величина граничної деформації кладки  $\varepsilon_{mi}$  відповідає граничній деформації бетону  $\varepsilon_{cu} = 3 (3,5)\%$ , прийнятій у Єврокодi 2, нормах Америки та Британії [11, 117, 182], що вказує на наближеність їх властивостей. Результати експериментальних досліджень балкових армокам'яних конструкцій наведені в роботах [229 – 245]. Встановлені значення граничної деформації кладки  $\varepsilon_{mi}$ , які також відповідають величині граничної деформації бетону.

### **1.9 «Дискова модель» та «фермова аналогія» в розрахунках несучої здатності за похилими перерізами залізобетонних конструкцій, що згинаються. Розрахунок коротких консолей**

Руйнування залізобетонних елементів за похилим перерізом відбувається за трьома основними схемами:

– від переважаючої дії згинального моменту шляхом обертання відносно центра ваги стиснутої зони бетону над похилою тріщиною, при цьому напруження в арматурі, що перетинає тріщину, досягнуть граничних значень і стиснутий бетон роздроблюється;

– в результаті домінуючої дії поперечної сили при потужній поздовжній арматурі, що перешкоджає повороту, шляхом зрізу бетону над вершиною небезпечної похилої тріщини, при цьому напруження в поперечній і відігнутій арматурі досягнуть граничних величин;

– шляхом зрізу бетону із подальшим його роздробленням від дії головних напружень стиску у межах стиснутої смуги, що утворюється між двома похилими тріщинами.

У результаті аналізу розвитку уявлень про поведінку залізобетонних конструкцій, які працюють на згин при дії поперечних сил, можна виділити три періоди: «класичний» з використанням формули Д.І. Журавського та виконання розрахунку за головними напруженнями розтягу; розрахунок за стадією руйнування та період поглиблення уявлень про напружено-деформований стан у зоні небезпечної похилої тріщини.

Класична теорія використовувала основи опору матеріалів і другу стадію напружено-деформованого стану залізобетонних елементів, які згинаються. У цей же період у якості розрахункової моделі Е. Мерш запропонував «фермову аналогію», котра передбачає повне сприйняття арматурою зусиль розтягу, а бетоном стиску.

Одним із перших авторів аркового методу розрахунку залізобетонних балок за похилим перерізом, як із поперечною арматурою, так і без неї, був Г.Н.І. Кані [246], згідно якому загальна схема балки складається з кількох арок, розділених похилими тріщинами, і в розрахунковій моделі розглядається три схеми: загальна аркова балка; аркові опори, що забезпечуються силами зчеплення внутрішніх арок; аркові опори, що забезпечуються хомутами. Незважаючи на деякі суттєві обґрунтування фізико-механічних факторів, які використовуються у розрахунках, у ньому є і ряд недоліків, у тому числі пов'язаних з оцінкою роботи поперечної арматури. Зазначений метод має серед прихильників і сучасних науковців [247].

У 1937 р. М. Боришанський і О. Гвоздев розпочали дослідження стадії руйнування залізобетонних балок при дії поперечних сил. М. Боришанський [248 – 250] запропонував дві схеми руйнування похилого перерізу, в яких дія згинального моменту  $M$  і поперечної сили  $V$  розглядалися окремо.

Кожна із схем визначалася одним відповідним рівнянням рівноваги внутрішніх і зовнішніх сил. Теорія розрахунку М. Боришанського надає можливість більш раціонально призначати поперечну арматуру балок ніж «класична». Проте в той же час вона не враховує сумісної дії зусиль  $V$  і  $M$ .

Ю.А. Клімов [251 – 253] розглядав балковий елемент як дисково-в'язеву систему, котра складається із жорстких дисків, які з'єднуються піддатливими. Крім зусиль у в'язях діють сили взаємодії між блоками, що виникають при деформуванні системи. Недоліком запропонованих дискових розрахункових схем є те, що при русі дисків один відносно одного не враховується їх поступальне переміщення в площині руху. При розгляді напруженого стану бетону біля вершини тріщини не всі компоненти напружень враховуються.

Питанням впливу сил берегів похилої тріщини на несучу здатність похилих перерізів залізобетонних балок присвячені праці: В.П. Митрофанова, А. А. Ашрабова, О. В. Бондаренка, О. О. Гвоздева, О. С. Залесова, Г. І. Попова, А. М. Мамедова, І. В. Шеховцова, В.В. Молоша [73, 254 – 264].

У [265] розрахунок несучої здатності пропонується здійснювати на основі теорії полів стиску. Серед закордонних праць слід відмітити дослідження, проведені С. Бхіде, Ф. Леонгарда, П. Рігана, Х. Тейлора [266 – 270].

Багато дослідників, зокрема П.Ф. Вахненко, Ю. В. Віршілас, А. О. Дмитренко, В. В. Добрянська, О. С. Залесов, А. С. Зорич, Ю. Л. Ізотов, Ю.А. Клімов, В.І. Колчунов, А. П. Кудзіс, В. В. Макарічев, Г. М. Мамедов, В.П. Митрофанов, В. В. Родевич, Г. Н. Ставрогов, І. А. Тітов, М. С. Торяник, І.А. Яковенко та інші відмічають, що в поздовжній арматурі, в місці перетину її похилою тріщиною, окрім осьових зусиль також виникають згинальні моменти та поперечні нагельні сили [271 – 298].

Дослідження [299 – 302] засвідчують наявність в експериментальних зразках як сил зачеплення берегів похилої тріщини, так і нагельного ефекту в поздовжній арматурі, однак кількісна оцінка зазначених факторів в роботах відсутня.

Клас і вид бетону також є визначальним фактором опору [303 – 318], як і характер прикладання навантаження [319].

В. П. Митрофанов [53] запропонував умову міцності бетону над небезпечною похилою тріщиною, котра враховує можливість існування різних форм його руйнування та дозволяє отримати залежність між граничними зусиллями.

Для періоду поглиблення уявлень про напружено-деформований стан конструкцій у зоні руйнування за похилим перерізом характерним є розділення проблеми на вивчення впливу окремих факторів: міцності бетону над небезпечною похилою тріщиною ( $N_c, V_c$ ); міцності арматури ( $N_s, V_{sw}$ ); можливого згину поздовжньої арматури в області небезпечної похилої тріщини ( $V_s$ ); явища зчеплення граней тріщини ( $F_{crc}$ ) (рис. 1.31).

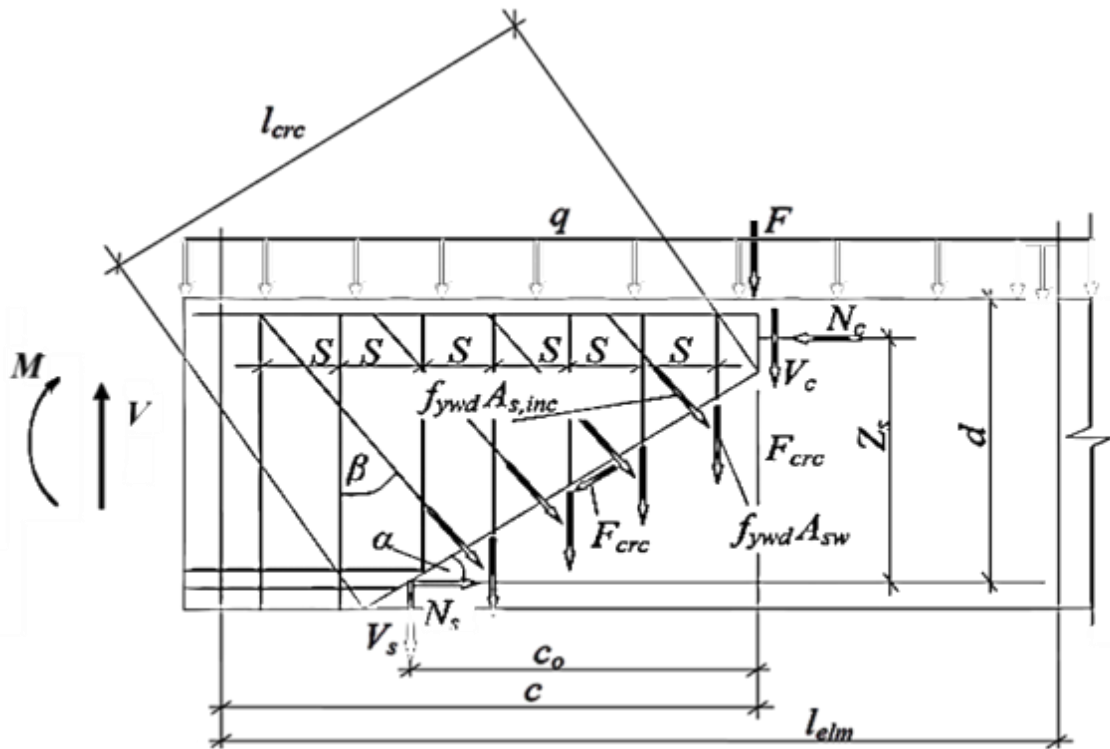


Рисунок 1.31 – Розрахункова схема зусиль при розрахунках похилого перерізу (вхідна вертикальна грань елемента – місце зміни знаку на епюрі поперечних сил або згинальних моментів) [53]

У [116, 117, 178] використовується «фермова аналогія» (рис. 1.32) і більшість сучасних закордонних досліджень [320 – 322] аналізують саме дану модель у різних її варіантах (з фіксованим або варіативним кутом нахилу стиснутого бетонного розкосу).

Згідно неї для елементів із вертикальним поперечним армуванням за опір зсуву приймається менша із величин:

– поперечна сила, котру може сприйняти поперечна арматура за умови, що напруження в ній досягають межі текучості

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta; \quad (1.79)$$

– максимальна поперечна сила, котру можуть сприйняти стиснуті розкоси

$$V_{Rd,max} = b_w z v_1 f_{cd} / (\cot \theta + \tan \theta), \quad (1.80)$$

тут  $v_1$  – коефіцієнт зменшення міцності бетону з тріщинами при зсуві.



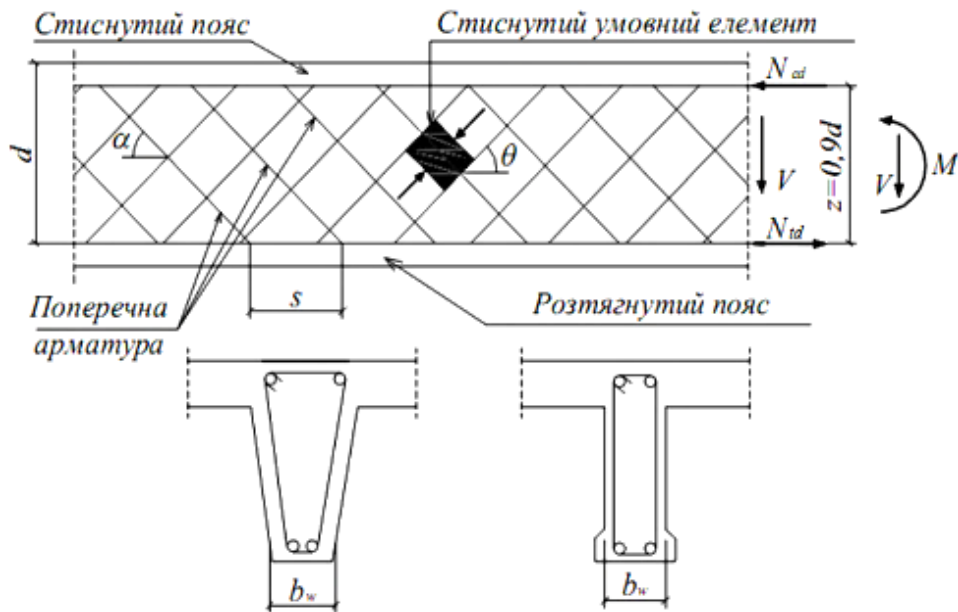


Рисунок 1.32 – «Фермова аналогія» для розрахунку згинальних елементів у похилому перерізі [178]

Найбільша поперечна сила за умови повного використання міцності бетону буде досягнута за виконання умови  $V_{Rd,s} = V_{Rd,max}$ .

Враховуючи залежності  $\sin 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$  і  $1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$  отримано вираз [323] для визначення кута  $\theta$  при відомому значенні поперечної сили:

$$\theta = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2V_{Ed}}{z b_w v_1 f_{cd}} \quad (1.81)$$

або при відомому поперечному армуванні:

$$\theta = \arcsin \sqrt{\frac{A_{sw} f_{ywd}}{b_w s v_1 f_{cd}}} \quad (1.82)$$

За аналогією із [225], виконання умови  $V_{Ed} \leq V_{Rd,s}$  представляє собою розрахунок елемента на дію поперечних сил за похилою тріщиною за умови, що  $V_{Ed}$  сприймається лише поперечною арматурою;  $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$  – розрахунок похилої стиснутої смуги між похилими тріщинами, а умова  $N = A_s f_{yd} N_{td} \leq N_{td}$  – розрахунок поперечного перерізу на дію згинальних моментів.

В [324] запропонована залежність для орієнтовного визначення кута нахилу стиснутого розкосу у вигляді функції від величини діючої поперечної сили й розмірів поперечного перерізу елемента та класу бетону.

Автори [325 – 328] висувають пропозицію вдосконалення нормативної методики шляхом врахування факторів, що розглядаються в [225].

У результаті проведеного аналізу встановлена необхідність врахування опору поперечної арматури в межах розкосу та стиснутого бетону над похилою тріщиною, що має суттєвий вплив на несучу здатність балкових конструкцій, але не знайшло відображення в розрахунках за чинними нормами [178].

В [329] виконаний докладний огляд експериментальних і теоретичних досліджень опору коротких консолей, який показує що граничне навантаження консолі ( $V_u$ ) є функцією її ширини ( $b$ ), робочої висоти ( $d$ ), коефіцієнта поздовжнього армування ( $\rho$ ), міцності бетону при стискові ( $f_{cd}$ ) і відносного прольоту зрізу ( $a_v/d$ ) [330 – 355].

З метою забезпечення необхідного опору коротких консолей у [356] приведені розрахункові залежності та надані пропозиції щодо призначення геометричних параметрів коротких консолей на основі результатів експериментів [357, 358], в яких зафіксоване руйнування від дії згинального моменту, зрізу за цілим перерізом та у межах похилої смуги (рис. 1.33).

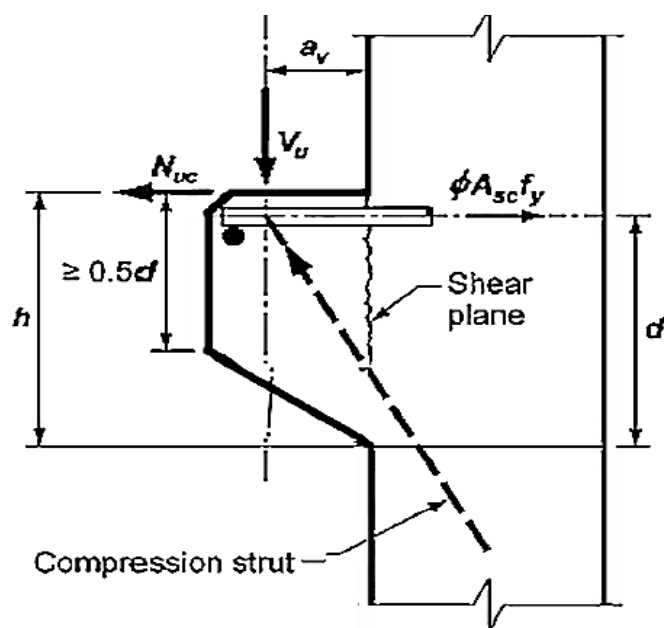


Рисунок 1.33 – До визначення опору коротких консолей [117]

У [117] оцінюється опір залізобетонних елементів на ділянках біля опор за різних випадків прикладання навантаження та відповідне їм армування елементів.

Поперечне зусилля  $V_{Rd}$  в коротких консолях згідно [335] обчислюється за каркасно-стержневою моделлю і визначається за міцністю похилої армованої бетонної смуги між віссю прикладання навантаження й опорою, а поздовжня арматура призначається при розрахунку за нормальним перерізом у площині защемлення консолі. При цьому для встановлення опору похилої смуги застосовується емпіричний підхід.

Для коротких залізобетонних елементів (рис. 1.34) при відстані до опори в межах  $0,5d \leq a_y \leq d$  поперечна арматура розташована під кутом  $\alpha$  в центральній зоні, котра дорівнює  $0,75a_y$ , при  $a_y < 0,5d$  приймається  $a_y = 0,5d$ . Забезпечення несучої здатності за [116, 178] визначається із умови:

$$V_{Ed} \leq 0,5b_w d v f_{cd}, \quad (1.83)$$

де  $v$  – коефіцієнт зниження міцності бетону з тріщинами при зсуві.

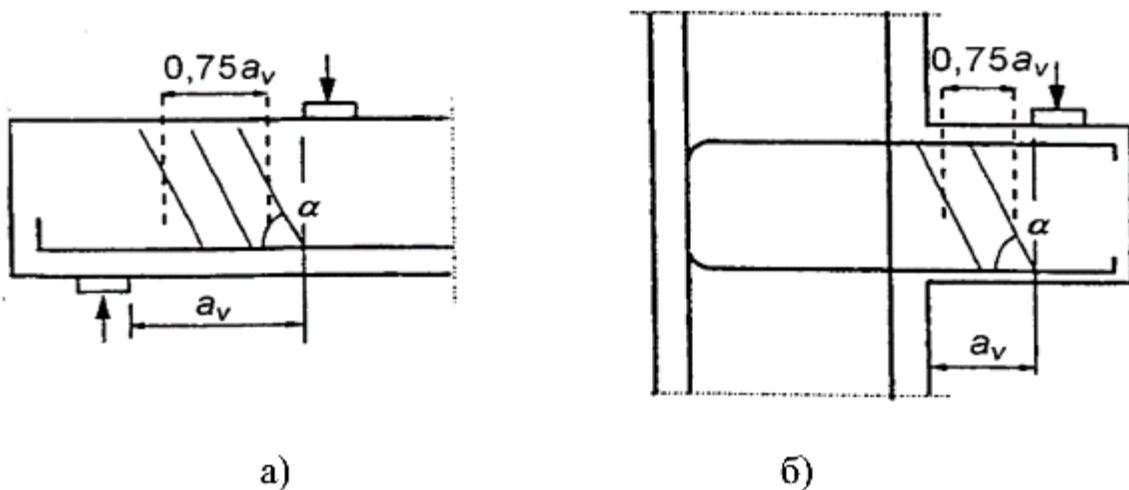


Рисунок 1.34 – До розрахунку зсувної сили  $V_{Ed}$  залізобетонних елементів:  
а) балки біля опори; б) короткої консолі [178]

Розрахунок неармованих кам'яних елементів, що згинаються, на поперечну силу за [104] здійснюється за залежністю:

$$V \leq f_{tw} b z, \quad (1.84)$$

де  $f_{tw}$  – розрахунковий опір кладки головним напруженням розтягу при згині;  $b$  – ширина перерізу;  $z = 2/3 h$  – плече внутрішньої пари сил.

### 1.10 Висновки за розділом 1

За даними аналізу стану питань за тематикою досліджень зроблені наступні висновки:

1. В існуючих методах оцінювання несучої здатності бетонних, залізобетонних, кам'яних і армокам'яних конструкцій та опору їх елементів широко розповсюджені емпіричні залежності, які мають обмежені умовами експериментів області застосування та не завжди враховують усі визначальні фактори. Перенесення розрахункових формул на інші, навидь наближені випадки, може привести до суттєвого недооцінювання або переоцінювання несучої здатності. Разом з тим, за результатами експериментальних досліджень встановлюється специфіка поведінки конструкцій в граничному стані, що дозволяє обґрунтовано використовувати відповідні принципи, методи та концепції механіки деформівного твердого тіла як загальної теоретичної основи для уточнення розрахункових схем та залежностей.

2. Теорія пластичності та варіаційні методи у своєму розвитку пройшли ряд визначальних етапів, у межах яких вносилися зміни та доповнення, вдосконалювалися методи, критерії, принципи та концепції, сучасний рівень яких надає можливість підвищити ефективність вирішення завдань теоретичного та практичного характеру.

3. Математичний апарат теорії пластичності широко використовується для визначення опору пластичних тіл, для яких на основі варіаційного членення екстремальних принципів отримані достатньо прості рішення. Однак, його застосування для квазікрихких матеріалів обмежене невеликою кількістю досліджень та розв'язаних задач. Обережне ставлення до розповсюдження на бетон та кам'яну кладку пов'язане з суттєвими відмінностями їх міцнісних та деформативних властивостей порівняно з пластичними матеріалами, значною

різницею міцності на стиск і розтяг, специфікою поведінки в граничному стані, що обумовлює необхідність адаптування існуючого математичного апарата теорії пластичності до бетону та кам'яної кладки.

4. Із відомих умов міцності для квазікрихких матеріалів у якості пластичного потенціалу найбільш перспективним є застосування умови, котра в координатах головних напружень геометрично представляє собою параболоїд обертання, має простий запис у тензорній формі, знайшла експериментальне підтвердження в області напружених станів нерівномірного двовісного стиску.

5. Найбільш відомим методом розв'язання задач опору бетонних елементів на основі теорії пластичності є метод характеристичних ліній, із застосуванням якого визначено опір при вдавлюванні штампу в бетонну основу в умовах плоского напруженого стану та плоскої деформації. Однак, розв'язок потребує використання складних диференціальних рівнянь рівноваги.

6. Дискретні та розривні рішення значно спрощують процес розв'язання крайових задач опору. Використання для розв'язку функціоналу принципу віртуальних швидкостей, який досліджується на стаціонарний стан, знайшло підтвердження для пластичних матеріалів.

7. Область застосування теорії пластичності при зрізі для матеріалів з обмеженими пластичними властивостями однозначно не встановлена. Враховуючи властивості бетону та кам'яної кладки доцільно розглядати локалізацію пластичної деформації в тонких шарах на поверхні руйнування.

8. У теорії пластичності залізобетону розглядається робота арматури, розташованої в ортогональних напрямках, в якій діють нормальні напруження.

9. Характер руйнування та наявні розрахункові схеми свідчать про реалізацію деформації зсуву в широкому колі бетонних, залізобетонних і кам'яних конструкцій та їх елементів: стиснутих (опорних ділянках колон, стінах, простінках, стовпах і пілястрах при центральному, позацентровому, місцевому прикладанні навантаження, сумісній дії вертикальних та горизонтальних (сейсмічних) сил, балкових конструкцій, коротких залізобетонних консолях.

10. Відповідні граничному опору при домінуванні деформації зсуву напруження змінюється в інтервалі від  $0,2f_c$  у найбільш напружених зонах на ділянках біля опор при згині до  $1,5f_c$  за двовісного нерівномірного стиску, що обумовлює необхідність системного теоретичного підходу до його визначення.

11. Для розрахунку несучої здатності за нормальними перерізами залізобетонних і армокам'яних конструкцій, що згинаються, доцільно застосовувати нелінійну деформаційну модель. При оцінюванні несучої здатності армованих високоміцною арматурою балкових залізобетонних конструкцій за нормальними перерізами для уникнення раптового руйнування стиснутого бетону необхідно здійснювати перевірку не перевищення рівнем відносної деформації крайньої стиснутої фібри величини граничної відносної деформації, котра однозначно не встановлена. У нормах різних країн пропонується для бетону класів міцності від C12/15 до C50/60 приймати її величину як постійною 3,5 чи 3,0 ‰, так і змінною від 4,4 до 2,4 ‰.

12. Удосконалення розрахункових схем та систематизування визначальних факторів дозволить підвищити точність розрахунку несучої здатності.

Сформульовані такі задачі дослідження:

- підтвердити можливість застосування математичного апарату теорії пластичності, варіаційного числення, екстремальних принципів для оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій та їх елементів;
- адаптувати класичний математичний апарат теорії пластичності при застосуванні концепції жорстко-пластичного тіла та розривних рішеннях для визначення опору бетонних елементів і кам'яної кладки в умовах плоского напруженого стану та плоскої деформації із врахуванням особливостей їх міцносних і деформативних властивостей;
- перевірити математичний апарат теорії пластичності за дійсних площин ковзання на прийнятій умові міцності;
- встановити значення міцності цегли і каменів правильної форми та міцності розчину, за яких кам'яна кладка може вважатися монолітною;

- уточнити область реалізації зрізу в бетоні;
- визначити опір бетонних і кам'яних елементів з використанням умови мінімуму пластичного деформування за різних видів напружено-деформованого стану при: осьовому стиску, сумісній дії вертикальної та горизонтальної сил і місцевому стисненні; врахувати вплив армування;
- встановити величину граничної відносної деформації на діаграмі «напруження - деформація» бетону (кам'яної кладки) при стиску, яка відповідає максимальному деформуванню без «макродеструктуризації», у випадку втрати несучої здатності залізобетонних та армокам'яних конструкцій шляхом руйнування стиснутого бетону (кам'яної кладки) за нормальним перерізом;
- окреслити умови реалізації руйнування за нормальними перерізами конструкцій, що згинаються, при досягненні напруженнями в поздовжній арматурі міцності на розтяг або втрати несучої здатності за бетоном (кам'яною кладкою) стиснутої зони;
- визначити несучу здатність з використанням умов мінімуму потужності пластичної деформації та врахуванням специфіки напружено-деформованого стану: балкових залізобетонних конструкцій за похилими перерізами на дію поперечної сили; коротких залізобетонних консолей; опорних ділянок при місцевому стисненні; кам'яних стін на сумісну дію горизонтального (сейсмічного) та вертикального навантаження; розробити інженерні методи оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій;
- виконати експериментальну перевірку отриманих теоретичних результатів для підтвердження їх достовірності та порівняти запропоновані методи з нормативними;
- удосконалити конструктивні рішення із застосуванням запропонованої методології оцінювання несучої здатності; встановити залишкову несучу здатність переармованих поздовжньою арматурою конструкцій унаслідок пошкодження або зниження міцності бетону та кам'яної кладки.

## РОЗДІЛ 2 ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ТЕОРІЇ ПЛАСТИЧНОСТІ БЕТОНУ ТА ЗАЛІЗОБЕТОНУ ПРИ ЗАСТОСУВАННІ РОЗРИВНИХ РІШЕНЬ

### 2.1 Математичний апарат теорії пластичності бетону при застосуванні розривних рішень

При розв'язанні плоских задач опору зрізу на основі теорії пластичності розглядається локалізація інтенсивної спрямованої деформації в тонких шарах  $\Delta l$  на поверхні руйнування  $S_l$  за сусідніх жорстких областях.

Слід зазначити, що для реалізації зрізу обов'язковою умовою є наявність пластичної деформації в найбільш напружених стиснутих зонах. Властивості бетону та кам'яної кладки як квазікрихких (умовно пластичних) матеріалів, обґрунтовують їх обмеженість тонкими шарами. Про це свідчить і зовні крихкий характер руйнування елементів за зрізової форми, що не виключає локалізацію інтенсивної деформації. Вказане знайшло експериментальне підтвердження при одновісному та двовісному стиску, сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження, а також у коротких бетонних і залізобетонних елементах, що згинаються [359 – 366]. При цьому застосовується концепція жорстко-пластичного тіла [367]. Области (диски) вважаються жорсткими в разі не досягнення в них напруженнями граничних значень [46].

Функціонал принципу віртуальних швидкостей [4] при локалізації пластичної деформації на поверхні розриву швидкостей  $S_l$  і дії поверхневої сили  $f_i$  на площі  $S_F$  при переміщенні диску зі швидкістю  $v_i$  записується у вигляді:

$$J = \int_{S_l} (\bar{T}\bar{H} + \sigma\xi)\Delta ndS - \int_{S_F} f_i v_i dS. \quad (2.1)$$

Значення інтенсивності дотичних напружень  $\bar{T}$  та швидкостей деформації зсуву  $\bar{H}$  дорівнюють:

$$\bar{T} = \sqrt{\frac{1}{6}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zy}^2}; \quad (2.2)$$

$$\bar{H} = \sqrt{\frac{2}{3}[(\xi_x - \xi_y)^2 + (\xi_y - \xi_z)^2 + (\xi_z - \xi_x)^2] + \eta_{xy}^2 + \eta_{yz}^2 + \eta_{zx}^2}, \quad (2.3)$$



а середнє нормальне напруження й об'ємна деформація:

$$\sigma = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) / 3; \quad (2.4)$$

$$\xi = \xi_x + \xi_y + \xi_z. \quad (2.5)$$

Граничне значення підінтегрального виразу визначається із умови, що товщина пластичного шару добігає до нуля:  $\Delta n \rightarrow 0$ .

Розглянемо послідовність розв'язання задач опору елементів в умовах плоскої деформації.

Враховуючи специфіку плоскої деформації, похідні швидкостей переміщень у відповідних напрямках, а також рівняння

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} \bar{T}(\bar{H} \Delta n) = \bar{T} \sqrt{4\Delta v_n^2 / 3 + \Delta v_t^2} \quad \text{та} \quad \lim_{\Delta n \rightarrow 0} (\sigma^\xi \Delta n) = \sigma \Delta v_n \quad \text{за [4], стрибки}$$

швидкостей у нормальному  $\Delta v_n$  та дотичному  $\Delta v_t$  до поверхні руйнування напрямках при дії заданих сил  $f_i$  на площі  $S_F$ , функціонал набуває вигляду:

$$J = \int_{S_t} (\bar{T}\bar{H}' + \sigma^\xi) \Delta n dS - \int_{S_F} f_i v_i' dS = \int_{S_t} (\bar{T} \sqrt{4\Delta v_n'^2 / 3 + \Delta v_t'^2} + \sigma \Delta v_n') dS - \int_{S_F} f_i v_i' dS - 0. \quad (2.6)$$

Використовуючи:

– умову міцності для опису граничного стану бетону, котра розглядається як умова пластичності і в тензорній формі має достатньо просту форму запису:

$$\bar{T}^2 - m\sigma - T_{sh}^2 = 0, \quad (2.7)$$

де  $m = f_c - f_{ct}$ ,  $T_{sh} = \sqrt{f_c f_{ct} / 3}$  – характеристики міцності при чистому зрізі;

– асоційований закон течії:

$$\xi = \lambda \frac{\partial \Xi}{\partial \sigma}, \quad (2.8)$$

тут  $\lambda = \xi / m$ ,  $\Xi$  – пластичний потенціал;

– залежність між інтенсивністю дотичних напружень та інтенсивністю швидкостей деформації зсуву:

$$\bar{T} = \bar{H} / 2\lambda, \quad (2.9)$$

напруження  $\sigma$  виражаються через  $\bar{T}$ ,  $T_{sh}$  і  $m$ :

$$\sigma = (\bar{T}^2 - T_{sh}^2) / m \quad (2.10)$$

і отримано функціонал:

$$J = \int_{\dot{S}_i} \left[ \frac{m}{3} + \frac{T_{sh}^2}{m} + \frac{m}{4} \left( \frac{\Delta v_i}{\Delta v_n} \right)^2 \right] \Delta v_n dS - \int_{\dot{S}_i} f_i v_i dS. \quad (2.11)$$

При записі складової  $\frac{m}{3} + \frac{T_{sh}^2}{m}$  через характеристики міцності формула (2.11)

приймає вигляд:

$$J = \int_{\dot{S}_i} \left[ \frac{d_c^2}{m} + \frac{m}{4} \left( \frac{\Delta v_i}{\Delta v_n} \right)^2 \right] \Delta v_n dS - \int_{\dot{S}_i} f_i v_i dS, \quad (2.12)$$

тут  $d_c^2 = (f_c^2 - f_c f_{ct} + f_{ct}^2) / 3$ .

Функціонал досліджується на стаціонарний стан за допомогою варіаційного рівняння  $\delta J = 0$ :

$$\delta J = \delta \left\{ \int_{\dot{S}_i} \left[ \frac{d_c^2}{m} + \frac{m}{4} \left( \frac{\Delta v'_i}{\Delta v'_n} \right)^2 \right] \Delta v'_n dS - \int_{\dot{S}_i} f_i v'_i dS \right\} = 0, \quad (2.13)$$

при цьому варіюються стрибки швидкостей  $\Delta v'_i$ ,  $\Delta v'_n$  і швидкість переміщення жорстких дисків  $v'_i$ . Дійсному напружено-деформованому стану із усіх можливих кінематичних станів відповідає той, при якому потужність пластичної деформації мінімальна.

Для зручності запису в якості параметрів, що варіюються, запропоновано використовувати кут  $\psi$  між напрямком швидкості  $v$  та поверхнею розриву швидкостей (руйнування) і кут  $\gamma$  між поверхнею руйнування та напрямком дії сили  $F_i$ . За одновісного або двовісного стиску в ортогональних напрямках величина кута  $\psi$  однозначно встановлює значення кута  $\gamma$ :

$$\gamma = \pi/4 - \psi/2 \quad (2.14)$$

і однозначно визначає напружений стан (точку на умові міцності).

При записі стрибків швидкостей через кут  $\psi$  і швидкість  $v$ :  
 $\Delta v_i = v \cos \psi$ ,  $\Delta v_n = v \sin \psi$  маємо:

$$\delta J = \delta \left\{ \left[ \frac{d^2}{m} + \frac{m}{4} \left( \frac{\cos \psi'}{\sin \psi'} \right)^2 \right] \frac{v' \sin \psi'}{\sin \gamma'} - \int_{\dot{S}_F} f_i v'_i dS \right\} = 0. \quad (2.15)$$

При ортогонально направлених силах за  $v_1$  приймається напрямок дії стискальної сили,  $v_1 = v \cos(\psi + \gamma)$ , а  $v_2 = v \cos(\pi/2 - \psi - \gamma)$ ,  $S_l = S_F / \sin \gamma$ .

Тоді варіаційне рівняння має вигляд:

$$\delta \left\{ \left[ \frac{d_c^2}{m} + \frac{m}{4} \left( \frac{\cos \psi'}{\sin \psi'} \right)^2 \right] \frac{\sin \psi'}{\sin(\pi/4 + \psi'/2)} - f_1 \cos(\psi' + \gamma') + f_2 \cos(\pi/2 - \psi' - \gamma') \right\} = 0. \quad (2.16)$$

При одновісному стиску граничне значення навантаження  $F_1$ , що сприймає бетонний елемент шириною  $b$  і товщиною  $t$  і, котре відповідає мінімальній потужності пластичної деформації на поверхні розриву швидкостей, після перетворень та скорочень виразу (2.16), визначається із рівняння:

$$F_1 = \frac{2 \left[ \frac{d_c^2}{m} + \frac{m(1 - \sin^2 \psi')}{4 \sin^2 \psi'} \right] \sin \psi'}{1 - \sin \psi'} bt \quad (2.17)$$

При застосуванні параметру  $\tan \psi'$  рівняння (2.17) приймає вигляд:

$$F_1 = \frac{2 \left( \frac{d_c^2}{m} + \frac{m}{4 \tan^2 \psi'} \right) \tan \psi'}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi'} - \tan \psi'} bt. \quad (2.18)$$

За двовісного нерівномірного стиснення ( $f_2 = 0$ ) граничне значення  $F_1$  складає:

$$F_1 = \frac{2 \left[ \frac{d_c^2}{m} + \frac{m(1 - \sin^2 \psi')}{4 \sin^2 \psi'} \right] \sin \psi' + f_2 (1 + \sin \psi')}{1 - \sin \psi'} bt \quad (2.19)$$

або

$$F_1 = \frac{\left( \frac{d_c^2}{m} + \frac{m}{4 \tan^2 \psi'} \right) \tan \psi' + f_2 \left( \sqrt{1 + \tan^2 \psi'} + \tan \psi' \right)}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi'} - \tan \psi'} bt. \quad (2.20)$$

Дотичні  $\tau_n$  та нормальні  $\sigma_n$  напруження на поверхні розриву швидкостей дорівнюють:

$$\tau_n = \frac{m}{2 \tan \psi}, \quad (2.21)$$

$$\sigma_n = \frac{m}{4} \left[ \frac{1}{\tan^2 \psi} - 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{n}{m} \right)^2 \right], \quad (2.22)$$

де  $n = f_c + f_{ct}$ .

Перевірка отриманих результатів здійснюється за допомогою системи рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \sum X = 0: \quad \tau_n \tan \gamma - \sigma_n + \sigma_2 = 0 \\ \sum Y = 0: \quad \tau_n / \tan \gamma + \sigma_n - \sigma_1 = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.23)$$

де:

$$\sigma_1 = \frac{m}{2} \left\{ \left( \frac{1}{2 \tan^2 \psi} + 1 + \frac{\sqrt{1 + \tan^2 \psi}}{\tan \psi} \right) - \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{n}{m} \right)^2 \right] \right\}, \quad (2.24)$$

$$\sigma_2 = \frac{m}{2} \left\{ \left( \frac{1}{2 \tan^2 \psi} + 1 - \frac{\sqrt{1 + \tan^2 \psi}}{\tan \psi} \right) - \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{n}{m} \right)^2 \right] \right\}. \quad (2.25)$$

Напруження  $\sigma_3$ , що діють при плоскій деформації із площини елемента, встановлюються із рівняння:

$$\sigma_3 = \frac{m}{4} \left[ 3 + \frac{1}{\tan^2 \psi} - \frac{1}{3} \left( \frac{n}{m} \right)^2 \right]. \quad (2.26)$$

В умовах плоского напруженого стану компоненти напружень та швидкості деформації на  $S_l$ :  $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ ,  $\gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$ . Для врахування його специфіки приймається ортогональна система координат  $ntm$ , у котрій  $n$  направлена за нормаллю до поверхні  $S_l$ , а  $t$  вздовж розриву швидкостей.

Тоді похідні за товщини пластичного шару, що добігає до нуля  $\Delta n \rightarrow 0$ , обмежені, крім  $\frac{\partial v_n}{\partial n} = -\frac{\partial v_m}{\partial m} = \lim(\Delta v_n / \Delta n) \rightarrow \infty$ ,  $\frac{\partial v_t}{\partial n} = \lim(\Delta v_t / \Delta n) \rightarrow \infty$  і

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} (\bar{T} \bar{H} \Delta n) = \bar{T} \sqrt{4\Delta v_n^2 + \Delta v_t^2}. \quad (2.27)$$

Функціонал  $J$  набуває вигляду:

$$J = \int_{S_1} \left[ d_c \sqrt{4\Delta v_n^2 + \Delta v_t^2} - m\Delta v_n \right] dS - \int_{S_2} f_i v_i dS. \quad (2.28)$$

Досліджуємо функціонал на стаціонарний стан, застосовуючи варіаційне рівняння  $\delta J = 0$ :

$$\delta J = \delta \int_{S_1} \left[ d_c \sqrt{4\Delta v_n^2 + \Delta v_t^2} - m\Delta v_n \right] dS - \int_{S_2} f_i v_i dS = 0. \quad (2.29)$$

При одновісному стиску величина граничного навантаження  $f_1$  визначається із умови мінімальної потужності пластичної деформації за залежністю:

$$F_1 = \frac{2 \left[ d_c \sqrt{4 \sin^2 \psi + 1} - m \sin \psi \right]}{1 - \sin \psi} bt = \frac{2 \left[ d_c \sqrt{1 + 3 \sin^2 \psi} - m \sin \psi \right]}{1 - \sin \psi} bt. \quad (2.30)$$

При використанні параметра  $\tan \psi$  отримано:

$$F_1 = \frac{2 \left[ d_c \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi} - m \tan \psi \right]}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi} - \tan \psi} bt. \quad (2.31)$$

У разі направлення осі  $t$  локальної системи координат уздовж поверхні розриву швидкості деформації, використання рішення задачі визначення опору тонкої сталевій пластинці [46] при різкому зменшенні її товщини в місці розриву швидкостей (утворення «шийки») та врахуванні різниці міцності на розтяг і стиск бетону ( $f_{ct} \square f_c$ ), отримано компоненти деформації  $\xi_n = v \sin \psi$ ,  $\xi_t = 0$ ,  $\xi_1 = v(1 + \sin \psi) / 2$ ,  $\eta_m = v \cos \psi$ ,  $\xi_2 = v(1 - \sin \psi) / 2$ .

Тоді при одновісному стиску маємо:

$$\left( d_c \sqrt{4\xi_n^2 + \eta_m^2} + m\xi_n \right) bt - F_1 \xi_1 = 0. \quad (2.32)$$

Після підстановки  $\xi_n$ ,  $\eta_m$  і  $\xi_1$  в (2.32) отримано:

$$\left[ d_c \sqrt{4(v \sin \psi)^2 + (v \cos \psi)^2} + mv \sin \psi \right] bt - F_1 v(1 - \sin \psi) / 2 = 0. \quad (2.33)$$

Розв'язуємо рівняння відносно сили  $F_1$ :

$$F_1 = \frac{d_c \sqrt{4(\nu \sin \psi)^2 + (\nu \cos \psi)^2} + m \nu \sin \psi}{\nu(1 - \sin \psi) / 2} bt. \quad (2.34)$$

Після скорочень отримано залежність аналогічну рівнянню (2.31).

Для розв'язання задач в умовах двовісного нерівномірного стиснення пропонується залежність:

$$F_1 = \frac{2 \left( d_c \sqrt{4 \sin^2 \psi' + \cos^2 \psi'} - m \sin \psi' \right) bt + (1 + \sin \psi') F_2}{1 - \sin \psi'} \quad (2.35)$$

або

$$F_1 = \frac{2 \left( d_c \sqrt{4 \tan^2 \psi' + 1} - m \tan \psi' \right) bt + \left( \sqrt{1 + \tan^2 \psi'} + \tan \psi' \right) F_2}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi'} - \tan \psi'}. \quad (2.36)$$

За величиною  $\psi$  встановлюються значення дотичних і нормальних напружень на поверхні руйнування:

$$\tau_n = \frac{d_c}{\sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}} \leq d_c = \tau_{n, \max}, \quad (2.37)$$

$$\sigma_n = m - 4d_c \frac{\tan \psi}{\sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}}. \quad (2.38)$$

Слід зазначити, що для бетонних і залізобетонних елементів, на відміну від сталевих, розривні рішення при врахуванні стрибків швидкостей як у дотичному, так і нормальному напрямках мають значно більш широке коло застосування та можуть бути поширені на випадок об'ємного напруженого стану. Для бетону має місце збільшення об'єму (дилатансія) в граничному стані, що обумовлює можливість розриву швидкостей у нормальному напрямку.

Враховуючи наближеність деформативних властивостей бетону і кам'яної кладки наведений математичний апарат пропонується до використання і для визначення опору кам'яних елементів.

## 2.2 Перевірка математичного апарата за прийнятими умовами міцності бетону при плоскій деформації та плоскому напруженому стані

Розглядаються бетонні елементи, навантажені за напрямком дії головних напружень.

Для перевірки запропонованих залежностей при плоскій деформації проведено порівняння отриманих результатів граничних значень напружень на поверхні руйнування та головних нормальних напружень, визначених на основі рівнянь (2.21, 2.22, 2.24, 2.25), з величинами напружень на умові міцності бетону (2.7), яка в координатах  $|\tau_n| - \sigma_n$  записується рівнянням (2.39) та представлена на рис. 2.1:

$$|\tau_n| = \varphi(\sigma_n) = \sqrt{m(\sigma_n + \frac{1}{4}m + \frac{1}{12}n^2/m)} \quad (2.39)$$

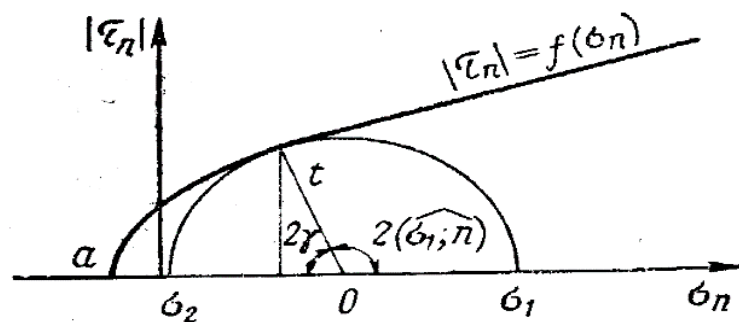


Рисунок 2.1 – Умова міцності бетону при плоскій деформації [16]

Розглянемо бетонний елемент необмеженої довжини, завантажений поверхневою силою  $f_1 = \sigma_1$  у напрямку більших головних напружень  $\sigma_1$ , а в перпендикулярному напрямку поверхневою силою  $f_2 = \sigma_2$  (рис. 2.2).

В ортогональній системі координат при швидкостях  $v_1$  і  $v_2$  відповідно у напрямку осей 1 і 2, стрибки швидкостей, виражені через них, записуються як:  $\Delta v_n = v_2 \cos \gamma - v_1 \sin \gamma$ ,  $\Delta v'_t = v'_1 \cos \gamma' + v'_2 \sin \gamma'$ , де  $\gamma$  – кут між напрямком головних напружень  $\sigma_1$  та площадкою розриву  $S_l = A / \sin \gamma$ , тут  $A$  – площа поперечного перерізу елемента.

Тоді:

$$\delta \left\{ \left[ \frac{d_c^2}{m} + \frac{m}{4} \left( \frac{v'_1 \cos \gamma' + v'_2 \sin \gamma'}{v'_2 \cos \gamma' - v'_1 \sin \gamma'} \right)^2 \right] \frac{v'_2 \cos \gamma' - v'_1 \sin \gamma'}{\sin \gamma'} - \sigma_1 v'_1 \pm \sigma_2 v'_2 \right\} = 0, \quad (2.40)$$

де знак "+" перед  $f_2$  застосовується у разі, якщо вектор швидкості протилежний напрямку дії сили (при обтисненні), а знак "-" у випадку, коли напрямки співпадають.

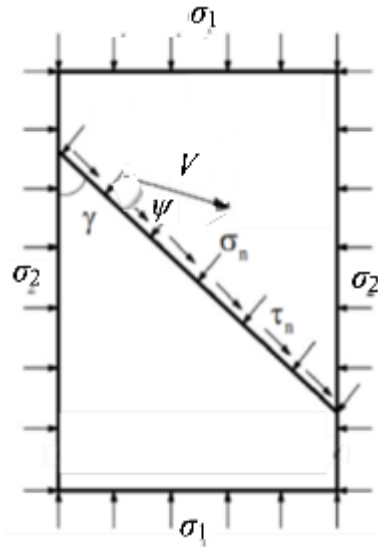


Рисунок 2.2 – Кінематична схема руйнування бетонного елемента

Використовуючи кут  $\psi$  між вектором швидкості переміщення жорсткого диска та поверхнею розриву, стрибки швидкостей записуються як:  $\Delta v_n = v \sin \psi$  та  $\Delta v_t = v \cos \psi$ , а площа поверхні розриву  $S_l = bt / \sin(\pi/4 - \psi/2)$ . З урахуванням залежності  $\psi = \pi/2 - 2\gamma$  отримано:

$$\left\{ \left[ \frac{d_c^2}{m} + \frac{m}{4} \left( \frac{\cos \psi'}{\sin \psi'} \right)^2 \right] \frac{v \sin \psi'}{\sin(\pi/4 - \psi'/2)} - \sigma_1 v'_1 \pm \sigma_2 v'_2 \right\} = 0. \quad (2.41)$$

Приймаючи до уваги, що  $v_1 = v \cos(\gamma + \psi) = v \cos(\pi/4 + \psi/2)$  і  $v_2 = v \sin(\pi/4 + \psi/2)$ , з урахуванням геометрії поверхні руйнування маємо:

$$\sigma_1 = \left[ \frac{d_c^2}{m} + \frac{m}{4} \left( \frac{\cos \psi'}{\sin \psi'} \right)^2 \right] \frac{\sin \psi'}{\cos^2(\pi/4 + \psi'/2)} \pm \sigma_2 \tan^2(\pi/4 + \psi'/2) = 0. \quad (2.42)$$



Після перетворення отримано:

$$\sigma_1 = \frac{2 \left[ \frac{d_c^2}{m} + \frac{m}{4} \left( \frac{\cos \psi'}{\sin \psi'} \right)^2 \right] \sin \psi' \pm \sigma_2 (1 + \sin \psi')}{1 - \sin \psi'}. \quad (2.43)$$

При застосуванні в якості параметра варіювання  $\tan \psi'$  маємо:

$$\sigma_1 = \frac{2 \left( \frac{d_c^2}{m} + \frac{m}{4 \tan^2 \psi'} \right) \tan \psi' + \sigma_2 \left( \sqrt{1 + \tan^2 \psi'} + \tan \psi' \right)}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi'} - \tan \psi'}. \quad (2.44)$$

Величини дотичних та нормальних напружень на поверхні руйнування визначаються із рівнянь:

$$\frac{\tau_n}{m} = \frac{1}{2 \tan \psi}, \quad (2.45)$$

$$\frac{\sigma_n}{m} = \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{\tan^2 \psi} - \frac{1}{3} \left( \frac{n}{m} \right)^2 - 1 \right]. \quad (2.46)$$

Результати розрахунку наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1 – Значення кутів  $\gamma$  і  $\psi$  та відносних напружень за умови плоскої деформації та  $f_{ct}/f_c=0,1$

$\gamma, ^\circ$	$\psi, ^\circ$	$\tau_n/f_c$	$\sigma_n/f_c$	$\sigma_1/f_c$	$\sigma_2/f_c$	$\sigma_3/f_c$
25,37	39,25	0,551	0	1,161	-0,261	0,9
27,91	34,17	0,663	0,151	1,402	-0,2	1,051
31,64	26,72	0,894	0,551	2,002	0	1,451
33,85	22,3	1,097	1	2,636	0,264	1,9
37,72	14,55	1,733	3	5,241	1,66	3,9
39,66	10,67	2,388	6	8,881	4,02	6,9

Отримані в табл. 2.1 значення параметрів напружень аналогічні визначенням за умовою міцності [368].

Розглянемо задачу міцності бетонної пластинки в умовах плоского напруженого стану.

При записі стрибків швидкостей через кут  $\psi$  :  $\Delta v_n = v \sin \psi$  і  $\Delta v_t = v \cos \psi$  отримано:

$$\sigma_1 = \frac{2 \left[ d_c \sqrt{4 \sin^2 \psi' + \cos^2 \psi'} - m \sin \psi' \right] \pm (1 + \sin \psi') \sigma_2}{1 - \sin \psi'}, \quad (2.47)$$

де знак "+" перед  $\sigma_2$  застосовується при обтисненні, знак "-" при боковому розтягу.

Після перетворення (2.47) маємо:

$$\sigma_1 = \frac{2 \left[ d_c \sqrt{3 \sin^2 \psi' + 1} - m \sin \psi' \right] \pm (1 + \sin \psi') \sigma_2}{1 - \sin \psi'}. \quad (2.48)$$

При застосуванні в якості параметра варіювання  $\tan \psi'$  головні напруження  $\sigma_1$  дорівнюють:

$$\sigma_1 = \frac{2 \left[ d_c \sqrt{4 \tan^2 \psi' + 1} - m \tan \psi' \right] \pm \left( \sqrt{1 + \tan^2 \psi'} + \tan \psi' \right) \sigma_2}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi'} - \tan \psi'}. \quad (2.49)$$

За величиною  $\psi$  із використанням характеристик  $\bar{d} = \sqrt{(1 - \chi + \chi^2) / 3}$  і  $\bar{m} = 1 - \chi$ , знаходяться величини дотичних і нормальних напружень на поверхні зрізу:

$$\frac{\tau_n}{f_c} = \frac{\bar{d}}{\sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}}, \quad (2.50)$$

$$\frac{\sigma_n}{f_c} = \bar{m} - 4\bar{d} \frac{\tan \psi}{\sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}}. \quad (2.51)$$

Результати розрахунку надані в табл. 2.2.

Таблиця 2.2 – Значення кутів  $\gamma$  і  $\psi$  та параметрів напружень при плоскому напруженому стані та  $f_{ct}/f_c=0,1$

Характерні точки умови міцності	$\gamma, ^\circ$	$\psi, ^\circ$	$\tau_n/f_c$	$\sigma_n/f_c$	$\sigma_1/f_c$	$\sigma_2/f_c$
Одновісний стиск	37,27	15,47	0,482	0,367	1	0
Максимум дотичних напружень	45	0	0,551	0,9	1,451	0,349
Максимум напружень стиску	90	-90	0	2,002	2,002	1,451

Значення напружень у табл. 2.2 відповідають заданій умові міцності при плоскому напруженому стані в координатах  $\sigma_1 - \sigma_2$  і  $\tau_n - \sigma_n$  (2.52) [16, 367 – 369], яка наведена на рис. 2.3.

$$|\tau_n| = \varphi(\sigma_n) = \sqrt{d_c^2 - \frac{1}{4}(\sigma_n - m)^2}. \quad (2.52)$$

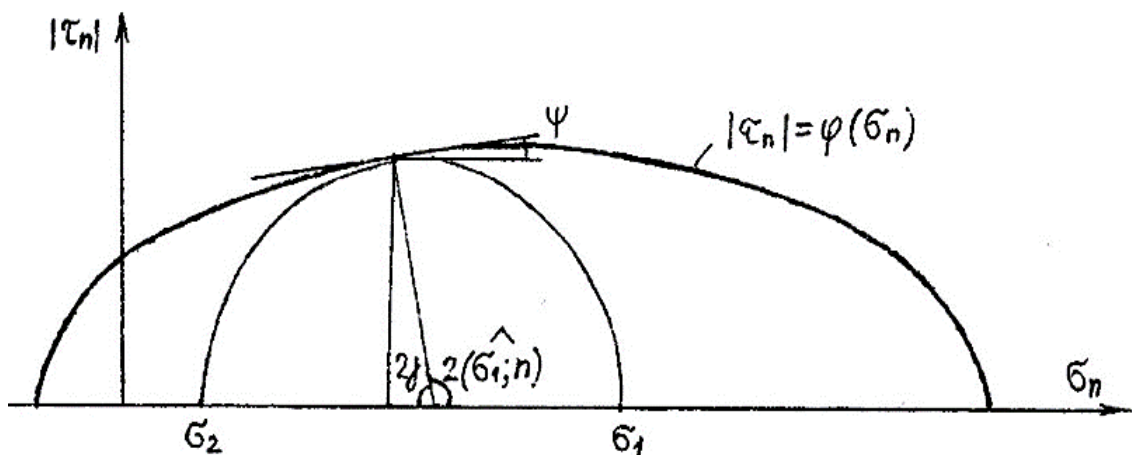


Рисунок 2.3 – Гранична обвідна кіл Мора  $|\tau_n| = \varphi(\sigma_n)$  при плоскому напруженому стані [16]

Для перевірки математичного апарата шляхом порівняння отриманих результатів із прийнятою умовою міцності при різних відношеннях  $\chi$  міцності на розтяг та стиск напруження визначаються за рівняннями:

$$\frac{\sigma_1}{f_c} = \frac{2 \left[ \frac{1-\chi+\chi^2}{3(1-\chi)} + \frac{(1-\chi)(1-\sin^2 \psi')}{4\sin^2 \psi'} \right] \sin \psi' + \frac{\sigma_2}{f_c} (1 + \sin \psi')}{1 - \sin \psi'} \quad (2.53)$$

або

$$\frac{\sigma_1}{f_c} = \frac{\left( \frac{1-\chi+\chi^2}{3(1-\chi)} + \frac{1-\chi}{4\tan^2 \psi'} \right) \tan \psi' + \frac{\sigma_2}{f_c} \left( \sqrt{1 + \tan^2 \psi'} + \tan \psi' \right)}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi'} - \tan \psi'}, \quad (2.54)$$

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2f_c} + \frac{1-\chi}{2}; \quad (2.55)$$

перевірка отриманих результатів здійснюється за залежностями:

$$\frac{\sigma_1}{f_c} = \frac{1-\chi}{2} \left( \frac{1}{2\sin^2 \psi} - \frac{(1+\chi)^2}{6(1-\chi)^2} + \frac{1}{\sin \psi} \right), \quad (2.56)$$

$$\frac{\sigma_1}{f_c} = \frac{1-\chi}{2} \left\{ \left( \frac{1}{2\tan^2 \psi} + 1 + \frac{\sqrt{1 + \tan^2 \psi}}{\tan \psi} \right) - \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{1+\chi}{1-\chi} \right)^2 \right] \right\}, \quad (2.57)$$

$$\frac{\sigma_2}{f_c} = \frac{1-\chi}{2} \left\{ \left( \frac{1}{2\tan^2 \psi} + 1 - \frac{\sqrt{1 + \tan^2 \psi}}{\tan \psi} \right) - \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{1+\chi}{1-\chi} \right)^2 \right] \right\}, \quad (2.58)$$

$$\frac{\tau_n}{f_c} = \frac{1-\chi}{2\tan \psi}, \quad (2.59)$$

$$\frac{\sigma_n}{f_c} = \frac{1-\chi}{4} \left[ \frac{1}{\tan^2 \psi} - 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{1+\chi}{1-\chi} \right)^2 \right]. \quad (2.60)$$

Отримані результати наведені в таблицях 2.3 і 2.4.

Приклади розрахунку А.1 – А.3 наведені в додатку А.

Значення параметрів кінематичної схеми та відносних напружень у характерних точках напруженого стану в областях двовісного й одновісного стиску та області розтягу-стиску при різних відношеннях міцності бетону на розтяг до міцності на стиск при плоскій деформації наведені в табл. 2.3

Таблиця 2.3 – Результати розрахунку міцності пластинки в умовах плоскої деформації при різних відношеннях міцності на розтяг до міцності на стиск  $\chi$  для бетону

Характерні точки	$\sigma_2/f_c$	$\gamma, ^\circ$	$\tan \gamma$	$\psi, ^\circ$	$\tau_n/f_c$	$\sigma_n/f_c$	$\sigma_1/f_c$	$\chi = f_{act}/f_c$	$\sigma_2/\sigma_1$
Максимум розтягу $\sigma_n$ і $\sigma_2$	-0,342	0	0	90	0	-0,3421	0,5104		-0,670
$\sigma_n = 0$	-0,262	25,88	0,485	38,24	0,539	0	1,112	0,15	0,235
Осьовий стиск	0	31,92	0,623	26,15	0,866	0,539	1,929		0
$\sigma_2 = 1,929f_c$	1,929	38,23	0,7877	13,54	1,764	3,318	5,558		0,347
Максимум розтягу $\sigma_n$ і $\sigma_2$	-0,337	0	0	90	0	-0,337	0,5508		-0,612
При $\psi = 45^\circ$	-0,298	22,5°	0,414	45	0,450	-0,112	0,975		-0,306
$\sigma_2 = 0,5f_c$	0,5	35,02	0,701	20,52	1,239	1,368	3,136	0,1	0,159
$\sigma_2 = f_c$	1	36,54	0,741	16,91	1,480	2,097	4,094		0,244
$\sigma_2 = 2,002f_c$	2,02	38,15	0,786	13,69	1,847	3,452	5,804		0,345
Максимум розтягу $\sigma_n$ і $\sigma_2$	-0,334	0	0	90	0	-0,334	0,6172		-0,541
$\sigma_n = 0$	-0,262	24,93	0,465	40,13	0,5634	0	1,2118	0,05	-0,216
Осьовий стиск	0	31,39	0,610	27,22	0,924	0,564	2,077		0
$\sigma_2 = 2,077f_c$	2,077	38,09	0,7838	13,82	1,9309	3,5905	6,054		0,343

Аналогічні значення параметрів та відносних напружень надані в табл. 2.4.

Таблиця 2.4 – Результати розрахунку міцності пластинки в умовах плоского напруженого стану при різних відношеннях міцності на розтяг до міцності на стиск  $\chi$

Характерні точки	$\sigma_2/f_c$ ( $\sigma_2/\sigma_y$ )	$\gamma$	$\tan \gamma$	$\psi$	$\tau_n/f_c$ ( $\tau_n/\sigma_y$ )	$\sigma_n/f_c$ ( $\sigma_n/\sigma_y$ )	$\sigma_1/f_c$ ( $\sigma_1/\sigma_y$ )	$\chi = f_{ct}/f_c$	$\sigma_2/\sigma_1$
Максимум розтягу $\sigma_n$ і $\sigma_2$	-1,155	0	0	90 <sup>0</sup>	0	-1,154	-0,577		2
Одновісний розтяг	-1	35°16'	0,7071	19°28'	0,471	-2/3	0		→ - ∞
Максимум дотичних напружень	-0,577	45	1	0	0,577	0	0,577	1	-1
Одновісний стиск	0	54°44'	1,4142	-19°28'	0,471	2/3	1		0
Максимум напружень стиску	0,577	90	∞	-90 <sup>0</sup>	0	1,155	1,155		0,5
Межа в області змішаних станів	-0,084	35°16'	0,7071	19°28'	0,440	0,227	0,85		-0,099
Одновісний стиск	0	38°15'	0,7884	13°30'	0,486	0,383	1	0,15	0
Максимум дотичних напружень	0,311	45	1	0	0,539	0,85	1,389		0,224
Межа в області двовісного стиску	0,85	54°44'	1,4142	-19°28'	0,440	1,473	1,7841		0,476
Максимум напружень розтягу	-0,202	0	0	90 <sup>0</sup>	0	-0,202	0,349		-0,577
Межа в області змішаних напр. стан.	-0,054	35°16'	0,7071	19°28'	0,4507	0,264	0,9		-0,06
Одновісний стиск	0	37°16'	0,7609	15°28'	0,482	0,3667	1	0,1	0
Максимум дотичних напружень	0,349	45	1	0	0,551	0,9	1,451		0,241
Межа в області двовісного стиску	0,9	54°44'	1,4142	-19°28'	0,4497	1,536	1,8539		0,485
Максимум напружень стиску	1,451	90	∞	-90 <sup>0</sup>	0	2,002	2,002		σ0,725
Межа в області змішаних станів	-0,028	35°16'	0,707	19°28'	0,460	0,299	0,95		-0,027
Одновісний стиск	0	36°16'	0,734	17°28'	0,477	0,35	1	0,05	0
Максимум дотичних напружень	0,387	45	1	0	0,564	0,95	1,5136		0,255
Межа в області двовісного стиску	0,95	54°44'	1,414	-19°28'	0,460	1,601	1,926		0,493

### **2.3 Умови застосування теорії пластичності бетону при локалізації пластичної деформації в тонких шарах на поверхні руйнування**

Ключовим питанням при створенні теоретичного розрахункового апарату є моделювання фізичних процесів деформування та руйнування бетону.

Відомі дві протилежні ідеалізовані моделі поведінки деформівного твердого тіла в граничному стані – пластична та крихка. В першому випадку для визначення граничного навантаження використовується теорія пластичності, котра базується на моделях пластичних тіл й умовах пластичності [9, 16, 46, 370 – 372], а в другому – механіка крихкого руйнування, в основі якої лежить модель крихкого тіла та критерії локального руйнування [373 – 375].

Вибір розрахункового апарату із наведених двох моделей в першу чергу визначається збіжністю теоретичного опору з дослідним. Крім того, модель ідеально пластичного тіла приводить до створення простих методів розрахунку опору елементів при складних неоднорідних напружено-деформованих станах, що важливо для практичного застосування.

В якості загальновідомого прикладу успішного застосування теорії пластичності можна розглядати метод граничної рівноваги для розрахунків міцності статично невизначених залізобетонних конструкцій – балок, плит, оболонок, масивних елементів. Але, незважаючи на певні успіхи, використання передумови про ідеальну пластичність до бетону викликає природні сумніви, котрі обумовлені його обмеженими пластичними властивостями.

Встановлення умов за яких можливе використання теорії пластичності до бетону ілюструється розглядом кінематичних механізмів, які реалізуються в стадії руйнування конструкцій та їх елементів. Окремі частини тіла, розділені областю руйнування, набувають можливість взаємного руху за рахунок локалізації в ній великих незворотних деформацій при досягненні граничного стану бетону.

Виділяються два якісно різних типи зазначеного механізму руйнування – крихкий і пластичний [41]. При крихкому механізмі рівень напружень і деформацій домінує в зоні розтягу, де формується макротріщина відриву, при

раптовому розповсюдженні якої і відбувається крихке руйнування. Однак у стиснутій зоні граничний стан не досягається. Прикладом крихкого кінематичного механізму виступає структура бетонної балки в стадії руйнування, в якій початкова мікротріщина через певний час перетворюється в магістральну тріщину відриву (рис. 2.4, а). І тут неможлива одночасність досягнення напруженнями граничних значень у стиснутій і розтягнутій зонах елемента.

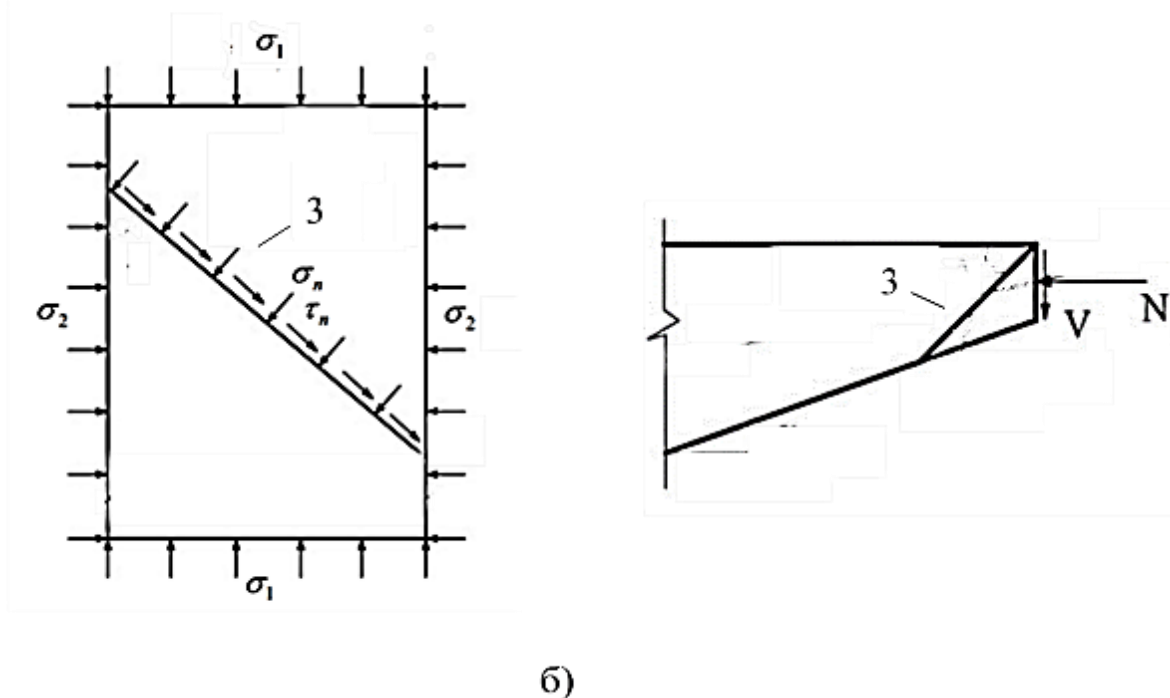
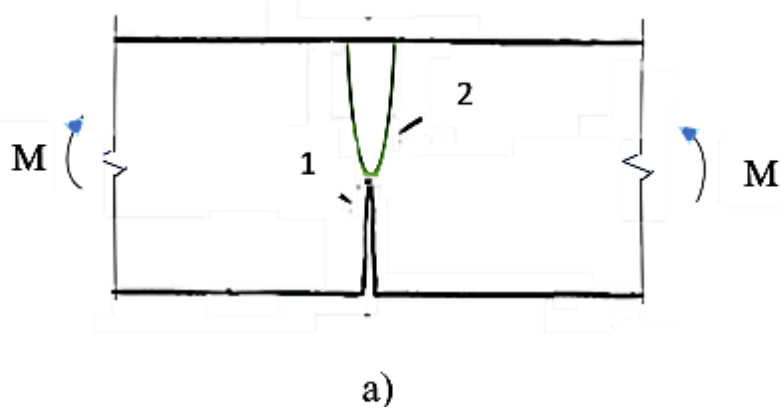


Рисунок 2.4 – Приклади реалізації крихкого (а) та пластичного (б) кінематичних механізмів: 1 – магістральна тріщина; 2 – зона пружної роботи; 3 – зрізова форма руйнування



За пластичного кінематичного механізму в області руйнування не порушується макроструктура, і процес деформування в граничному стані відбувається більш безперервно.

Характерною рисою пластичного кінематичного механізму тіл із неоднорідним напружено-деформованим станом є одночасність існування граничного стану за всією областю руйнування (рис. 2.4, б). Таку поведінку пластичного механізму можна пояснити достатнім ресурсом пластичних деформацій матеріалів, для розрахунків яких може бути використана діаграма пружно-пластичного або жорстко-пластичного тіла.

Отже, якісний критерій можливості застосування до бетону передумови про ідеальну пластичність можна сформулювати як можливість існування умови пластичності (міцності) на всій області граничного стану бетону, що перетинає тіло, і розвиток якої необхідний для перетворення його в пластичний кінематичний механізм [41].

Пластичні властивості бетону обмежені і залежать головним чином від виду та класу бетону за міцністю, характеру напружено-деформованого стану та й інших факторів.

Вони суттєво зростають при середніх напруженнях стиску. Загальновідомо, що гірські породи, близькі за властивостями до бетону, за великих стискуючих напружень деформуються без утворення тріщин і стають практично ідеально пластичними. При середніх стискуючих напруженнях у бетоні відбувається мікротріщиноутворення, і незворотні деформації мають «квазікрихкий» (умовно пластичний) характер. Отже, рівень напружень стиску відіграє основну роль у поведінці бетонних та залізобетонних конструкцій.

Реальні повні діаграми «напруження  $\sigma_c$  – деформація  $\varepsilon_c$ » бетону з достатньою точністю можуть бути апроксимовані функцією, котра складається з початкової висхідної гілки пружної роботи, горизонтальної ділянки обмеженої довжини умовно ідеальної пластичності при граничних напруженнях та низхідної гілки позаграничних станів. Зазвичай перешкодою для застосування умови про ідеальну пластичність до бетону вважається обмеженість довжини

ділянки умовної пластичності на апроксимованій діаграмі « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » бетону. Однак, навіть для сталі – матеріалу із великими пластичними властивостями, також використовується ділянка ідеальної пластичності, обмежена за довжиною. Тому для визначення можливості застосування теорії ідеальної пластичності до бетону виникає питання про ресурс пластичних деформацій, який є наявним в тому чи іншому конкретному випадку і його достатність для забезпечення одночасності існування граничного стану за всією областю руйнування. Кількісно цей ресурс визначити дуже складно, але можливо обґрунтувати деякі якісні умови його достатності.

Справедливість наданого вище твердження щодо умов достатності ресурсу пластичних деформацій можна проілюструвати на прикладах бетонних елементів, які мають зовні крихкий характер руйнування, а їх опір із достатньою точністю визначається за допомогою теорії пластичності. Такими є зразки О.О. Гвоздева, запропоновані для визначення характеристики опору бетону при чистому зрізі, область руйнування котрих складається із стиснутих зон біля вхідних кутів елемента, з'єднаних між собою розтягнутою зоною. Концентрація напружень біля вхідних кутів призводить до прискореного зростання напружень стиску у локальних зонах, у межах яких бетон необоротно деформується, і тільки після цього реалізується граничний стан у зоні розтягу. Отже забезпечується на короткий проміжок часу одночасність існування граничного стану за всім небезпечним перерізом.

Зрізова форма руйнування обумовлена характером граничного напружено-деформованого стану і реалізується у бетонних та залізобетонних елементах у таких випадках:

– за наявності тільки стиснутих зон в умовах одновісного та двовісного нерівномірного стиску. При цьому інтенсивна деформація зосереджена на поверхні зсуву та має спрямований характер, величина дотичних і нормальних напружень швидко (практично миттєво) добігає значень, які відповідають встановленим умовою міцності, а напружено-деформований стан сусідніх областей не досягає граничного.

Руйнування відбувається за цілим перерізом і носить раптовий лавиноподібний характер;

– при наявності зон стиску та розтягу: у разі коли рівень напружень у стиснутій області на стадії, що передуює руйнуванню, випереджає рівень напружень у зоні стиску. Вказаний розподіл створює умови для одномиттєвого досягнення граничного стану як в області стиску, так і в зоні розтягу.

Таким чином, зріз при стискальних середніх напруженнях відбувається за цілими перерізами, поверхня зрізу виходить на грані елемента або на площину відриву за умови одночасного руйнування в стиснутій та розтягнутій зонах [370], при цьому пластична деформація не повинна мати перешкод у середині тіла та бути спрямованою.

Зовні крихке руйнування шляхом зрізу, характерне для квазікрихких матеріалів, до числа яких відносяться бетон, кам'яна кладка і горні породи, відбувається за пластичного кінематичного механізму, що обґрунтовує можливість застосування при визначенні опору елементів із вказаних матеріалів передумови про ідеальну пластичність.

У деяких випадках зовні відрізнити зрізову форму руйнування від відривної досить складно, але зріз має певні ознаки, котрі його однозначно характеризують, а саме: направлене зміщення окремих частин тіла вздовж поверхні руйнування, її похиле розташування до напрямку дії зовнішніх сил, локалізацію пластичної деформації в тонких шарах на поверхні руйнування [376–380].

Зсув як форма руйнування реалізується лише за наявності пластичних деформацій на його поверхні.

Рівень напружень, при яких утворюються мікротріщини в бетоні, практичного не залежить від абсолютної величини їх міцності, а залежить від складу бетону, а саме відношення твердої кристалічної до пластичної гелевої (мінерального клею) складових цементного каменю.

При однаковій міцності бетону в умовах осьового стиску та наближених до осьового стиску областях можливе руйнування елемента як від відриву так і

зрізу. Абсолютна величина міцності не залежить від рівня напружень утворення мікротріщин, але рівень їх утворення визначає форму руйнування [82].

Обґрунтування критерію реалізації кінематичного механізму зрізу надає можливість застосування до бетону передумови про ідеальну пластичність, відкриває перспективи розв'язання широкого кола важливих задач опору бетонних, залізобетонних, кам'яних та армокам'яних елементів, розглянутих у наступних розділах, для яких отримана близькість теоретичної міцності з дослідною.

Розрахунковий апарат теорії пластичності можливо віднести до інженерних методів розрахунку, так як він приводять до достатньо простих залежностей, які мають високу точність і можуть зайти широке використання в практиці проектування. Вказані якості вигідно відрізняють запропоновану методологію від відомого методу скінченних елементів, який останнім часом знайшов широке застосування для розрахунків бетонних та залізобетонних конструкцій. Методи розрахунку на основі теорії пластичності доцільно використовувати для визначення опорів окремих елементів, які дозволяють оцінити несучу здатність конструкцій.

Задачі подібного класу складності можливо вирішувати на основі моделі ідеально пластичного тіла.

При використанні теорії пластичності для розв'язання задач міцності умова міцності повинна розглядатися як умова пластичності [16, 368], що для бетону можливо на обмеженому інтервалі напружених станів.

Для встановлення меж реалізації зсуву застосована умова міцності Баландіна – Генієва (рис. 2.5), котра має задовільну збіжність із даними експериментів, простий запис у тензорній формі, узагальнює теорії Мора та Мізеса – Генки на крихкі матеріали і на певному інтервалі напружень може розглядатися як умова пластичності. Остання представляє собою поверхню, наближену із середини (вписану) до поверхні міцності на відстань, що добігає до 0, і переміщуючись за якою шляхом зміни напружених станів можливо здійснювати значні деформації без порушення умови міцності.

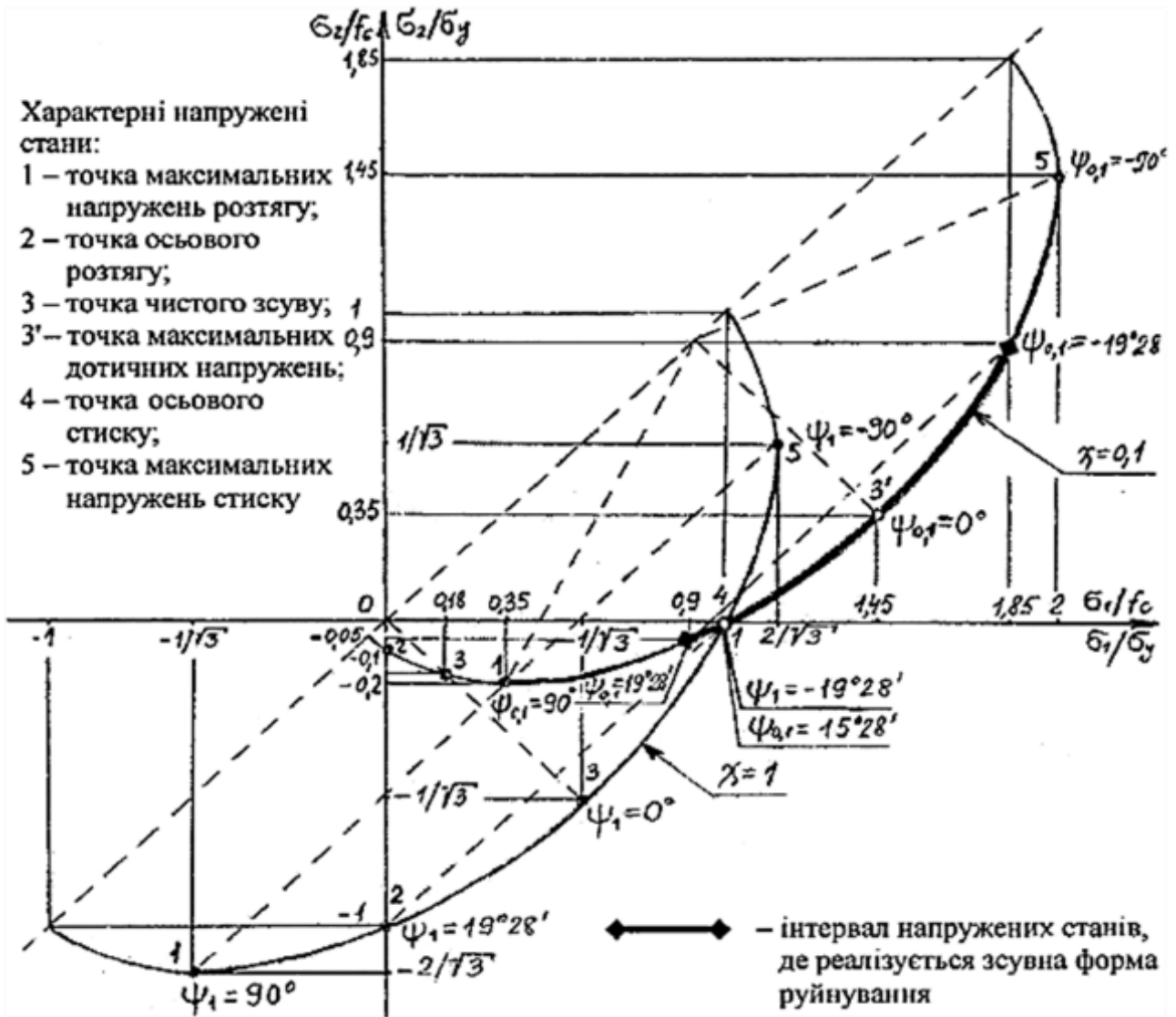


Рисунок 2.5 – Гілка прийнятої умови міцності для плоского напруженого стану в координатах головних напружень при  $\chi=1$  і  $\chi=0,1$

Вид функції  $F(\sigma_1, \sigma_2) = 0$  для плоского напруженого стану отриманий залежно від характерних для бетону видів руйнування – відриву, зсуву та роздроблення. Площини ковзання (області гіперболічності поверхні) реально існують на інтервалі напружених станів від точки максимальних головних напружень стиску (в зоні двовісного стиску) до точки максимальних головних напружень розтягу (в зоні змішаних напружених станів), які характеризують перехід від зсуву відповідно до роздроблення та відриву [16]. На даному інтервалі напружень кривої  $F(\sigma_1, \sigma_2) = 0$  можна побудувати обвідну кіл Мора, котра є умовою текучості в координатах  $\tau_n - \sigma_n$  (рис. 2.3).

Однак, руйнування бетонних пластин при напружених станах, наближених до точки максимального напруження розтягу, на відміну від сталевих зразків, відбувається крихко у формі відриву. Крім того, в цій області спостерігається суттєве розходження експериментальних даних із теоретичною кривою. Тому для бетону в якості меж руйнування шляхом зсуву прийняті точки, котрі відповідають осьовому стиску та розтягу сталевих пластин (рис. 2.5). Параметром відповідності виступає кут  $\psi$  між дотичною до обвідної кіл Мора та напрямком осі  $\sigma_n$  (рис. 2.3).

Для прийнятих напружених станів осьового розтягу та стиску сталевих пластин ( $\chi = 1$ ) вказаний кут  $\psi_1$  відповідно дорівнює  $\arcsin(1/3) = 19^\circ 28'$  та  $\arcsin(-1/3) = -19^\circ 28'$  (див. рис. 2.6).

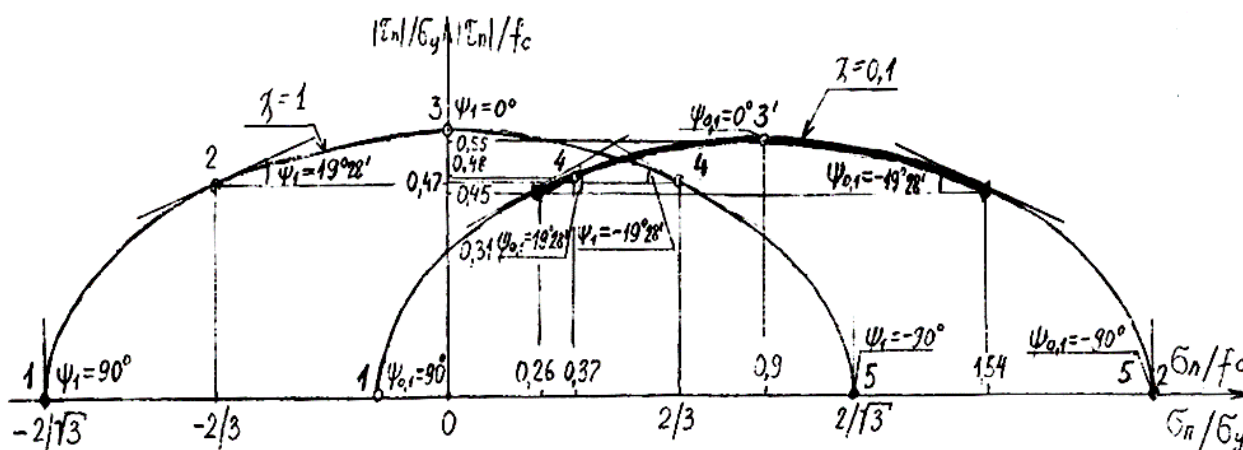


Рисунок 2.6 – Умова пластичності на інтервалі наявних площин ковзання при  $\chi = 1$  і  $\chi = 0,1$  (напружені стани для точок 1–5 див. рис. 2.5)

Кут  $\psi$  однозначно визначає напруження  $\sigma_n$  і  $\tau_n$  в зоні руйнування елемента за прийнятою умовою міцності (рис. 2.6), при цьому головні нормальні напруження дорівнюють:

$$\sigma_1 = \sigma_n + \tau_n \left( \tan \psi + \sqrt{1 + \tan^2 \psi} \right), \quad (2.61)$$

$$\sigma_2 = \sigma_n + \tau_n \left( \tan \psi - \sqrt{1 + \tan^2 \psi} \right). \quad (2.62)$$

Слід зазначити, що розв'язання задач теорії пластичності на підставі диференціальних рівнянь досить складний процес. Метод характеристик дозволяє отримати рішення для цілого ряду задач опору елементів, однак при цьому використовуються складні диференціальні рівняння.

Найбільш універсальним і простим є варіаційний метод, основоположною складовою котрого слугує кінематичний метод в теорії граничної рівноваги. При варіаційному обчисленні рішення може знаходитися, виходячи з енергетичних уявлень щодо деформівного твердого тіла, насамперед про потужність деформування й її екстремальні властивості.

Аналіз розв'язання розглянутої в п. 2.2 задачі міцності бетонної пластинки, котра є базовим зразком для експериментальної перевірки умови міцності при плоскому напруженому стану із заздалегідь відомим напруженим станом та напрямком дії головних площадок, засвідчує доцільність застосування варіаційного методу. В основу запропонованого розрахунку покладено верхню оцінку граничного навантаження, розривні рішення та принцип віртуальних швидкостей, критерієм встановлення величини опору є мінімальна потужність пластичної деформації, тобто виконання умови мінімуму деформування як реалізації одного із екстремальних принципів механіки деформівного твердого тіла.

Ефективне використання розривних рішень для елементів із сталі [4, 46] – матеріалу більш пластичного ніж бетон, вказує на доцільність спроби розгляду такого підходу і для бетону, локалізація спрямованої пластичної деформації у тонких шарах на поверхні руйнування якого є логічним висновком аналізу його властивостей. Дана задача зводиться до пошуку кута  $\psi$ , при якому граничні напруження  $\sigma_1$  набувають мінімального значення, і котрий визначає як напружений стан так і кут нахилу поверхні руйнування  $\gamma$ .

Для бетону порівняно зі сталлю межі реалізації зсувної форми руйнування зміщуються в напрямку області двовісного стиску (рис. 2.5). При  $\chi=0,1$  межа між зсувом та роздробленням ( $\psi_{0,1} = -19 \div 28'$ ) розташована в зоні двовісного

стиснення, а межа між зсувною та відривною формами руйнування ( $\psi = 19\text{--}28^\circ$ ) знаходиться в зоні змішаних напружень. Зсувна форма реалізується при рівні дотичних напружень на поверхні руйнування  $\tau_n / \tau_{\max} \geq \sqrt{2/3}$  [369, 376], що відповідає інтервалу дійсних площин ковзання та гіперболічній ділянці умови міцності [16]. Вказані обмеження враховують особливості властивостей бетону. Інтервал напружених станів, для котрих характерна реалізація зсуву як форми руйнування бетону, звужений порівняно із інтервалом для сталі. Область реалізації зсувної форми руйнування бетону визначається умовою знаходження значень кута  $\psi$  дотичної до кривої міцності в інтервалі  $-\arcsin 1/3 \leq \psi \leq \arcsin 1/3$ .

На всьому інтервалі класів бетону при випробуванні призм і пластинок на одновісний стиск зовні спостерігається як зсувна, так і відривна форма руйнування. На думку [82, 381] характер руйнування визначається наявністю та кількістю мікродефектів. Аналогічна картина має місце і при змішаних напружених станах та двовісному стисненні на інтервалі напружень, наближених до одновісного стиску. Тобто наявна перехідна область напружених станів, де можлива реалізація як зсуву так і відриву.

Для підтвердження встановлених меж та границі перехідної області розглянуті дані, отримані на бетонних зразках (рис. 2.7), запропонованих для визначення опору бетону зрізу [382].

Проаналізовано картину їх руйнування, котра спостерігається в дослідах. Поверхня руйнування складається із ділянок стиску та розтягу. Зі зростанням відношення  $l_{\text{loc}} / h$  області стиску збільшуються, а зона розтягу зменшується. За її відсутності, тобто неможливості реалізації відривної форми руйнування елемента, визначені граничні величини напружень, які відповідають наведеним вище значенням.

Встановлені напруження, котрі відповідають переходу від неоднорідного напруженого стану до однорідного з відсутньою зоною розтягу та виключенням можливості відриву [383].



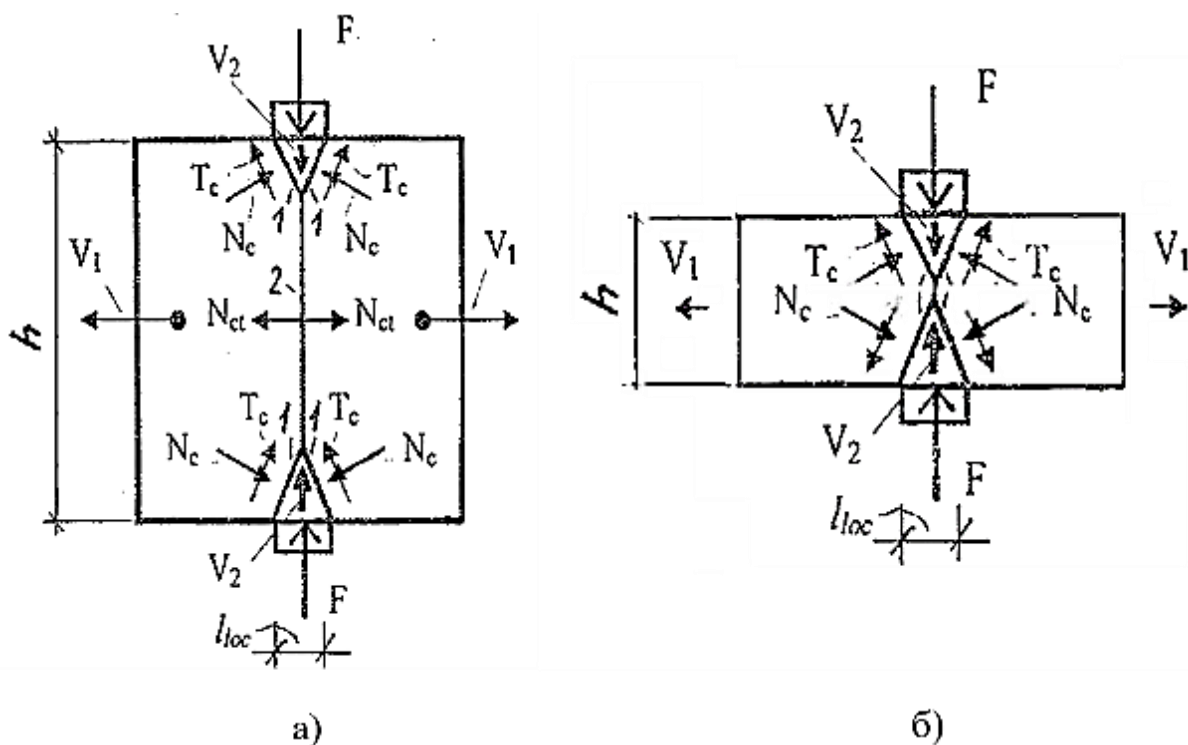


Рисунок 2.7 – Кінематична схема руйнування бетонного елемента при зсуві-відриві (а) та зсуві (б):  $T_c$ ,  $N_c$  і  $N_{ct}$  зусилля, які сприймає бетон;  $V_1$  і  $V_2$  – швидкості руху дисків, розділених поверхнею руйнування

У результаті отримані значення граничного напруження, котрі визначають на умові міцності чи пластичності бетону, які кількісно не відрізняються, межу між випадками руйнування від зрізу та відриву.

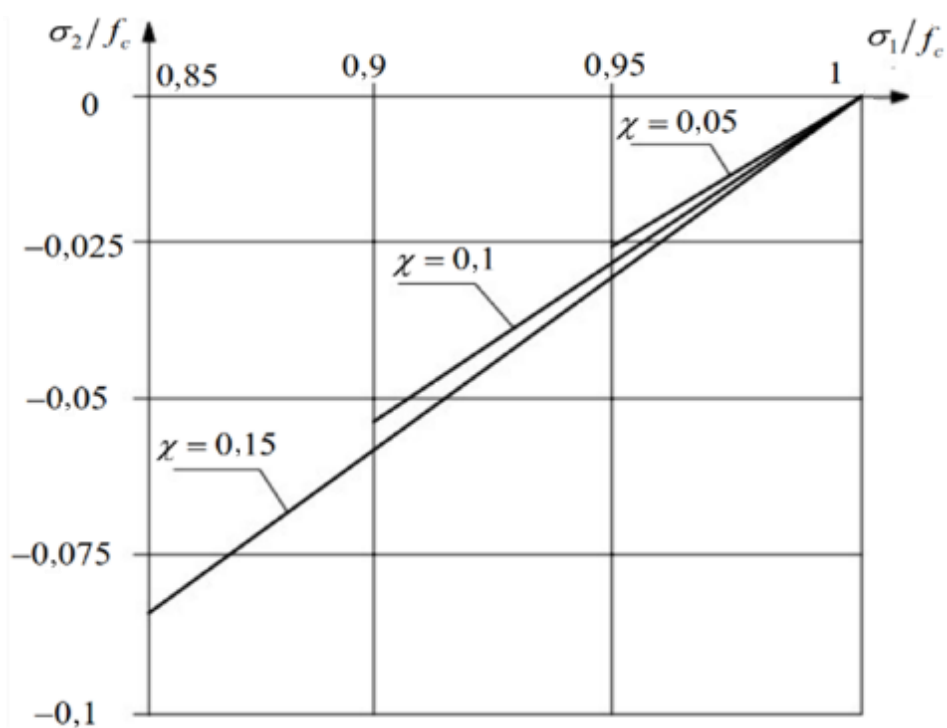
Використовуючи результати розв'язання задачі опору бетонного елемента при односторонньому місцевому стисненні (п. 3.3.2), отримані значення напружень у стиснутій зоні на межі зникнення зони відриву. Значення вказаних напружень відображені в табл. 2.5.

На рис. 2.8 показані ділянки умови міцності (пластичності) бетону в області змішаних напружених станів, де реалізується зрізова форма руйнування, котра межує з відривом.

Крім того, зсувна форма руйнування спостерігається і при випробуваннях на одновісний стиск призм, виготовлених із високоміцного менш пластичного бетону [82, 359], що вказує на зміщення межі зсувної форми у зону змішаних напружених станів для більш пластичних бетонів.

Таблиця 2.5 – Межа реалізації зрізу в області змішаних напружених станів

Параметр	При $\chi$		
	0,15	0,1	0,05
$\psi$	19°28'		
$\gamma$	35°16'		
$\sigma_1/f_c$	0,85	0,9	0,95
$\sigma_2/f_c$	-0,084	-0,054	-0,026
$\sigma_n/f_c$	0,227	0,264	0,299
$\tau_n/f_c$	0,44	0,45	0,46

Рисунок 2.8 – Межа реалізація зрізової форми руйнування в бетоні при відношенні опорів розтягу та стику  $\chi = 0,05; 0,1; 0,15$ 

Аналіз реалізації різних випадків руйнування бетонної пластини при плоскому напруженому стані надано на рис. 2.9.

Розрахункові параметри в областях змішаних напружених станів одноосного та двовісного стиску наведені на рис. 2.9.

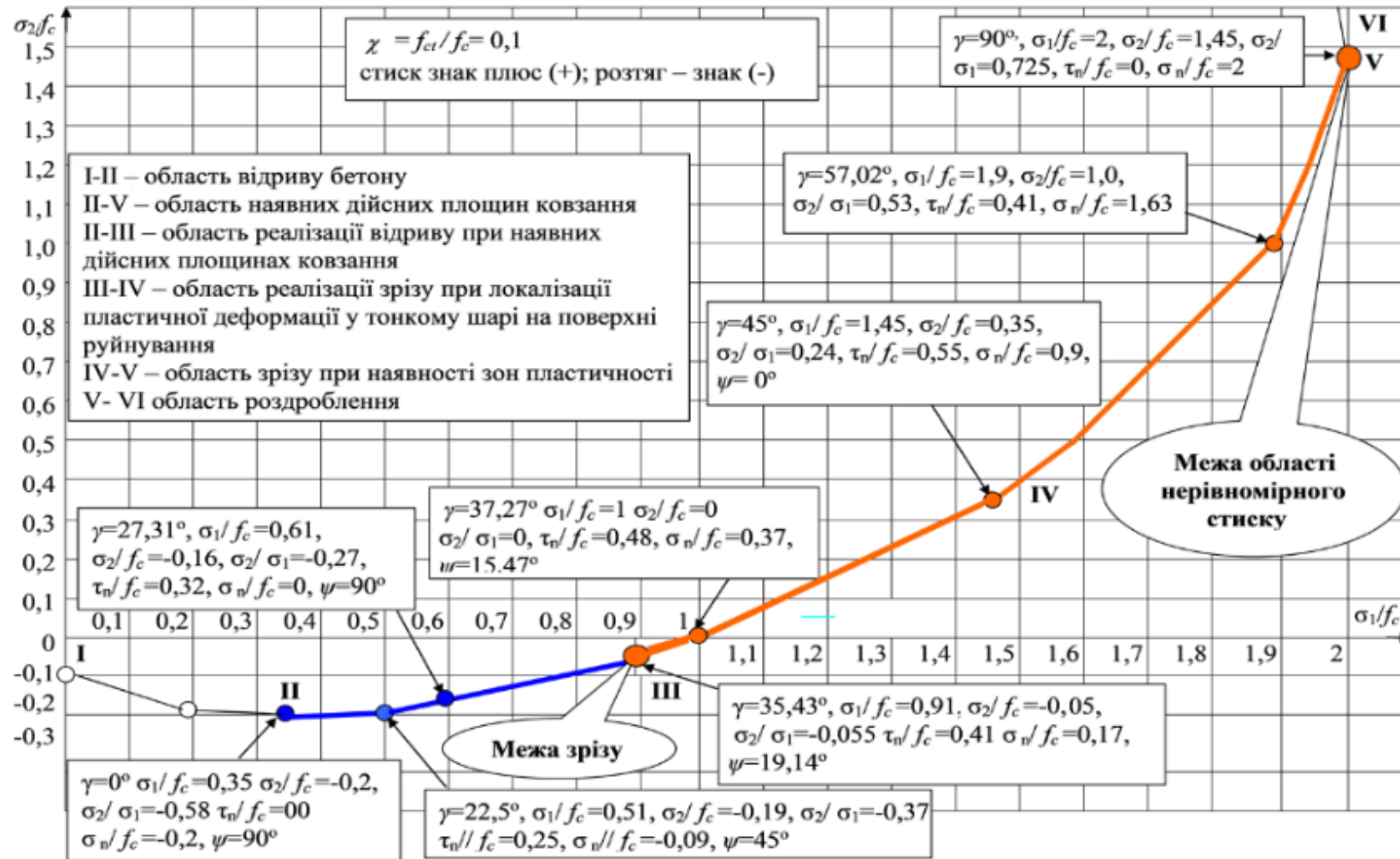


Рисунок 2.9 – Умова міцності бетону при плоскому напруженому стані за  $f_{ct}/f_c = 0,1$  і результати розрахунку

## 2.4 Границя реалізації зрізу за мірою пластичності бетону

Саме картина руйнування елемента якісно обґрунтовує можливість застосування того чи іншого розрахункового апарату.

Слід зазначити, що всі будівельні матеріали в тій чи іншій мірі проявляють пластичні властивості при певних напружених станах, але зі збільшенням різниці між їх опорами стиску  $f_c$  та розтягу  $f_{ct}$  інтервал цих станів звужується і межа між зсувною та відривною формами руйнування переміщується в напрямку точки одновісного стиску.

Для оцінювання пластичних властивостей бетону зазвичай використовується залежність між напруженнями та деформаціями при одновісних стиску й розтягу, при цьому визначається коефіцієнт пластичності  $\varepsilon_{cpl} / \varepsilon_{cu}$ , де  $\varepsilon_{cpl}$  і  $\varepsilon_{cu}$  – відповідно пластичні та повні деформації бетону. Але на діаграму механічного стану бетону суттєво впливає швидкість деформування, режим передачі навантаження та цілий ряд інших факторів, значення котрих досить важко встановити.

Тому, в якості першого наближення, міру пластичності бетону пропонується розглянути як кількісний показник повноти інтервалу напружень, при яких реалізується зріз.

Запропонований показник визначає межу застосування теорії пластичності за відношенням однозначно встановлених характеристик  $f_c$  і  $f_{ct}$  та величиною відносної висоти стиснутої зони в момент руйнування  $\xi_u$  й її значенням за пружної стадії роботи  $\xi_{el} = 0,5$  коротких елементів, що згинаються.

Розглянемо защемлену з одного боку бетонну пластинку при поперечному згині.

За визначального впливу на міцність згинального моменту, котрий має місце для довгих елементів, їх руйнування відбувається у формі відриву шляхом лавиноподібного зростання магістральної тріщини. При цьому рівень напружень у зони розтягу випереджає рівень напружень у зоні стиску й останні не досягають граничних значень.

Обов'язковою умовою локалізації пластичної деформації в області руйнування є випереджаючий рівень напружень у зоні стиску порівняно із зоною розтягу.

Із зменшенням величини відношення згинального моменту  $M$  до поперечної сили  $V$  (для коротких елементів) напруження в стиснутій зоні наближаються і за певної величини  $M/Vh$  (де  $h$  – висота елемента) досягають граничних значень. Це перешкоджає розвитку магістральної тріщини і перетворенню тіла в механізм, а руйнування відбувається у формі зсуву. При цьому відповідне значення  $M/Vh$  визначає межу між зрізовою та відривною формами руйнування і мінімальну величину міри пластичності, при якій наявна інтенсивність деформації створює умови реалізації зрізової форми руйнування. Для встановлення міри пластичності пропонується застосувати відношення висоти стиснутої зони бетону на стадії руйнування  $\xi_u$  та початковій стадії роботи  $\xi_{el} = 0,5$  [376, 383 – 385]:

$$\mu_{pl} = \xi_u / \xi_{el}. \quad (2.63)$$

Так, для сталі вказане відношення буде дорівнювати 1, а для менш пластичних матеріалів воно значно знижується за рахунок зменшення величини стиснутої зони зі збільшенням навантаження.

При рівномірному розподілі напружень у зонах розтягу та стиску, котрі досягають значень відповідно  $f_{ct}$  і  $f_c$ , відносна висота стиснутої зони дорівнює:

$$\xi = f_{ct} / (f_c + f_{ct}). \quad (2.64)$$

Приймаючи в стиснутій зоні криволінійну епюру з низхідною гілкою та найбільшими напруженнями  $\sigma_c$  в середній її частині, як таку, що більш точно відповідає фактичному розподілу напружень у коротких елементах (рис. 2.10), та з врахуванням коефіцієнта повноти епюри, висоту стиснутої зони на стадії руйнування можливо визначити як:

$$\xi_u = \xi / \omega. \quad (2.65)$$

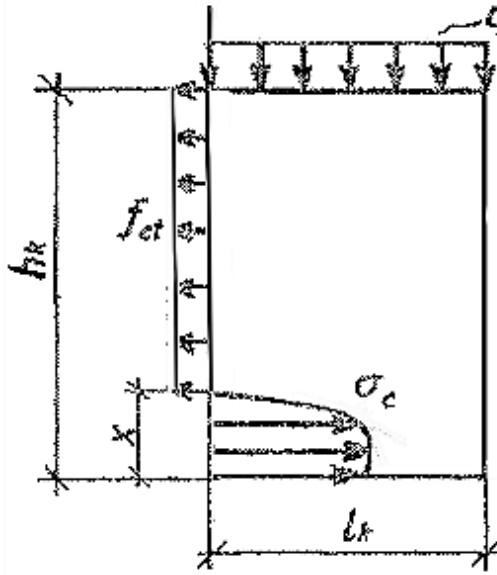


Рисунок 2.10 – Розподіл напружень у нормальному перерізі бетонного елемента на межі руйнування від відриву та зрізу

Тоді для характерних для бетону відношень опорів стиску та розтягу маємо: при  $f_{ct} / f_c = 0,13$  і  $\omega = 0,8$  –  $\xi = 0,115$ ,  $\xi_u = 0,144$ ,  $\mu_{pl} = 0,288$ ; при  $f_{ct} / f_c = 0,1$  і  $\omega = 0,75$ ,  $\xi = 0,091$ ,  $\xi_u = 0,121$ ,  $\mu_{pl} = 0,242$ ; при  $f_{ct} / f_c = 0,07$  і  $\omega = 0,7$  –  $\xi = 0,065$ ,  $\xi_u = 0,093$ ,  $\mu_{pl} = 0,186$ .

Аналогічні результати щодо розподілу напружень (рис. 2.10) і розмірів зон стиску та розтягу отримані при розв’язанні варіаційним методом задачі опору коротких бетонних елементів при  $l_k/h_k = 0,5$  [385], котрі руйнуються шляхом зрізу за цілим перерізом, наближеним до нормального.

Для використання отриманих вище результатів розглянемо в якості критерію міцності бетону умову Баландіна – Генієва [16], яка в координатах головних напружень  $\sigma_1, \sigma_2$  представляє собою еліпс (рис. 2.11) та узагальнює на бетон класичну умову енергії формозмінення Мізеса – Генки. Вона базується на енергетичних критеріях порушення міцності та має гіперболічні ділянки інтервалів напружених станів між точками максимальних напружень стиску та розтягу, які характеризуються реально існуючою парою площин ковзання й зрізовою формою руйнування.

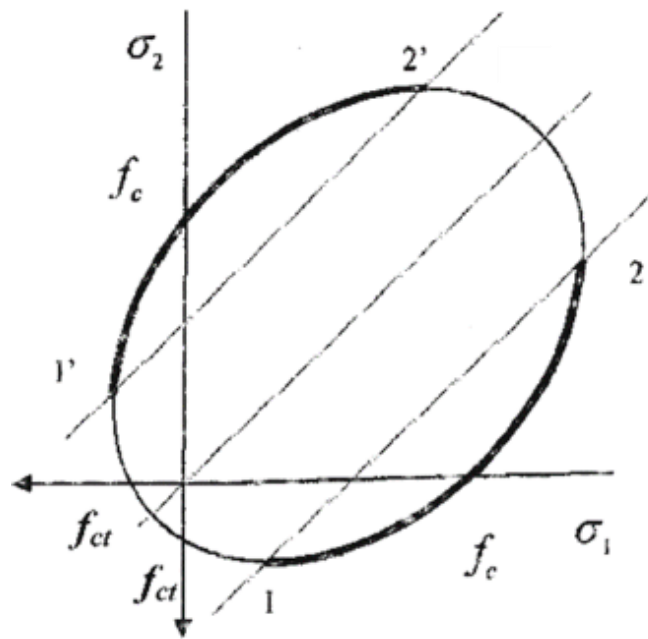


Рисунок 2.11 – Умова міцності бетону Баландіна– Генієва [16]

1 і 1' – точки найбільших напружень розтягу; 2 і 2' – точки максимальних напружень стиску; 1-2, 1'-2' – ділянки реально існуючих площин ковзання

Для сталевій пластини ( $f_{ct} / f_c = 1$ ) значення максимальних напружень дорівнює  $\sigma_{2,\max} / \sigma_y = 2 / \sqrt{3}$ .

Для вказаної вище умови міцності бетону координата максимальних головних напружень розтягу, яка для пластичних матеріалів слугує межею зсувної форми руйнування, становить:

$$\sigma_{2,\max} = f_{ct} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{f_c^2 - f_c f_{ct} + f_{ct}^2 - f_c}. \quad (2.66)$$

Область реалізації зрізової форми руйнування бетону обмежуються величиною напружень розтягу:

$$\sigma_2 = \mu_{pl} \sigma_{2,\max} = \mu_{pl} \left( f_{ct} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{f_c^2 - f_c f_{ct} + f_{ct}^2 - f_c} \right), \quad (2.67)$$

при цьому  $\mu_{pl}$  визначає повноту розповсюдження ділянки напружених станів для бетонів різної міцності. Так при  $f_{ct} / f_c = 0,07$  маємо  $\sigma_2 / f_c = -0,035$ ; за  $f_{ct} / f_c = 0,1$  –  $\sigma_2 / f_c = -0,049$ ; при  $f_{ct} / f_c = 0,13$  –  $\sigma_2 / f_c = -0,062$  (рис. 2.12).

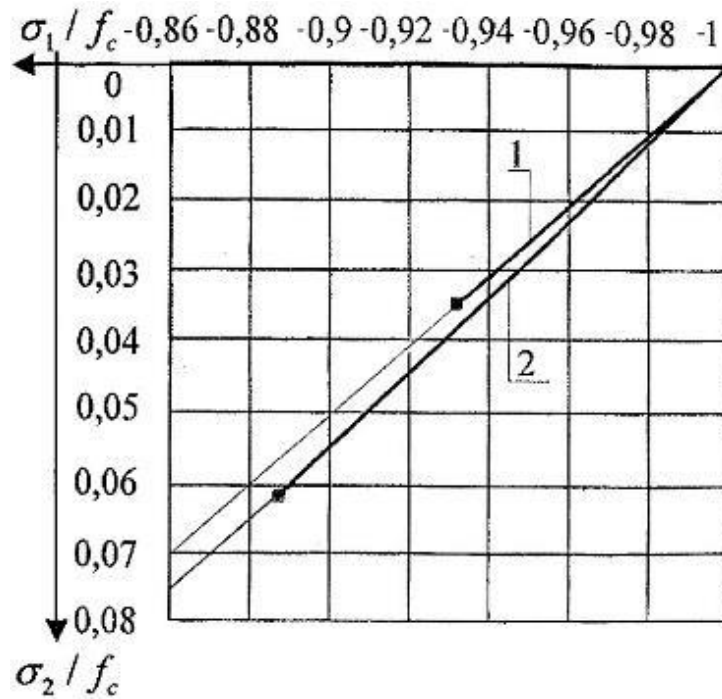


Рисунок 2.12 – Межа реалізації зрізової форми руйнування в області змішаних напружених станів: 1 – при  $f_{ct} / f_c = 0,07$ ; 2 –  $f_{ct} / f_c = 0,13$ ;  $\blacklozenge$  – ділянки напружених станів, де реалізується зрізова форма руйнування

## 2.5 Врахування впливу армування в залізобетонних елементах

Функціонал принципу віртуальних швидкостей для залізобетонних конструкцій має вигляд:

$$J = \int_{S_i} (W_c + W_s) dS - \int_{S_f} F_i v_i dS, \quad (2.68)$$

де  $W_c$  і  $W_s$  – відповідно потужність деформації бетону й арматури.

Кінематичний механізм руйнування реалізується шляхом переміщення одного жорсткого диска I на інший II, розділених поверхнею руйнування (рис. 2.13).

Гранична величина навантаження відповідає мінімуму потужності деформації з урахуванням армування. Вплив арматури враховується як дія зовнішньої сили або бокового рівномірно розподіленого обтиснення:

$$\sigma = \rho_w f_y, \quad (2.69)$$

де  $\rho_w$  – коефіцієнт армування.



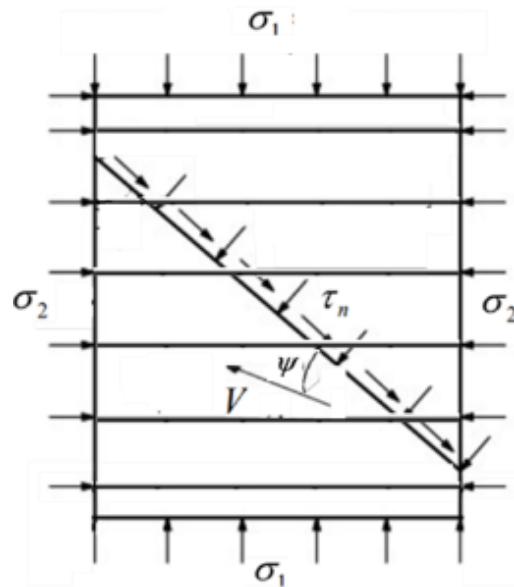


Рисунок 2.13 – Кінематична схема руйнування залізобетонного елемента

В якості прикладу наведена кінематично можлива схема руйнування ділянок біля опор серійних тришарнірних рам (рис. 2.14), котра розглянута в розділі 3 (п. 3.2.2), і відповідає випадку руйнування клину.

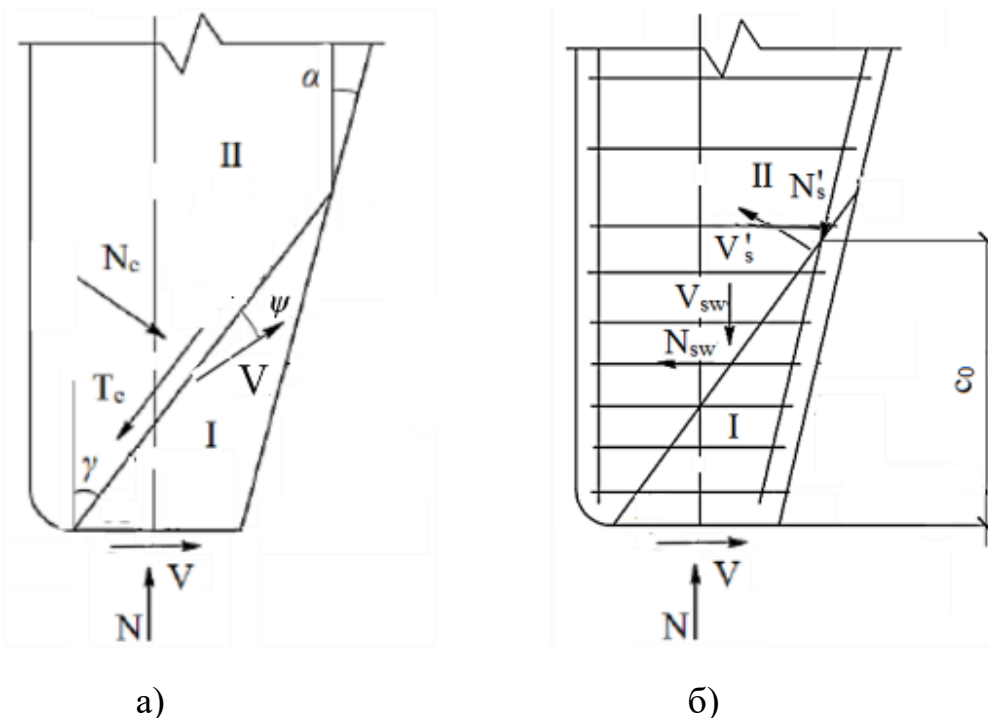


Рисунок 2.14 – Кінематично можлива схема руйнування клиноподібної ділянки біля опори (а) та схема армування і зусиль в арматурі (б):

нормальні та дотичні зусилля в бетоні  $N_c$  і  $T_c$ ; поздовжні  $N_s$  і  $N_{sw}$  та

поперечні  $V'_s$  і  $V'_{sw}$  зусилля в арматурі

Опір бетону опорної ділянки визначається потужністю деформації за залежністю (3.15).

Вплив поперечного армування враховується через потужність  $W_s$ , до складу якої входить компонента:  $N_{sw} = f_{ywd} A_{sw}$  або  $\sigma = \frac{f_{ywd} A_{sw}}{st}$ , де  $N_{sw}$  – зусилля в поперечній арматурі,  $f_{ywd}$  – розрахунковий опір поперечної арматури;  $A_{sw}$  – площа поперечного перерізу арматурного стержня;  $s$  – крок арматури на висоті  $c_0$  і  $t$  – товщина елемента.

Вплив поздовжньої арматури визначається складовою  $N'_s = f'_{yd} A'_s \cos \alpha$ , де  $f'_{yd}$  – розрахунковий опір стиснутої арматури,  $A'_s$  – площа її поперечного перерізу,  $\alpha$  – кут клину.

Нагельний ефект (зусилля  $V_{sw}$  і  $V'_s$  на рис. 2.14) в силу його незначного впливу на опір елемента (до 5 %) та суттєвого ускладнення розрахункових залежностей у разі його врахування, допускається не приймати до уваги.

Дія горизонтальної складової навантаження враховується через її відношення до вертикальної складової  $\tan \beta = V / N$ .

## 2.6 Висновки за розділом 2

1. Розв'язання задач опору бетонних та залізобетонних елементів можливо здійснювати на основі адаптованого до бетону математичного апарата теорії пластичності, приймаючи до уваги, що умова міцності у вигляді параболоїда обертаня, розміщена на відстані, що добігає до нуля від умови пластичності, за котрою реалізуються значні деформації текучості при зміні напружених станів без порушення умови міцності, вони кількісно не відрізняються одна від одної та відмінність між рівняннями теорій міцності та пластичності не враховується.

2. Використовується модель жорстко-пластичного тіла. Пластичні деформації вважаються локалізованими в тонких шарах на поверхні зрізу. Сусідні до поверхні руйнування області (диски) приймаються абсолютно жорсткими.

3. Для розв'язання задач опору при зрізі застосовується функціонал принципу віртуальних швидкостей  $J$ , який досліджується на стаціонарний стан за допомогою варіаційного рівняння  $\delta J = 0$ .

4. Розглядаються стрибки швидкостей як у дотичному, так і нормальному до поверхні руйнування напрямках, що обумовлено збільшенням об'єму бетону (дилатансією) в граничному стані на відміну від сталі, де мають місце стрибки тільки в дотичному напрямку.

5. Величина граничного навантаження відповідає мінімальній потужності пластичної деформації в тонкому шарі на поверхні зрізу.

6. Перевірка математичного апарату теорії пластичності з врахуванням властивостей бетону при розв'язанні задач опору навантажених у напрямку дії головних напружень зразків в умовах плоского напруженого стану та плоскої деформації із застосуванням розривних рішень засвідчує відповідність отриманих значень величинам напружень на прийнятій умові міцності.

7. Інтервал напружених станів, для котрих характерна реалізація зсуву як форми руйнування бетону, звужений порівняно із аналогічним інтервалом для пластичних матеріалів. Область реалізації зсувної форми руйнування бетону пропонується встановлювати із умови знаходження значень кута  $\psi$  дотичної до прийнятої умови міцності, який відповідає величині кута між поверхнею руйнування та напрямком переміщення розділених нею жорстких дисків, в межах  $-\arcsin 1/3 \leq \psi \leq \arcsin 1/3$  та рівнем дотичних напружень на поверхні зрізу  $\tau_n / \tau_{\max} \geq \sqrt{2/3}$ . Нижня межа руйнування бетону шляхом зсуву розташована в області змішаних напружених станів, а верхня – в зоні нерівномірного двовісного стиску. За змішаних станів, наближених до точки одновісного стиску, існує перехідна область, в якій зовні спостерігається як зріз, так і відрив при однакових значеннях напружень.

8. За результатами розв'язання задачі опору бетонного елемента при дії двостороннього місцевого стиснення в умовах плоского напруженого стану і відсутності області відриву за характерних для бетону відношеннях міцності на

розтяг до міцності на стиск складає: при  $f_{ct}/f_c = 0,15$  –  $\sigma_2 = -0,084$ ; за  $f_{ct}/f_c = 0,1$  –  $\sigma_2 = -0,054$ ; при  $f_{ct}/f_c = 0,05$  –  $\sigma_2 = -0,026$ .

9. Пропонується міру пластичності бетону визначати як відношення висоти стиснутої зони бетону на стадії руйнування до її висоти на пружній стадії роботи коротких бетонних елементів, що згинаються:  $\mu_{pl} = \xi_u / \xi_{el}$ . Міра пластичності дозволяє оцінити повноту інтервалу плоских напружених станів за дійсних площин ковзання, при яких реалізується зріз, і складає: при  $f_{ct}/f_c = 0,13$   $\mu_{pl} = 0,288$ ; за  $f_{ct}/f_c = 0,1$   $\mu_{pl} = 0,242$ ; при  $f_{ct}/f_c = 0,07$   $\mu_{pl} = 0,186$ .

10. При використанні міри пластичності, область зрізової форми руйнування бетону в зоні змішаних напружених станів обмежується напруженнями розтягу  $\sigma_2 = \mu_{pl} \left( f_{ct} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{f_c^2 - f_c f_{ct} + f_{ct}^2} - f_c \right)$ , котрі дорівнюють: при  $f_{ct}/f_c = 0,13$  –  $\sigma_2/f_c = -0,062$ ; за  $f_{ct}/f_c = 0,1$  –  $\sigma_2/f_c = -0,049$ ; при  $f_{ct}/f_c = 0,07$  –  $\sigma_2/f_c = -0,035$ .

11. У результаті аналізу наведених даних пропонується прийняти межу застосування теорії пластичності в умовах плоских змішаних напружених станів за  $f_{ct}/f_c = 0,15$  –  $\sigma_2/f_c = -0,075$ ;  $f_{ct}/f_c = 0,1$  –  $\sigma_2/f_c = -0,05$ ; при  $f_{ct}/f_c = 0,05$  –  $\sigma_2/f_c = -0,025$ , а напруження стиску  $\sigma_1$  визначати із рівняння  $\sigma_1/f_c = 1 - 0,9 f_{ct}/f_c$ .

12. Застосування теорії пластичності бетону на інтервалах напружених станів двовісного стиску обмежується областю нерівномірного стиснення.

13. Влив армування розглядається як обтиснення величиною  $\sigma = \rho_w f_y$ .

14. Для розв'язання задач опору бетонних та залізобетонних елементів перспективним є застосування розривних рішень з використанням принципу віртуальних швидкостей в теорії пластичності, що приводить до достатньо простих розрахункових залежностей.

15. Враховуючи наближені для бетону і кам'яної кладки значення відношення міцності при розтягу до міцності на стиск та деформаційні властивості зазначене вище може бути використано і для кам'яної кладки.

## РОЗДІЛ 3 ВИЗНАЧЕННЯ ОПОРУ БЕТОННИХ І КАМ'ЯНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ВАРІАЦІЙНИМ МЕТОДОМ. ВРАХУВАННЯ ВПЛИВУ АРМУВАННЯ

### 3.1 Бетонні елементи при центральному стиску

#### 3.1.1 Задачі опору плоского та масивного елементів з незмінним за висотою поперечним перерізом

##### *Плоский напружений стан*

Експериментально засвідчено, що руйнування бетонних призм при осьовому стиску характеризується як зрізом за цілим перерізом (випадок 1), так і утворенням тріщин, наближених до вертикалі (випадок 2). Однозначно не встановлено внаслідок яких напружень (стиску, розтягу, дотичних) відбувається руйнування бетону. Важливо відмітити, що в бетоні, як квазікрихкому матеріалі пружні властивості обумовлені наявністю твердої кристалічної складової цементного каменю, а пластичні (в'язкі) – гелевої [381]. Характер руйнування бетонних зразків обумовлений кількісним відношенням вказаних складових. Структура бетону неоднорідна, характеризується вмістом у його об'ємі цементного каменю, водоцементним відношенням, зерновим складом (кількістю крупного та мілкового заповнювачів), а також цілим рядом інших факторів та має багаточисленні пори і капіляри, в яких накопичується повітря, хімічно не зв'язана вода та її пари. Структура впливає на поведінку бетону під навантаженням, яка залежить від виду бетону, марки цементу, тонкості його помелу, вмісту та розмірів щебня.

У бетоні біля пор і порожнин та на контакті щебня з розчином у середній за висотою частині призми виникають напруження розтягу в перпендикулярному до дії навантаження напрямку, котрі урівноважуються напруженнями стиску в нижній та верхній областях. Унаслідок частого та хаотичного розташування пор відбувається накладання напружень розтягу, їх концентрація приводить до утворення мікротріщин, які при збільшенні навантаження спричиняють порушення бетону в поперечному напрямку.

Утворення та розвиток мікротріщин (нижня границя тріщиноутворення) має місце при рівні навантаження  $0,4 - 0,55$  від призмової міцності залежно від виду бетону й обумовлює появу пластичної деформації. При збільшенні навантаження відбувається інтенсивне зростання мікротріщин. Верхній границі області утворення тріщин відповідають напруження  $(0,75 - 1) f_c$  [82]. На характер руйнування впливає рівень напружень в області тріщиноутворення. Для бетонів з пониженим вмістом щебня область мікроруйнування відноситься до більших рівнів напруження.

Таким чином, при переважанні гелевої складової відбувається руйнування шляхом зрізу, а при переважанні кристалічного зростку має місце порушення структури в зоні розтягу, що вказує на наявність перехідної зони напружених станів на умові міцності біля точки одновісного стиску.

Рівень напружень в області тріщиноутворення впливає на картину порушення цілісності бетону, але не визначає абсолютну міцність бетонної призми, тому що утворення та розвиток тріщин відбувається на стадіях, які передують руйнуванню. Тобто при макропорушенні цілісності в зоні розтягу та без нього величина призмової міцності не змінюється.

Вказане підтверджується тим, що зрізова форма руйнування спостерігалася і при випробуванні зразків з високоміцного бетону, пластичні властивості котрого знижені порівняно з бетонами середньої та низької міцності.

Вказане обґрунтовується результатами розв'язання задачі міцності бетонної призми варіаційним методом, на основі якого визначені нормальні напруження стиску та дотичні напруження на поверхні зрізу.

Визначення міцності при зрізі за однією площиною (випадок 1, рис. 3.1, а) є частинним випадком задачі міцності бетонної пластинки при дії головних напружень у двох ортогональних напрямках, яка розглянута в розділі 2 для перевірки математичного апарата теорії пластичності.

Пластична деформація локалізується у тонкому шарі на поверхні руйнування, сусідні до неї жорсткі диски *I* і *II* переміщуються один відносно одного [367, 371, 386].

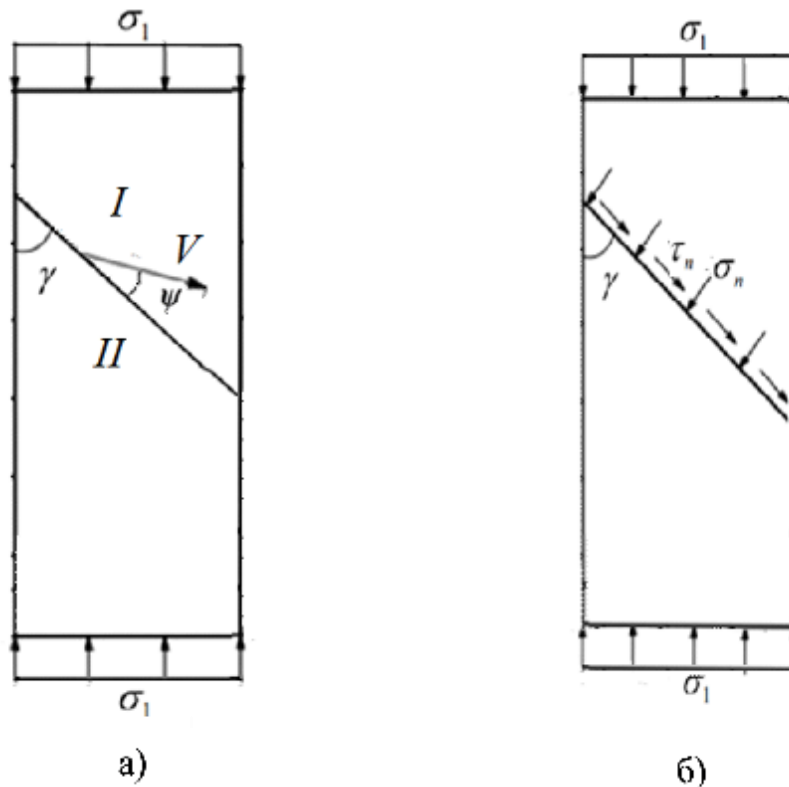


Рисунок 3.1 – До розрахунку міцності бетонної призми на осьовий стиск при зрізі в одній площині: а) кінематична схема; б) схема розподілу напружень у розрахунковому перерізі

Міцність призми визначають дотичні  $\tau_n$  і нормальні  $\sigma_n$  напруження на поверхні руйнування (рис. 3.1, б), відповідні прийнятій умові міцності (2.52) та головні нормальні напруження  $\sigma_1$ , котрі встановлюються за величиною кута  $\psi$  між напрямком швидкості руху жорсткого диску  $I$  та поверхнею руйнування, що варіюється та відповідає мінімуму потужності деформування [368, 376]. В найбільш зручній формі запису маємо:

$$\sigma_1 / f_c = \frac{2(\bar{d} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \psi} - \bar{m} \sin \psi)}{1 - \sin \psi}, \quad (3.1)$$

де  $\bar{d} = \sqrt{(1 - \chi + \chi^2) / 3}$  і  $\bar{m} = 1 - \chi$  – характеристики відносної міцності бетону.

Кут нахилу поверхні руйнування до напрямку  $\sigma_1$  дорівнює  $\gamma = \pi / 4 - \psi / 2$ .

Напруження  $\tau_n$  та  $\sigma_n$  визначаються із рівнянь:

$$\tau_n / f_c = \bar{d} / \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}, \quad (3.2)$$

$$\sigma_n / f_c = \bar{m} - 4\bar{d} \tan \psi / \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}. \quad (3.3)$$

При  $\chi = f_{ct} / f_c = 0,075$  маємо:  $\psi = 16,46^\circ$ ,  $\gamma = 36,77^\circ$ ,  $\tau_n / f_c = 0,48$ ,  $\sigma_n / f_c = 0,358$ . Для пластичних матеріалів за відношення міцності на розтяг до міцності на стиск  $\chi = 1$  при осьовому стиску значення параметрів дорівнюють:  $\psi = 19^\circ 28'$ ,  $\gamma = 54^\circ 44'$ , що підтверджуються даними, наведеними в [46] при куті  $\beta = \gamma$  на рис. 1.10.

Розглянемо задачу міцності бетонної призми за умови наявності тріщин у зоні розтягу в середній за висотою її частині (випадок 2).

У даному випадку руйнування рівень напружень у зоні розтягу на стадії, що передує граничній, випереджає рівень напружень у областях стиску. Це обумовлює наявність тріщин у середній за висотою частині та порушення цілісності бетону. Зони стиску стримують подальше зростання тріщин. При цьому призма продовжує сприймати навантаження. Руйнування відбувається за його збільшення при досягненні в областях стиску величини напружень, які відповідають напруженням на умові міцності та характеризується наявністю у верхній та нижній частинах призми зміщених за її висотою двох паралельних площин зрізу (рис. 3.2, а). Це обумовлено тим, що зріз характеризується направленою пластичною деформацією без наявних перешкод, а зона домінування розтягу та наявні тріщини перешкоджають реалізації зрізу в одній площині.

Крім того, на характер руйнування можуть впливати наявність сили тертя на торці призми, котрі стримують переміщення диску  $I$  в горизонтальному напрямку, але не перешкоджають вертикальному переміщенню клиноподібної зони (рис. 3.2, б) за рівномірного розподілу напружень (рис. 3.2, в).

Граничні значення напружень  $\sigma_1$ ,  $\tau_n$  та  $\sigma_n$  знаходяться відповідно за формулами (2.48), (2.50), (2.51).

Міцність бетонної призми при різних випадках руйнування однакова.



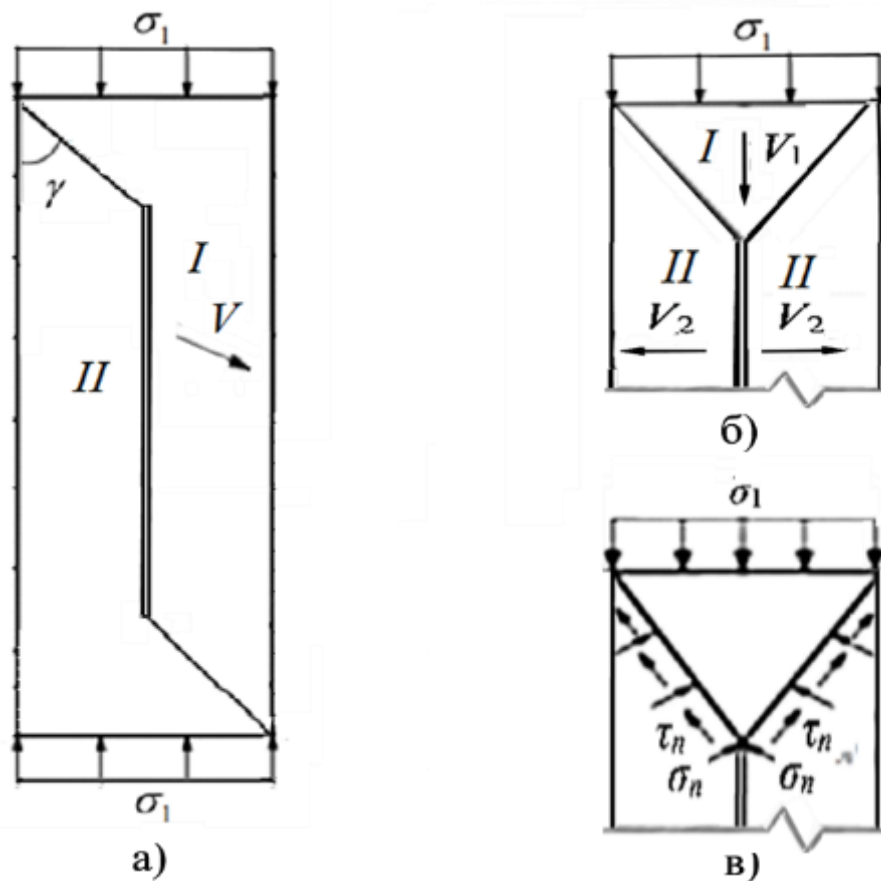


Рисунок 3.2 – Можливі кінематичні схеми руйнування бетонної призми за наявності вертикальної тріщини: при зміщенні площини зрізу за висотою (а); переміщенні клиноподібної зони та бокових частин із швидкостями  $V_1$  і  $V_2$  (б) за рівномірного розподілу напружень (в)

Таким чином, бетонні призми можуть руйнуватися як від зрізу в одній площини за цілим перерізом, так і за двома площинами в областях стиску за наявності в зонах розтягу макротріщин, що засвідчується в дослідках.

#### *Плоска деформація*

Для плоскої деформації при осьовому стиску кінематичні схеми та характер розподілу напружень на поверхні руйнування залишається незмінним порівняно з випадком плоского напруженого стану (див. рис. 3.1 і рис. 3.2).

Залежності для підрахування величин граничних напружень при застосуванні умови міцності бетону для плоскої деформації (2.39) в найбільш простій формі запису мають вигляд:

$$\frac{\sigma_1}{f_c} = \frac{2 \left( \frac{\bar{d}^2}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}}{4 \tan^2 \psi'} \right) \tan \psi'}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi'} - \tan \psi'}, \quad (3.4)$$

$$\frac{\sigma_1}{f_c} = \frac{2 \left[ \frac{\bar{d}^2}{\bar{m}} - \frac{\bar{m}}{4} \left( \frac{1}{\sin^2 \psi'} - 1 \right) \right] \sin \psi'}{1 - \sin \psi'}, \quad (3.5)$$

$$\frac{\sigma_3}{f_c} = \frac{\sigma_1 / f_c + \bar{m}}{2}, \quad (3.6)$$

$$\frac{\tau_n}{f_c} = \frac{\bar{m}}{2 \tan \psi'}, \quad (3.7)$$

$$\frac{\sigma_n}{f_c} = \frac{\bar{m}}{4} \left[ \frac{1}{\tan^2 \psi'} - \frac{1}{3} \left( \frac{\bar{n}}{\bar{m}} \right)^2 - 1 \right], \quad (3.8)$$

де  $\bar{n} = 1 + \chi$ .

При  $\chi = f_{ct} / f_c = 0,075$  маємо:  $\psi = 26,98^\circ$ ,  $\gamma = 31,51^\circ$ ,  $\tau_n / f_c = 0,909$ ,  
 $\sigma_n / f_c = 0,557$ ,  $\sigma_1 / f_c = 2,039$ ,  $\sigma_3 / f_c = 1,482$ .

### 3.1.2 Задача опору симетричного бетонного клину

#### *Плоский напряжений стан*

Для розв'язання задачі опору зрізаного бетонного клину в умовах плоского напруженого стану при осьовому стиску запропонована кінематична схема, наведена на рис. 3.3.

Граничному значенню опору симетричного бетонного клину відповідають напруження  $\sigma_1 = N / A_c$ , де  $N$  і  $A_c$  – відповідно вертикальна сила та площа зрізаної грані клину, котрі визначаються із рівняння:

$$\frac{\sigma_1}{f_c} = \frac{\tan(\gamma' + \psi') - \tan \gamma'}{\tan \gamma' - \tan \alpha} \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi'}}{\tan \psi'} - \bar{m} \right), \quad (3.9)$$

де кут клину  $\alpha$  задається, а варіюються кути  $\gamma$  і  $\psi$ .

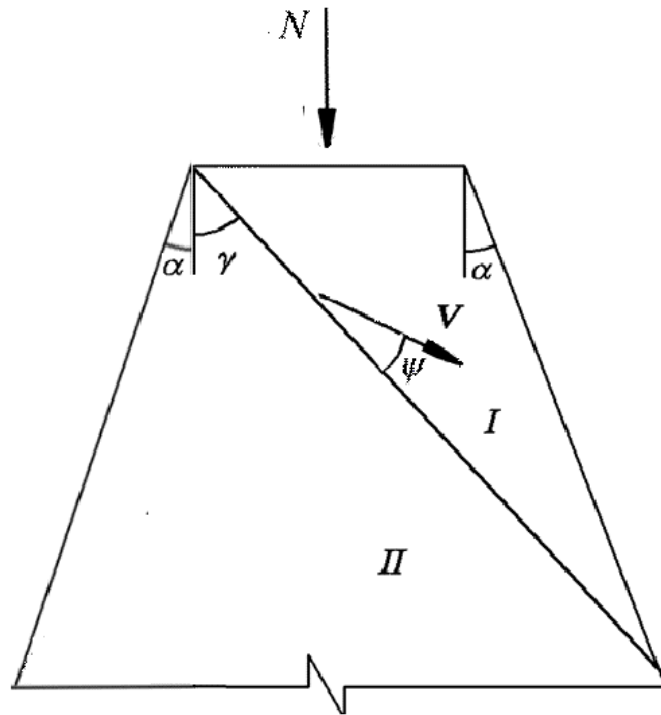


Рисунок 3.3 – Кінематична схема руйнування симетричного бетонного клину при дії центрального стиску

Результати розрахунку: при  $\chi = f_{ct} / f_c = 0,1$  і куті клину  $\alpha = 15^\circ$ :  
 $\sigma_1 / f_c = 1,4$ ,  $\psi = 8,14^\circ$ ,  $\gamma = 48,43^\circ$ ,  $\tau_n / f_c = 0,529$ ,  $\sigma_n / f_c = 0,597$ ; за  $\alpha = 25^\circ$ :  
 $\sigma_1 / f_c = 1,73$ ,  $\psi = 1,67^\circ$ ,  $\gamma = 56,67^\circ$ ,  $\tau_n / f_c = 0,55$ ,  $\sigma_n / f_c = 0,836$ .

#### *Плоска деформація*

Кінематична схема аналогічна наведеній на рис. 3.3.

Залежність для визначення величини граничного навантаження зрізаного симетричного клину має вигляд:

$$\frac{\sigma_1}{f_c} = \left[ \frac{\tan(\gamma' + \psi') - \tan \gamma'}{\tan \gamma' - \tan \alpha} \right] \left\{ \frac{\bar{d}^2}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}}{4} \left[ \frac{1 + \tan(\psi' + \gamma') \tan \gamma'}{\tan(\psi' + \gamma') - \tan \gamma'} \right]^2 \right\}. \quad (3.10)$$

Отримані такі результати: при  $\chi = f_{ct} / f_c = 0,1$  і куті клину  $\alpha = 10^\circ$ :  
 $\sigma_1 / f_c = 2,68$ ,  $\sigma_3 / f_c = 1,79$ ,  $\psi = 24,15^\circ$ ,  $\gamma = 37,92^\circ$ ,  $\tau_n / f_c = 1,004$ ,  $\sigma_n / f_c = 0,782$ ; за  
 $\alpha = 15^\circ$ :  $\sigma_1 / f_c = 3,11$ ,  $\sigma_3 / f_c = 2,01$ ,  $\psi = 22,83^\circ$ ,  $\gamma = 41,08^\circ$ ,  $\tau_n / f_c = 1,07$ ,  
 $\sigma_n / f_c = 0,932$ .

### 3.2 Бетонні елементи при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження

#### 3.2.1 Задача опору бетонних елементів, завантажених за торцями нормальною та дотичною силами

##### *Плоский напружений стан*

Для визначення опору бетонної пластинки, завантаженої за торцями нормальною  $N = \sigma A_c$  та дотичною  $T = \tau A_c$  силами, де  $A_c$  площа передачі навантаження, кінематична схема наведена на рис. 3.4, описана в [368].

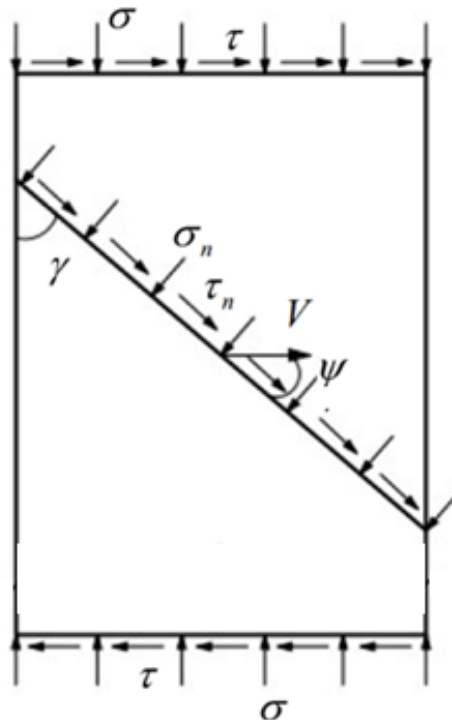


Рисунок 3.4 – Кінематична схема руйнування бетонної пластинки, завантаженої у торцях нормальною та дотичною силами

Залежність для визначення граничного значення зусилля  $N_c = N$  з врахуванням впливу дотичного зусилля  $T_c = T$  відповідає мінімуму потужності пластичної деформації та має вигляд:

$$\frac{N_c}{f_c A_c} = \frac{\sigma}{f_c} = \left( \frac{\tan(\gamma' + \psi')}{\tan \gamma'} - 1 \right) \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi'}}{\tan \psi'} - \bar{m} \right) \frac{1}{1 + \tan(\gamma' + \psi') \tan \beta}, \quad (3.11)$$

де  $\beta$  – кут нахилу рівнодійної сил  $N$  і  $T$  до вертикальної осі.

Зусилля  $T_c$  дорівнює:

$$T_c = N_c \tan \beta. \quad (3.12)$$

Нормальні  $\sigma_n$  та дотичні  $\tau_n$  напруження на поверхні зрізу визначаються за формулами (2.50) і (2.51).

Результати розрахунку надані в табличний формі (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Результати розрахунку опору бетонної пластинки при сумісній дії поверхневих сил  $\sigma$  та  $\tau$  при плоскому напруженому стані

Кут $\beta,^\circ$	Параметри-характеристики при $\chi = 0,1$					
	$\psi,^\circ$	$\gamma,^\circ$	$\sigma_n/f_c$	$\tau_n/f_c$	$\sigma/f_c$	$\tau/f_c$
10	19,59	40,2	0,261	0,449	0,792	0,14
20	23,38	43,31	0,179	0,417	0,621	0,226
30	26,96	46,52	0,115	0,386	0,481	0,278
40	30,39	49,80	0,062	0,357	0,364	0,305
45	32,08	51,46	0,039	0,343	0,312	0,312
50	33,75	53,10	0,018	0,33	0,265	0,316
60	35,3	54,70	0,001	0,318	0,183	0,318

#### Плоска деформація

Кінематично можлива схема руйнування елемента та розподіл зусиль на поверхні зрізу аналогічний, наведеному на рис. 3.4.

Граничне значення вертикального зусилля  $N_c$  із врахуванням впливу горизонтальної сили  $T$  визначається із рівняння:

$$\frac{N_c}{f_c A_c} = \frac{\sigma}{f_c} = \left[ \frac{\tan(\gamma' + \psi')}{\tan \gamma'} - 1 \right] \left\{ \frac{\bar{d}^2}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}}{4} \left[ \frac{1 + \tan(\psi' + \gamma') \tan \gamma'}{\tan(\psi' + \gamma') - \tan \gamma'} \right]^2 \right\} \frac{1}{1 + \tan(\gamma' + \psi') \tan \beta}. \quad (3.13)$$

Дотичні напруження на торцях елемента дорівнюють  $\tau = \sigma \tan \beta$ , нормальні  $\sigma_n$  та дотичні  $\tau_n$  на поверхні зрізу визначаються за формулами (2.45) і (2.46) та наведені в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Результати розрахунку опору бетонного елемента при сумісній дії поверхневих напружень  $\sigma$  та  $\tau$  в умовах плоскої деформації

Кут $\beta, ^\circ$	Параметри-характеристики при $\chi = 0,1$					
	$\psi, ^\circ$	$\gamma, ^\circ$	$\sigma_n/f_c$	$\tau_n/f_c$	$\sigma/f_c$	$\tau/f_c$
5	27,98	33,51	0,460	0,847	1,739	0,152
10	29,23	35,39	0,382	0,804	1,514	0,267
20	31,69	39,15	0,253	0,729	1,148	0,418
30	34,14	42,93	0,152	0,664	0,866	0,500
40	36,58	46,71	0,072	0,606	0,642	0,539
45	37,80	48,54	0,037	0,580	0,548	0,548
50	39,37	50,12	0	0,549	0,462	0,551

### 3.2.2 Задача опору зрізаного бетонного клину

#### *Плоский напружений стан*

Можливі кінематичні схеми руйнування зрізаного бетонного клину при дії вертикального та горизонтального навантаження на грань усічення представлені на рис. 3.5.

Реалізуються два випадки руйнування [387– 389]: при переміщенні диску  $I$  відносно диску  $II$  у напрямку від зрізаної грані клину до вертикальної грані має місце випадок 1, у напрямку до нахиленої грані – випадок 2.

У випадку 1 на опір клину не впливає кут  $\alpha$ , який у випадку 2 є одним із визначальних факторів. Розподіл дотичних та нормальних напружень на поверхні руйнування приймається рівномірним.

При дії на зрізану грань вертикальної  $N$  та горизонтальної  $T$  сили величина граничного вертикального зусилля  $N_c$ , котре сприймається бетонним клином і дорівнює  $N$ , у випадку 1 визначається із рівняння:

$$\frac{N_c}{f_c A_c} = \frac{\sigma}{f_c} = \left( \frac{\tan(\gamma' + \psi')}{\tan \gamma'} - 1 \right) \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi'}}{\tan \psi'} - \bar{m} \right) \frac{1}{1 - \tan(\gamma' + \psi') \tan \beta}, \quad (3.14)$$

де  $A_c$  – площа зрізаної грані клину.

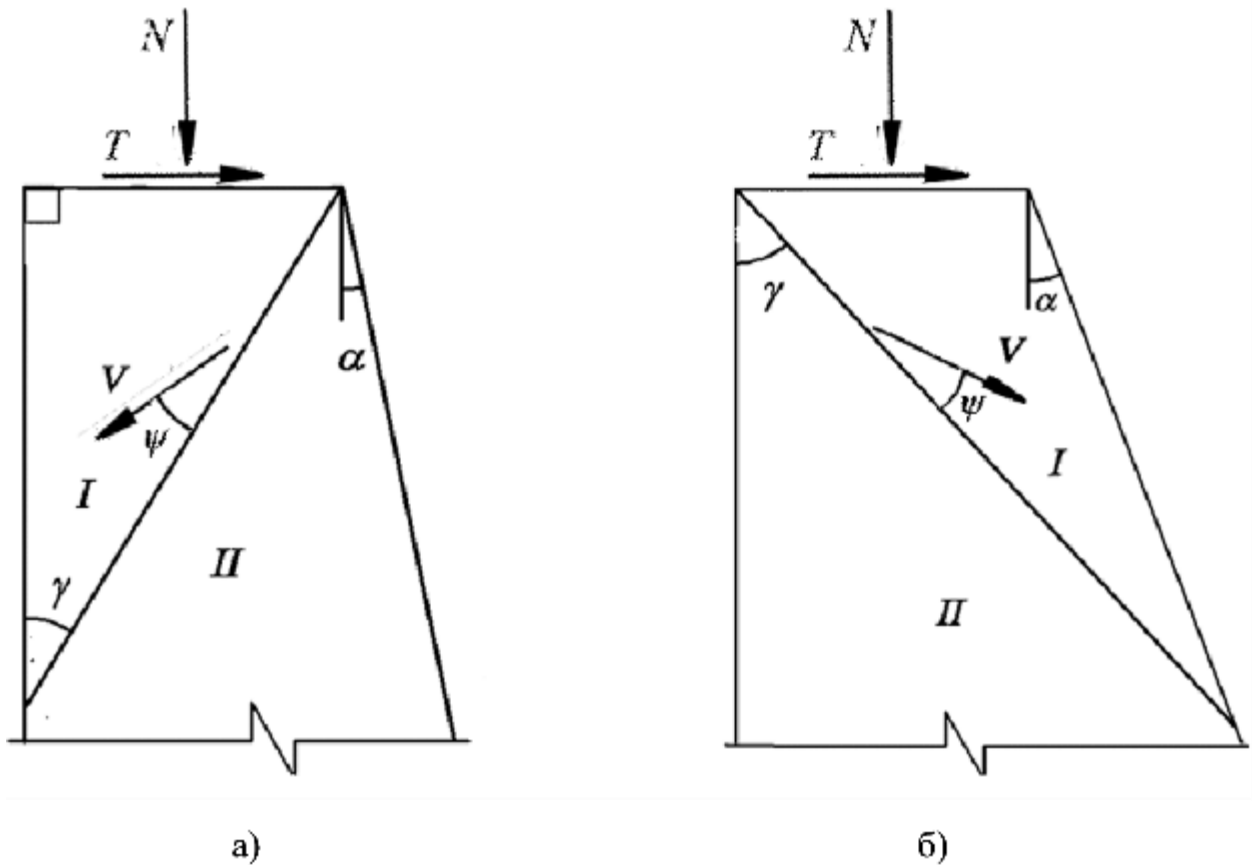


Рисунок 3.5 – Кінематичні схеми руйнування бетонного клину при дії вертикального та горизонтального навантаження: а) випадок 1; б) – випадок 2

Залежність для визначення граничного значення вертикального зусилля  $N_c$  з врахуванням впливу сили  $T$  у випадку 2 має вигляд:

$$\frac{N_c}{f_c A_c} = \frac{\sigma}{f_c} = \frac{\tan(\gamma' + \psi') - \tan \gamma'}{\tan \gamma' - \tan \alpha} \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi'}}{\tan \psi'} - \bar{m} \right) \frac{1}{1 + \tan(\gamma' + \psi') \tan \beta}. \quad (3.15)$$

Із можливих випадків реалізується той, за якого значення опору клину мінімальне.

Отримані результати величини опору при бетонного клину, наведені в таблиці 3.3.

Таблиця 3.3 – Результати розрахунку опору бетонного клину при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження

Кут $\beta,^\circ$	Параметри-характеристики при $\chi = 0,1$					
	$\psi,^\circ$	$\gamma,^\circ$	$\sigma_n/f_c$	$\tau_n/f_c$	$\sigma/f_c$	$\tau/f_c$
Випадок 1						
5	13,22	35,89	0,432	0,499	1,121	0,098
10	10,78	34,60	0,508	0,515	1,253	0,221
15	8,14	33,43	0,597	0,530	1,399	0,375
20	5,16	32,42	0,704	0,542	1,558	0,567
25	1,67	31,67	0,836	0,55	1,727	0,805
45	0	22,50	0,900	0,551	2,659	0
Випадок 2						
при $\alpha=5^\circ$						
5	15,47	42,27	0,367	0,482	0,992	0,087
10	17,58	43,71	0,310	0,465	0,877	0,155
при $\alpha=10^\circ$						
5	13,22	45,89	0,432	0,499	1,104	0,097
15	17,58	48,71	0,310	0,465	0,851	0,228
при $\alpha=15^\circ$						
5	10,80	49,60	0,507	0,515	1,225	0,107
15	15,47	52,27	0,367	0,482	0,933	0,250
25	19,59	55,20	0,261	0,449	0,704	0,328
45	26,95	61,52	0,115	0,386	0,379	0,379
при $\alpha=25^\circ$						
5	5,16	57,42	0,704	0,542	1,497	0,131
15	10,79	59,60	0,508	0,515	1,114	0,299
25	15,47	62,27	0,367	0,482	0,821	0,383



Закінчення табл. 3.3

45	22,48	67,53	0,198	0,423	0,424	0,424
при $\alpha=45^\circ$						
5	0	70,00	0,900	0,551	2,172	0,190
15	0	75,00	0,900	0,551	1,505	0,403
25	5,16	77,42	0,704	0,542	1,062	0,495
45	10,52	79,47	0,516	0,516	0,516	0,516

Встановлено зв'язок між поперечним  $V_c$  та стискальним  $N_c$  зусиллями залежно від кута клину. Результати розв'язання даної задачі використовуються при встановленні опору стиснутої клиноподібної бетонної зони над небезпечною похилою тріщиною та визначенні граничного значення поперечного зусилля, котре сприймає бетон у похилому перерізі на ділянках біля опор балкових залізобетонних елементів. Приклад розрахунку А.4 надано в додатку А.

#### *Плоска деформація*

Розглядаються два випадки можливого руйнування: з виходом поверхні руйнування на вертикальну грань клину (випадок 1) та нахилену грань (випадок 2).

При розв'язанні даної задачі використовуються кінематична схема та схема розподілу зусиль, які наведені на рис. 3.5.

Граничне значення вертикального зусилля, котре сприймає бетонний клин, навантажений за зрізаною граню нормальною стискальною силою  $N$  та дотичною силою  $T$ , за випадком 1 визначається із рівняння за умови мінімуму потужності пластичної деформації:

$$\frac{N_c}{f_c A_c} = \frac{\sigma}{f_c} = \left[ \frac{\tan(\gamma' + \psi')}{\tan \gamma'} - 1 \right] \left\{ \frac{\bar{d}^2}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}}{4} \left[ \frac{1 + \tan(\psi' + \gamma') \tan \gamma'}{\tan(\psi' + \gamma') - \tan \gamma'} \right]^2 \right\} \frac{1}{1 - \tan(\gamma' - \psi') \tan \beta}. \quad (3.16)$$

Величина зусилля  $N_c$  у випадку 2 визначається із рівняння:

$$\frac{N_c}{f_c A_c} = \frac{\tan(\gamma' + \psi') - \tan \gamma'}{\tan \gamma' - \tan \alpha} \left\{ \frac{\bar{d}^2}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}}{4} \left[ \frac{1 + \tan(\psi' + \gamma') \tan \gamma'}{\tan(\psi' + \gamma') - \tan \gamma'} \right]^2 \right\} \frac{1}{1 + \tan(\gamma' - \psi') \tan \beta}. \quad (3.17)$$

Отримані значення кута  $\psi$  між вектором руху жорстких дисків відносно один одного та кута  $\gamma$  між поверхнею руйнування та напрямком стискальної сили, дотичних  $\tau_n$  та нормальних  $\sigma_n$  напружень на поверхні руйнування і напружень  $\tau$  і  $\sigma$  на завантажених торцях зрізаної грані бетонного клину наведені в таблиці 3.4.

Таблиця 3.4 – Результати розрахунку опору бетонного клину при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження

Кут $\beta, ^\circ$	Параметри-характеристики при $\chi = 0,1$					
	$\psi, ^\circ$	$\gamma, ^\circ$	$\sigma_n/f_c$	$\tau_n/f_c$	$\sigma/f_c$	$\tau/f_c$
Випадок 1						
5	25,45	29,78	0,657	0,946	2,310	0,202
10	24,15	27,92	0,782	1,004	2,675	0,472
15	22,84	26,08	0,932	1,069	3,114	0,834
20	21,50	24,25	1,113	1,142	3,649	1,328
25	20,14	22,43	1,336	1,227	4,308	2,009
45	14,43	15,29	3,068	1,751	9,471	9,471
Випадок 2						
при $\alpha = 10^\circ$						
5	25,34	39,83	0,653	0,939	2,225	0,197
10	26,60	41,70	0,548	0,887	1,925	0,339
15	27,85	43,58	0,458	0,841	1,648	0,442
при $\alpha = 15^\circ$						
5	24,15	42,92	0,782	1,004	2,614	0,229
15	26,72	46,64	0,551	0,894	1,867	0,501
25	29,23	50,39	0,332	0,804	1,346	0,628
45	34,13	57,94	0,153	0,664	0,683	0,683

Закінчення табл. 3.4

при $\alpha=25^\circ$						
5	21,50	49,25	1,113	1,142	3,506	0,307
15	24,15	52,92	0,782	1,004	2,378	0,637
25	26,72	56,64	0,551	0,894	1,644	0,767
45	31,69	64,16	0,253	0,729	0,783	0,783
при $\alpha=45^\circ$						
5	15,89	62,05	2,439	1,581	6,981	0,611
15	18,75	65,62	1,615	1,326	4,051	1,086
25	21,51	69,25	1,112	1,142	2,448	1,160
45	26,72	76,64	0,551	0,894	1,001	1,001

Із можливих випадків реалізується той, за якого значення опору клину мінімальне.

### 3.3 Бетонні елементи при місцевому стиску

#### 3.3.1 Задача вдавлювання прямокутного штампа у бетонну основу при руйнуванні тільки стиснутої зони

##### *Плоский напружений стан*

При розв'язанні даної задачі методом характеристичних ліній розглядаються такі області: жорстка трикутна під штампом, що вдавлюється в бетонну основу, жорсткі трикутноподібні, розташовані біля вільної від навантаження поверхні основи, котрі примикають до навантаженої ділянки з обох боків і в яких реалізується простий напружений стан одновісного стиску в горизонтальній площині, та розміщені між ними області особливого змінного напруженого стану, деформований стан в яких дозволяє переміщуватися області I вниз та в сторони. В області під штампом, напружений стан якої визначається в даній задачі, реалізується двовісне стиснення. Области одновісного стиску та змінного напруженого стану, розташовані з боків області 2, підвищують її опір.

При застосуванні варіаційного методу вплив на величину граничного навантаження цих областей враховується шляхом бокового обтиснення, котре в умовах плоского напруженого стану дорівнює  $\sigma / f_c = 1$ .

Механізм руйнування бетонної основи при вдавлюванні прямокутного штампа наступний: при величині навантаження, котре добігає до граничного значення, біля бокових граней області 1 в тонкому шарі області 2 реалізується деформований стан, який дозволяє переміщення області під штампом; область 1 переміщується вниз та вліво або вправо, залежно від того, в якій із областей 2 пластичні властивості бетону проявляться в більшій мірі, що обумовлено неоднорідністю структури бетону; за досягнення жорсткого бетону, який є перешкодою початковому руху області 1, вона змінює напрямок і переміщується вниз та інший бік (рис. 3.6).

Такий рух здійснюється до моменту впирання вершини клину в жорстку основу.

Нормальні  $\sigma_n$  та дотичні  $\tau_n$  напруження на поверхнях зрізу за боковими гранями клиноподібної зони I розподіляються рівномірно.

Залежності для визначення граничного значення тиску на бетонну основу  $q = \sigma_1$  мають вигляд:

- при варіюванні кута  $\psi$ :

$$\frac{q}{f_c} = \frac{\sigma_1}{f_c} = \frac{2 \left[ \bar{d} \sqrt{3 \sin^2 \psi' + 1} - \bar{m} \sin \psi' \right] + (1 + \sin \psi') \sigma_2 / f_c}{1 - \sin \psi'}, \quad (3.18)$$

або

$$\frac{q}{f_c} = \frac{\sigma_1}{f_c} = \frac{2 \left[ \bar{d} \sqrt{4 \tan^2 \psi' + 1} - \bar{m} \tan \psi' \right] + \left( \sqrt{1 + \tan^2 \psi'} + \tan \psi' \right) \sigma_2 / f_c}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi'} - \tan \psi'}; \quad (3.19)$$

- в зальному вигляді при варіюванні кутів  $\psi$  та  $\gamma$ :

$$\frac{q}{f_c} = \frac{\sigma_1}{f_c} = \left[ \frac{\tan(\gamma' + \psi')}{\tan \gamma'} - 1 \right] \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi'}}{\tan \psi'} - \bar{m} \right) + \frac{\tan(\gamma' + \psi')}{\tan \gamma'} \frac{\sigma_2}{f_c}. \quad (3.20)$$

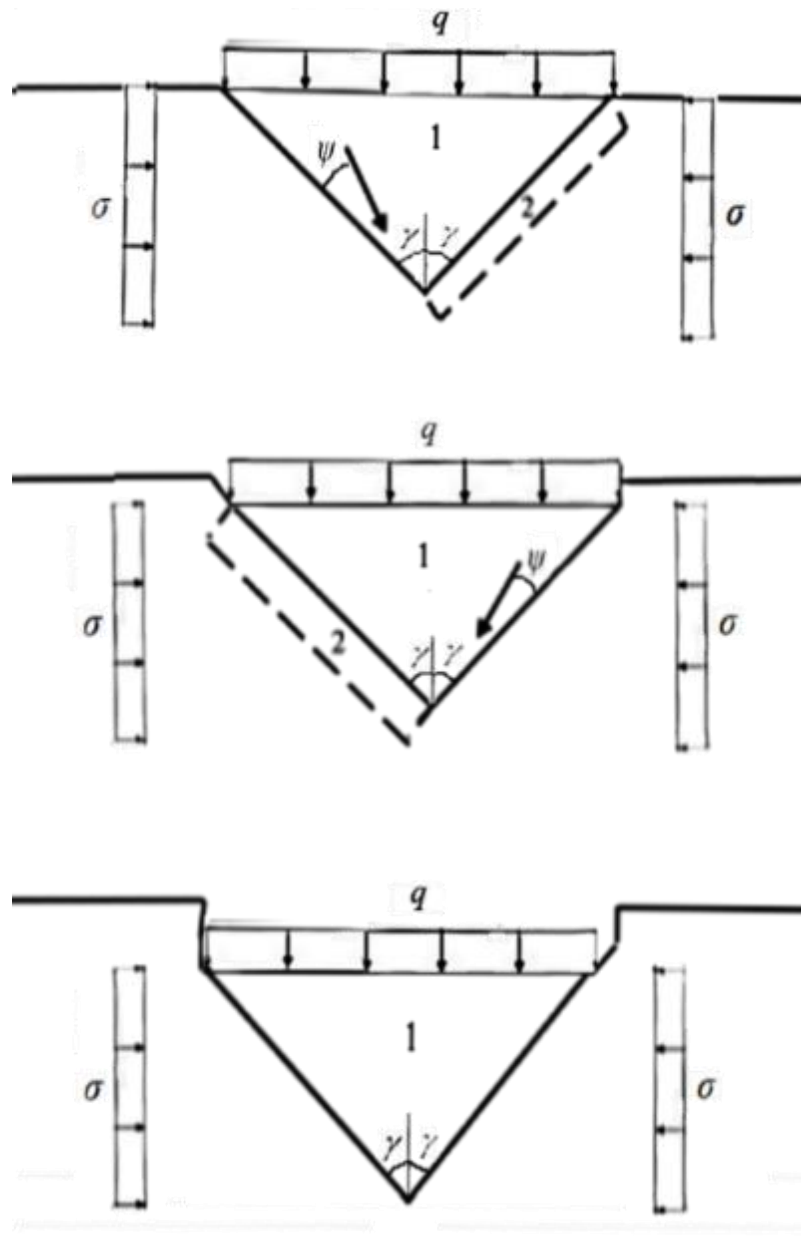


Рисунок 3.6 – Механізм руйнування бетонної основи при вдавлюванні прямокутного штампa

Із рівняння (3.20) отримані наступні результати: при  $\chi = 0,15$   
 $q/f_c = \sigma_1/f_c = 1,85$ ,  $\sigma_2/f_c = 1$ ,  $\psi_1 = 26,81^\circ$ ,  $\gamma = 58,40^\circ$ ,  $\tau_n/f_c = 0,379$ ,  
 $\sigma_n/f_c = 1,617$ ;  $\chi = 0,1$   $q/f_c = \sigma_1/f_c = 1,9$ ,  $\sigma_2/f_c = 1$ ,  $\psi_1 = 24,04^\circ$ ,  $\gamma = 57,02^\circ$ ,  
 $\tau_n/f_c = 0,411$ ,  $\sigma_n/f_c = 1,633$ ; за  $\chi = 0,05$   $q/f_c = \sigma_1/f_c = 1,95$ ,  $\sigma_2/f_c = 1$ ,  
 $\psi_1 = 21,62^\circ$ ,  $\gamma = 55,81^\circ$ ,  $\tau_n/f_c = 0,442$ ,  $\sigma_n/f_c = 1,65$ .

Порівняння отриманих результатів з одержаними методом характеристичних ліній [16] при  $\chi = 0,13$   $q / f_{cc} = 1,87$ ,  $\gamma = 57,82^\circ$  засвідчує їх тотожність. При цьому наведений вище розв'язок даної задачі варіаційним методом суттєво спрощений.

Аналіз представлених даних дозволив запропонувати для визначення граничного значення тиску на бетонну основу просту залежність [390 – 392]:

$$q = 2f_c - f_{ct}. \quad (3.21)$$

### *Плоска деформація*

Для перевірки результатів рішення задачі вдавлювання прямокутного штампа в бетонну основу в умовах плоскої деформації методом характеристичних ліній [16] дана задача розв'язана варіаційним методом у теорії пластичності [390].

Кінематична схема руйнування бетонної основи при вдавлюванні штампа наведена на рис. 3.5. Прийнято рівномірний розподіл нормальних та дотичних напружень на поверхні зсуву.

Розташування областей напруженого стану бетонної основи при дії прямокутного штампа прийнято аналогічне опису, наведеному для плоского напруженого стану.

Величина граничного навантаження  $q$  визначається за однією із наданих нижче формул:

$$\frac{q}{f_c} = \frac{\sigma_1}{f_c} = \frac{\left( \frac{\bar{d}^2}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}}{4 \tan^2 \psi'} \right) \tan \psi' + \frac{\sigma_2}{f_c} \left( \sqrt{1 + \tan^2 \psi'} + \tan \psi' \right)}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi'} - \tan \psi'}, \quad (3.22)$$

або

$$\frac{q}{f_c} = \frac{\sigma_1}{f_c} = \left[ \frac{\tan(\gamma' + \psi')}{\tan \gamma'} - 1 \right] \left\{ \frac{\bar{d}^2}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}}{4} \left[ \frac{1 + \tan(\psi' + \gamma') \tan \gamma'}{\tan(\psi' + \gamma') - \tan \gamma'} \right]^2 \right\} + \frac{\tan(\psi' + \gamma') \sigma_2}{\tan \gamma' f_c}. \quad (3.23)$$

При перевірці варіаційним методом результатів розв'язання задачі методом характеристик за  $\chi = f_{ct} / f_c = 0,13$  і відомого значення  $\sigma_2 / f_c = 4,22$ , при варіюванні кутів  $\psi$  і  $\gamma$  у формулі (3.23) в області двовісного стиску під штампом

отримані результати  $\psi = 10,33^\circ$ ,  $\sigma_1 / f_c = 9,073$ ,  $\sigma_3 / f_c = 7,082$ ,  $\gamma = 39,84^\circ$  аналогічні наведеним у [16].

Значення параметра, за яким визначаються напруження методом характеристик встановлюються із рівняння  $\bar{t} = 0,5\bar{m} / \sin \psi = 0,5(1 - \chi) / \sin \psi$  та дорівнює  $\bar{t} = 2,42$ , що відповідає [16].

За  $\chi = 0,05$  і невідомим напруженням  $\sigma_2$  визначаємо  $\psi$  із рівняння:  $1 / \operatorname{tg} \psi_0 + \psi_0 + \pi - 1 / \operatorname{tg} \psi - \psi = 0$ , де  $\psi_0$  – кут між вектором швидкості та поверхнею руйнування при осьовому стиску. За величиною  $\psi$  із рівняння (3.24) визначаємо  $\sigma_1 / f_c$  варіюючи  $\sigma_2 / f_c$  при застосуванні обмеження  $\sigma_1 / f_c - \sigma_2 / f_c - 2\bar{t} = 0$ .

Отримані результати:  $\bar{t} = 2,6f_c$ , параметри у зоні одновісного стиску:  $\gamma_0 = 31,81^\circ$ ,  $\psi_0 = 26,39^\circ$ ; в області двовісного стиску під штампом  $\sigma_1 = 9,619f_c$ ,  $\sigma_2 = 4,419f_c$ ,  $\sigma_3 = 7,494f_c$ ,  $\psi = 10,54^\circ$ ,  $\gamma = 39,73^\circ$ ,  $\tau_n / f_c = 2,553$ ,  $\sigma_n / f_c = 6,526$ .

Для визначення граничного навантаження та головних напружень при дії на бетонну основу прямокутного штампа в умовах плоскої деформації пропонуються залежності [390]:

$$q = 10f_c - 8f_{ct}, \quad (3.24)$$

$$\sigma_2 = 4,7f_c - 4f_{ct}. \quad (3.25)$$

### 3.3.2 Задача опору бетонної основи при односторонньому місцевому стиску

#### *Плоский напружений стан*

Розглядається вдавлювання прямокутного штампа в бетонну основу при її руйнуванні в зонах стиску та розтягу [368, 376, 391, 392].

Кінематична схема та розподіл напружень наведені на рис. 3.7. У трикутній стиснутій зоні має місце зріз за боковими гранями клину, а в зоні розтягу реалізується відрив у горизонтальному напрямку.

Руйнування відбувається при досягненні дотичними  $\tau_n$  та нормальними  $\sigma_n$  напруженнями в зоні стиску значень, відповідних напруженням на умові міцності бетону при плоскому напруженому стані, а в зоні розтягу – міцності бетону при осьовому розтягу.

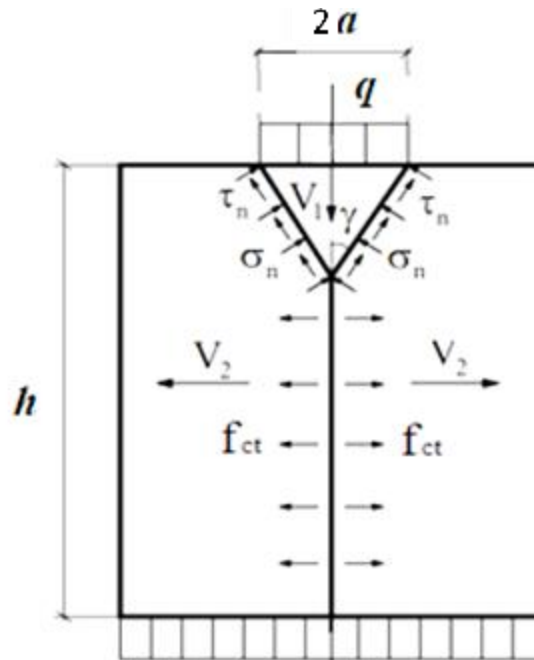


Рисунок 3.7 – Кінематична схема руйнування бетонної основи при односторонньому вдавлюванні прямокутного штампу з розколюванням

При цьому жорстка стиснута зона переміщується вертикально вниз і руйнування бетонної основи супроводжується розколюванням.

Граничне значення навантаження  $q$  на бетонну основу при місцевому стисненні визначається за формулою:

$$\frac{q}{f_c} = \frac{\sigma_1}{f_c} = \left[ \frac{\tan(\gamma + \psi)}{\tan \gamma} - 1 \right] \left( \bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi / \tan \psi} - \bar{m} \right) + \tan(\gamma + \psi) \chi \left( \frac{h}{a} - \frac{1}{\tan \gamma} \right), \quad (3.26)$$

де  $h$  і  $a$  – відповідно висота бетонного елемента і половина ширини штампа, через який передається навантаження.

Дотичні та нормальні напруження на поверхні руйнування в стиснутій зоні визначаються з рівнянь (2.50), (2.51).



Отримані результати наведені в таблиці 3.5.

Таблиця 3.5 – Результати розрахунку опору бетонної основи при односторонньому місцевому стиску з руйнуванням її стиснутої та розтягнутої зон за  $\chi=0,1$

$h/2a$	$\sigma_1/f_c$	$\tau_n/f_c$	$\sigma_n/f_c$	$\gamma,^\circ$	$\psi,^\circ$	$h_{ct}/h$
4	1,606	0,535	0,639	28,95	6,96	0,774
6	1,864	0,550	0,862	28,79	0,99	0,848
6,32	1,900	0,551	0,900	28,84	0	0,856

Для  $\chi=0,1$  мінімум потужності пластичної деформації при варіюванні кутів  $\psi$  і  $\gamma$  за відношення  $\frac{h}{2a} = 6,32$  відповідає значенню  $q = \sigma_1 = 1,9f_c$ , що дорівнює величині навантаження при руйнуванні бетону тільки в стиснутій зоні.

Для бетонів з відношенням  $\chi = 0,15$  та  $\chi = 0,05$  межа між випадками руйнування тільки за стиснутою зоною й одночасно в зоні стиску та розтягу відповідно складає  $\frac{h}{2a} = 4,38$  і  $\frac{h}{2a} = 12,1$ .

Для встановлення межі між випадками руйнування пропонується залежність:

$$\frac{h}{2a} = \frac{1}{3} + \frac{0,6}{\chi}. \quad (3.27)$$

### 3.3.3 Задача опору бетонного елемента при двосторонньому місцевому стиску

#### *Плоский напружений стан*

Кінематична схема бетонної пластинки при двосторонньому місцевому стиску та розподіл напружень за поверхнею зрізу наведені на рис. 3.8 і описані в [368].

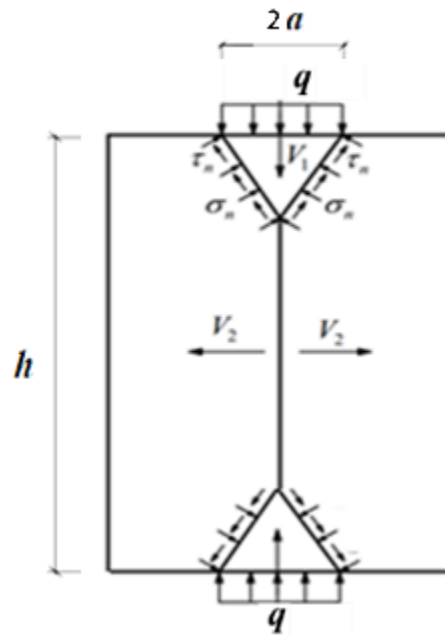


Рисунок 3.8 – Кінематична схема руйнування бетонної пластини при двосторонньому місцевому стиску

Граничне значення навантаження  $q$  на бетонну пластину при місцевому двобічному стиску визначається за формулою:

$$\frac{q}{f_c} = \frac{\sigma_1}{f_c} = \left[ \frac{\tan(\gamma + \psi)}{\tan \gamma} - 1 \right] \left( \bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi} / \tan \psi - \bar{m} \right) + \tan(\gamma + \psi) \chi \left( \frac{h}{2a} - \frac{1}{\tan \gamma} \right). \quad (3.28)$$

Результати розрахунку за  $\chi = 0,1$  наведені в таблиці 3.6.

Таблиця 3.6 – Результати розрахунку опору бетонної пластинки при двосторонньому місцевому стиску за руйнування стиснутої та розтягнутої зон

$h / 2a$	$\sigma_1 / f_c$	$\tau_n / f_c$	$\sigma_n / f_c$	$\gamma, ^\circ$	$\psi, ^\circ$	$h_{ct} / h$
4	1,274	0,495	0,418	30,04	13,69	0,568
6	1,451	0,519	0,529	29,36	10,13	0,704
8	1,606	0,535	0,639	28,96	6,96	0,774
10	1,742	0,546	0,749	28,77	3,97	0,818
12,65	1,900	0,551	0,900	28,84	0	0,856

### 3.4 Монолітна кам'яна кладка: сполучення характеристик міцності цегли та каменів правильної форми і розчину

Для вставлення межі області, за якої кам'яна кладка вважається монолітною, проведено аналіз її міцності при розтязі в перерізах, які проходять по цеглі або каменю та за вертикальними і горизонтальними розчинними швами з використанням наведених в нормах [84] даних.

Розрахункові значення опорів осьовому розтягу  $f_t$  кладки із цегли та каменів правильної форми при міцності цегли (каменю) в інтервалі  $f_b=3,5\dots 20$  МПа та міцності розчину  $f_m=2,5\dots 15$  МПа наведені в табличній формі (табл. 3.7 і 3.8). Результати аналізу дозволили встановити границю реалізації руйнування від осьового розтягу по цеглі чи каменю (випадок 1) та горизонтальними і вертикальними розчинними швами (випадок 2). Із вказаних випадків реалізується той, при якому міцність кладки на розтяг мінімальна.

Таблиця 3.7 – Розрахункові опори  $f_t$  (МПа) кладки із цегли та каменів правильної форми при розрахунку за перев'язаним перерізом, який проходить по цеглі чи каменю

Вид напруженого стану	при міцності цегли (каменю) $f_b$ , МПа					
	15	10	7,5	5	3,5	2,5
Розтяг при згині	0,3	0,25	0,2	0,16	0,12	0,1
Осьовий розтяг	0,2	0,17	0,13	0,1	0,08	0,06

Таблиця 3.8 – Розрахункові опори  $f_t$  (МПа) кладки із цегли і каменів правильної форми при розрахунку за перев'язаним перерізом, який проходить за вертикальними та горизонтальними швами

Вид напруженого стану	при міцності розчину $f_m$ , МПа					
	15	12,5	10	7,5	5	2,5
Розтяг при згині	0,4	0,37	0,34	0,3	0,25	0,16
Осьовий розтяг	0,2	0,19	0,18	0,17	0,16	0,11

Таким чином, за умови дотримання технології зведення та забезпечення достатнього зчеплення між цеглою (каменем) і розчином, кам'яна кладка вважається монолітною при:  $f_b=15$  МПа і  $f_m \geq 15$  МПа;  $f_b=10$  МПа і  $f_m \geq 7,5$  МПа;  $f_b=7,5$  МПа і  $f_m \geq 5$  МПа;  $f_b=5$  МПа,  $f_m \geq 2,5$  МПа.

Для підбору цегли чи каменів правильної форми та розчину для монолітної кладки при міцності цегли (каменів)  $10 \text{ МПа} < f_b \leq 15 \text{ МПа}$  пропонується приймати  $f_m = f_b$ , а при міцності цегли (каменів)  $5 \text{ МПа} \leq f_b \leq 10 \text{ МПа}$  визначати із залежності  $f_b - f_m \leq 2,5 \text{ МПа}$ .

### 3.5 Кам'яна кладка при центральному стиску

Для розв'язання задач міцності кам'яної кладки при центральному стиску в умовах плоского напруженого стану розглядається кам'яний стовп. На основі аналізу характеру руйнування кам'яної кладки [393, 394] приймаються кінематична схема та розподіл напружень на поверхні руйнування аналогічні, наведеним на рис. 3.2 при розв'язанні задачі призмової міцності бетону та його міцності в умовах плоскої деформації. Слід зазначити, що для кладки, як більш неоднорідного матеріалу ніж бетон, реалізується випадок 2 руйнування за наявності макротріщин у середній частині кладки.

Для монолітної кладки застосується умова міцності (2.7).

Результати розв'язання задачі міцності цегляної кладки та кладки із каменів правильної форми при центральному стиску, отримані за формулою (3.1) з використанням характеристик міцності  $f_d$  та  $f_t$  і надані в таблиці 3.9.

Таблиця 3.9 – Результати розрахунку міцності цегляної кладки та каменів правильної форми при центральному стиску в умовах плоского напруженого стану та плоскої деформації

$\psi, ^\circ$	$\gamma, ^\circ$	$\sigma_n/f_d$	$\tau_n/f_d$	$\sigma_v/f_d$
В умовах плоского напруженого стану				
при $f_b=15$ МПа, $f_m=15$ МПа, $f_d=2,4$ МПа, $f_t=0,2$ МПа				
16,13	36,94	0,361	0,480	1

Закінчення табл. 3.9

при $f_b=10$ МПа, $f_m=7,5$ МПа, $f_d=1,7$ МПа, $f_i=0,17$ МПа; при $f_b=7,5$ МПа і $f_m=5$ МПа: $f_d=1,3$ МПа, $f_i=0,13$ МПа				
15,47	37,27	0,367	0,482	1
при $f_b=5$ МПа, $f_m=2,5$ МПа, $f_d=0,9$ МПа, $f_i=0,1$ МПа				
15,03	37,49	0,370	0,483	1
В умовах плоскої деформації				
при $f_b=15$ МПа, $f_m=15$ МПа, $f_d=2,4$ МПа, $f_i=0,2$ МПа				
26,90	31,55	0,555	0,903	2,026
при $f_b=10$ МПа, $f_m=7,5$ МПа, $f_d=1,7$ МПа, $f_i=0,17$ МПа; при $f_b=7,5$ МПа і $f_m=5$ МПа: $f_d=1,3$ МПа, $f_i=0,13$ МПа				
26,72	31,64	0,551	0,894	2,002
при $f_b=5$ МПа, $f_m=2,5$ МПа, $f_d=0,9$ МПа, $f_i=0,1$ МПа				
26,60	31,70	0,548	0,887	1,985

Задача опору симетричного цегляного клину зі зміщенням порядово на  $\frac{1}{4}$  цеглини (кут клину  $\beta=32^\circ$ ) розв'язується з використанням наведеної на рис. 3.3 кінематичної схеми, формули (3.3) та значень характеристик  $f_d$  та  $f_i$ .

Результати розв'язку надані в таблиці 3.10.

Таблиця 3.10 – Результати розрахунку опору симетричного цегляного клину при центральному стиску в умовах плоского напруженого стану та плоскої деформації при куті клину  $\beta=32^\circ$

$\psi,^\circ$	$\gamma,^\circ$	$\sigma_n/f_d$	$\tau_n/f_d$	$\sigma_v/f_d$
В умовах плоского напруженого стану				
при $f_b=15$ МПа, $f_m=15$ МПа, $f_d=2,4$ МПа, $f_i=0,2$ МПа				
0	58,82	0,917	0,555	1,833

Закінчення табл. 3.10

при $f_b=10$ МПа, $f_m=7,5$ МПа, $f_d=1,7$ МПа, $f_t=0,17$ МПа; при $f_b=7,5$ МПа і $f_m=5$ МПа: $f_d=1,3$ МПа, $f_t=0,13$ МПа				
0	58,53	0,900	0,551	1,800
при $f_b=5$ МПа, $f_m=2,5$ МПа, $f_d=0,9$ МПа, $f_t=0,1$ МПа				
0	58,34	0,889	0,548	1,778
В умовах плоскої деформації				
при $f_b=15$ МПа, $f_m=15$ МПа, $f_d=2,4$ МПа, $f_t=0,2$ МПа				
18,26	51,87	1,770	1,389	5,614
при $f_b=10$ МПа, $f_m=7,5$ МПа, $f_d=1,7$ МПа, $f_t=0,17$ МПа; при $f_b=7,5$ МПа і $f_m=5$ МПа: $f_d=1,3$ МПа, $f_t=0,13$ МПа				
18,19	51,91	1,747	1,369	5,529
при $f_b=5$ МПа, $f_m=2,5$ МПа, $f_d=0,9$ МПа, $f_t=0,1$ МПа				
18,14	51,03	1,732	1,356	5,472

### 3.6 Кам'яна кладка при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження

Кінематичні схеми руйнування кам'яних елементів при дії горизонтального  $T$  та вертикального  $N$  навантаження, розроблені на основі аналізу поведінки кам'яної кладки на стадії руйнування [395, 396] та розрахункові залежності для визначення граничних величин навантаження наведені в п. 3.2 за використання значень характеристик міцності кладки на стиск  $f_d$  і розтяг  $f_t$ .

Отримані значення граничних напружень у цегляній кладці за різних відношень  $T/N$  наведені в табл. 3.11.

Вплив дії горизонтальної сили враховано введенням кута  $\beta$  ( $\tan \beta = T / N = \tau / \sigma$ ).

Таблиця 3.11 – Значення напруження  $\sigma = N / A_m$  при дії вертикальної та горизонтальної сили

Міцність цегли (каменю), $f_b$ , МПа	Міцність розчину, $f_m$ , МПа	Опір кладки на стиск, $f_d$ , МПа	Напруження $\sigma = N / bt$ у цегляній кладці простінка (МПа) при відношенні $T/N$				
			0,2	0,4	0,6	0,8	1
15	15	2,4	1,836	1,416	1,114	1,128	0,898
10	7,5	1,7	1,306	1,010	0,796	0,643	0,530
7,5	5	1,3	0,998	0,772	0,608	0,491	0,406
5	2,5	0,9	0,692	0,536	0,424	0,343	0,284

Результати розрахунку граничних величин напружень та значення параметрів варіювання, які відповідають мінімальній потужності пластичної деформації, для цегляної кладки та кладки із каменів правильної форми при плоскому напруженому стані та плоскій деформації визначені за формулами (3.11) – (3.13) з використанням характеристик  $f_d$  і  $f_t$  наведені в таблиці 3.12.

Таблиця 3.12 – Результати розрахунку опору кам'яної кладки при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження\*

Кут $\beta, ^\circ$	$\psi, ^\circ$	$\gamma, ^\circ$	$\sigma_n/f_d$	$\tau_n/f_d$	$\sigma/f_d$	$\tau/f_d$
В умовах плоского напруженого стану						
при $f_b=15$ МПа, $f_m=15$ МПа, $f_d=2,4$ МПа, $f_t=0,2$ МПа						
15	22,33	41,33	0,212	0,428	0,700	0,187
25	26,10	44,45	0,140	0,396	0,544	0,254
при $f_b=10$ МПа, $f_m=7,5$ МПа, $f_d=1,7$ МПа, $f_t=0,17$ МПа; при $f_b=7,5$ МПа і $f_m=5$ МПа: $f_d=1,3$ МПа, $f_t=0,13$ МПа						
25	25,19	44,91	0,145	0,401	0,548	0,255
при $f_b=5$ МПа, $f_m=2,5$ МПа, $f_d=0,9$ МПа, $f_t=0,1$ МПа						
15	20,99	42,01	0,222	0,435	0,704	0,189
25	24,59	45,20	0,149	0,404	0,550	0,257

В умовах плоскої деформації						
при $f_b=15$ МПа, $f_m=15$ МПа, $f_d=2,4$ МПа, $f_i=0,2$ МПа						
15	30,70	37,15	0,314	0,772	1,333	0,357
25	33,19	40,90	0,199	0,701	1,008	0,470
при $f_b=10$ МПа, $f_m=7,5$ МПа, $f_d=1,7$ МПа, $f_i=0,17$ МПа; при $f_b=7,5$ МПа і $f_m=5$ МПа: $f_d=1,3$ МПа, $f_i=0,13$ МПа						
25	32,92	41,04	0,200	0,695	0,998	0,466
при $f_b=5$ МПа, $f_m=2,5$ МПа, $f_d=0,9$ МПа, $f_i=0,1$ МПа						
15	30,30	37,35	0,313	0,761	1,309	0,351
25	32,73	41,14	0,201	0,692	0,992	0,462

\* – приклад розрахунку А.5 наведено в додатку А

### 3.7 Кам'яна кладка при місцевому стиску

При односторонньому місцевому стисненні використовуються кінематична схема руйнування та розрахункові залежності для визначення граничної величини опору, наведені в п. 3.3.2 з використанням відповідних монолітній кладці характеристик міцності, небезпечний переріз якої проходить по цеглі (каменю). Результати розрахунку надані в таблиці 3.13.

Таблиця 3.13 – Результати розрахунку опору цегляної (із каменів привільної форми) основи при односторонньому місцевому стиску в умовах плоского напруженого стану й одночасного руйнування у стиснутій та розтягнутій зонах

$h/2a$	$\sigma_1 / f_d$	$\tau_n / f_d$	$\sigma_n / f_d$	$\gamma, ^\circ$	$\psi, ^\circ$	$h_{ct} / h$
при $f_b=15$ МПа, $f_m=15$ МПа, $f_d=2,4$ МПа, $f_i=0,2$ МПа						
3	1,394	0,514	0,501	29,94	11,42	0,711
5	1,657	0,543	0,684	29,14	6,13	0,821
7	1,871	0,554	0,870	28,97	1,22	0,871



при $f_b=10$ МПа, $f_m=7,5$ МПа, $f_d=1,7$ МПа, $f_t=0,17$ МПа; при $f_b=7,5$ МПа і $f_m=5$ МПа: $f_d=1,3$ МПа, $f_t=0,13$ МПа						
3	1,451	0,519	0,529	29,36	10,13	0,704
5	1,742	0,546	0,749	28,77	3,97	0,819
при $f_b=5$ МПа, $f_m=2,5$ МПа, $f_d=0,9$ МПа, $f_t=0,1$ МПа						
3	1,487	0,521	0,548	29,03	9,29	0,700
5	1,794	0,546	0,793	28,61	2,52	0,817

Для визначення величини опору за двостороннього місцевого стиснення приймаються кінематична схема та розрахункові залежності наведені в п. 3.3.3 з використанням характеристик міцності кладки  $f_d$  та  $f_t$ .

Результати розрахунків представлені в таблиці 3.14.

Таблиця 3.14 – Результати розрахунку опору цегляного елемента при двосторонньому місцевому стиску в умовах плоского напруженого стану за одночасного руйнування у стиснутій та розтягнутій зонах

$h / 2a$	$\sigma_1 / f_d$	$\tau_n / f_d$	$\sigma_n / f_d$	$\gamma, ^\circ$	$\psi, ^\circ$	$h_{ct} / h$
при $f_b=15$ МПа, $f_m=15$ МПа, $f_d=2,4$ МПа, $f_t=0,2$ МПа						
3	1,150	0,479	0,357	31,14	16,27	0,448
5	1,318	0,504	0,454	30,27	12,91	0,657
7	1,465	0,523	0,547	29,67	10,01	0,749
при $f_b=10$ МПа, $f_m=7,5$ МПа, $f_d=1,7$ МПа, $f_t=0,17$ МПа; при $f_b=7,5$ МПа і $f_m=5$ МПа: $f_d=1,3$ МПа, $f_t=0,13$ МПа						
3	1,174	0,480	0,360	30,52	15,72	0,434
5	1,366	0,508	0,474	29,66	11,84	0,649
при $f_b=5$ МПа, $f_m=2,5$ МПа, $f_d=0,9$ МПа, $f_t=0,1$ МПа						
3	1,189	0,480	0,361	30,13	15,35	
5	1,395	0,510	0,487	29,30	11,15	0,644

### 3.8 Врахування ексцентриситету прикладання вертикальної сили при визначенні опору кам'яних і бетонних елементів

Для визначення впливу ексцентриситету прикладання вертикальної сили на опір кам'яних елементів запропонована схема, наведена на рис. 3.9.

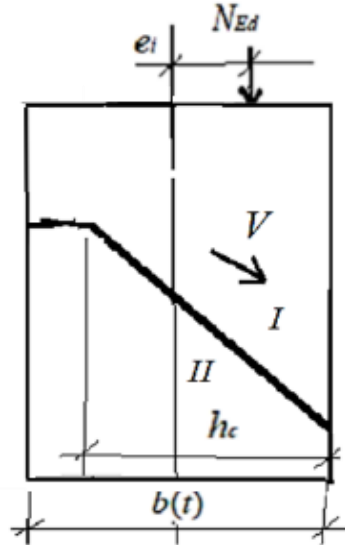


Рисунок 3.9 – Кінематична схема руйнування кам'яної кладки при позacentровому прикладанні вертикального навантаження

Розподіл напружень на поверхні зрізу, яка проходить у стиснутій зоні, прийнято рівномірним. Опір кам'яної кладки визначається із рівнянь:

$$\frac{\sigma_1}{f_d} = \frac{2k_{ei} \left( \bar{d} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \psi} - \bar{m} \sin \psi \right)}{1 - \sin \psi}, \quad (3.29)$$

$$\frac{N_{Ed}}{f_d A_m} = \frac{\sigma_1}{f_d} = k_{ei} \left[ \frac{\tan(\gamma' + \psi')}{\tan \gamma'} - 1 \right] \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi'}}{\tan \psi'} - \bar{m} \right), \quad (3.30)$$

де  $A_m$  – площа поперечного перерізу,  $\bar{d} = \sqrt{1 - f/f_d + (f/f_d)^2}$ ,  $\bar{m} = 1 - f_t/f_d$ ,  $k_{ei} = 1 - 2e_i/b(t)$  – коефіцієнт, який враховує ексцентриситет прикладання сили.

При сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження маємо:

$$\frac{N_{Ed}}{f_d A_m} = \frac{\sigma}{f_d} = \left[ \frac{\tan(\gamma' + \psi')}{\tan \gamma'} - 1 \right] \left\{ \frac{\bar{d}^2}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}}{4} \left[ \frac{1 + \tan(\psi' + \gamma') \tan \gamma'}{\tan(\psi' + \gamma') - \tan \gamma'} \right]^2 \right\} \frac{k_{ei}}{1 + \tan(\gamma' + \psi') \tan \beta}. \quad (3.31)$$

Результати розрахунку приведені в таблиці 3.15.

Таблиця 3.15 – Відносний опір цегляної кладки на сумісну дію горизонтальної та вертикальної сили, прикладеної з ексцентриситетом  $e_i / b(t) = 0,1$

Міцність цегли (каменю), $f_b$ , МПа	Міцність розчина, $f_m$ , МПа	$N/f_d A_m$ цегляної кладки при відношенні горизонтального $T$ до вертикального навантаження $N$						
		0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1
15	15	0,8	0,700	0,537	0,418	0,332	0,271	0,247
10	7,5	0,8	0,701	0,539	0,421	0,336	0,274	0,250
7,5	5	0,8	0,701	0,539	0,421	0,336	0,274	0,250
5	2,5	0,8	0,702	0,541	0,424	0,338	0,276	0,252

Залежності (3.30) і (3.31) можуть бути застосовані для розрахунку бетонних елементів.

### 3.9 Врахування армування при розв'язанні задач опору залізобетонних і армокам'яних елементів

Врахування армування при оцінюванні опору залізобетонних та армокам'яних елементів здійснюється шляхом введення в залежності (3.1), (3.4), (3.5), (3.9) – (3.11), (3.13) – (3.17), (3.29) – (3.31) додаткових складових.

Для елементів, армованих у перпендикулярному до дії навантаження ( $N, q$ ) напрямку, його вплив ураховується шляхом введення в функціонал складової

$$W_m = \rho_w \frac{f_y \tan(\gamma' + \psi')}{f_d \tan \gamma'}, \quad (3.32)$$

де  $W_m$  – потужність деформації в кам'яній кладці;  $\rho_w$  – коефіцієнт поперечного армування елемента;  $f_y$  – межа текучості арматури.

Для загального оцінювання обтиснення та впливу армування, останнє замінюється дією бокового стиснення у напрямку розташування арматури,

$$\sigma_m = \rho_w f_y.$$

Розглянемо вплив бокового обтиснення (поперечного армування) на опір елемента, навантаженого за торцем (рис. 3.10).

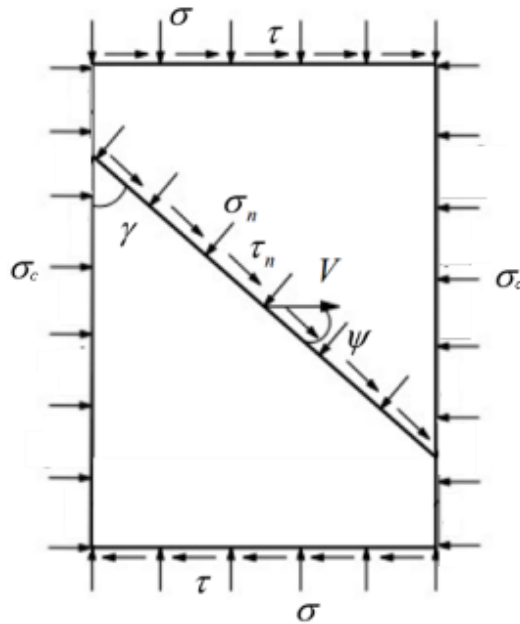


Рисунок 3.10 – До врахування впливу бокового обтиснення (армування) на опір руйнуванню бетонних (залізобетонних), кам'яних (армокам'яних) елементів в умовах плоского напруженого стану та плоскої деформації

При сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження величина зусилля стиску, котре сприймає елемент в умовах плоского напруженого стану, дорівнює:

$$\frac{N_m}{f_d A_{c(m)}} = \frac{\sigma}{f_{cd(d)}} = \left( \frac{\tan(\gamma' + \psi')}{\tan \gamma'} - 1 \right) \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi'}}{\tan \psi'} - \bar{m} \right) \frac{1 + k_\sigma}{1 + \tan(\gamma' + \psi') \tan \beta}, \quad (3.33)$$

де  $k_\sigma = \frac{\sigma \tan(\gamma' + \psi')}{f_d \tan \gamma'}$  – коефіцієнт, який враховує вплив обтиснення

(армування)  $\tan \beta = T / N = \sigma / \tau$ .

Зусилля стиску, що сприймає елемент в умовах плоскої деформації, складає:

$$\frac{N_c}{f_c A_{c(m)}} = \left[ \frac{\tan(\gamma' + \psi')}{\tan \gamma'} - 1 \right] \left\{ \frac{\bar{d}^2}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}}{4} \left[ \frac{1 + \tan(\psi' + \gamma') \tan \gamma'}{\tan(\psi' + \gamma') - \tan \gamma'} \right]^2 \right\} \frac{1 + k_\sigma}{1 + \tan(\gamma' + \psi') \tan \beta}. \quad (3.34)$$

Результати розрахунку за формулами (3.33) та (3.34) наведені в таблицях 3.16 та 3.17.

Таблиця 3.16 – Значення відносного опору залізобетонних (обтиснутих бетонних) елементів на сумісну дію горизонтальної та вертикальної сили

$\frac{\sigma}{f_c}$	$\frac{f_c}{f_{ct}}$	$\frac{N}{f_{cd}A_c}$ при відношенні горизонтального (дотичного) до вертикального (нормального) навантаження					
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
в умовах плоского напруженого стану							
0,2	0,13	1,277	1,076	0,924	0,809	0,721	0,650
	0,05	1,303	1,096	0,940	0,825	0,737	0,667
в умовах плоскої деформації							
0,2	0,13	2,441	1,815	1,372	1,061	0,841	0,685
	0,05	2,575	1,907	1,437	1,108	0,877	0,712

Таблиця 3.17 – Значення відносного опору армокам'яних (обтиснутих кам'яних) елементів на сумісну дію вертикальної та горизонтальної сили в умовах плоского напруженого стану

$\frac{\sigma}{f_d}$	Міцність цегли (каменю), $f_b$ , МПа	Міцність розчина, $f_m$ , МПа	$\frac{N}{f_d A_m}$ при відношенні горизонтального до вертикального навантаження					
			0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
0,1	15	15	1,292	1,087	0,933	0,818	0,730	0,660
	10	7,5	1,287	1,083	0,930	0,815	0,727	0,656
	7,5	5						
	5	2,5	1,283	1,801	0,928	0,813	0,725	0,654

Армування в поздовжньому напрямку враховується шляхом додавання складової  $\sigma_c = \rho f_y$ , де  $\rho$  – коефіцієнт поздовжнього армування елемента.

### 3.10 Висновки за розділом 3

1. Варіаційний метод у теорії пластичності з використанням принципу віртуальних швидкостей та мінімуму деформування дозволяє розв'язувати задачі опору бетонних, залізобетонних, кам'яних та армокам'яних елементів при зрізі в умовах плоского напруженого стану та плоскої деформації за:

- осьового та позацентрального стиснення;
- сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження;
- місцевого одностороннього та двостороннього стиснення з одночасним досягненням граничного стану в зоні стиску та розтягу;
- дії прямокутного штампа на бетонну основу з врахуванням специфіки напружено-деформованого стану.

2. Запропоновані кінематичні схеми руйнування для розв'язання перелічених задач. Розподіл напружень на поверхні зрізу прийнято рівномірним.

3. Отримані залежності для розрахунку опору бетонних елементів та кам'яної кладки, які визначають відповідні мінімуму потужності пластичної деформації на поверхні зрізу величини граничного навантаження. При цьому варіюються кут  $\gamma$  напрямку поверхні руйнування до дії стискальної сили та кут  $\psi$  напрямку швидкості розділених шаром пластичності жорстких дисків до поверхні зрізу. Міцність бетону або кладки при розтязі та міцність при стиску і кут прикладання навантаження  $\beta = \arctan(T / N)$  при дії горизонтальної  $T$  та вертикальної  $N$  сили задаються.

4. Теоретично обґрунтована реалізація двох випадків руйнування бетонних призм (кам'яних стовпів) за однакової міцності: шляхом зрізу в одній площині за цілим похилим перерізом та у двох площинах у стиснутій зоні при наявності в середній за висотою частині призми або стовпа магістральної тріщини, що виникає на стадії, котра передує граничному стану в області стиску.

5. Для клиновидних елементів (елементів зі змінним поперечним перерізом) при осьовому стиску встановлена залежність опору від кута клину, при збільшенні значення якого опір підвищується. Визначено рівень зниження опору елементів при збільшенні горизонтальної складової рівнодійної навантаження (збільшенні кута дії навантаження  $\beta$ ).

6. Запропоновано механізм реалізації вдавлювання прямокутного штампа в бетонну основу шляхом послідовного переміщення розташованої безпосередньо під штампом трикутної зони, бетон якої при зростанні деформації на низхідній гілці деформування роздроблюється.

7. Порівняння результатів розв'язання задачі опору бетонної основи на дію прямокутного штампа, отриманих варіаційним методом у теорії пластичності та методом характеристичних ліній, засвідчують їх рівність.

8. Встановлені границя реалізації місцевого стиску у випадках руйнування бетонної основи тільки в стиснутій зоні й одночасно в областях стиску та розтягу, а також величина опору зрізаних клиноподібних елементів за різного напрямку горизонтальної сили.

9. Визначені сполучення характеристик міцності цегли та каменів правильної форми і міцності розчинних швів, за яких кладка може вважатися монолітною і розрахунковий переріз проходить по цеглі (каменю).

10. Встановлено вплив бокового обтиснення на опір бетонних елементів та кам'яної кладки; а також армування в залізобетонних та армокам'яних елементах, яке враховується як зовнішнє стискальне навантаження, котре відповідає його інтенсивності.

11. Отримані результати перелічених вище задач опору відкривають перспективи уточнення методів оцінювання несучої здатності бетонних, залізобетонних, кам'яних і армокам'яних конструкцій та їх опорних ділянок, складовими яких є визначені при розв'язанні розглянутих у даному розділі задач зусилля.

## РОЗДІЛ 4 ОЦІНЮВАННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ БАЛКОВИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ТА АРМОКАМ'ЯНИХ КОНСТРУКЦІЙ У НОРМАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗАХ

### 4.1 Методика розрахунку несучої здатності балкових залізобетонних конструкцій у нормальних перерізах за нелінійною деформаційною моделлю

#### 4.1.1 Дробово-раціональна залежність «напруження-деформація» бетону з обмеженою низхідною ділянкою

Останнім часом для оцінювання несучої здатності залізобетонних конструкцій за нормальними перерізами широкого розповсюдження набула нелінійна деформаційна модель, яка більш точно описує поведінку бетону стиснутої зони [75, 116, 117].

Перерозподіл напружень у стиснутому бетоні на низхідній гілці діаграми «напруження  $\sigma_c$  – деформація  $\varepsilon_c$ » та зусиль між бетоном і поздовжньою арматурою в небезпечному нормальному перерізі на стадії, що передують руйнуванню, приводить до збільшення величини згинального моменту, котрий може сприйняти конструкція. При перевищенні деформацією стиснутого бетону певного рівня вказаний перерозподіл за умови підвищення навантаження стає неможливим. Тому для використання в розрахунках існує необхідність встановлення величини граничної деформації бетону.

Стиснута зона бетону в нормальному перерізі конструкцій може бути розглянута як пружно-пластичний елемент, в якому напруження  $\sigma_c$  змінюються не пропорційно відносній деформації  $\varepsilon_c$ , і залежність між ними є нелінійною як і передбачає деформаційна модель. Це пояснює незворотній процес при розвантаженні конструкцій із бетону: неможливість, на відміну від ідеально пружного матеріалу, повернення у початкову точку діаграми « $\sigma_c - \varepsilon_c$ ». При цьому, за підвищення рівня навантаження та зростання величини повної деформації  $\varepsilon_c$  частка пластичної деформації постійно збільшується. Враховуючи вказане, робота зовнішніх сил на відповідних їм переміщеннях  $u$  визначається



як пружною енергією на початку деформування, так і роботою пластичної деформації при подальшому деформуванні. Вплив останньої за наближення до граничного рівня деформації зростає.

Приймаючи до уваги, що деформації бетону  $\varepsilon_c$  за умови їх малості пов'язані з переміщеннями  $u_c$  в стиснутій зоні нормального перерізу у напрямку дії напружень за віссю  $x$  залежністю  $\varepsilon_c = \partial u_c / \partial x$ , у подальшому оперуємо параметрами напружень і деформації.

Згідно екстремального принципу в механіці деформівного твердого тіла дійсні прирощення напружень  $\Delta\sigma_c$  на прирощеннях деформації  $\Delta\varepsilon$  найбільші порівняно з іншими статично можливими [4, 46, 397, 398].

Таким чином, екстремальне значення прирощення напружень  $\Delta\sigma_c$  на прирощенні деформації стиснутого бетону  $\Delta\varepsilon_c$  є розв'язанням задачі, що розглядається. Для встановлення точки відносної граничної деформації  $\varepsilon_{cR}$  на діаграмі деформування бетону при стиску « $\sigma_c - \varepsilon_c$ », котра відповідає деформації крайньої фібри стиснутої зони, на основі вказаного вище принципу необхідно визначити прирощення напружень  $\Delta\sigma_c$  на прирощенні деформації  $\Delta\varepsilon_c$ , яке досягає максимального значення порівняно з прирощеннями при іншому розташуванні точки обмеження діаграми « $\sigma_c - \varepsilon_c$ ».

Так як на діаграмі « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » початкові значення  $\sigma_{c0} = 0$  і  $\varepsilon_{c0} = 0$ , то в подальшому оперуємо поточними напруженнями  $\sigma_c$  та відносними деформаціями  $\varepsilon_c$  і середніми напруженнями  $\sigma_{cm}$ .

Величина середніх рівномірно розподілених напружень  $\sigma_{cm}$  від початку деформування до точки граничної деформації на висхідній гілці діаграми деформування при зростанні деформації постійно підвищується. На низхідній гілці значення поточних напружень у бетоні  $\sigma_c$  знижуються, але їх рівень на її початковій ділянці залишається достатньо високим і значення середніх напружень продовжують зростати та перевищує  $\sigma_{cm}$  на висхідній гілці. За

подальшого деформування  $\sigma_c$  знижується більш інтенсивно, тому можливо як збільшення, так і зменшення величини  $\sigma_{cm}$  й існує рівень деформації, за якого значення  $\sigma_{cm}$  максимальне.

Величина граничної деформації  $\varepsilon_{cR}$  встановлюється за максимальним значенням середнього напруження  $\sigma_{cm}$  на заданих функцією  $\sigma_c = f(\varepsilon_c)$  ділянках деформування, котре знаходиться із рівняння:

$$\sigma_{cmR} = \max \left( \frac{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_c d\varepsilon_c}{\varepsilon_c} \right). \quad (4.1)$$

Найбільшому значенню  $\sigma_{cmR}$  відповідають максимальні величини коефіцієнта повноти епюри напружень  $\omega_{cR} = \sigma_{cmR} / f_{cd}$  і зусилля стиснутого бетону

$$N_c = \sigma_{cmR} A_c = f_{cd} \omega_{cR} A_c, \quad (4.2)$$

де  $A_c$  – площа стиснутої зони.

Результати розрахунку засвідчують, що гранична відносна деформація  $\varepsilon_{cR}$  може бути безпосередньо встановлена на кривій, описаній залежністю « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » [397] за максимальним значенням добутку поточного напруження та поточної деформації  $\sigma_c \varepsilon_c$  із рівняння:

$$\sigma_c \varepsilon_{cR} = \max(\sigma_c \varepsilon_c), \quad (4.3)$$

тому для пошуку точки обмеження діаграми не має потреби у визначенні площі області, окресленої кривою діаграми деформування, віссю  $\varepsilon_c$  і вертикаллю за заданої величини  $\varepsilon_c$ , що суттєво спрощує розрахунок.

В якості розрахункових параметрів для бетонів за широкого інтервалу класів їх міцності зручно застосувати відносне напруження  $\sigma_c / f_{cd}$  та рівень деформації  $\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$ , де  $\varepsilon_{c1}$  – відносна деформація за максимуму  $\sigma_{c,max}$ .

При обмеженні діаграми « $\sigma_c - \eta$ » граничним рівнем  $\eta_R$  досягають максимального значення:  $\eta \sigma_c / f_{cd}$ ; коефіцієнт повноти епюри напружень  $\omega$ ; середнє напруження  $\sigma_{cm}$ ; зусилля  $N_c$ . Застосовуючи для опису діаграми деформування бетону дробово-раціональну функцію (див. рівняння 1.84) можна записати:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta = \frac{k\eta^2 - \eta^3}{1 + (k-2)}. \quad (4.4)$$

Досліджуючи функцію (4.4) на екстремум, граничний рівень деформації бетону  $\eta_R$  визначається із рівняння:

$$\eta_R = \frac{1}{2k-4} \left[ \sqrt{\left( \frac{k^2 - 2k - 3}{2} \right)^2 + 4k^2 - 8k} + \frac{k^2 - 2k - 3}{2} \right], \quad \text{при } k \neq 2 \quad (4.5)$$

і  $\eta_R = 4/3$  за  $k=2$  [398].

Діаграма « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » стиснутого бетону, що обмежена визначеною на основі екстремального принципу  $\max(\Delta\sigma_c \Delta\varepsilon_c)$  точкою граничної деформації [397] та пропонується для використання в розрахунках, наведена на рис. 4.1.

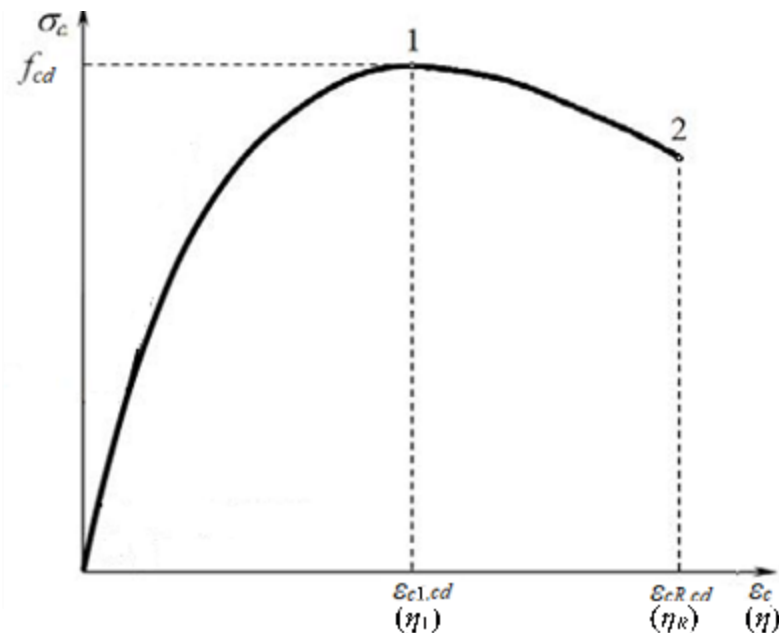


Рисунок 4.1 – Розрахункова діаграма бетону при стиску « $\sigma_c - \varepsilon_c(\eta)$ »:

1 – точка максимальних напружень; 2 – точка граничної деформації  $\varepsilon_{cR}(\eta_R)$

Значення граничної деформації, її рівня та відповідної їм величини відносних напружень стиску для всіх передбачених нормами класів бетонів С [75] наведені в таблицях 4.1 і 4.2.

Таблиця 4.1 – Характеристики діаграми « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » ( $\sigma_c - \eta$ ) у точці  $\varepsilon_{cR,cd}$  ( $\eta_R$ ) при класах міцності бетону від С8/10 до С30/35

Характеристики	Клас міцності бетону на стиск					
	С8/10	С12/15	С16/20	С20/25	С25/30	С30/35
$k$	3,440	3,181	2,958	2,748	2,610	2,501
$\varepsilon_{cR,cd}, \text{‰}$	2,997	2,859	2,777	2,684	2,654	2,625
$\eta_R$	1,921	1,809	1,714	1,627	1,570	1,526
$\sigma_{cR}/f_{cd}$	0,775	0,791	0,807	0,823	0,834	0,843

Таблиця 4.2 – Характеристики діаграми « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » ( $\sigma_c/f_{cd} - \eta$ ) у точці  $\varepsilon_{cR,cd}$  ( $\eta_R$ ) при класах міцності бетону від С32/40 до С50/60

Характеристики	Клас міцності бетону на стиск				
	С32/40	С35/45	С40/50	С45/55	С50/60
$k$	2,394	2,306	2,248	2,160	2,066
$\varepsilon_{cR,cd}, \text{‰}$	2,612	2,609	2,607	2,605	2,594
$\eta_R$	1,484	1,450	1,427	1,393	1,358
$\sigma_c/f_{cd}$	0,852	0,860	0,865	0,874	0,882

Аналіз отриманих результатів засвідчує зміну величини розрахункової граничної деформації від  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,997$  при класі бетону С8/10 до  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,594 \text{‰}$  за класу С50/60 і рівня граничної деформації відповідно від  $\eta_R = 1,921$  до  $\eta_R = 1,358$ . Дані щодо їх величин, встановлених за різними методами, наведені в додатку Б.

Для наочності результату визначення значення  $\eta_R$  для бетону середнього класу C20/25 наведено графік залежності  $\frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta$  та  $\sigma_{cm}$  від рівня деформації  $\eta$  при використанні розрахункового значення міцності на стиск (рис. 4.2, 4.3).

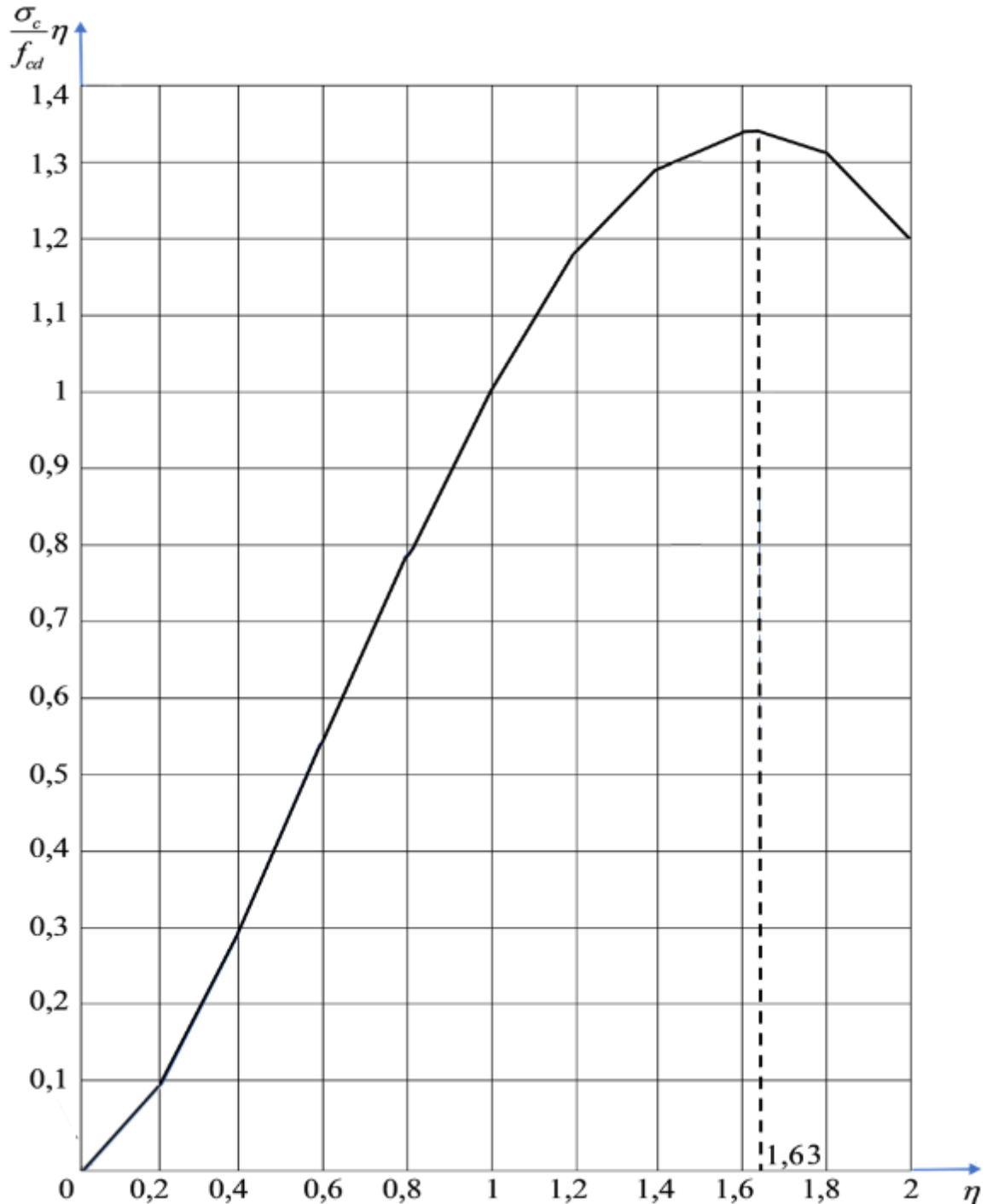


Рисунок 4.2 – Залежність добутку  $\frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta$  від рівня деформації  $\eta$

для діаграми бетону класу C20/25

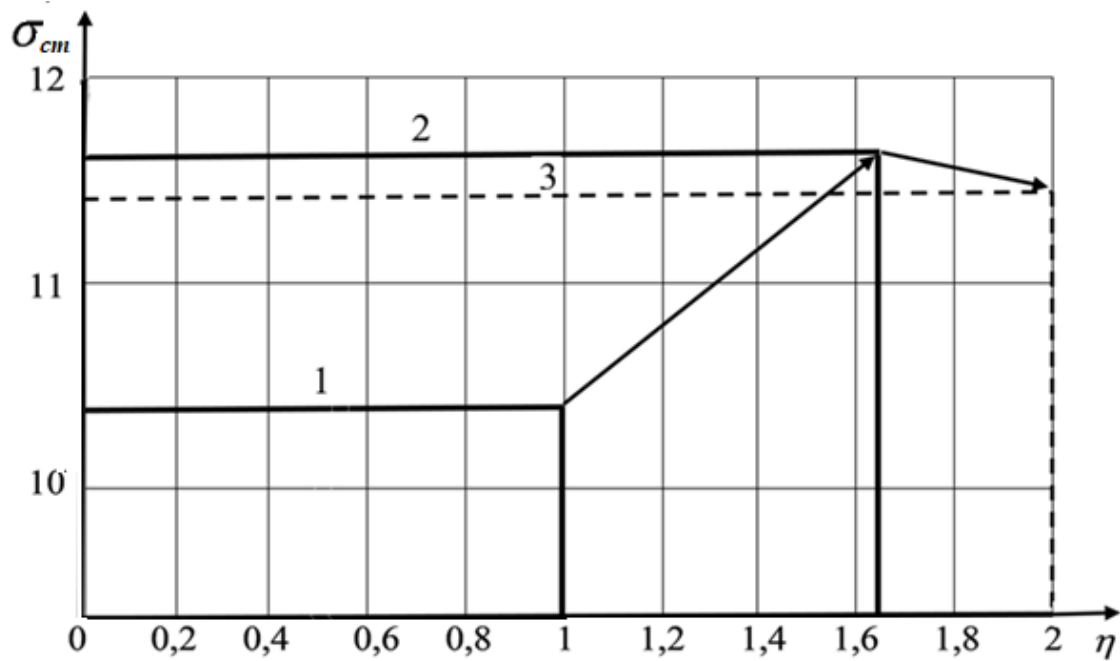


Рисунок 4.3 – Значення середніх напружень у бетоні  $\sigma_{cm}$  (МПа): на висхідній гілці діаграми (1), при переході на низхідну гілку до точки обмеження рівня деформації (2) і після неї (3)

Характеристики напружено-деформованого стану бетону класу міцності С20/25 при зміні рівня деформації надані в таблиці 4.3.

Таблиця 4.3 – Характеристики діаграми при класі бетону С20/25

Характеристики	При рівні деформації $\eta$									
	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,627	1,8
$\sigma_c$ , МПа	6,428	10,48	12,90	12,14	14,50	14,19	13,37	12,12	11,93	10,55
$\sigma_c / f_{cd}$	0,443	0,723	0,890	0,975	1	0,979	0,922	0,836	0,823	0,727
$\varepsilon_c$ , ‰	0,330	0,66	0,99	1,32	1,65	1,98	2,31	2,64	2,685	2,97
$\sigma_c \varepsilon_c$ , МПа · 10 <sup>-3</sup>	2,121	6,918	12,72	18,66	23,93	28,10	30,88	32,01	32,02	31,32
$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta$	0,089	0,289	0,534	0,780	1	1,175	1,291	1,338	1,339	1,309

Максимальним значенням  $\sigma_c \varepsilon_c = 32,02$  МПа та  $\frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta = 1,339$  відповідає рівень граничної деформації  $\eta = 1,627$ .

Найбільші значення середніх напружень  $\sigma_{cm}$  і коефіцієнта повноти епюри напружень  $\omega$  відповідають встановленій величині рівня деформації на ділянці  $0 < \eta \leq 1,627$  і дорівнюють:  $\sigma_{cmR} = 11,61$  МПа і  $\omega = \omega_R = 0,801$ . Для порівняння: їх величини на ділянках висхідної гілки  $\sigma_{cm} = 10,37$  МПа,  $\omega = 0,715$ ; на ділянці  $0 < \eta \leq 1,8$ , котра включає і деформацію, що перевищує граничний рівень –  $\sigma_{cm} = 11,58$  МПа,  $\omega = 0,798$ . Наведене вище засвідчує: на ділянці з рівнем деформації  $1 < \eta \leq \eta_R$  величини коефіцієнта повноти епюри напружень  $\omega$ , середніх напружень  $\sigma_{cm}$  та відповідних їм зусиль  $N_c$ , які сприймають залізобетонні конструкції при згині та позацентровому стисненні у нормальному перерізі, із зростанням рівня деформації на низхідній гілці до точки  $\eta_R$  постійно збільшуються та досягають максимальних значень за  $\eta_R$ .

Необхідність встановленого обмеження на низхідній гілці діаграми бетону як квазікрихкого матеріалу обумовлена тим, що за мінімального приросту деформації  $\Delta \varepsilon_c (\Delta \eta) \rightarrow 0$  порівняно із величиною (рівнем) деформації відбувається макроруйнування структури матеріалу та його роздроблення.

Таким чином, підвищення несучої здатності пов'язане з можливістю перерозподілу напружень у бетоні стиснутої зони та між бетоном і поздовжньою арматурою, дозволяє сприймати навантаження без макроруйнування структури бетону, але відбувається лише на обмеженій ділянці низхідної гілки.

Отримані за різними методами величини та рівень граничної деформації наведені в додатку Б.

Вказане стосується і кам'яної кладки, котра має наближені до бетону деформаційні характеристики та співвідношення міцності на розтяг  $f_t$  і стиск  $f_c$ . Згідно норм [84, 104] для монолітної кладки із цегли та керамічних каменів правильної форми, що руйнується за цеглою, значення відношення  $f_t / f_d = 0,08 - 0,1$  (табл. 3.10), деформація в точці максимальних напружень  $\varepsilon_m = 2,64\%$ .

#### 4.1.2 Гармонізований поліном 5-го степеня для опису зв'язку між напруженнями та деформацією бетону при стиску

Застосування дробово-раціональної функції для опису залежності між напруженнями та деформацією « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » стиснутого бетону при розрахунках залізобетонних конструкцій у нормальних перерізах пов'язане з певними математичними труднощами визначення розрахункових параметрів стиснутої зони, насамперед, площі, окресленої діаграмою, за різних рівнів граничної деформації крайньої стиснутої фібри  $\eta_R$ .

Тому запропоновано використовувати гармонізований до дробово-раціональної функції поліном 5-степеня –  $\frac{\sigma_c}{f_{cd}} = \sum_{i=1}^5 a_i \eta^i$ .

Для гармонізації полінома шляхом уточнення його коефіцієнтів  $a_1 - a_5$  застосовується система рівнянь у характерних точках обмеженої діаграми [397, 399], а саме: в точці максимуму напружень – рівність одиниці суми коефіцієнтів за  $\eta=1$  та нулю похідної  $\partial \sigma_c / \partial \varepsilon_c$ ; в точці обмеження граничного рівня деформації – рівність нулю похідної функції  $\sigma_c / f_c - \eta$ ; а також умови рівності площі та статичного моменту площі обмежених діаграм, описаних дробово-раціональною функцією ( $A_{дрф}$  і  $S_{дрф}$ ) та поліномом ( $A_{пол}$  і  $S_{пол}$ ):

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^5 a_i &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 1 \\ \sum_{i=1}^5 a_i i &= a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4 + 5a_5 = 0 \\ \sum_{i=1}^5 a_i (i+1) \eta^{i-1} &= 2a_1 + 3a_2 \eta + 4a_3 \eta^2 + 5a_4 \eta^3 + 6a_5 \eta^4 = 0 \\ A_{пол} &= f_c \sum_{i=1}^5 \frac{a_i}{i+1} \eta^{i+1} = a_1 \eta^2 / 2 + a_2 \eta^3 / 3 + a_3 \eta^4 / 4 + a_4 \eta^5 / 5 + a_5 \eta^6 / 6 = A_{дрф} \\ S_{пол} &= f_c \sum_{i=1}^5 \frac{a_i}{i+2} \eta^{i+2} = a_1 \eta^3 / 3 + a_2 \eta^4 / 4 + a_3 \eta^5 / 5 + a_4 \eta^6 / 6 + a_5 \eta^7 / 7 = S_{дрф} \end{aligned} \right\}, \quad (4.6)$$

де величини площі  $A_{дрф}$  і статичного моменту  $S_{дрф}$  знаходяться шляхом пошарового сумування.



Поліном 5-степеня дозволяє отримати із достатньо простих залежностей за різних значень рівня деформації  $\eta$  характеристики для розрахунку конструкцій за нормальним перерізом.

Задача їх визначення розв'язується в такій послідовності:

– варіюючи рівень деформації  $\eta$  на низхідній гілці деформування, встановлюються значення рівня граничної деформації бетону  $\eta_R$  за умови максимуму  $\sigma_c \varepsilon_c(\sigma_c \eta)$ ;

– визначається величина коефіцієнта повноти епюри напружень  $\omega$  у стиснутій зоні бетону над небезпечною нормальною тріщиною, яка відповідає рівню  $\eta_R$  і досягає максимального значення:

$$\omega_R = \frac{A_{\text{пол},R}}{f_{cd} \eta_R}, \quad (4.7)$$

де  $A_{\text{пол},R}$  – площа діаграми, описаної поліномом на інтервалі рівня деформації  $0 \leq \eta \leq \eta_R$ ;

– знаходиться відносна відстань від крайньої стиснутої фібри до осі прикладання зусилля  $N_c$  у бетоні стиснутої зони при рівномірному розподіленні напружень  $\sigma_c$  за її висотою:

$$\chi_R = \left( 1 - \frac{S_{\text{пол},R}}{A_{\text{пол},R} \eta_R} \right) / \omega_R, \quad (4.8)$$

де  $S_{\text{пол},R}$  – статичний момент площі діаграми, описаної поліномом на інтервалі рівня деформації  $0 \leq \eta \leq \eta_R$ .

Обмежена граничним рівнем  $\eta_R$  залежність між напруженнями і деформаціями визначає на низхідній гілці інтервал  $1 < \eta \leq \eta_R$ , за якого перерозподіл зусиль приводить до збільшення величини навантаження, котре сприймає конструкція.

Отримані в результаті гармонізації полінома значення коефіцієнтів  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$  і  $a_5$  для бетону різних класів за міцністю на стиск наведені в таблиці 4.4.

Таблиця 4.4 – Коефіцієнти гармонізованого полінома 5-степеня  
для класів міцності бетону від C8/10 до C50/60

Клас міцності бетону	Коефіцієнти полінома*				
	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
C8/10	3,2126	-4,1621	2,8440	-1,0519	0,1574
C12/15	2,9777	-3,4783	2,1287	-0,7334	0,1053
C16/20	2,8383	-3,1001	1,7705	-0,5939	0,0852
C20/25	2,7013	-2,7361	1,4358	-0,4685	0,0675
C25/30	2,5758	-2,3919	1,1021	-0,3317	0,0457
C30/35	2,4868	-2,1585	0,8906	-0,2529	0,0340
C32/40	2,3852	-1,8925	0,6499	-0,1629	0,0203
C35/45	2,3020	-1,6834	0,4727	-0,1032	0,0119
C40/50	2,2463	-1,5473	0,3632	-0,0696	0,0074
C45/55	2,1595	-1,3431	0,2103	-0,0292	0,0025
C50/60	2,0663	-1,1373	0,0760	-0,0054	0,0004

\* – дані щодо точності гармонізації та діаграми деформування наведені в додатках В і Г.

За параметра  $k=2$  коефіцієнти полінома дорівнюють  $a_1=2$ ,  $a_2=-1$ ,  $a_3=a_4=a_5=0$  і він, як і дробово-раціональна функція приймає вигляд квадратної параболи  $\sigma_c / f_{cd} = 2\eta - \eta^2$ , що підтверджують дані таблиці 4.4 при зміні величини параметра  $k$  та значення коефіцієнтів для бетону класу C50/60 ( $k=2,07$ ).

При виконанні розрахунків несучої здатності залізобетонних конструкцій використовуються розрахункові характеристики міцності та деформативності бетону й арматури та граничні значення параметрів  $\eta_R$ ,  $\omega_R$  та  $\chi_R$  у нормальному перерізі.

Параметри для розрахунку несучої здатності конструкцій надані в таблиці 4.5.

Таблиця 4.5 – Значення  $\sigma_c/f_{cd}$  і  $\varepsilon_{cR,cd}$  у точці обмеження описаної гармонізованим поліномом 5-степеня діаграми деформування та розрахункові параметри при різних класах бетону за міцністю на стиск

Клас міцності бетону	Параметри				
	$\sigma_c/f_{cd}$	$\varepsilon_{cR,cd}$ (‰)	$\eta_R$	$\omega_R$	$\chi_R$
C8/10	0,7746	2,998	1,922	0,828	0,549
C12/15	0,7912	2,859	1,809	0,819	0,546
C16/20	0,8069	2,777	1,714	0,810	0,543
C20/25	0,8227	2,684	1,627	0,801	0,541
C25/30	0,8330	2,654	1,570	0,793	0,540
C30/35	0,8429	2,625	1,526	0,786	0,539
C32/40	0,8521	2,619	1,484	0,778	0,539
C35/45	0,8600	2,609	1,450	0,771	0,539
C40/50	0,8652	2,607	1,427	0,766	0,539
C45/55	0,8735	2,604	1,393	0,758	0,539
C50/60	0,8824	2,594	1,358	0,748	0,539

#### 4.1.3 Оцінювання несучої здатності балкових залізобетонних конструкцій у нормальних перерізах

Використання при розрахунках залізобетонних конструкцій низхідної гілки діаграми деформування бетону й успішне застосування нелінійної деформаційної моделі обумовлене можливістю перерозподілу напружень у стиснутій зоні з підвищенням рівня деформації  $\eta$  та, як наслідок, зростанням величини згинального моменту  $M_{Rd}$ , який може сприйняти конструкція за нормальним перерізом.

Слід зазначити, що втрата несучої здатності залізобетонних конструкцій, що згинаються, відбувається як за досягнення напруженнями в арматурі граничних значень міцності на розтяг (випадок 1), так і шляхом роздроблення стиснутого бетону (випадок 2).

У разі застосування в якості поздовжньої арматури класів А240С, А400С, А500С і В500 з фізичною ділянкою текучості, границя переармування (межа вказаних випадків) визначається за рівнями відносної деформації арматури на початку її текучості (в точці початку горизонтальної ділянки діаграми деформування арматури) та бетону в крайній фібрі стиснутої зони  $\eta_u$  з використанням гіпотези плоских перерізів. Рівень деформації  $\eta_u$  встановлюється за екстремальним критерієм  $M_u = \max M$  або  $M_u = \max(1/r)$  [191, 201]. При збільшенні деформації в арматурі та значення напруження в ній, відносна висота стиснутої зони  $\xi$  не змінюються, тому межа переармування встановлюється однозначно. Так як напруження в звичайній арматурі на ділянці текучості залишаються постійними, зазначене вище зростання величини згинального моменту  $M$  відбувається за рахунок зміщення точки прикладання рівнодійної  $N_c$  в бетоні до стиснутої грані в результаті зміни площі та статичного моменту площі епюри напружень на низхідній гілці деформування за різного рівня деформації, і як наслідок, збільшення відстані між зусиллями у поздовжній арматурі  $N_s$  та бетоні  $N_c$ .

У непереармованих конструкціях за умови використання арматури з фізичною ділянкою текучості досягнення напруженнями в арматурі граничних значень (випадок 1) передує макропорушенню структури бетону за нормативних класів міцності. Але необхідно зазначити, що при зниженні міцності бетону або зменшенні площі стиснутої зони в результаті пошкоджень при експлуатації запроектована непереармованою конструкція може перейти до категорії переармованих і втрата її несучої здатності відбудеться за випадком 2.

При застосуванні високоміцної арматури: гарячекатаної та термічномеханічно зміцненої класів А600, А600С, А600К, А800, А800К, 800СК,

A1000, а також холоднодеформованої дротяної класів від Вр1200 до Вр1500 і канатів К1400 та К1500 доцільно передбачити, що деформація бетону на низхідній гілці діаграми « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » відповідає деформації арматури в інтервалі  $\varepsilon_{0,1} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$  (рис. 4.4) верхньої висхідної гілки діаграми «напруження – деформації» арматури при розтязі [178]. Деформація арматури на початку верхньої висхідної гілки діаграми дорівнює  $\varepsilon_{0s} = f_{pd} / E_p$ , де  $f_{pd} = f_{0,1k} / \gamma_s$ , тут  $f_{0,1k}$  – опір розтягу при деформації, що відповідає 0,1% умовної межі текучості,  $\gamma_s$  – коефіцієнт надійності,  $E_p$  – модуль пружності арматури; кінцева деформація  $\varepsilon_{uk} = 14...20 \text{ ‰}$ . Аналіз наведених у нормах [178] величин розрахункових характеристик деформації високоміцної арматури засвідчує їх суттєву відмінність від значень деформації звичайної арматури. На початку верхньої похилої гілки діаграми деформування, яка відповідає фактичній роботі високоміцної арматури, деформація значно перевищує деформацію звичайної арматури  $\varepsilon_{s0}$  в початковій точці ділянки текучості.

В якості прикладу розглянемо діаграму деформування високоміцної арматури класу А1000 (рис. 4.4).

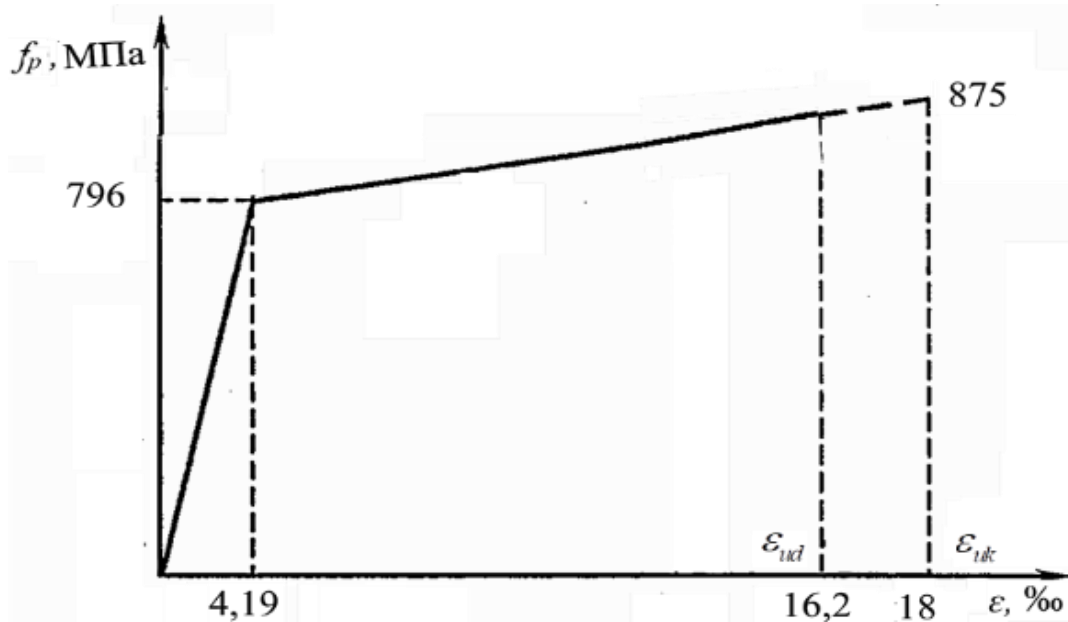


Рисунок 4.4 – Діаграма «напруження – деформація» високоміцної арматури класу А1000

Крім того слід зазначити, що передбачені розрахунковою діаграмою для високоміцної арматури значення напружень порівняно з встановленими за результатами випробувань фактичними їх величинами мають суттєві запаси міцності, значно більші ніж для звичайної арматури [381] (рис. 4.5).

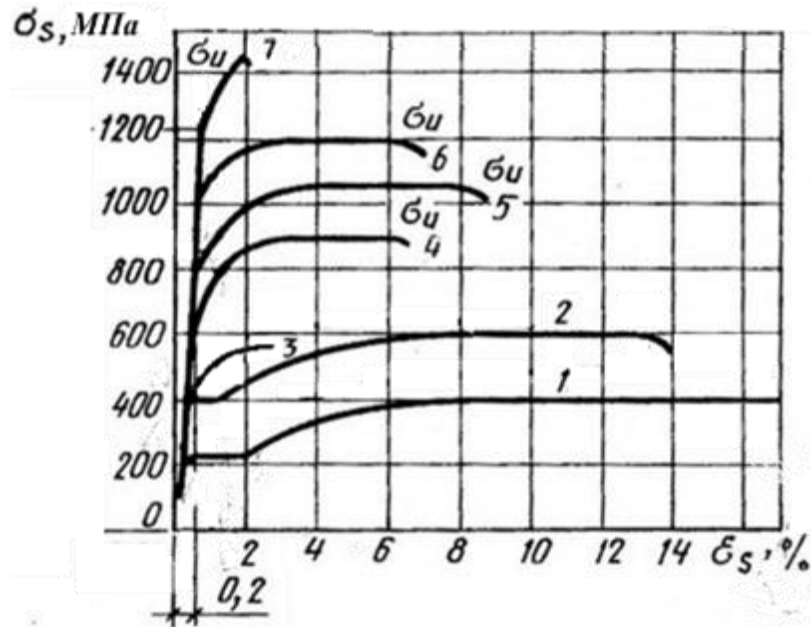


Рисунок 4.5 – Фактичні діаграми « $\sigma_s - \varepsilon_s$ » для арматури класів:  
1 – A240C; 2 – A400C; 3 – B500C; 4 – A600C; 5 – A800; 6 – A1000; 7 – Bp1200

При зростанні деформації напруження в арматурі підвищуються, відносна висота стиснутої зони  $\xi$  збільшується, що приводить до зміни рівня деформації бетону  $\eta_u$ . Гранична відносна висота стиснутого бетону  $\xi_R$  однозначно не визначена і рівень  $\eta_u$  може перевищити рівень граничної деформації бетону  $\eta_R$ , за таких умов має місце його макроструктуризація як матеріалу.

Тому необхідно оцінювати можливість втрати несучої здатності конструкції як за досягнення напруженнями в поздовжній арматурі граничних значень, так і шляхом роздроблення бетону.

При застосуванні нелінійної деформаційної моделі, в якій використовуються параметри деформування для опису поведінки бетону в граничній стадії, доцільно перевіряти умову  $\varepsilon_{cu} \leq \varepsilon_{cR}$  або  $\eta_u \leq \eta_R$ . За виконання вказаної умови розглядається випадок 1, при її невиконанні – випадок 2.

У разі  $\varepsilon_{cu} > \varepsilon_{cR} (\eta_u > \eta_R)$  несуча здатність за використання критерія  $M_u = \max M$  буде переоцінена, а за використання горизонтальної верхньої гілки діаграми деформування арматури – недооцінена. Тому важливим є визначення величини  $\varepsilon_{cR}$  або рівня відносної деформації стиснутого бетону  $\eta_R$  на межі макроструктуризації. В якості розрахункового параметра за  $\varepsilon_{cu} \leq \varepsilon_{cR} (\eta_u \leq \eta_R)$  необхідно приймати  $\varepsilon_{cu}(\eta_u)$ , у разі  $\varepsilon_{cu} > \varepsilon_{cR} (\eta_u > \eta_R)$  використовувати  $\varepsilon_{cR}(\eta_R)$ .

При оцінюванні несучої здатності залізобетонних конструкцій, що згинаються, із використанням розрахункових значень характеристик міцності і деформативності пропонується застосовувати позначення  $\varepsilon_{cuUcR,cd}$  або  $\eta_{uUR}$ , що об'єднує  $\varepsilon_{cu}(\eta_u)$  і  $\varepsilon_{cR}(\eta_R)$  та відповідає їх мінімальному значенню.

Вибір розрахункового параметра граничної відносної деформації стиснутого бетону  $\varepsilon_{cuUcR,cd}$  ( $\eta_{uUR,cd}$ ) за результатами порівняння значень  $\varepsilon_{cu,cd}$  і  $\varepsilon_{cR,cd}$  для двох випадків можливого руйнування проілюстровано на рис. 4.6 і 4.7.

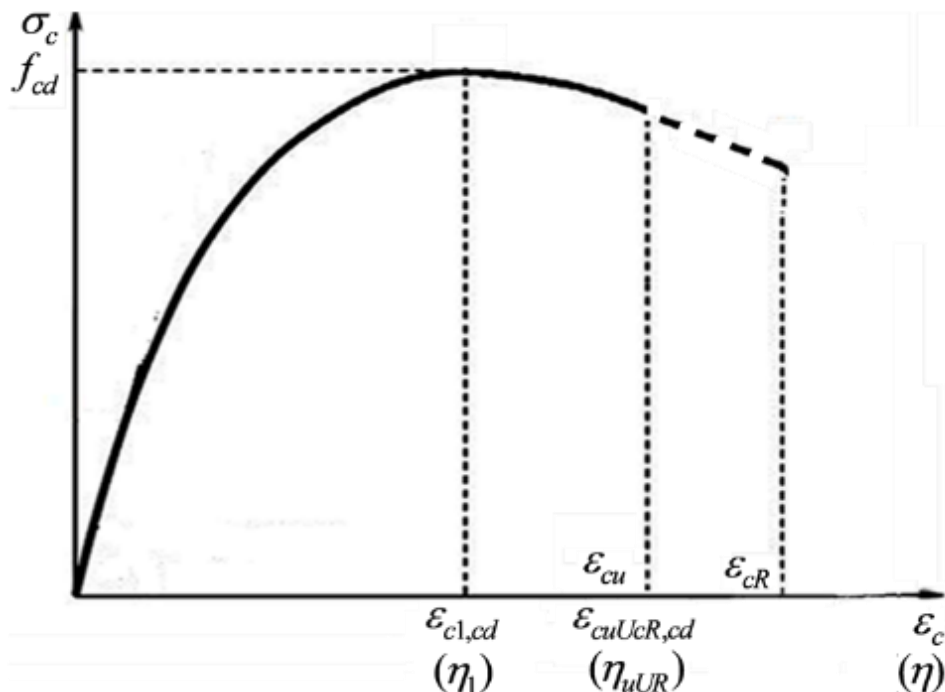


Рисунок 4.6 – До визначення розрахункового значення граничної деформації стиснутого бетону  $\varepsilon_{cuUcR,cd}$  ( $\eta_{uUR,cd}$ ) при досягненні напруженнями в поздовжній арматурі розрахункового опору

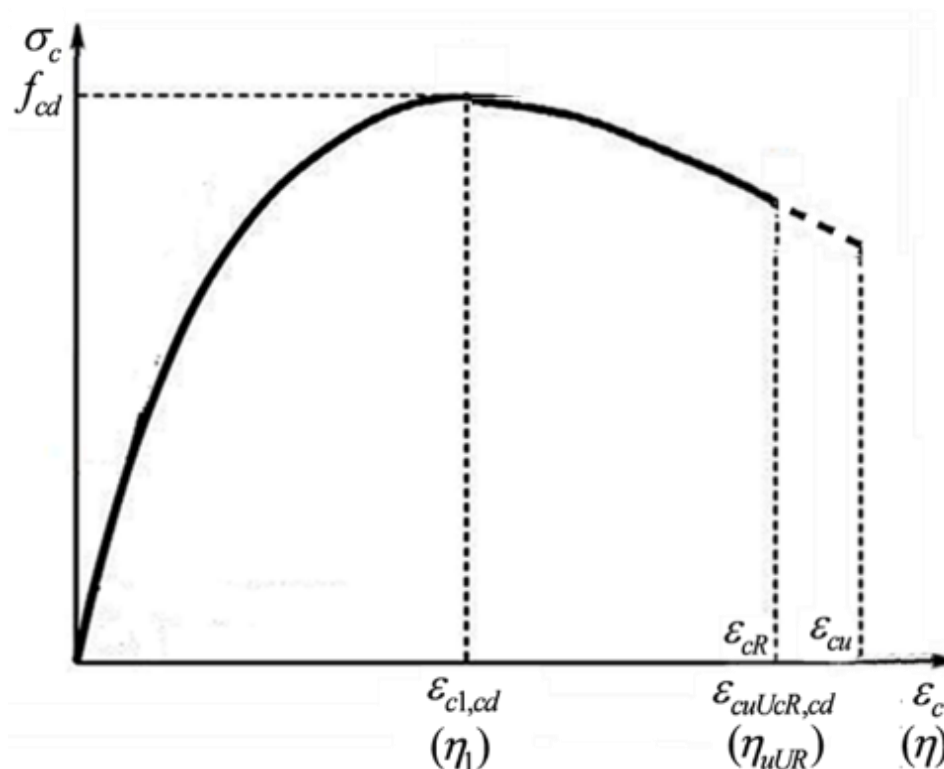


Рисунок 4.7 – До визначення розрахункового значення граничної деформації стиснутого бетону  $\epsilon_{cuUcR,cd}$  ( $\eta_{uUR,cd}$ ) із умови уникнення роздроблення бетону

На доцільність обмеження діаграми деформування бетону саме в точці максимального значення параметрів  $\omega_R$ ,  $\sigma_{cmR}$ ,  $N_c$  і  $\eta_R$  ( $\epsilon_{cR}$ ) вказують наведені у нормах [116, 178] аналогічні обмеження діаграм деформування арматури (рис. 1.28 і 4.4), котрі введені з метою виключення неконтрольованої поведінки при перевищенні деформаціями величини  $\epsilon_{ud}$ .

Застосування обмеженої на низхідній гілці діаграми стиснутого бетону та діаграми високоміцної арматури з висхідної верхньої ділянкою при проектуванні конструкцій дозволить забезпечити найбільш повне використання опору розтягу поздовжньої арматури й уникнути руйнування бетону шляхом роздроблення. При цьому виключається переоцінювання несучої здатності залізобетонних конструкцій на основі використання умови екстремуму деформування для визначення рівня деформації  $\eta_R$ , за перевищення якої відбувається руйнування бетону.



Визначення рівня граничної деформації бетону необхідно також і при оцінюванні залишкової несучої здатності існуючих залізобетонних і армокам'яних конструкцій у разі зниження міцності стиснутого бетону та кладки або пошкодження стиснутої зони при експлуатації. Приклади розрахунку Д.1 – Д.3 перearмованих конструкцій наведені в додатку Д.

Розглянемо задачу оцінювання несучої здатності у нормальному перерізі армованої високоміцною арматурою залізобетонної конструкції, що згинається, за досягнення напруженнями в арматурі значень граничної міцності при розтязі. Вона розв'язується з використанням екстремального силового критерія  $M_u = \max(M)$  і алгоритма розв'язання [191], діаграми деформування арматури з нахиленою висхідною верхньою гілкою та діаграми деформування стиснутого бетону, описаної гармонізованим поліномом 5 – степеня.

Дано: розміри перерізу конструкції  $bxd$ , площа поперечного перерізу арматури  $A_p$   $\left(\rho_1 = \frac{A_p}{bd}\right)$ ; характеристики міцності та деформативності бетону:  $f_{cd}$ ,

$\varepsilon_{c1,cd}$ ,  $\varepsilon_{cR,cd}$  ( $\eta_R$ ): характеристики арматури:  $f_{pd}$ ,  $E_p$ ,  $\varepsilon_{s0} = f_{pd}/E_p$ ,  $f_{pk}/\gamma_s$ ,  $\varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$ .

Невідомі:  $\varepsilon_{cu,cd}$  ( $\eta_u = \varepsilon_{cu,cd} / \varepsilon_{c1,cd}$ ),  $\omega_u$ ,  $y_{Nc}(\chi_u)$ ,  $\sigma_{cm}$ ,  $\varepsilon_{su}$ ,  $\sigma_s$ ,  $N_c$ ,  $N_s$ ,  $x$ ,  $M_{Rd}$ .

Розрахункова схема армованої високоміцною арматурою залізобетонної конструкції у нормальному перерізі приведена на рис. 4.8.

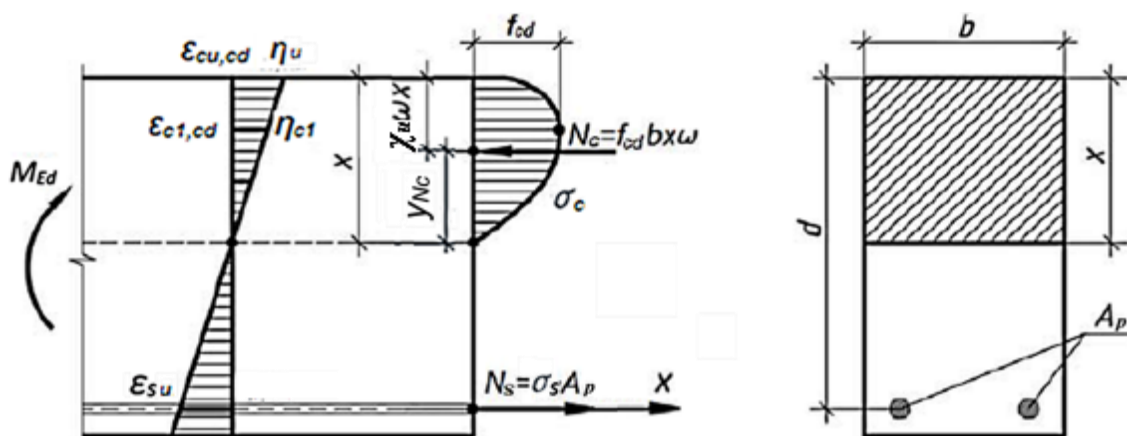


Рисунок 4.8 – Розрахункова схема до визначення несучої здатності у нормальному перерізі залізобетонної конструкції, що згинається, за досягнення напруженнями в арматурі граничної міцності при розтязі [191]

Для розв'язання задачі з 10-ма невідомими сформована система рівнянь:

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_{cm} &= f(\sigma_c, \varepsilon_c) = f_{cd} \omega_u \\
 N_c &= \int_{A_c} \sigma_c dA = \sigma_{cm} b x_u \\
 \sigma_s &= f(\varepsilon_s, f_{pd}, \varepsilon_{s0}, f_{pk} / \gamma_s, \varepsilon_{uk}) \\
 N_s &= \sigma_s A_p \\
 \omega_u &= \frac{\int_0^{\varepsilon_{cu,cd}} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon}{f_{cd} \varepsilon_c} = \frac{\int_0^{\eta_u} \sigma_c \eta d\eta}{f_{cd} \eta} \\
 \frac{x}{d} &= \frac{\varepsilon_{cu,cd}}{\varepsilon_{cu,cd} + \varepsilon_{su}} \\
 y_{N_c} &= (\sigma_c - \varepsilon_c \int_{A_c} \sigma_c y dA_c) / N_c = f(\varepsilon_{cu,cd}, x) \text{ або } f(\eta_{u,cd}, x) \\
 \sum X &= 0: N_s - N_c = 0 \\
 \sum M_z &= 0: M_{Rd} - N_c(d - x + y_{N_c}) = 0 \\
 M_{Rd} &= M_u(\varepsilon_{cu,cd}) = \max M(\varepsilon_{c,cd}) \text{ або } M_u(\eta_u) = \max M(\eta)
 \end{aligned} \right\}, \quad (4.9)$$

яка включає залежності між напруженнями  $\sigma_c$  і  $\sigma_s$  та деформаціями  $\varepsilon_c$  і  $\varepsilon_s$  стиснутого бетону й арматури; рівняння зв'язку між зусиллями  $N_c$  і  $N_s$  та напруженнями  $\sigma_c$  і  $\sigma_s$ , залежність для визначення  $\omega_u$ ; гіпотезу плоских перерізів; рівняння, котре визначає відстань  $y_{N_c}$  від нейтральної осі до осі прикладання зусилля  $N_c$ ; рівняння рівноваги за поздовжньою віссю  $X$  та моментів; критерій максимуму згинального моменту, що сприймає конструкція.

Зв'язок між відстанню від осі прикладання зусилля  $N_c$  до стиснутої грані при прямокутній епюрі напружень та відстанню  $y_{N_c}$  за криволінійної епюрі:

$$\chi_u = \frac{\bar{\xi} - y_{N_c} / d}{\omega \bar{\xi}}. \quad (4.10)$$

При виконанні умови  $\varepsilon_{cu,cd}(\eta_u) \leq \varepsilon_{cR,cd}(\eta_R)$  приймається встановлене значення  $M_{Rd}$ .

У разі  $\varepsilon_{cu,cd}(\eta_u) > \varepsilon_{cR,cd}(\eta_R)$  задача оцінювання несучої здатності армованої високоміцною арматурою конструкції, що згинається, розв'язується з використанням умови досягнення деформацією в крайній стиснутій фібрі

граничних величин  $\varepsilon_{cR,cd}$  чи рівня  $\eta_R$  з використанням максимального значення середнього напруження  $\sigma_{cmR}$  при деформуванні або за  $\sigma_{cR} \eta_R = \max(\sigma_c \eta_c)$  [397].

Дано: розміри перерізу  $bxd$ , площа поперечного перерізу арматури  $A_p$  ( $\rho_1$ ); характеристики міцності та деформативності бетону:  $f_{cd}$ ,  $\varepsilon_{c1,cd}$ ,  $\varepsilon_{cR,cd}$  ( $\eta_R$ ),  $\omega_R$  і  $\chi_R$ ; характеристики поздовжньої арматури:  $E_p$ ,  $\varepsilon_{s0} = f_{pd}/E_p$ ,  $f_{pk}/\gamma_s$ ,  $\varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$ .

Невідомі:  $\sigma_{cm}$ ,  $\varepsilon_s$ ,  $\sigma_s$ ,  $N_c$ ,  $N_s$ ,  $x$ ,  $M_{Rd}$ .

Розрахункова схема залізобетонної конструкції приведена на рис. 4.9.

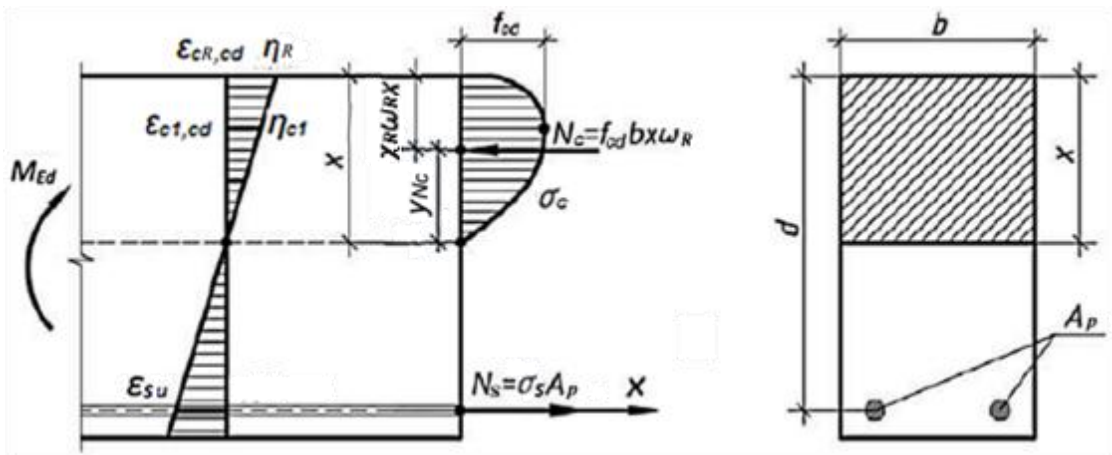


Рисунок 4.9 – Розрахункова схема до визначення несучої здатності у нормальному перерізі залізобетонної конструкції, що згинається, за досягнення деформацією бетону граничного значення  $\varepsilon_{cR,cd}$  ( $\eta_R$ )

Для розв'язання задачі з 7-ма невідомими сформована система рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{cm} &= f(\sigma_c, \varepsilon_c) = f_{cd} \omega_R \\ N_c &= \int_{A_c} \sigma_c dA = \sigma_{cm} b x \\ \sigma_s &= f(\varepsilon_s, f_{pd}, \varepsilon_{s0}, f_{pk} / \gamma_s, \varepsilon_{uk}) \\ N_s &= \sigma_s A_p \\ \frac{x}{d} &= \frac{\varepsilon_{cR,cd}}{\varepsilon_{cR,cd} + \varepsilon_s} \\ \sum X = 0: N_s - N_c &= 0 \\ \sum M_z = 0: M_{Rd} - N_c (d - \chi_R \omega_R x) &= 0 \end{aligned} \right\} \cdot \quad (4.11)$$

За умови  $\eta_u > \eta_R$  величина  $M_{Rd}$  відповідає граничному рівню деформації  $\eta_R$ , значення котрого встановлюється за умови (4.1) та формулою (4.3) і наведено в таблиці 4.5.

Розглянемо числові приклади за умови  $\varepsilon_{s0} = f_{pd} / E_p \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$  (рис. 4.4).

1. При класі міцності бетону С30/35 і класі поздовжньої арматури А1000:

– за  $b = 300$  мм,  $d = 730$  мм,  $A_p = 1356$  мм<sup>2</sup> (12Ø12),  $\rho_1 = 0,619$  %,  $f_{cd} = 19,5$  МПа,  $E_{cd} = 27$  ГПа,  $\varepsilon_{cl,cd} = 1,72$  ‰,  $k=2,5$ ,  $f_{pd} = 795,8$  МПа,  $\varepsilon_{s0} = 4,19$  ‰,  $\varepsilon_{uk}=18$  ‰,  $\varepsilon_{0,1,uk} = 16,2$  ‰ в результаті застосування системи рівнянь (4.9) отримані величина та рівень деформації бетону на стиснутій грані  $\varepsilon_{cu,cd} = 2,63$  ‰ і  $\eta_u = 1,526$ , котрі дорівнюють визначеним у таблиці 4.5 значенням граничної деформації бетону  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,63$  ‰ і  $\eta_R = 1,526$ . В результаті розрахунку:  $\varepsilon_{su} = 5,47$  ‰,  $\sigma_s = 803,2$  МПа,  $\sigma_c = 15,32$  МПа,  $y_{Nc} = 137$  мм,  $x = 237$  мм,  $N_c = N_s = 1089$  кН,  $M_{Rd} = 686$  кНм. Тому, при коефіцієнтах армування  $\rho_1 > 0,619$  % і  $\eta_u < \eta_R$  слід застосовувати систему рівнянь (4.9), а при  $\rho_1 \leq 0,619$  % приймаються наведені в таблиці 4.5 параметри  $\eta_R = 1,526$ ,  $\omega_R = 0,786$  і  $\chi_R = 0,539$ ;

– за процента армування  $\rho_1 = 0,247$  %, якому відповідає граничне значення допустимої деформації арматури  $\varepsilon_{0,1,uk} = 16,2$  ‰, й інших незмінних параметрах встановлено: величина та рівень деформації бетону стиснутої грані  $\varepsilon_{cu,cd} = 3,46$  ‰ і  $\eta_u = 2,013$ , котрі перевищують відповідні значення граничної деформації  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,63$  ‰ і  $\eta_R = 1,526$ . Тому розрахунок проводиться за  $\eta_R$ . В результаті отримано:  $\varepsilon_{su} = 16,2$  ‰,  $\sigma_s = 864,7$  МПа,  $\sigma_c = 15,32$  МПа,  $y_{Nc} = 58$  мм,  $x = 102$  мм,  $N_c = N_s = 467,8$  кН,  $M_{Rd} = 321$  кНм. У разі, якщо напруження в арматурі прийняти постійними  $\sigma_s = f_{pd}$  (горизонтальна ділянка діаграми) при  $\eta_u = 1,309$  маємо значення  $M_{Rd} = 297$  кНм, яке недооцінює несучу здатність на 8 %.

2. При класі міцності бетону С50/60 та класі поздовжньої арматури А1000:

– за  $\rho_1 = 0,619$  % та наданих в прикладі 1  $b$ ,  $d$ ,  $A_p$  та  $f_{cd} = 33$  МПа,  $E_{cd} = 34$  ГПа,  $\varepsilon_{cl,cd} = 1,91$  ‰,  $k = 2,066$ ,  $\varepsilon_{0s}$ ,  $\varepsilon_{uk}$ ,  $\varepsilon_{ud}$ , отримані величина та рівень

деформації бетону стиснутої грані  $\varepsilon_{cu,cd} = 3,07 ‰$  і  $\eta_u = 1,609$ , котрі перевищують відповідні значення граничної деформації  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,59 ‰$  і  $\eta_R = 1,358$ . Тому розрахунок проводиться за  $\eta_R$ . В результаті отримано:  $\varepsilon_{su} = 9,89 ‰$ ,  $\sigma_s = 828,5$  МПа,  $\sigma_c = 24,69$  МПа,  $y_{Nc} = 90$  мм,  $x = 152$  мм,  $N_c = N_s = 1123$  кН,  $M_{Rd} = 751$  кНм. У разі, якщо напруження в арматурі прийняти  $\sigma_s = f_{pd}$  (горизонтальна ділянка діаграми для арматури) при  $\eta_u = 1,275$  маємо значення  $M_{Rd} = 724$  кНм;

– за процента армування  $\rho_1 = 0,394 ‰$ , якому відповідає граничне значення допустимої деформації арматури  $\varepsilon_{ud} = 16,2 ‰$  та інших незмінних параметрах встановлено: величина та рівень деформації бетону на стиснутій грані  $\varepsilon_{cu,cd} = 3,36 ‰$  і  $\eta_u = 1,758$ , котрі перевищують відповідні значення граничної деформації  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,59 ‰$  і  $\eta_R = 1,358$ . Приймаємо в якості розрахункового параметра  $\eta_R$ , тоді:  $\varepsilon_{su} = 16,2 ‰$ ,  $\sigma_s = 864,7$  МПа,  $\sigma_c = 24,69$  МПа,  $y_{Nc} = 60$  мм,  $x = 101$  мм,  $N_c = N_s = 746,1$  кН,  $M_{Rd} = 514$  кНм. За  $\sigma_s = f_{pd}$  при  $\eta_u = 1,275$  маємо  $M_{Rd} = 476$  кНм, що недооцінює несучу здатність на 8 %;

### 3. При класі міцності бетону C50/60 та класі поздовжньої арматури K1500:

– за процента армування  $\rho_1 = 0,327 ‰$ , якому відповідає граничне значення допустимої деформації арматури  $\varepsilon_{ud} = 12,6 ‰$ , значення та рівень деформації бетону стиснутої грані дорівнює  $\varepsilon_{cu,cd} = 3,36 ‰$  і  $\eta_u = 1,761$ , що перевищує  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,59 ‰$  і  $\eta_R = 1,358$ . При рівні деформації  $\eta_R$  отримано:  $\varepsilon_{su} = 12,6 ‰$ ,  $\sigma_s = 1289$  МПа,  $\sigma_c = 24,69$  МПа,  $y_{Nc} = 74$  мм,  $x = 125$  мм,  $N_c = N_s = 923,4$  кН,  $M_{Rd} = 628$  кНм, що запобігає недооцінюванню на 8 % за  $\sigma_s = f_{pd}$  при  $\eta_u = 1,275$   $M_{Rd} = 583$  кНм;

### 4. При класі міцності бетону C50/60 та класі поздовжньої арматури Bp1500:

– за процента армування  $\rho_1 = 0,304 ‰$ , якому відповідає граничне значення допустимої деформації арматури  $\varepsilon_{ud} = 14,4 ‰$ , значення та рівень деформації бетону на стиснутій грані дорівнює  $\varepsilon_{cu,cd} = 3,37 ‰$  і  $\eta_u = 1,765$  і перевищує  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,59 ‰$  і  $\eta_R = 1,358$ . При рівні  $\eta_R$  отримано:  $\varepsilon_{su} = 14,4 ‰$ ,

$\sigma_s = 1241$  МПа,  $\sigma_c = 24,69$  МПа,  $y_{Nc} = 67$  мм,  $x = 112$  мм,  $N_c = N_s = 826,3$  кН,  $M_{Rd} = 556$  кНм, що запобігає недооцінюванню на 6 % за  $\sigma_s = f_{pd}$  при рівні  $\eta_u = 1,275$   $M_{Rd} = 524$  кНм.

При збільшенні значення  $\varepsilon_{ud}$  за умови використання горизонтальної верхньої гілки діаграми деформування арматури рівень недооцінювання несучої здатності може збільшуватися.

Для визначення величини згинального моменту  $M_{Rd}$ , що сприймає армована високоміцною арматурою залізобетонна конструкція у нормальному перерізі, за умови  $\varepsilon_{s0} = f_{pd} / E_p \leq \varepsilon_{su} \leq \varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$  при  $\eta_u > \eta_R$  можливо застосовувати спрощений алгоритм розв'язання задачі з використанням [75, 178, 191]:

1. При заданому значенні коефіцієнта поздовжнього армування  $\rho_1$  визначається величина деформації арматури:

$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{f_{pd}(\varepsilon_{sk} - \varepsilon_{s0})}{f_{pk} / \gamma_s - f_{pd}} - \varepsilon_{s0} + \varepsilon_{cR,cd} \right]^2} + \varepsilon_{cR,cd} \left[ \varepsilon_{s0} + \frac{\varepsilon_{sk} - \varepsilon_{s0}}{f_{pk} / \gamma_s - f_{pd}} \left( \frac{f_{cd}\omega}{\rho_1} - f_{pd} \right) \right] - \frac{1}{2} \left[ \frac{f_{pd}(\varepsilon_{sk} - \varepsilon_{s0})}{f_{pk} / \gamma_s - f_{pd}} - \varepsilon_{s0} + \varepsilon_{cR,cd} \right]; \quad (4.12)$$

2. Підраховуються напруження в арматурі:

$$\sigma_s = f_{pd} + \left( \frac{f_{pk}}{\gamma_s} - f_{pd} \right) \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{s0}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{s0}}; \quad (4.13)$$

3. Встановлюється відносна висота стиснутої зони:

$$\bar{\xi} = \frac{A_s \sigma_s}{f_{cd} b d \omega_R} = \frac{\rho_1 \sigma_s}{f_{cd} \omega_R}; \quad (4.14)$$

4. Підраховується параметр  $\alpha_m$ :

$$\alpha_m = \bar{\xi} \omega_R (1 - \chi_R \bar{\xi} \omega_R); \quad (4.15)$$

5. Визначається величина згинального моменту, що сприймає конструкція:

$$M_{Rd} = \alpha_m f_{cd} b d^2. \quad (4.16)$$

Значення  $\varepsilon_{cry,cd}$ ,  $\omega_R$  і  $\chi_R$  для всіх передбачених нормами класів міцності бетону надані в таблиці 4.5. Для спрощення розрахунку запропонована залежність, яка встановлює напруження  $\sigma_s$  в арматурі безпосередньо за коефіцієнтом армування  $\rho_1$  без визначення величини деформації арматури.

Приклади розрахунку Д.4 і Д.5 несучої здатності армованих високоміцною арматурою конструкцій, наведені в додатку Д.

У випадку  $\varepsilon_s < \varepsilon_{s0} = f_{pd} / E_p$  конструкція розраховується як переармована при рівні деформації  $\eta_R$ .

Задача визначення площі поперечного перерізу поздовжньої арматури з використанням алгоритма, наведеного в [191].

Дано:  $b$ ,  $d$ ; характеристики міцності та деформативності бетону:  $f_{cd}$ ,  $\varepsilon_{c1,cd}$ ,  $\varepsilon_{cR,cd}$  ( $\eta_R$ ); характеристики арматури:  $f_{pd}$ ,  $E_p$ ,  $\varepsilon_{s0} = f_{pd} / E_p$ ,  $f_{pk} / \gamma_s$ ,  $\varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$ .  $\eta_R$  ( $\varepsilon_{cR,cd}$ ),  $\omega_R$  і  $\chi_R$ ; конструкцію знаходиться під впливом згинальний моменту  $M_{Ed}$ .

Невідомі:  $\varepsilon_{cu,cd}$  ( $\eta_u$ ),  $\omega_u$ ,  $y_{Nc}$  ( $\chi_u$ ),  $\sigma_{cm}$ ,  $\varepsilon_{su}$ ,  $\sigma_s$ ,  $N_c$ ,  $N_s$ ,  $x$ ,  $A_p$ .

При  $\eta_u \leq \eta_R$  та  $\varepsilon_{s0} = f_{pd} / E_p \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$  для визначення площі поперечного перерізу арматури  $A_s$  використовується система рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{cm} &= f(\sigma_c, \varepsilon_c) = f_{cd} \omega_u \\ N_c &= \int_{A_c} \sigma_c dA = \sigma_{cm} b x \\ \sigma_s &= f(\varepsilon_s, f_{pd}, \varepsilon_{s0}, f_{pk} / \gamma_s, \varepsilon_{uk}) \\ N_s &= \sigma_s A_p \\ \omega_u &= \frac{\int_0^{\varepsilon_{cu,cd}} \sigma_c \varepsilon_c d\varepsilon}{f_{cd} \varepsilon_c} = \frac{\int_0^{\eta_u} \sigma_c \eta d\eta}{f_{cd} \eta} \\ \frac{x}{d} &= \frac{\varepsilon_{cu,cd}}{\varepsilon_{cu,cd} + \varepsilon_s} \\ y_{Nc} &= (\sigma_c - \varepsilon_c \int_{A_c} \sigma_c y dA_c) / N_c = f(\varepsilon_{cu,cd}, x) \text{ або } f(\eta_{u,cd}, x) \\ \sum X &= 0: N_s - N_c = 0 \\ \sum M_z &= 0: M_{Ed} - N_c (d - x + y_{Nc}) = 0 \\ A_s &= A_s(\varepsilon_{cu,cd}) = \min A_s(\varepsilon_{c,cd}) \text{ або } A_s(\eta_u) = \min A_s(\eta) \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

За умови  $\eta_u > \eta_R$  приймається  $\eta_R$ , для визначення  $A_p$  застосовується система рівнянь (4.11) із заміною останнього рівняння системи  $M_{Rd} - N_c(d - x + y_{N_c}) = 0$  на  $M_{Ed} - N_c(d - x + y_{N_c}) = 0$ .

Послідовність визначення  $A_p$  за спрощеним алгоритмом наступна:

1. За величиною згинального моменту  $M_{Ed}$ , визначається параметр  $\alpha_m$ :

$$\alpha_m = M_{Ed} / f_{cd} b d^2; \quad (4.18)$$

2. Підраховується відносна висота стиснутої зони бетону:

$$\bar{\xi} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\chi_R \alpha_m}}{2\chi_R \omega_R}; \quad (4.19)$$

3. Встановлюється деформація поздовжньої арматури:

$$\varepsilon_{su} = \varepsilon_{cR,cd} (1 - \bar{\xi}) / \bar{\xi}; \quad (4.20)$$

4. Підраховуються напруження в поздовжній арматурі:

$$\sigma_s = f_{pd} + (\bar{f}_{pk} - f_{pd})(\varepsilon_{su} - \varepsilon_{s0}) / (\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{s0}); \quad (4.21)$$

5. Визначається площа поперечного перерізу поздовжньої арматури:

$$A_p = \frac{M_{Ed}}{\sigma_s d z}, \quad (4.22)$$

тут

$$z = 1 - \chi_R \bar{\xi} \omega_R. \quad (4.23)$$

Як указує аналіз результатів оцінювання несучої здатності у нормальному перерізі (табл. Д.1 – Д.5) та визначення площі поперечного перерізу поздовжньої арматури (приклад Д.6) при класі бетону С50/60 й арматури класів А1000, Вр1400 і К1500 на інтервалі значень деформації арматури  $f_{pd} / E_p \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud}$  рівень деформації бетону  $\eta_u$  перевищує значення  $\eta_R$  і величини  $M_{Ed}$  та  $A_p$  необхідно підраховувати з використанням, в якості розрахункового, параметру  $\eta_R$ . За класу бетону С30/35 й арматурі А1000 і А600 для певних значень  $\rho_1$  рівень  $\eta_R$  перевищує рівень  $\eta_u$ . При цьому із збільшенням міцності арматури інтервал за якого  $\eta_u \leq \eta_R$ , звужується. За умови  $\varepsilon_{su} < \varepsilon_{s0}$  при розрахунках необхідно застосовувати рівень деформації  $\eta_R$  (приклад Д.7, табл. Д.6).



## 4.2 Оцінювання несучої здатності балкових армокам'яних конструкцій у нормальних перерізах

У чинних нормах [84] засвідчується, що фактичній роботі кам'яної кладки при стиску відповідає нелінійна залежність деформації від напружень, але при проектуванні її допускається приймати як лінійною так і параболічно-прямокутною з лінійною ділянкою після досягнення максимального рівня напружень. Це пов'язано з певними складностями застосування в розрахунках нелінійної деформаційної моделі. Тому існує потреба в розробці методу розрахунку несучої здатності армокам'яних конструкцій із використанням нелінійної залежності на всьому інтервалі змінення деформації до граничного рівня та створення достатньо простого алгоритму отримання результатів. Використовуючи залежність (1.86) [104] для визначення деформації за будь-яких значеннях напружень, величина відносної деформації кладки  $\varepsilon_{m1}$  при максимальному короткочасному навантаженні встановлюється із рівняння:

$$\varepsilon_{m1} = \frac{1000}{\alpha} B_{m1}, \quad (4.24)$$

де  $\alpha$  – пружна характеристика кладки;  $B_{m1}$  – коефіцієнт, значення якого наведено в табл. 7.3 [104] і дорівнює  $2,64 \times 10^{-3}$ .

Таким чином, для кам'яної кладки можна записати:

$$\alpha \varepsilon_{m1} = 1000 B_{m1} = \text{const} = 2,64. \quad (4.25)$$

Вводячи для кам'яної кладки коефіцієнт  $k_d$ , який характеризує її пружно-пластичні властивості та встановлюючи його аналогічно до визначення відповідного коефіцієнта для важкого бетону [75], при застосуванні розрахункового значення опору кладки стиску  $f_d$  отримано:

$$k_d = 1,05 \varepsilon_{m1} E / f_d, \quad (4.26)$$

де  $E = 0,5 E_0 = 0,5 \alpha f_u = \alpha f_d$ , тут  $E_0$  – початковий модуль деформацій кладки,  $f_u = 2 f_d$  [104, 226].

За розрахункову залежність деформації від напружень приймається діаграма з низхідною гілкою (рис. 4.10) [104].

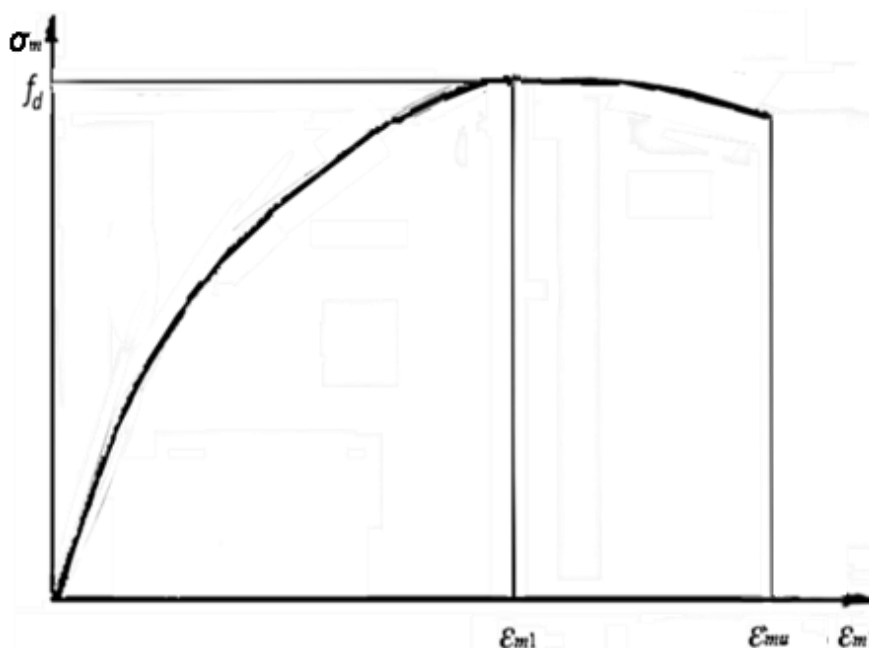


Рисунок 4.10 – Діаграма «напруження  $\sigma$  - деформації  $\varepsilon$ »  
для кам'яної кладки

Тоді можливо записати:

$$k_d = 1,05\alpha\varepsilon_{m1}. \quad (4.27)$$

При міцності розчину  $f_m \geq 2,5$  МПа, що характерно для більшості кам'яних та армокам'яних конструкцій:

– для кладки із цегли пластичного пресування:  $\alpha = 1000$ :

$$\varepsilon_{m1} = \frac{1000}{\alpha} B = \frac{1000}{1000} \times 2,64 \times 10^{-3} = 2,64 \times 10^{-3}; \quad k_d = 1,05 \times 1000 \times 2,64 \times 10^{-3} = 2,77.$$

Пропонується для визначення несучої здатності армокам'яних конструкцій застосовувати в якості функції, що описує епюру напружень у стиснутій зоні поліном 5-го степеня з уточненими для кам'яної кладки коефіцієнтами полінома  $a_1, a_2, a_3, a_4$  і  $a_5$  і використанням системи рівнянь (4.6).

Коефіцієнти полінома 5-го степеня, визначені на основі результатів його гармонізації (п. 4.1.2) для кам'яної кладки при  $k = 2,77$ :  $a_1 = 2,7146$ ;  $a_2 = -2,7692$ ;  $a_3 = 1,4629$ ;  $a_4 = -0,4765$ ;  $a_5 = 0,0682$ . Для поздовжнього армування балкових конструкцій застосовується арматура з фізичною ділянкою текучості з постійним значенням міцності на розтяг  $f_{yd}$  в межах інтервалу поточної деформації

$\varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud}$ , де  $\varepsilon_{s0}$  і  $\varepsilon_{ud}$  – деформація арматури на початку і в кінці ділянки текучості.

Розглядається задача визначення несучої здатності за нормальним перерізом армокам'яних конструкцій, що згинаються, з врахуванням наведених в [191] залежностей для залізобетонних балок.

Дано: розміри поперечного перерізу балки  $b, d$  і площа поперечного перерізу поздовжньої арматури  $A_s(\rho_1)$ ; розрахункова міцність кладки на стиск  $f_d$ , яка визначена за міцністю каменю та розчину, величина деформації  $\varepsilon_{m1}$ , клас поздовжньої арматури:  $f_{yd}, E_s$  і  $\varepsilon_0, \varepsilon_{ud}$ .

Невідомі:  $\varepsilon_{mu}$  ( $\eta_{mu} = \varepsilon_{mu} / \varepsilon_{m1}$ ),  $\omega_u, y_{Fm}(\chi_u), \sigma_{mm}$  – середнє напруження,  $F_m, \varepsilon_{su}, x, M_{Rd}$ .

Розрахункова схема балкової конструкції представлена на рис. 4.11.

Для розв'язання задачі з 8-а невідомими сформована система рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \omega_u &= \sum_{i=1}^5 \frac{a_i}{i+1} \eta^{i+1} / \eta_u \\ \chi_u &= \left( 1 - \frac{\sum_{i=1}^5 \frac{a_i}{i+1} \eta^{i+1}}{\eta_u \sum_{i=1}^5 \frac{a_i}{i+2} \eta^{i+2}} \right) / \omega_u \\ \frac{x}{d} &= \frac{\varepsilon_{mu}}{\varepsilon_{mu} + \varepsilon_{su}} \\ \sigma_{mm} &= f(\sigma_m, \varepsilon_m) = f_d \omega_u \\ F_m &= \int_{A_m} \sigma_m dA = \sigma_{mm} b x \\ \sum X &= 0: F_s - F_m = 0 \\ \sum M &= 0: M_{Rd} - F_m (d - x + y_{F_m}) = 0 \\ M_{Rd} &= M_u(\eta_u) = \max M(\eta) \end{aligned} \right\}, \quad (4.28)$$

яка включає умову екстремуму  $M_u(\eta_u) = \max M(\eta)$  і залежності для визначення розрахункових параметрів  $\eta_u, \omega_u$  та  $\chi_u$ ; гіпотезу плоских перерізів; рівняння зв'язку між напруженнями  $\sigma_m$  і деформацією  $\varepsilon_m$  стиснутої зони кладки; залежність між зусиллями  $F_m$  та напруженнями  $\sigma_m$ ; рівняння рівноваги по осі  $X$  та моментів.

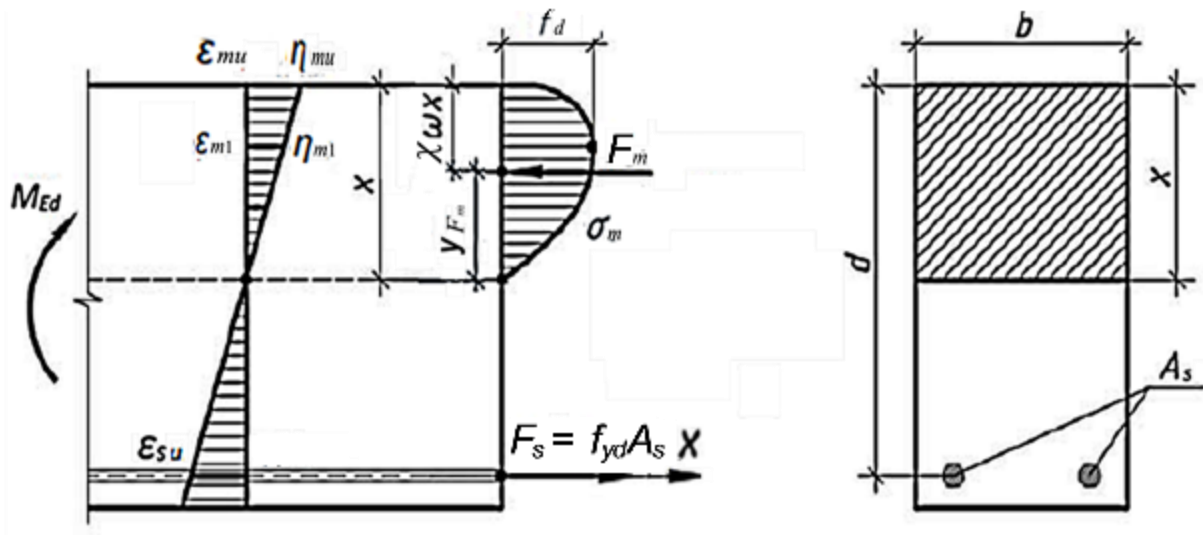


Рисунок 4.11 – Розрахункова схема до визначення несучої здатності у нормальному перерізі армокам’яної балки

При цьому, перевіряється умова непереармованості конструкції поздовжньою арматурою з використанням діаграми деформування арматури з фізичною ділянкою текучості на її початку  $\epsilon_{s0} \leq \epsilon_s$  та умова неконтрольованої поведінки при  $\epsilon_s > \epsilon_{ud}$ .

Для визначення величини згинального моменту  $M_{Rd}$ , що сприймає армована в поздовжньому напрямку армокам’яна конструкція за нормальним перерізом, може бути використано спрощений алгоритм рішення в такій послідовності:

1. Використовуючи екстремальний критерій  $M_u(\eta_u) = \max M(\eta)$  та беручи до уваги, що  $\alpha \epsilon_{m1} = \text{const}$ , визначаються розрахункові параметри в нормальному перерізі для кам’яної кладки при  $k=2,77$ , які дорівнюють:  $\eta_u = 1,327$ ,  $\omega_u = 0,782$ ,  $\chi_u = 0,528$ ;

2. Підраховується відносна висота стиснутої зони:

$$\xi_{x11} = \frac{f_{yd} A_s}{f_d b \omega_u}; \quad (4.29)$$

3. Визначається деформація в поздовжній арматурі:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_m (1 - \bar{\xi}) / \bar{\xi}; \quad (4.30)$$

4. Перевіряється умова ефективної роботи поздовжньої арматури  $\varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud}$ , при виконанні якої напруження в ній досягають величини розрахункової міцності;

5. За її виконання встановлюється параметр  $\alpha_m$  із рівняння:

$$\alpha_m = \xi(1 - \chi_u \xi); \quad (4.31)$$

6. Визначається гранична величина згинального моменту, що сприймає конструкція, за однією із формул:

$$M_{Rd} = \alpha_m f_d b d^2, \quad (4.32)$$

або

$$M_{Rd} = f_{yd} A_s d (1 - \chi_u \bar{\xi} \omega_u). \quad (4.33)$$

Значення граничної величини параметра  $\alpha_R$  у нормальному перерізі для арматури класів А240С, А400С, А500С і В500 наведені в таблиці 4.6.

Таблиця 4.6 – Значення коефіцієнту  $\alpha_R$ , за якого деформація арматури відповідає початковій точці ділянки текучості

Параметр	А240С	А400С	А500С при Ø8-22	В500
$\alpha_{Rm}$	0,409	0,395	0,383	0,379

Згідно чинних норм [84] для елементів кам'яної кладки групи 1 (крім елементів на легких заповнювачах) відношення  $\frac{M_{Rd}}{f_d b d^2}$  не повинно перевищувати 0,4, а для інших елементів 0,3. Слід зазначити, що при цьому вплив класу поздовжньої арматури на граничну величину вказаного відношення не враховується.

Розглянемо задачу визначення площі поперечного перерізу поздовжньої арматури.

Дано: величина згинального моменту  $M_{Ed}$  від зовнішнього навантаження; розміри поперечного перерізу  $b, d$ ; розрахункові характеристики кладки  $f_d, \varepsilon_{m1}, k = 2,77$ ; характеристики поздовжньої арматури:  $f_{yd}, E_s$  і  $\varepsilon_0$ .

Невідомі:  $\varepsilon_{mu}$  ( $\eta_{mu} = \varepsilon_{mu} / \varepsilon_{m1}$ ),  $\omega_u, y_{Fm}(\chi_u), \sigma_{mm}, F_m, \varepsilon_s, x, A_s$ .

Розрахункова схема балкової армокам'яної конструкції представлена на рис. 4.20.

Для визначення площі поперечного перерізу поздовжньої арматури розв'язується система рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \omega_u &= \sum_{i=1}^5 \frac{a_i}{i+1} \eta^{i+1} / \eta_u \\ \chi_u &= \left( 1 - \frac{\sum_{i=1}^5 \frac{a_i}{i+1} \eta^{i+1}}{\eta_u \sum_{i=1}^5 \frac{a_i}{i+2} \eta^{i+2}} \right) / \omega_u \\ \frac{x}{d} &= \frac{\varepsilon_{mu}}{\varepsilon_{mu} + \varepsilon_s} \\ \sigma_{mm} &= f(\sigma_m, \varepsilon_m) = f_d \omega_u \\ F_m &= \int_{A_m} \sigma_m dA = \sigma_{mm} b x \\ \sum X = 0 &: F_s - F_m = 0 \\ \sum M = 0 &: M_{Ed} - F_m (d - x + y_{Fm}) = 0 \\ A_s &= A_s(\eta_{mu}) = \min A_s(\eta_m) \end{aligned} \right\}, \quad (4.34)$$

При використанні спрощеного алгоритму рішення задача розв'язується в наступній послідовності:

1. Визначається параметр  $\alpha_m$  :

$$\alpha_m = \frac{M_{Ed}}{f_d b d^2}; \quad (4.35)$$

2. Перевіряється умова непереармованості конструкції поздовжньою арматурою  $\alpha_m \leq \alpha_R$ ;

3. У разі її виконання встановлюється відносна висота стиснутої зони:

$$\bar{\xi} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\chi_u \alpha_m}}{2\chi_u}. \quad (4.36)$$

При  $\alpha_m \leq \alpha_R$  ( $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{s0}$ ) необхідно збільшити розміри поперечного перерізу або за можливості встановити в горизонтальному розчинному шві поздовжню арматуру;

4. Встановлюється параметр  $\bar{\zeta}$ :

$$\bar{\zeta} = 1 - \chi_u \bar{\xi} \omega_u; \quad (4.37)$$

5. Визначається необхідна площа поперечного перерізу поздовжньої арматури:

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{\bar{\zeta} df_{yd}}. \quad (4.38)$$

Мінімальний коефіцієнт поздовжнього армування встановлюється із умови не перевищення величиною деформації в арматурі значення  $\varepsilon_{ud}$ , визначеного в нормах [178]

$$\rho_{\min} = \bar{\xi}_{\min} \frac{f_d}{f_{yd}} = \frac{\varepsilon_{mu}}{\varepsilon_{mu} + \varepsilon_{ud}} \frac{f_d}{f_{yd}}. \quad (4.39)$$

Для оцінювання можливості втрати несучої здатності в результаті роздроблення кам'яної кладки замість критерія  $M_{Rd} = \max M(\eta)$  застосовується деформаційний критерій  $\eta_R \sigma_{mm} / f_d = \max(\eta \sigma_{mm} / f_d)$  і встановлюються параметри  $\eta_R$ ,  $\omega_R$ ,  $\chi_R$ , які підставляються в систему рівнянь (4.28) замість  $\eta_u$ ,  $\omega_u$ ,  $\chi_u$ .

Значно нижча міцність кам'яної кладки на стиск порівняно з міцністю стиснутого бетону, бажання збільшити несучу здатність за рахунок підвищення інтенсивності армування, а також пошкодження кладки в процесі експлуатації приводять до переармованості армокам'яних конструкцій.

При невиконанні умови  $\varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_s = \varepsilon_m(1 - \bar{\xi}) / \bar{\xi}$  втрата несучої здатності армокам'яної конструкції за нормальним перерізом відбувається шляхом руйнування кладки в стиснутій зоні. Тому приймаються параметри нормального перерізу  $\eta_R = 1,627$ ,  $\omega_R = 0,801$ ,  $\chi_R = 0,541$ , встановлені з використанням умови максимуму деформування кладки, що дозволяє визначати граничну деформацію  $\varepsilon_{mR}$  та граничний рівень  $\eta_R$  (рис. 4.12), при перевищенні яких неможливий перерозподіл напружень у кам'яній кладці за збільшення навантаження.

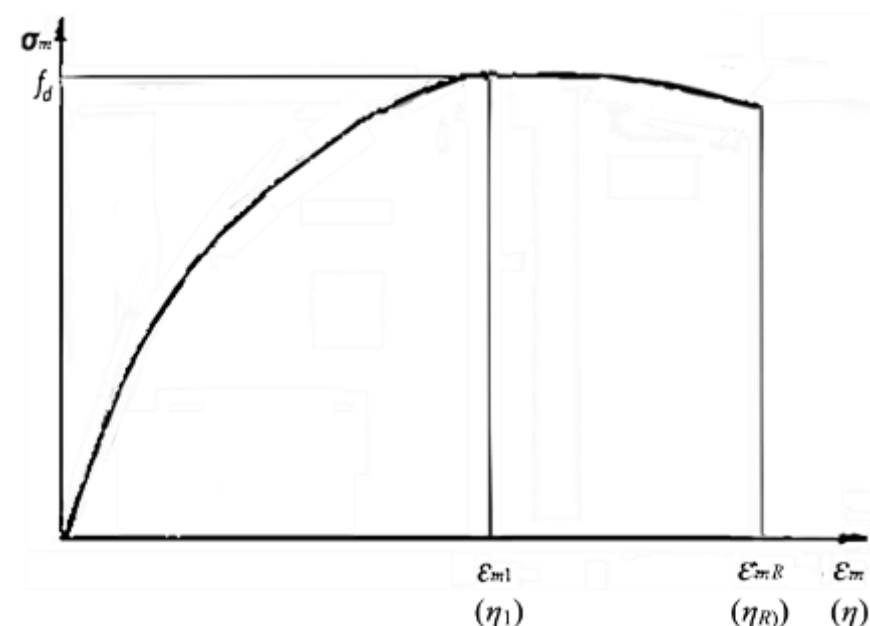


Рисунок 4.12 – Діаграма «напруження  $\sigma$  - деформація  $\varepsilon$ » для кам'яної кладки до визначення граничної відносної деформації

Задача розв'язується з використанням розрахункової схеми (рис. 4.9) і системи рівнянь (4.11) при заміні характеристик міцності та деформативності бетону на відповідні характеристики кладки. За формулами (4.29), (4.31) та (4.32) визначається несуча здатність конструкцій.

Приклади розрахунку Д.11 і Д.12 наведені в додатку Д.

### 4.3 Висновки за розділом 4

1. Ефективне застосування нелінійної деформаційної моделі для розрахунку несучої здатності залізобетонних і армокам'яних конструкцій за



нормальними перерізами пов'язано з перерозподілом як напружень у стиснутій зоні, так і зусиль між бетоном і поздовжньою арматурою, котре за умови підвищення навантаження має місце лише за обмеженої деформації бетону та кам'яної кладки.

2. Втрата несучої здатності залізобетонних конструкцій, що згинаються, відбувається як при досягненні напруженнями в арматурі міцності на розтяг за рівня відносної деформації крайньої стиснутої фібри  $\eta_u$  (випадок 1), так і шляхом руйнування бетону та кам'яної кладки за рівнем граничної відносної деформацій  $\eta_R$  (випадок 2).

3. Розрахунок несучої здатності за умови  $\eta_u \leq \eta_R$  (випадок 1) полягає у застосуванні умови максимуму величини згинального моменту  $M_{Rd} = \max M(\eta)$ . Максимальному значенню згинального моменту відповідає величина рівня деформації  $\eta_R$ . Площа поперечного перерізу поздовжньої арматури встановлюється із умови мінімуму  $A_s = \min A_s(\eta)$ .

4. Аналіз характеристик описаної дробово-раціональною функцією діаграми «напруження - деформація» бетону при стиску засвідчує, що середнє напруження  $\sigma_{cm}$ , коефіцієнт повноти епюри напружень  $\omega$  та зусилля, що сприймає стиснута зона, досягають максимальних значень на низхідній гілці діаграми і за подальшого зростання деформації знижуються. Так, при класі міцності бетону С20/25 найбільші значення  $\sigma_{cm}$  і  $\omega$  встановлені на ділянці деформування  $0 < \eta \leq 1,627$  і дорівнюють:  $\sigma_{cm} = 11,61$  МПа і  $\omega = \omega_R = 0,801$ . Їх величини на ділянці висхідної гілки  $0 < \eta \leq 1$ :  $\sigma_{cm} = 10,37$  МПа,  $\omega = 0,715$ ; а на ділянці  $0 < \eta \leq 1,8$  дорівнюють  $\sigma_{cm} = 11,58$  МПа,  $\omega = 0,798$ .

5. Рівень граничної деформації  $\eta_R$  визначається з використанням екстремального принципу в теорії пластичності: максимуму прирощення напружень на прирощеннях деформації, найбільш можливої без «макродеструктуризації» бетону (кам'яної кладки). Рівень граничної деформації  $\eta_R$  на низхідній гілці діаграми може бути безпосередньо встановлений із умови

$$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta_R \left( \frac{\sigma_m}{f_d} \eta_R \right)_c = \max \frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta \left( \frac{\sigma_m}{f_d} \eta \right) \text{ на залежності } \frac{\sigma_c}{f_c} - \eta \left( \frac{\sigma_m}{f_d} \eta \right), \text{ і при класі бетону}$$

C20/25 дорівнює 1,627.

6. Для зручності визначення розрахункових параметрів нормального перерізу для опису діаграми деформування бетону при стиску, гармонізовано поліном 5-го степеня, який надає можливість отримати достатньо прості залежності для визначення коефіцієнта  $\omega$  та відстані від осі прикладання зусилля в бетоні до стиснутої грані.

7. При застосуванні в якості поздовжнього армування високоміцної арматури, деформація в якій на початку верхньої гілки діаграми «напруження-деформація» значно перевищує деформацію арматури з фізичною площадкою текучості та за використання верхньої висхідної гілки, котра краще відповідає її фактичній роботі порівняно з горизонтальною ділянкою, із зростанням деформації в інтервалі  $f_{pd} / E_p \leq \varepsilon_{ud} \leq \varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$  підвищується величина напружень, що приводить до збільшення висоти стиснутої зони бетону і рівня деформацій крайньої стиснутої фібри та величина рівня  $\eta_u$  перевищує граничний  $\eta_R$ .

8. Прийняття в якості розрахункового параметра  $\eta_R$  також надає можливість визначати залишкову несучу здатність переармованих унаслідок пошкоджень або зниження міцності стиснутої зони при експлуатації балкових залізобетонних і армокам'яних конструкцій.

9. Для визначення несучої здатності за нормальним перерізом залізобетонних і армокам'яних конструкцій, що згинаються, отримані системи рівнянь та наведені розрахункові схеми.

10. Запропоновано спрощений алгоритм розрахунку. Для бетону усіх нормативних класів за міцністю та кам'яної кладки визначені значення параметрів нормального перерізу:  $\omega_R$  і  $\chi_R$ , які відповідають характеристикам діаграми деформування, визначеним за рівнем  $\eta_R$ .

## РОЗДІЛ 5 ОЦІНЮВАННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ БЕТОННИХ, ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КАМ'ЯНИХ ТА АРМОКАМ'ЯНИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗА УМОВИ МІНІМУМУ ПОТУЖНОСТІ ПЛАСТИЧНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ

### 5.1 Методика розрахунку несучої здатності залізобетонних балкових конструкцій за похилими перерізами на основі «фермової аналогії» та «дискової моделі»

Окрім оцінювання несучої здатності балкових залізобетонних конструкцій за похилими перерізами важливе значення має забезпечення необхідної величини опору елементів на ділянках біля опор. Одним із шляхів досягнення вказаної мети є уточнення методів розрахунку. При цьому важливе значення має визначення опору зрізу [400].

У своєму розвитку методика розрахунку несучої здатності залізобетонних конструкцій за похилими перерізами останнім часом зазнала суттєвих змін, при цьому найбільш поширеними являються «фермова аналогія» та «дискова модель».

В Єврокодi 2 [86] та чинних нормах України [178] на основі «фермової аналогії» вплив бетону та вертикальної арматури на опір елементів при дії поперечної сили розглядається окремо. За розрахункове значення опору зсуву на інтервалі кутів  $\theta$  нахилу тріщини (умовного стиснутого елемента) до поздовжньої осі конструкції  $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$  ( $45^\circ \geq \theta \geq 21,80^\circ$ ) приймається менша із двох отриманих величин опору бетону й арматури. Однак багаточисельні результати експериментальних досліджень засвідчують сумісну роботу бетону й арматури при реалізації зрізу в межах стиснутої похилої смуги та стиснутої зони над похилою небезпечною тріщиною.

Області реалізації вказаних випадків руйнування залежать від величини кута  $\theta$ , класу міцності бетону на стиск, інтенсивності поперечного армування. Аналіз величини граничного навантаження та характеру руйнування елементів засвідчує, що при значеннях кута  $\theta$  в межах  $30^\circ < \theta \leq 45^\circ$  можливий зріз як у межах

похилої смуги, так і стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною. В разі інтенсивного поперечного армування розвиток похилої тріщини, що утворюється першою, стримується арматурою і ближче до опори виникає друга тріщина, котра довершує обрис похилої смуги, в межах якої відбувається руйнування шляхом зрізу. При цьому напруження в арматурі не досягають межі текучості і рівень напружень визначають деформації, які дорівнюють деформаціям бетону. За кутів  $\theta \leq 30^\circ$  реалізується зріз бетону над небезпечною похилою тріщиною при досягненні напруженнями в арматурі межі текучості. «Дискова модель», котра розглядає відокремлені похилою тріщиною диски, враховує сумісну роботу бетону стиснутої зони та поперечної арматури, зусилля, що сприймає елемент, визначається як сума зусиль у бетоні й арматурі. Але розрахункові залежності базуються на емпіричному підході та не враховують ряд факторів, а саме: висоту стиснутої зони над похилою тріщиною та її клиноподібність.

Досить загальний теоретичний підхід на основі варіаційного методу в теорії пластичності дозволяє уточнити величину опору зрізу та поперечне зусилля, що сприймає конструкція. Вплив поперечного армування, як і стиснутого бетону, визначає величина потужності пластичної деформації, за мінімальною сумою яких встановлюється поперечне зусилля.

Для створення обґрунтованої методики розрахунку несучої здатності залізобетонних елементів за похилими перерізами необхідно врахувати роботу бетону й арматури та їх вплив на опір елементів як у межах стиснутої смуги так і за небезпечною тріщиною.

### **5.1.1 Розрахунок за похилою стиснутою смугою на ділянці біля опор**

При застосуванні «фермової аналогії» для встановлення несучої здатності залізобетонних конструкцій за похилими до їх поздовжньої осі перерізами розглядаються два випадки її можливої втрати. Випадок 1 пов'язаний з руйнуванням умовного стиснутого елемента [368, 377, 401].

В якості розрахункового елемента приймається похила смуга (пластинка), в межах якої реалізується зрізова форма руйнування й яка визначає граничну величину зусилля, що сприймає опорна ділянка.

Для встановлення величини зусилля у бетоні в межах стиснутої смуги необхідно враховувати специфіку її напружено-деформованого стану.

Пластична деформація вважається зосередженою на поверхні руйнування, котра повністю перетинає тіло та розділяє його на жорсткі диски, і пластинка розглядається як жорстко-пластичне тіло.

Використовується математичний апарат теорії пластичності бетону при застосуванні принципу віртуальних швидкостей (розділ 2) з врахуванням специфіки даної задачі.

Застосовується верхня оцінка зусилля, котре відповідає мінімальній потужності пластичної деформації. Враховується сумісна робота бетону та поперечної арматури, котра перетинає смугу й є в'язю, що стримує її руйнування та підвищує опір.

Використовуються результати розв'язання задачі опору пластини, на торцях якої прикладені рівномірно розподілені дотичні та нормальні поверхневі сили (див. п. 3.2.1). Особливість даної задачі полягає в тому, що зв'язок між дотичною  $\tau$  та нормальною  $\sigma$  складовими рівнодійної навантаження визначається із умови  $\tau/\sigma = \tan\theta$ , де  $\theta$  – кут нахилу пластинки до горизонталі (поздовжньої осі конструкції, представленої «фермовою аналогією»).

Кінематична схема руйнування похилої смуги з розподілом напружень на поверхні руйнування наведена на рис. 5.1.

Залежність для визначення граничного значення нормальної поверхневої сили  $\sigma$  з врахуванням впливу  $\tau$  має вигляд:

$$\frac{\sigma}{f_c} = \left( \frac{\tan(\gamma' + \psi')}{\tan \gamma'} - 1 \right) \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi'}}{\tan \psi'} - \bar{m} \right) \frac{1}{1 + \tan(\gamma' + \psi') \cot \theta}. \quad (5.1)$$

Результати розрахунку зведені в таблиці 5.1.

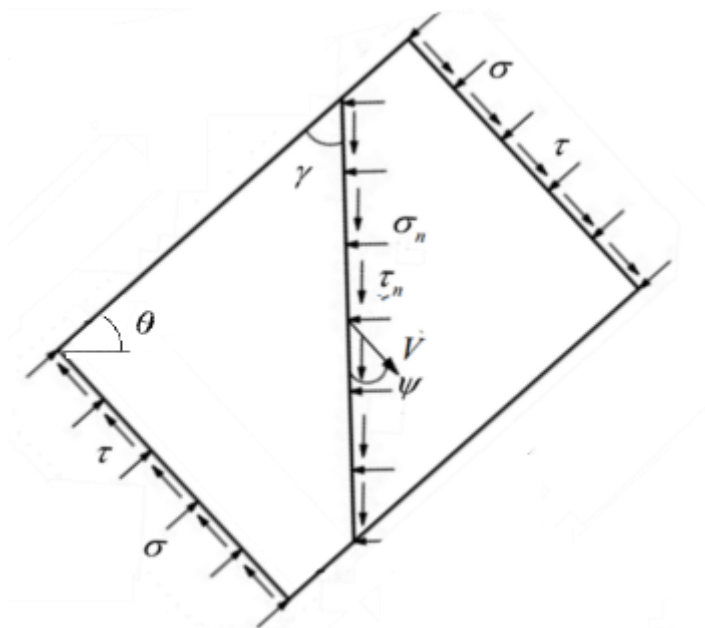


Рисунок 5.1 – Кінематична схема руйнування похилої бетонної пластинки, завантаженої на торцях нормальною та дотичною поверховими силами

Таблиця 5.1 – Результати розрахунку бетонної пластинки на сумісну дію поверхневих сил  $\sigma$  та  $\tau$

Кут $\theta, ^\circ$	$\psi, ^\circ$	$\gamma, ^\circ$	$\sigma_n/f_c$	$\tau_n/f_c$	$\sigma/f_c$	$\tau/f_c$
Клас бетону C8/10						
45	32,82	51,08	0,036	0,339	0,310	0,310
40	34,54	52,73	0,015	0,325	0,263	0,313
30	35,06	53,23	0,01	0,321	0,182	0,314
Клас бетону C50/60						
45	34,79	50,11	0,029	0,328	0,303	0,303
40	36,59	51,71	0,009	0,313	0,257	0,306
30	37,47	52,51	0,009	0,306	0,177	0,306

Слід відзначити, що завдяки роботі у складі конструкцій область реалізації зрізу в похилій смузї розширюється. Про це свідчить розгляд зрізової форми

руйнування у нормах України [178] й Еврокод 2 [86] при розрахунках опору елемента на дію поперечної сили в достатньо широкому інтервалі зміни кута  $\theta$ :  $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$ .

Поперечна арматура перешкоджає розвитку першої небезпечної тріщини, тим самим створюються умови для утворення похилої смуги, після появи другої тріщини, і стримує деформацію пластинки у поперечному до дії  $\sigma$  напрямку.

Вплив армування на опір стиснутої смуги враховується шляхом бокового обтиснення  $q_w$ , величина якого визначається відповідно до інтенсивності армування:  $\sigma_c = q_w = \rho_{sw} \sigma_s \cot \theta = \rho_{sw} \varepsilon_s E_s \cot \theta$ , де  $\varepsilon_s = \varepsilon_c$  за умови сумісності деформації бетону й арматури на поверхні руйнування пластинки при зрізі за цілим перерізом [402].

Розрахункова схема для залізобетонної смуги надана на рис. 5.2.

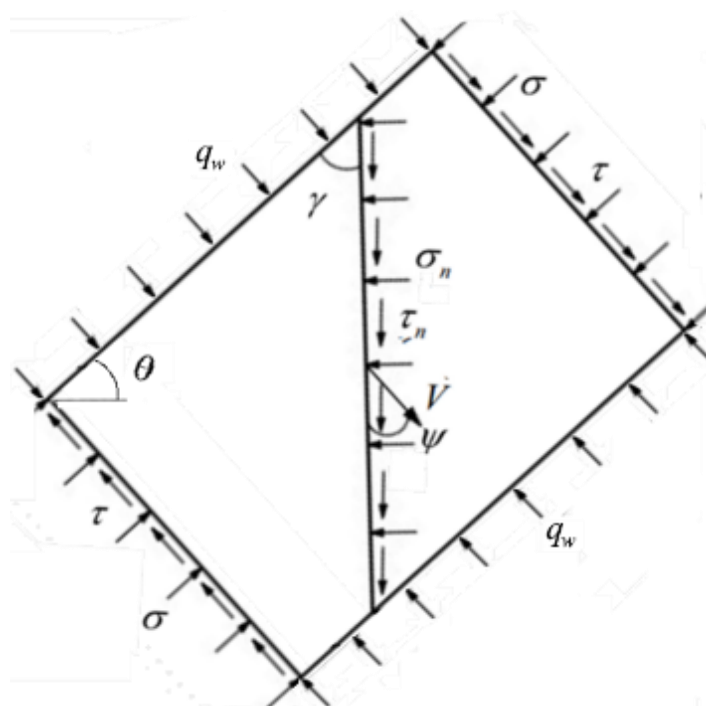


Рисунок 5.2 – Розрахункова схема похилої армованої (обтиснутої) пластинки, завантаженої на торцях нормальною та дотичною поверхневими силами

Гранична величина нормальної поверхневої сили  $\sigma$  із врахуванням впливу дотичної поверхневої сили  $\tau$  й армування (бокового обтиснення) визначається із рівняння:

$$\frac{\sigma}{f_c} = \left( \frac{\tan(\gamma' + \psi')}{\tan \gamma'} - 1 \right) \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi'}}{\tan \psi'} - \bar{m} \right) \frac{1 + k_\sigma}{1 + \tan(\gamma' + \psi') \tan \beta}, \quad (5.2)$$

де  $k_\sigma = \frac{q_w \tan(\gamma' + \psi')}{f_c \tan \gamma'}$  – коефіцієнт, який враховує вплив бокового обтиснення (армування).

Результати розрахунку зведені в таблицю 5.2.

Застосовуючи наведену в нормах [178] розрахункову схему та вписуючи в умовний елемент похилу пластину, на основі аналізу нормативної залежності для опору зсуву стиснутого умовного елемента  $V_{Rd1}$  й отриманих результатів розрахунку (таблиці 5.1 і 5.2) вираз для визначення  $V_{Rd1}$  при поперечному (вертикальному) армуванні пропонується записати в такому вигляді:

$$V_{Rd1} = \frac{\varphi_w b_w z V_1 f_{cd}}{1 + \cot \theta}, \quad (5.3)$$

де  $\varphi_w$  – коефіцієнт, який враховує вплив поперечного армування на величину опору смуги (умовного елемента);  $b_w$  – мінімальна ширина поперечного перерізу між стиснутим і розтягнутим поясами;  $z$  – плече внутрішньої пари сил;  $V_1$  – коефіцієнт зменшення міцності бетону з тріщинами.

Параметр  $\varphi_w$  визначається за виразом:

$$\varphi_w = 1 + \Delta \varphi_w \cot \theta, \quad (5.4)$$

тут

$$\Delta \varphi_w = 5 \frac{E_s}{E_{cd}} \frac{A_{sw}}{b_w s} \leq 0,3, \quad (5.5)$$

де  $E_s$  – розрахункове значення модуля пружності арматурної сталі;  $E_{cd}$  – розрахункове значення модуля пружності бетону;  $A_{sw}$  – площа поперечного перерізу арматури;  $s$  – крок поперечних стержнів.

Вплив зміни міцності бетону на величину  $V_1$  в інтервалі нормативних класів бетону за результатами розв'язання розглянутої вище задачі опору похилої смуги не встановлений.



Таблиця 5.2 – Результати розрахунку пластинки з боковим обтисненням на сумісну дію поверхневих сил  $\sigma$  та  $\tau$

$q_w$	Кут $\theta,^\circ$	$\psi,^\circ$	$\gamma,^\circ$	$\sigma_n/f_c$	$\tau_n/f_c$	$\sigma/f_c$	$\tau/f_c$
Клас бетону C8/10							
0,05	45	15,90	53,76	0,363	0,481	0,449	0,449
	40	14,89	55,47	0,391	0,489	0,406	0,484
	30	11,96	59,54	0,479	0,510	0,324	0,562
	21,8	7,77	65,08	0,620	0,534	0,258	0,646
Клас бетону C50/60							
0,05	45	16,67	53,05	0,363	0,481	0,449	0,449
	40	15,64	54,73	0,392	0,489	0,406	0,484
	30	12,67	58,74	0,479	0,511	0,325	0,563
	21,8	8,53	64,06	0,939	0,617	0,260	0,649
Клас бетону C8/10							
0,1	45	9,54	57,59	0,558	0,526	0,535	0,535
	40	8,01	60,23	0,611	0,533	0,488	0,582
	30	2,34	70,09	0,821	0,552	0,396	0,686
	21,8	0	79,10	0,911	0,554	0,313	0,783
Клас бетону C50/60							
0,1	45	10,20	56,93	0,560	0,528	0,537	0,537
	40	8,67	59,50	0,612	0,536	0,491	0,585
	30	3,47	68,32	0,808	0,557	0,399	0,692
	21,8	0	79,10	0,939	0,561	0,316	0,790

Згідно [178] за рівня напружень у поперечній арматурі, меншому ніж 80 % від напружень текучості  $f_{yk}$ :  $f_{ywd}/f_{ck} = 0,708, 0,713$  і  $0,6$  відповідно для арматури класів A240C, A400C і A500C та B500, котрі використовуються для поперечного армування, можливо приймати коефіцієнт  $\nu_1 = 0,6$ . Плече  $z = 0,9d$ , тут  $d$  – робоча висота нормального перерізу.

### 5.1.2 Розрахунок за небезпечною похилою тріщиною при дії поперечної сили з урахуванням роботи клиноподібної стиснутої зони

Наряду з перевіркою величини  $V_{Rd,max}$  бетону в межах стиснутої смуги між двома похилими тріщинами (умовного стиснутого елемента), задача визначення якого розв'язана в п. 4.2.1, для забезпечення несучої здатності конструкцій на ділянках біля опор за умови  $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$  також необхідно оцінювати опір на дію поперечної сили за похилою тріщиною (випадок 2 втрати несучої здатності) [402 – 405]. «Фермова аналогія» при цьому не враховує роботу бетону стиснутої зони над похилою тріщиною і вважає, що поперечна сила сприймається тільки арматурою, що перетинає умовний стиснутий елемент. Але картина руйнування, що спостерігається в багаточисельних експериментальних дослідженнях балкових залізобетонних конструкцій, засвідчує доцільність врахування роботи стиснутого бетону.

«Дискова модель», побудована на емпіричній основі, на певному етапі свого розвитку взагалі постулювала, що поперечні зусилля, котрі сприймаються бетоном та арматурою, дорівнюють одне одному.

Таким чином, неврахування опору бетону над похилою тріщиною приводить до суттєвого недооцінювання несучої здатності конструкцій за похилими перерізами, особливо при  $1 \leq \cot \theta \leq 1,5$ .

Зусилля, котре сприймає стиснута зона над небезпечною похилою тріщиною при дії поперечної сили, визначається з використанням результатів розв'язання задачі опору бетонного клину із зрізаною вершиною, розв'язаної в п. 3.2.2. Бетонний клин, завантажений за зрізаною гранню нормальною стискальною та дотичною (поперечною) силами, моделює роботу клиноподібної стиснутої зони [403, 406].

Кінематична схема руйнування клину, горизонтальна грань якого співпадає з верхньою гранню стиснутої зони балки, а нижня визначається нахилом похилої тріщини на відповідній ділянці за довжиною конструкції, завантаженого за вертикальною гранню зусиллям стиску  $N_c$  та поперечним зусиллям  $V_c$ , представлена на рис. 5.3.

Аналіз результатів експериментальних досліджень балкових залізобетонних елементів, які руйнуються від дії поперечної сили на ділянках біля опор, надав можливість представлення небезпечної похилої тріщини у вигляді ламаної з кутами нахилу до поздовжньої осі елемента у його верхній частині  $\alpha \geq 30^\circ$ , що зменшуються по мірі віддалення від опори.

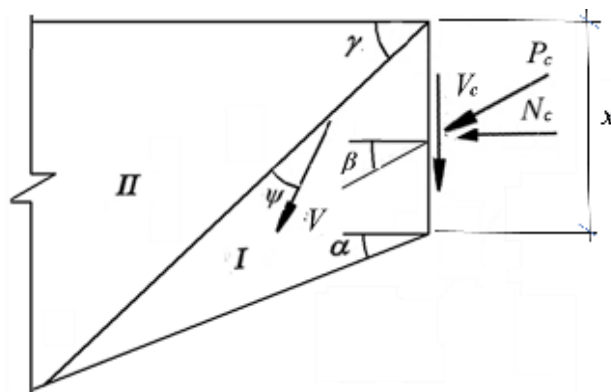


Рисунок 5.3 – Кінематична схема руйнування клиноподібної бетонної зони над небезпечною похилою тріщиною

Запропонована кінематична схема передбачає зріз під кутом  $\gamma$  до напрямку дії  $N_c$  шляхом зміщення жорстких дисків I і II один відносно одного в напрямку, визначеному вектором швидкості  $V$  за кутом  $\psi$  до поверхні руйнування.

Гранична величина опору клину зрізу, отримана на основі варіаційного методу в теорії пластичності, відповідає мінімуму потужності пластичної деформації, котра локалізована у тонкому шарі на поверхні руйнування.

Рівнодійна зусилля  $P_c$ , що сприймає клиноподібна стиснута зона, визначається із рівняння:

$$\frac{P_c}{f_c A_c} = \frac{\tan(\gamma' + \psi') - \tan \gamma'}{\tan \gamma' - \tan \alpha} \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi'}}{\tan \psi'} - \bar{m} \right) \frac{\sqrt{1 + \tan^2 \beta}}{1 + \tan(\gamma' + \psi') \tan \beta}, \quad (5.6)$$

де  $A_c = bx$  – площа зрізаної грані клину, тут  $b$  – ширина поперечного перерізу стиснутої зони (товщина клину),  $x$  – висота зрізаної грані (стиснутої зони);  $\bar{m} = 1 - f_{ct} / f_c$ ,  $\bar{d} = \sqrt{[1 - f_{ct} / f_c + (f_{ct} / f_c)^2]} / 3$ .

Варіюються кути  $\psi'$  і  $\gamma'$  при заданих характеристиках міцності бетону, кути напрямку рівнодійної  $P_c$  до горизонталі  $\beta$  та кути клину  $\alpha$ .

Нормальна  $N_c$  та дотична  $V_c$  складові рівнодійної підраховуються за залежностями:

$$N_c = P_c / \sqrt{1 + \tan^2 \beta}, \quad (5.7)$$

$$V_c = P_c \tan \beta / \sqrt{1 + \tan^2 \beta}. \quad (5.8)$$

Розрахункові параметри визначення опору клину наведені в таблиці 5.3.

Таблиця 5.3 – Параметри-характеристики опору бетонного клину, як моделі стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною

Кут $\beta, ^\circ$	Параметри-характеристики при $\chi = 0,079$						
	$\psi, ^\circ$	$\gamma, ^\circ$	$\sigma_n/f_c$	$\tau_n/f_c$	$P_c/f_c A_c$	$N_c/f_c A_c$	$V_c/f_c A_c$
при $\alpha = 15^\circ$							
20	18,48	53,27	0,303	0,462	0,862	0,810	0,295
при $\alpha = 30^\circ$							
20	11,51	64,24	0,501	0,515	1,106	1,039	0,378
30	16,29	66,85	0,3604	0,480	0,866	0,759	0,433

Для експериментального підтвердження прийнятої кінематичної схеми й отриманого в розрахунках значення рівнодійної зусилля  $P_c$  проведено випробування бетонних клинів та аналіз його результатів. Кут клину  $\alpha$  складав  $15^\circ$  та  $30^\circ$ , а кут напрямку рівнодійної  $\beta$  дорівнював  $20^\circ$  і  $30^\circ$ .

Для передачі на клин навантаження розроблено спеціальний пристрій [407], який забезпечує центрування зразка: дозволяє прикладати стискальну складову в центрі зрізаної грані, а дотичну складову за гранню усічення через сталеву пластину, наклеєну на зразок на епоксидному компаунді.

Схема випробування клиновидного зразка наведена на рис. 5.4.

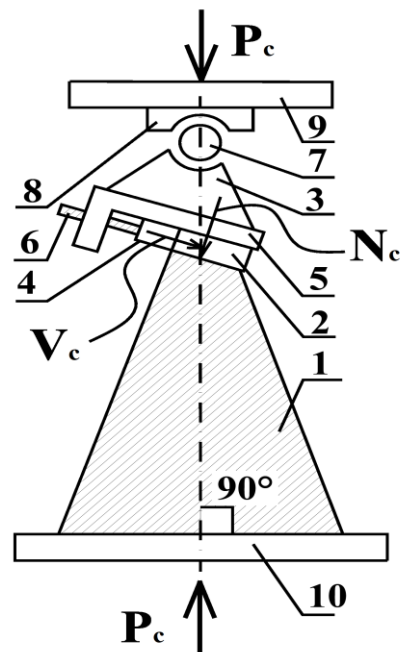


Рисунок 5.4 – Схема випробування зрізаного бетонного клину:

- 1 – зразок; 2 – сталева пластина; 3 – корпус завантажувального пристрою;  
 4, 5 – вантажні пластини; 6 – регульованні гвинти; 7 – циліндричний шарнір;  
 8 – опорна пластина; 9, 10 – плити преса

На рис. 5.5 показано дослідні зразки у вертикальному положенні.

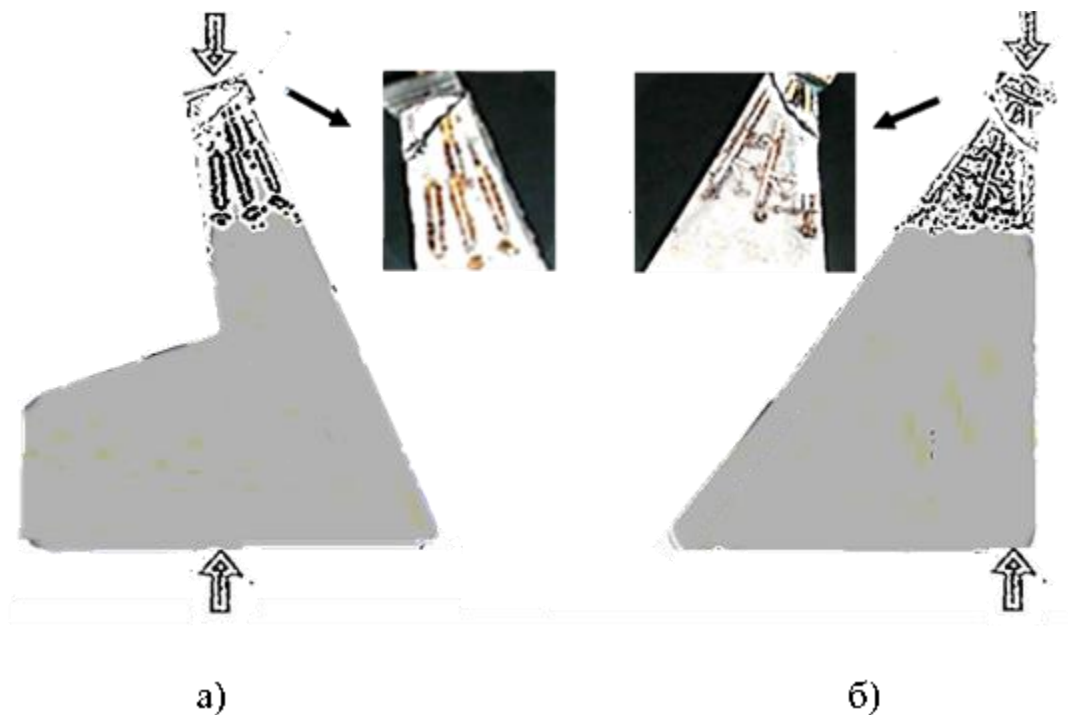


Рисунок 5.5 – Загальний вигляд клинів КЛ2-15-20 (а) і КЛ2-30-30 (б)  
 після випробування

Результати випробування дослідних зразків зведені в таблиці 5.4.

Таблиця 5.4 – Характеристики та результати випробувань зрізаних бетонних клинів

Шифр зразка	Кут $\beta, ^\circ$	Кут $\alpha, ^\circ$	$b \times x$ , мм	$f_c$ , МПа	$f_{ct}$ , МПа	$P_c^{test}$ , кН	$\frac{P_c^{test}}{f_c b x}$	$\frac{P_c^{calc}}{P_c^{test}}$
КЛ2-15-20	20	15	170×48	24,8	1,96	184	0,909	0,948
КЛ2-30-20		30	158×50			233	1,189	0,938
КЛ2-30-30	30	30	165×46			168	0,893	0,97

Для наочності порівняння картини руйнування дослідних зразків з запропонованою кінематичною схемою вони орієнтовані в положення стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною (рис. 5.6).

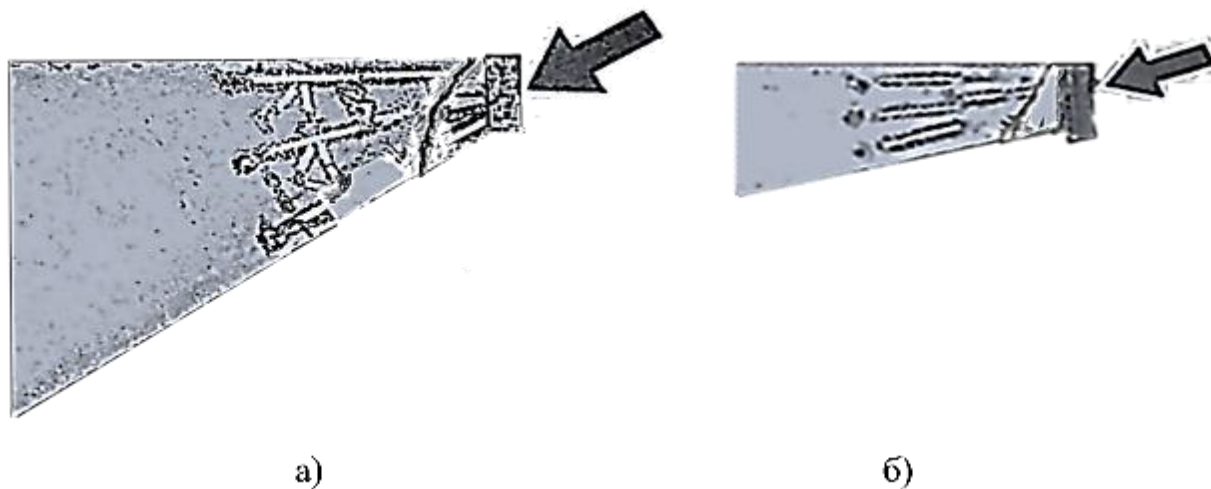


Рисунок 5.6 – Картина руйнування клинів КЛ2-30-30 (а) і КЛ2-15-20 (б), що моделюють стиснуту зону бетону над похилою тріщиною

Руйнування відбувається за цілим похилим перерізом зразка КЛ2-15-20 під кутом приблизно  $50^\circ$  до горизонталі (за результатами розрахунку  $53,27^\circ$ , табл. 4.6) та зразків КЛ2-30-20 і КЛ2-30-30 під кутом  $\approx 65^\circ$  (розрахункове значення  $64,24^\circ$  і  $66,85^\circ$ ) з подальшим роздробленням бетону (диск I на рис. 4.12).

Величина відносного руйнівного навантаження  $\frac{P_c^{test}}{f_c b x}$  для зразка КЛІ2-15-20 на 5% перевищує розрахункове значення, а для зразків КЛІ2-30-20 і КЛІ2-30-30 відповідно на 3 % і 7%.

Для прийняття значень кутів клину та визначення висоти стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною на відповідних ділянках тріщини в інтервалі  $1 \leq \cot \theta = c_0 / z \leq 2,5$  (де  $c_0$  – проєкція похилої тріщини на поздовжню вісь елемента, а  $z = 0,9d$  використано: результати експериментальних досліджень; емпіричну залежність дискової моделі для розрахунку поперечного зусилля  $V_c$  при прямокутному перерізі;  $V_c = 0,2 f_{ctd} b d$  за  $c_0 / d = 1 (\cot \theta)$ ;  $V_c = 0$  і  $\frac{N_c}{f_{cd} b x} = 1$ , що має місце при горизонтальному напрямку тріщини за  $\cot \theta \leq 2,5$ , розподіл головних нормальних напружень у стиснутому бетоні на ділянках біля опор.

Для визначення кута напрямку рівнодійної  $\beta$  застосовується умова  $\frac{P_c}{f_{cd} b x} = 1$  і за заданого кута  $\alpha$  та характеристик міцності бетону встановлюється кут  $\beta$ .

При  $\cot \theta = 1$  значення відносної висоти стиснутого бетону над похилою тріщиною дорівнює  $x / z = 0,45$ , а кут нахилу тріщини – кут клину  $\alpha_1 = 30^\circ$ . На ділянках за  $1 < \cot \theta \leq 2$  приймається кут тріщини (клину)  $\alpha_2 = 15^\circ$ , а при  $2 < \cot \theta \leq 2,5$  –  $\alpha_3 = 10^\circ$ .

У інтервалі  $1 < \cot \theta \leq 2$  відносна висота стиснутої зони дорівнює:

$$x / z = 0,45 - (\cot \theta - 1) \tan \alpha_1. \quad (5.9)$$

При  $2 < \cot \theta \leq 2,5$ :

$$x / z = 0,45 - \tan \alpha_1 - (\cot \theta - 2) \tan \alpha_2. \quad (5.10)$$

Гранична величина зусилля  $V_c$  у похилому перерізі при розрахунку за небезпечною похилою тріщиною на дію поперечної сили з використанням

розрахункових значень міцності бетону стиску та розтягу встановлюється із рівняння:

$$\frac{V_c}{f_c A_c} = \frac{\tan(\gamma' + \psi') - \tan \gamma'}{\tan \gamma' - \tan \alpha} \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi'}}{\tan \psi'} - \bar{m} \right) \frac{\tan \beta}{1 + \tan(\gamma' + \psi') \tan \beta} \quad (5.11)$$

Результати розрахунку приведені в таблиці 5.5.

Таблиця 5.5 – Параметри-характеристики визначення опору стиснутої зони бетону над небезпечною похилою тріщиною

$\alpha, ^\circ$	$\beta, ^\circ$	$\psi, ^\circ$	$\gamma, ^\circ$	$\sigma_n/f_{cd}$	$\tau_n/f_{cd}$	$P_c/f_{cd}bx$	$N_c/f_{cd}bx$	$V_c/f_{cd}bx$
при C8/10								
10	9,34	15,61	46,86	0,371	0,483	1	0,987	0,162
15	13,51	15,24	51,64	0,381	0,486		0,972	0,234
30	23,96	13,13	65,41	0,443	0,502		0,914	0,406
при C50/60								
10	9,34	16,73	46,30	0,362	0,482	1	0,987	0,162
15	13,54	16,36	51,09	0,372	0,484		0,972	0,234
30	24,08	14,22	64,93	0,433	0,501		0,913	0,408

Результати розрахунку відносної висоти стиснутої зони  $x/z$  та відносного поперечного зусилля  $\frac{V_c}{f_{cd}bz}$  за різних величин  $\cot \theta$  наведені в таблиці 5.6.

Таблиця 5.6 – Значення  $x/z$  та  $\frac{V_c}{f_{cd}bz}$  на інтервалі  $1 < \cot \theta \leq 2,5$

При $\cot \theta$						
1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
$x/z$						
0,45	0,383	0,316	0,249	0,182	0,138	0,094
$\frac{V_c}{f_{cd}bz}$						
0,18	0,089	0,074	0,058	0,042	0,023	0,015



Після апроксимації величину поперечного зусилля, що сприймає бетон над небезпечною похилою тріщиною, пропонується визначати із рівняння:

$$V_c = \frac{0,16\varphi_{c\theta}f_{cd}b_wz}{\cot^2\theta}, \quad (5.12)$$

$\varphi_{c\theta}$  – коефіцієнт, що дорівнює:  $\varphi_{c\theta} = 1$  за умови  $1 < \cot\theta \leq 2$ ;  $\varphi_{c\theta} = 3 - \cot\theta$  при  $2 < \cot\theta \leq 2,5$ .

Результати розрахунку за формулою (5.12) наведені в таблиці 5.7.

Таблиця 5.7 – Значення  $x/z$  та  $\frac{V_c}{f_{cd}b_wz}$  на інтервалі  $1 < \cot\theta \leq 2,5$

При $\cot\theta$						
1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
$\frac{V_c}{f_{cd}b_wz}$						
0,16	0,102	0,071	0,052	0,04	0,022	0,013

Несуча здатність балкових залізобетонних конструкцій прямокутного поперечного перерізу на дію поперечної сили за небезпечною похилою тріщиною визначається як сума поперечних зусиль, які сприймає бетон та вертикальна арматура:

$$V_{Rd2} = \frac{0,16\varphi_{c\theta}f_{cd}b_wz}{\cot^2\theta} + \frac{f_{ywd}A_{sw}}{s}z\cot\theta. \quad (5.13)$$

На основі аналізу області застосування «фермової аналогії» ( $1 \leq \cot\theta \leq 2,5$ ) та «дискової моделі» ( $1 \leq c/d \leq 3,33d = 3,7z$ ) для оцінювання несучої здатності залізобетонних конструкцій за похилими перерізами встановлена залежність між  $\cot\theta$  та  $c/d$ .

Пропонується використовувати розрахункову схему, гармонізовану до «дискової моделі» (рис. 5.7), та визначати величину  $\cot\theta$  при дії зосереджених сил в інтервалі  $1 \leq \cot\theta \leq 2,5$  із рівняння:

$$\cot\theta = (c/z)^{0,7}. \quad (5.14)$$

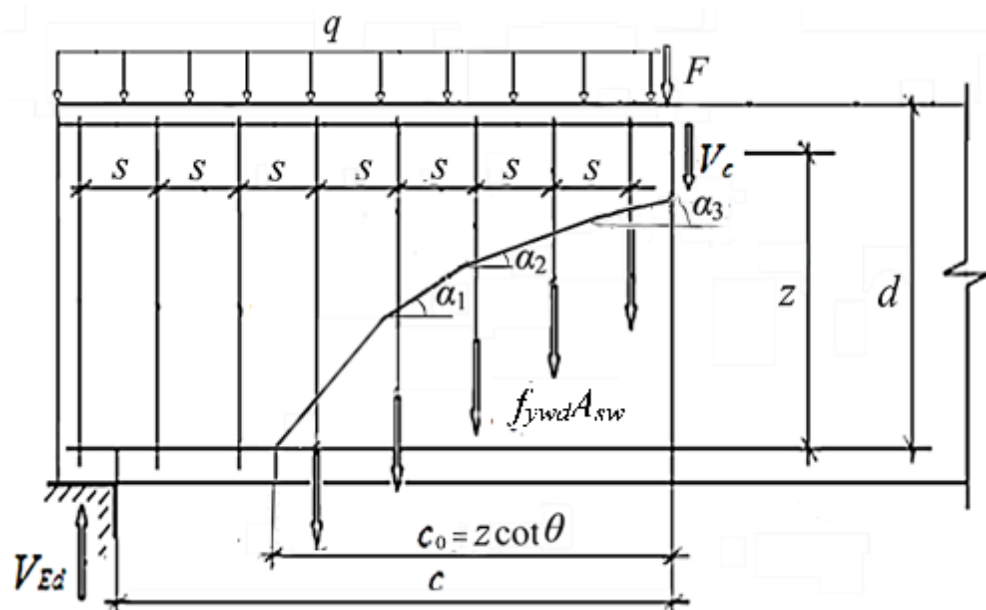


Рисунок 5.7 – Розрахункова схема балкової конструкції за похилою тріщиною

При рівномірно розподіленому навантаженні  $\cot\theta$  визначається із умови рівності несучої здатності за стиснутою смугою та над похилою тріщиною.

Випадок втрати несучої здатності балкової конструкції за похилим перерізом визначає мінімальне значення  $V_{Rd1}$  і  $V_{Rd2}$  [402, 408, 409].

Приклад розрахунку Д.8 наведено в додатку Д.

## 5.2 Розрахунок несучої здатності коротких залізобетонних консолей

Аналіз результатів експериментальних досліджень [354] засвідчує, що за відношення відстані між площиною защемлення консолі та ближньою до неї гранню площадки навантаження  $a_v$  до робочої висоти нормального перерізу консолі  $d$ , що складає  $a_v / d > 0,15$ , несуча здатність консолі визначається опором стиснутої похилої смуги. При цьому характер руйнування наступний: спочатку виникає тріщина біля ближньої до площини защемлення грані площадки навантаження. У випадках наявності поперечного армування, достатнього для запобігання її розвитку, і при прольотах зрізу, що характерні для коротких консолей, з'являється друга тріщина паралельна першій, котра проходить від зовнішньої грані площадки навантаження до нижнього кута консолі.

Для розв'язання задачі опору стиснутої смуги при визначенні несучої здатності коротких залізобетонних консолей використовуються розрахункова схема та залежності для встановлення величини граничного навантаження, наведені в п. 4.2.1.

Особливості даної задачі у порівнянні з розглянутою вище полягають у інших значення кутів нахилу похилої смуги до горизонталі, що знаходяться в межах  $50^\circ \leq \theta \leq 80^\circ$  та напрямку розташування арматури, котра перетинає смугу. При цьому кут нахилу смуги та її ширину визначає розмір та розташування на верхній грані короткої консолі площадки, через яку передається навантаження.

Нахилена смуга є елементом каркасно-стержневої моделі. Вона сприймає поперечну силу, котра прикладається в центрі площадки навантаження.

Вплив на несучу здатність консолі поперечного армування враховується шляхом бокового обтиснення з рівнем, якій відповідає інтенсивності армування консолі [410].

Кінематична схема руйнування бетонної похилої смуги аналогічна схемі, наданій на рис. 5.1.

Руйнування смуги відбувається шляхом зрізу. Її верхня жорстка частина відділена поверхнею руйнування, що проходить під кутом  $\gamma$  до напрямку дії поверхневих напружень  $\sigma$ , переміщується відносно нижньої частини у напрямку вектору швидкості  $V$ .

Граничні значення нормальних поверхневих напружень  $\sigma$  визначаються за формулою (4.24). Значення дотичних поверхневих напружень  $\tau$  встановлює величина нормальних напруження  $\sigma$  та кут нахилу смуги  $\theta$  до горизонталі. Напруження  $\sigma_n$  та  $\tau_n$  відповідають прийнятій умові міцності (2.52) та параметрам  $\psi$  і  $\gamma$ .

Розрахунок величини опору похилої смуги проведено для бетонів в інтервалі класів міцності, що поширені в залізобетонних колонах (C16/20 – C35/45).

Результати розрахунку бетонної похилої смуги за кутів її нахилу до горизонталі  $50^\circ \leq \theta \leq 80^\circ$  наведені в таблиці 5.8.

Таблиця 5.8 – Параметри-характеристики визначення опору бетонної стиснутої похилої смуги

Кут $\theta,^\circ$	$\psi,^\circ$	$\gamma,^\circ$	$\sigma_n/f_c$	$\tau_n/f_c$	$\sigma/f_c$	$\tau/f_c$
C16/20 ( $\chi = 0,075$ )						
80	20,72	39,64	0,253	0,444	0,789	0,139
70	24,67	42,67	0,171	0,410	0,616	0,224
60	28,39	45,80	0,107	0,378	0,475	0,274
50	31,96	48,99	0,055	0,348	0,358	0,301
C35/45 ( $\chi = 0,059$ )						
80	21,49	39,25	0,247	0,441	0,786	0,139
70	25,55	42,23	0,166	0,406	0,613	0,233
60	29,39	45,30	0,102	0,373	0,471	0,272
50	33,19	48,45	0,051	0,342	0,353	0,297

Для експериментальної перевірки прийнятої кінематичної схеми та отриманих в розрахунках результатів (табл. 5.8) виконано випробування бетонних зразків.

Навантаження на зразки передавалося за допомогою спеціального пристрою [407], який описано в п. 5.1.2. Пристрій надавав можливість здійснювати завантаження нормальною та дотичною силами, як складовими рівнодійної  $P_c$ . Дотична сила була направлена у напрямку бокової грані, що примикає до зрізаної навантаженої грані зразка під прямим кутом.

Схема випробування наведена на рис. 5.1, а характер руйнування дослідного зразка – на рис. 5.8.



Рисунок 5.8 – Вигляд зразка після випробування

У результаті випробування 3-х зразків-близнюків П-0-15 отримано наступні дані: кут  $\theta=75^\circ$ ,  $f_c = 24,8$  МПа,  $f_{act} = 1,96$  МПа,  $\chi = 0,079$ ,  $A_c = 9800$  мм<sup>2</sup>,  $\frac{P_c^{test}}{f_c A_c} = 0,75$ .

Руйнування зразків відбулося шляхом зрізу за цілим перерізом біля грані, на яку передається навантаження, під кутом  $\gamma = 40 \dots 45^\circ$  до бокової грані зразка.

При розрахунку за експериментально встановленими характеристиками міцності та геометричними параметрами зразків отримано:  $\frac{P_c^{calc}}{f_c A_c} = 0,696$ , кут поверхні руйнування  $\gamma = 41,23^\circ$ .

Слід зазначити, що на кінематичній схемі (рис. 5.1) руйнування площина зрізу може змінювати своє положення за висотою смуги без зміни кута нахилу  $\gamma$  та величини опору.

Розрахункова схема армованої смуги при кутах нахилу  $50^\circ \leq \theta \leq 80^\circ$  наведена на рис. 5.2.

Результати розрахунку армованої (обтиснутої з боків) похилої смуги зведені в таблиці 5.9.

Таблиця 5.9 – Параметри-характеристики визначення опору армованої або обтиснутої з боків похилої смуги

$q_w$	Кут $\theta,^\circ$	$\psi,^\circ$	$\gamma,^\circ$	$\sigma_n/f_c$	$\tau_n/f_c$	$\sigma/f_c$	$\tau/f_c$
C16/20							
0,05	80	16,08	41,67	0,368	0,482	0,886	0,156
	70	17,63	45,14	0,327	0,470	0,727	0,264
	60	17,91	48,53	0,320	0,468	0,599	0,346
	50	17,06	51,79	0,342	0,475	0,495	0,415
C35/45							
0,05	80	16,67	41,36	0,365	0,481	0,886	0,156
	70	18,20	44,80	0,325	0,469	0,726	0,264
	60	18,44	48,16	0,319	0,467	0,599	0,346
	50	17,54	51,38	0,342	0,474	0,495	0,415
C16/20							
0,1	80	12,59	43,31	0,470	0,508	0,969	0,171
	70	13,22	47,11	0,451	0,504	0,815	0,297
	60	12,66	50,97	0,468	0,508	0,690	0,398
	50	11,06	55,01	0,519	0,519	0,584	0,490
C35/45							
0,1	80	13,10	43,04	0,468	0,509	0,971	0,171
	70	13,69	46,82	0,450	0,504	0,816	0,297
	60	13,09	50,65	0,468	0,509	0,691	0,399
	50	11,45	54,66	0,520	0,520	0,585	0,491

У межах стиснутої смуги реалізується зрізова форма руйнування (рис. 5.9), котра визначає опір на дію поперечної сили  $V_u$ .

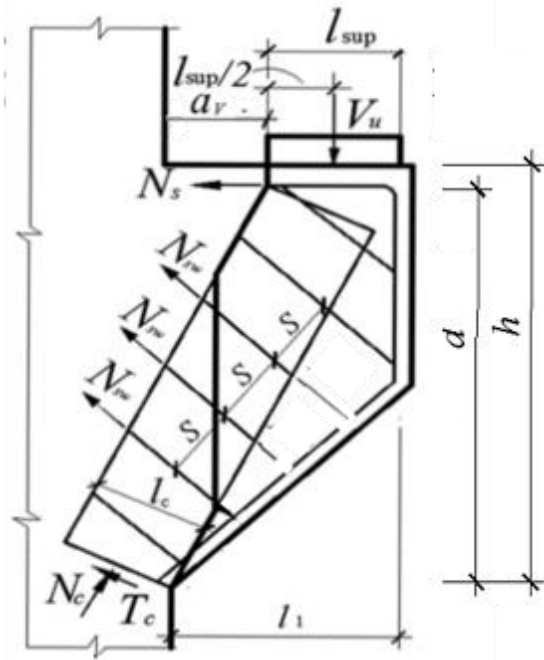


Рисунок 5.9 – Розрахункова схема залізобетонної консолі при зрізі в межах стиснутої похилої смуги

Кінематична схема армованої смуги як елемента короткої консолі надана на рис. 5.10.

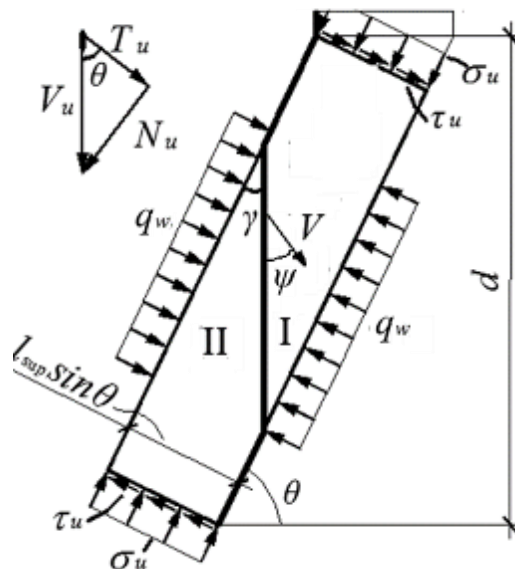


Рисунок 5.10 – Кінематична схема руйнування залізобетонної похилої смуги як елемента короткої консолі

Складовими опору короткої залізобетонної консолі є зусилля в бетоні  $N_c$  і  $T_c$ , поперечній  $N_{sw}$  та поздовжній  $N_s$  арматурі (рис. 5.10). Арматура враховується шляхом бокового обтиснення.

Для коротких консолей ефективним є горизонтальне армування або армування відгинами.

На основі аналізу отриманих даних розрахунків несучої здатності залізобетонних коротких консолей пропонується виконувати за формулою (5.15), в основу якої покладені результати розв'язання задачі опору стиснутої похилої смуги.

Вихідні дані для визначення несучої здатності залізобетонних консолей: довжина площадки передачі навантаження  $l_{sup}$ ; відстань  $l_c = a_v + l_{sup} / 2$  до місця прикладання поперечної сили; ширина  $b$  і робоча висота  $d$  консолі та її виліт  $l_1$ ; клас міцності бетону  $C$ , який визначає міцність бетону на осьовий стиск  $f_{cd}$ ; параметри армування ( $E_s, A_s, A_{sw}$  і  $s_w$ ).

Після запису опорної реакції у якості функції  $V_u = f(N_c, T_c, N_s, N_{sw})$  отримано вираз для визначення несучої здатності при зрізі в межах смуги:

$$V_{sh} = (1 - l_1 / d + \alpha_s) f_{cd} b_w l_{sup} (1 + \alpha_{sw}), \quad (5.15)$$

де  $\alpha_s$  – коефіцієнт, який враховує вплив поздовжньої арматури;  $\alpha_{sw}$  – коефіцієнт, який враховує вплив хомутів;  $b_{sw}$  – ширина поперечного перерізу консолі;  $l_1, d$  і  $l_{sup}$  наведені на рис. 5.9.

Коефіцієнт  $\alpha_s$  визначається із рівняння:

$$\alpha_s = \bar{t} \rho_1 \sin \theta, \quad (5.16)$$

де:  $\bar{t} = 1,5 \alpha d / l_c$ , тут  $\alpha = E_s / E_{cd}$ ,  $l_c = l_{sup} \sin \theta$ ;  $\rho_1 = \frac{A_s}{bd}$ ;  $\sin \theta = \sqrt{\frac{d^2}{d^2 + l_1^2}}$ .

Коефіцієнт  $\alpha_{sw}$  підраховується як:

$$\alpha_{sw} = \bar{t} \frac{A_{sw}}{bs}. \quad (5.17)$$

Приклад розрахунку Д.9 наведено в додатку Д.



### 5.3 Оцінювання несучої здатності опорних бетонних ділянок

Надійність будівель і споруд із залізобетону великою мірою залежить від ефективності конструктивних рішень опорних ділянок. При цьому важливе місце займають питання забезпечення їх несучої здатності. У багатьох випадках навантаження на них передається локально на частині поверхні. Опорні ділянки суттєво відрізняються специфікою роботи в граничному стані. Тому емпіричний підхід доволі громіздкий та перенесення отриманих для одного випадку розрахункових залежностей на інші іноді приводить до суттєвих помилок. Одним із напрямків розв'язання цих питань є удосконалення методів розрахунку опору елементів при місцевому стисненні на загальній теоретичній основі із застосуванням варіаційного числення з урахуванням впливу на опір максимальної кількості визначальних факторів. За даними досліджень [59, 118 – 127] на опір, крім відношення розрахункової площі поперечного перерізу опорної ділянки до площі навантаження й опору бетону при стиску, впливають відношення висоти елемента до розміру площадки навантаження та міцність бетону на розтяг.

Використовуючи результати розв'язання задачі опору бетонних елементів в умовах плоского напруженого стану при місцевому стисненні на ділянці площею  $A_{loc}$ , шириною  $b_{loc}$  на всій товщині елемента  $t$ , отримані із застосуванням методу характеристик [16] та варіаційним методом [390 – 392] за наведеним на рис. 3.6 кінематичним механізмом та залежностями (3.20) і (3.21) при руйнуванні тільки в стиснутій зоні (випадок 1) та кінематичної схеми (рис. 3.7) і рівняння (3.27) при руйнування в області стиску та розтягу (випадок 2), для визначення зусиль, які сприймають опорні ділянки, пропонуються залежності:

$$F_{cdu1} = (2f_{cd} - f_{ctd})A_{loc}, \quad (5.18)$$

$$F_{cdu2} = k_{\chi1} \sqrt[3]{\frac{h}{b_{loc}}} f_{cd} A_{loc}, \quad (5.19)$$

де  $k_{\chi1}$  – коефіцієнт, який враховує вплив міцності бетону розтягу і дорівнює:

$$k_{\gamma 1} = 0,65 + 4f_{ctd} / f_{cd}, \quad (5.20)$$

$h$  – розрахункова висота опорної ділянки.

Області реалізації випадків руйнування тільки в стиснутій зоні (вдавлюванні) та в зоні стиску та розтягу (зрізі-відриві) обмежені відношенням  $h/b_{loc}$ , котре визначається із рівняння:

$$\left( \frac{h}{b_{loc}} \right)_{lim} = \left( \frac{2 - f_{ctd} / f_{cd}}{0,65 + 4f_{ctd} / f_{cd}} \right)^3. \quad (5.21)$$

При  $\frac{h}{b_{loc}} > \left( \frac{h}{b_{loc}} \right)_{lim}$  реалізується вдавлювання, за умови  $\frac{h}{b_{loc}} \leq \left( \frac{h}{b_{loc}} \right)_{lim}$

відбувається одночасно зріз і відрив (розколювання).

В умовах плоскої деформації на ділянці площею  $A_{loc}$ , пропонується залежність для визначення зусилля, котре сприймають бетонні опорні ділянки:

$$N_{c1} = (10f_{cd} - 8f_{ctd})A_{loc}. \quad (5.22)$$

При місцевому стисненні у разі прикладання навантаження не за всією товщиною опорного елемента під площадкою передачі навантаження реалізується об'ємний напружений стан і відбувається зріз [411 – 413]. Використовується кінематична схема руйнування, наведена на рис. 5.11.

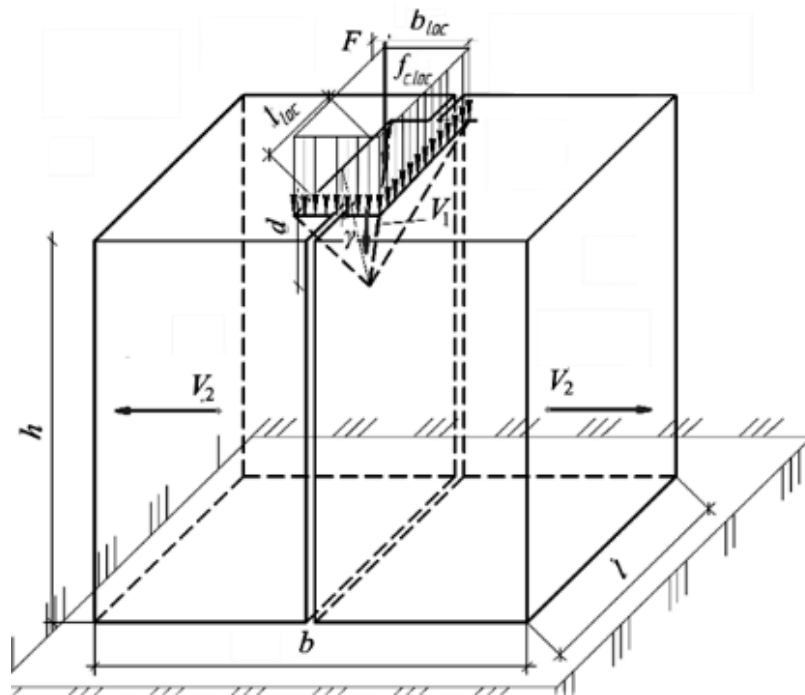


Рисунок 5.11 – Кінематична схема за місцевого одностороннього стиснення

Варіюються кути  $\psi$  вектору швидкості переміщення жорсткого диску до поверхні руйнування та  $\gamma$  між нею і напрямком головного напруження  $\sigma_1$ .

Поверхня руйнування у даному випадку в стиснутій зоні складається із бокових поверхонь піраміди висотою  $d$ , основою якої є площадка навантаження. Кут  $\psi$  визначають нормальні  $\sigma_n$  та дотичні  $\tau_n$  напруження на площадках зрізу, які відповідають прийнятій умові міцності бетону (2.39), що розглядається як умова пластичності. На обмеженій висоті опорної ділянки під вершиною перевернутої піраміди в області розтягу реалізується відрив за площадкою, що виходить на бокові грані опорного елемента. При цьому механізм руйнування елемента наступний: піраміда переміщується вертикально вниз і відбувається відрив у горизонтальному напрямку, що може бути схарактеризовано як розколювання. Опорний елемент розділяється на три частини: піраміду під площадкою навантаження, котра переміщується зі швидкістю  $V_1$  та дві половинки, відокремлені поверхнями відриву, що переміщуються зі швидкостями  $V_2$  та  $-V_2$ . Площина розколювання проходить через центр ваги елемента паралельно одній із його бічних граней. На площадці відриву діють напруження, котрі дорівнюють міцності бетону осьовому розтягу. Зріз та відрив на стадії руйнування реалізуються одночасно.

Відносні напруження в бетоні при місцевому стисненні визначається за формулою:

$$\frac{f_{cd,loc}}{f_{cd}} = \frac{1}{2 \tan \gamma} \left\{ \frac{\bar{d}^2}{\bar{m}} \tan(\psi' + \gamma') + \frac{\bar{m}}{4} \left[ \frac{(1 + \tan(\psi' + \gamma') \tan \gamma')^2}{(\psi' + \gamma') - \tan \gamma'} + \frac{1 + \tan(\psi' + \gamma')^2 (1 + \delta^2 \tan^2 \gamma')}{\delta^2 \tan \gamma'} \right] + \chi \frac{\tan(\psi' + \gamma') (\alpha_1 \alpha_2 \tan \gamma')}{\delta} - 1 \right\}, \quad (5.23)$$

де  $\bar{d}^2 = (1 - \chi + \chi^2) / 3$ ,  $\bar{m} = 1 - \chi$ ,  $\chi = f_{ctd} / f_{cd}$ ,  $\delta = l_{loc} / b_{loc}$ ,  $\alpha_1 = 2b / b_{loc}$ ,  $\alpha_2 = 2h / b_{loc}$ .

Варіюються кути  $\psi$  та  $\gamma$ , напруження при місцевому стиску  $f_{loc}$  відповідають мінімуму потужності пластичної деформації.

При квадратному штампі формула (5.23) спрощується і записується в вигляді:

$$\frac{f_{cd,loc}}{f_{cd}} = \frac{1}{2 \tan \gamma} \left\{ \frac{\bar{d}^2}{\bar{m}} \tan(\psi' + \gamma') + \frac{\bar{m}}{4} \left[ \frac{(1 + \tan(\psi' + \gamma') \tan \gamma')^2}{(\psi' + \gamma') - \tan \gamma'} + \frac{1 + \tan(\psi' + \gamma')^2 (1 + \tan^2 \gamma')}{\tan \gamma'} \right] + \chi \tan(\psi' + \gamma') (\alpha_1 \alpha_2 \tan \gamma' - 1) \right\}. \quad (5.24)$$

Результати розрахунку відносних напружень  $f_{loc} / f_{cd}$  за рівнянням (4.47) при  $f_{ctd} / f_{cd} = 0,1$  зведені в таблиці 5.10.

Таблиця 5.10 – Значення відносних напружень у бетоні  $f_{loc} / f_{cd}$  при місцевому стиску для квадратної площадки навантаження за варіаційним методом

$b/b_{loc}$	$h/b_{oc}$	Клас бетону					
		C8/10	C16/20	C25/30	C32/40	C35/45	50/60
3	2	3,234	3,110	3,064	2,997	2,974	2,967
	3	3,738	3,554	3,487	3,386	3,352	3,341
	4	4,203	3,966	3,879	3,749	3,705	3,691
	5	4,638	4,353	4,248	4,091	4,037	4,02
	6	5,050	4,720	4,598	4,416	4,354	4,334
	7	5,442	5,070	4,932	4,726	4,656	4,634
	8	5,818	5,406	5,254	5,025	4,923	4,923
	9	6,181	5,730	5,564	5,314	5,229	5,202

Для спрощеного методу запропонована апроксимаційна залежність:

$$f_{loc} / f_{cd} = k_{\chi 2} \sqrt[3]{4bh / b_{loc}^2}, \quad (5.25)$$

де коефіцієнт, який враховує вплив міцності бетону при розтягу, дорівнює:

$$k_{\chi 2} = 0,75 + 4,8 f_{ctd} / f_{cd}. \quad (5.26)$$

Результати розрахунку наведені в таблиці 5.11.

Таблиця 5.11– Значення відносних напружень у бетоні  $f_{loc} / f_{cd}$  при місцевому стиску для квадратної площадки навантаження за спрощеним методом

$b/b_{loc}$	$h/b_{oc}$	Клас бетону					
		C8/10	C16/20	C25/30	C32/40	C35/45	50/60
3	2	3,394	3,207	3,141	3,044	3,013	3,003
	3	3,885	3,671	3,595	3,485	3,449	3,437
	4	4,276	4,040	3,957	3,836	3,796	3,783
	5	4,606	4,352	4,263	4,132	4,089	4,075
	6	4,895	4,625	4,530	4,391	4,345	4,330
	7	5,153	4,869	4,769	4,622	4,574	4,559
	8	5,388	5,090	4,986	4,833	4,766	4,776
	9	5,604	5,294	5,185	5,026	4,974	4,957

Необхідність врахування опору розтягнутої зони під пірамідою стиснутої зони підтверджується результатами експериментів [123, 124], у котрих зафіксовані тріщини, що виходять на бокові поверхні бетонних зразків (рис. 5.12).



Рисунок 5.12 – Характер руйнування бетонних зразків при місцевій дії навантаження стиску [123]

Аналіз характеру руйнування дослідних зразків за місцевого одностороннього стиснення підтверджує, що порушення цілісності зразків відбувається шляхом переміщення штампа вниз у зоні стиску та відриву в зоні розтягу з виходом вертикальних тріщин на бокові грані в їх середній частині.

Зусилля, що сприймає бетонна опора при місцевому стисненні, визначається із рівняння:

$$F_{cdi} = k_{\chi 2} \sqrt[3]{4 \frac{bh}{b_{loc}^2} f_{cd} A_{loc}}. \quad (5.27)$$

Розглянемо опорну ділянку залізобетонних колон найбільш розповсюджених класів міцності бетону від С16/20 до С40/50 з розмірами поперечного перерізу 400x400 мм при дії місцевого навантаження на ділянці 100x100 мм і 200x200 мм.

Отримані результати розрахунку наведені в таблиці 5.12.

Таблиця 5.12 – Значення відносних напружень у бетоні  $f_{loc} / f_{cd}$  при місцевому стиску опорних ділянок колон

$b/b_{loc}$	$h/b_{loc}$	Клас міцності бетону						
		С16/20	С20/25	С25/30	С30/35	С32/40	С35/45	С40/50
400/100	400/100	4,447	4,368	4,355	4,313	4,222	4,178	4,164
	600/100	5,090	5,000	4,986	4,937	4,833	4,782	4,766
	800/100	5,603	5,504	5,487	5,434	5,312	5,263	5,246
400/150	400/150	3,394	3,334	3,324	3,291	3,222	3,118	3,109
	600/150	3,885	3,816	3,805	3,768	3,688	3,653	3,637
	900/150	4,447	4,368	4,355	4,313	4,222	4,178	4,164
400/200	400/200	2,801	2,752	2,744	2,717	2,660	2,632	2,623
	600/200	3,207	3,150	3,141	3,110	3,044	3,013	3,003
	800/200	3,530	3,467	3,457	3,423	3,351	3,316	3,305

Співставлення даних таблиці 5.12 з отриманими за методикою чинних норм [178] результатами вказує на необхідність обмеження розрахункової висоти опорної ділянки умовою  $h=b$ , що підтвержується результатами експериментальних досліджень (розділ 5).

Приклад розрахунку Д.10 наведено в додатку Д.

При оцінюванні опору опорних ділянок можливо приймати відносний опір  $f_{loc}/f_{cd}=4$  для відношення  $b/b_{loc}=4$ ,  $f_{loc}/f_{cd}=3$  для  $b/b_{loc}=2,65$  і  $f_{loc}/f_{cd}=2,5$  для  $b/b_{loc}=2$  при розрахунковій висоті  $h_c=b$ .

#### **5.4 Розрахунок несучої здатності балкових армокам'яних конструкцій за похилим перерізом**

Так як влаштування поперечного армування в балкових армокам'яних конструкціях армованих поздовжньою арматурою пов'язано з неабиякими технологічними труднощами похила смуга без його наявності не утворюється, а зрізова форма руйнування реалізується над похилою тріщиною.

Для забезпечення несучої здатності балкових армокам'яних конструкцій за похилим перерізом необхідно оцінювати опір клиноподібної стиснутої зони кладки на дію поперечної сили.

Застосовується кінематична розрахункова схема зрізаного клину, що моделює роботу стиснутої зони та наведена на рис. 5.3.

Рівнодійна зусилля  $P_m$ , що сприймає стиснута зона, визначається із рівняння (5.6) з використанням розрахункових характеристик опору кам'яної кладки стиску  $f_d$  та розтягу  $f_t$ . Нормальна  $F_m(N_c)$  та дотична  $V_{im}(V_{ic})$  складові рівнодійної підраховуються за залежностями (5.7) і (5.8).

Розрахункові параметри-характеристики визначення опору кладки наведені в таблиці 5.13. Результати розрахунку відносної висоти стиснутої зони  $x/z$  за різних величин  $\cot \theta$ , аналогічні наведеним в таблиці 5.6, а відносного поперечного зусилля  $\frac{V_m}{f_{cd}bz}$  подані в таблиці 5.14.

Таблиця 5.13 – Параметри-характеристики визначення опору стиснутої зони цегляної кладки над небезпечною похилою тріщиною

$\alpha, ^\circ$	$\beta, ^\circ$	$\Psi, ^\circ$	$\gamma, ^\circ$	$\sigma_n/f_d$	$\tau_n/f_d$	$P_m/f_d b x$	$F_m/f_d b x$	$V_m/f_d b x$
при $f_b=10$ МПа, $f_m=7,5$ МПа, $f_d=1,7$ МПа, $f_i=0,17$ МПа; при $f_b=7,5$ МПа і $f_m=5$ МПа: $f_d=1,3$ МПа, $f_i=0,13$ МПа								
10	9,33	15,18	47,08	0,375	0,484	1	0,987	0,162
15	13,50	14,80	51,84	0,385	0,487		0,972	0,233
30	23,92	12,69	65,59	0,448	0,502		0,914	0,405
при $f_b=15$ МПа, $f_m=15$ МПа, $f_d=2,4$ МПа, $f_i=0,2$ МПа								
10	9,34	15,84	46,75	0,369	0,483	1	0,987	0,162
15	13,52	15,46	51,53	0,379	0,486		0,972	0,234
30	23,98	13,34	65,32	0,441	0,501		0,914	0,406

Таблиця 5.14 – Значення відносного поперечного зусилля  $\bar{V}_m$

При $\cot\theta$						
1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
$\bar{V}_m = \frac{V_m}{f_d b z}$						
0,18	0,089	0,074	0,058	0,042	0,023	0,015

Для інженерного розрахунку величину поперечного зусилля, що сприймає кам'яна кладка над небезпечною похилою тріщиною, пропонується визначати із рівняння:

$$V_{md} = \frac{0,16\varphi_v f_d b z}{\cot^2 \theta}, \quad (5.28)$$

де  $\varphi_v$  – коефіцієнт, що приймається:  $\varphi_v = 1$  за умови  $1 < \cot \theta \leq 2$ ;  
 $\varphi_v = 3 - \cot \theta$  при  $2 < \cot \theta \leq 2,5$ .



## 5.5 Оцінювання несучої здатності цегляних простінків при сумісній дії вертикальних та горизонтальних сил

Кам'яні стіни будівель та споруд здебільшого працюють на сприйняття сумісної дії вертикальних та горизонтальних сил. Особливо вплив горизонтального навантаження в напрямку площини стіни має суттєве, а деколи і визначальне, значення у сейсмічно небезпечних районах.

При розгляді задачі міцності монолітної кам'яної кладки (п. 3.6) на сумісну дію вертикального та горизонтального навантаження застосовуються розрахункова схема (рис. 3.4) та залежності (3.11) і (3.12) для визначення розрахункового вертикального та горизонтального зусиль у випадку реалізації зрізової форми [395, 396] руйнування, котре відбувається по цеглі або каменю за цілим перерізом (випадок 1 руйнування простінка).

Результати розрахунку відносного вертикального зусилля  $N_{Rd}/f_{dbt}$ , що сприймає кам'яна кладка, в залежності від відношення горизонтального до вертикального навантаження наведені в таблиці 5.15. Аналіз отриманих даних дозволив запропонувати розрахункову залежність для оцінювання впливу горизонтального навантаження для інженерного розрахунку.

Таблиця 5.15 – Відносна величина зусилля  $N_{Rd}/f_{dbt}$  в цегляному простінку при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження

Міцність цегли (каменю), $f_b$ , МПа	Міцність розчина, $f_m$ , МПа	Відносне зусилля $N_{Rd}/f_{dbt}$ , що сприймає простінок при відношенні горизонтального до вертикального навантаження $S_{Ed}/N_{Ed}$					
		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
20	15	1	0,766	0,592	0,466	0,376	0,31
15	10	1	0,767	0,593	0,467	0,377	0,31
10	5	1	0,768	0,594	0,468	0,378	0,312
7,5	5	1	0,768	0,594	0,468	0,378	0,312
5	2,5	1	0,769	0,596	0,471	0,381	0,315

Вливі горизонтального навантаження  $S_{Ed}$  при розрахунку несучої здатності простінків (або окремих ділянок стін) із цегли та керамічних каменів правильної форми із щілиноподібними вертикальними пустотами до 12 мм при висоті ряду кладки 50...150 мм на важких розчинах враховується шляхом введення коефіцієнта  $k_{sh}$ , який визначається із рівняння:

$$k_{sh} = 1 - 0,7(S_{Ed} / N_{Ed})^{0,6}. \quad (5.31)$$

При оцінюванні несучої здатності вертикальне зусилля  $N_{Rd}$ , котре сприймає простінок кам'яної стіни, при сумісній дії вертикального і горизонтального навантаження пропонується визначати із залежності:

$$N_{Rd} = k_{sh} f_d \left[ 1 - 2e_{i(m)} / b(t) \right] bt, \quad (5.32)$$

де  $e_{i(m)}$  – ексцентриситет прикладання навантаження зверху або знизу (в середній за висотою частині), котрий встановлюються відповідно норм [84], крім складової від горизонтального навантаження;  $b$  і  $t$  – ширина і товщина простінка.

Результати розрахунку за формулою (4.71) надані в таблиці 5.16.

Таблиця 5.16 – Значення відносного вертикального зусилля  $N_{Rd}/f_d bt$ , що сприймає цегляний простінок за різних відношень горизонтального та вертикального навантаження

Відносне зусилля $N_{Rd}/f_d bt$ при $S_{Ed}/N_{Ed}$									
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
0,824	0,733	0,661	0,596	0,538	0,485	0,435	0,388	0,343	0,3

При дії сейсмічного навантаження в рівні низу перемичок та низу віконних прорізів у горизонтальних розчинних швах утворюються тріщини і навантаження передається за площадкою спирання перемичок та на ділянках стін, які примикають до низу прорізів. Встановлено порушення горизонтальних

розчинних швів та концентрація напружень у місцях зміни жорсткості стіни [106, 111]. Тому можливе руйнування (випадок руйнування 2 рис. 5.13) у напрямку рівнодійної горизонтальної та вертикальної сил від зрізу в стиснутих зонах та відриву в області розтягу [414 – 416]. Руйнування відбувається шляхом діагонального розколювання. При цьому напруження одночасно досягають граничних значень на площадках зсуву в зонах стиску, котрі визначаються умовою міцності кладки, та величини осьового розтягу в площині відриву. Так як у сейсмічних районах кількість балів визначає рівень граничної величини горизонтальної складової навантаження, то можливе співвідношення горизонтальної та вертикальної сил, яке менше граничного, однак збігається з діагоналлю простінків і ділянок стін між віконними прорізами за висотою стіни.

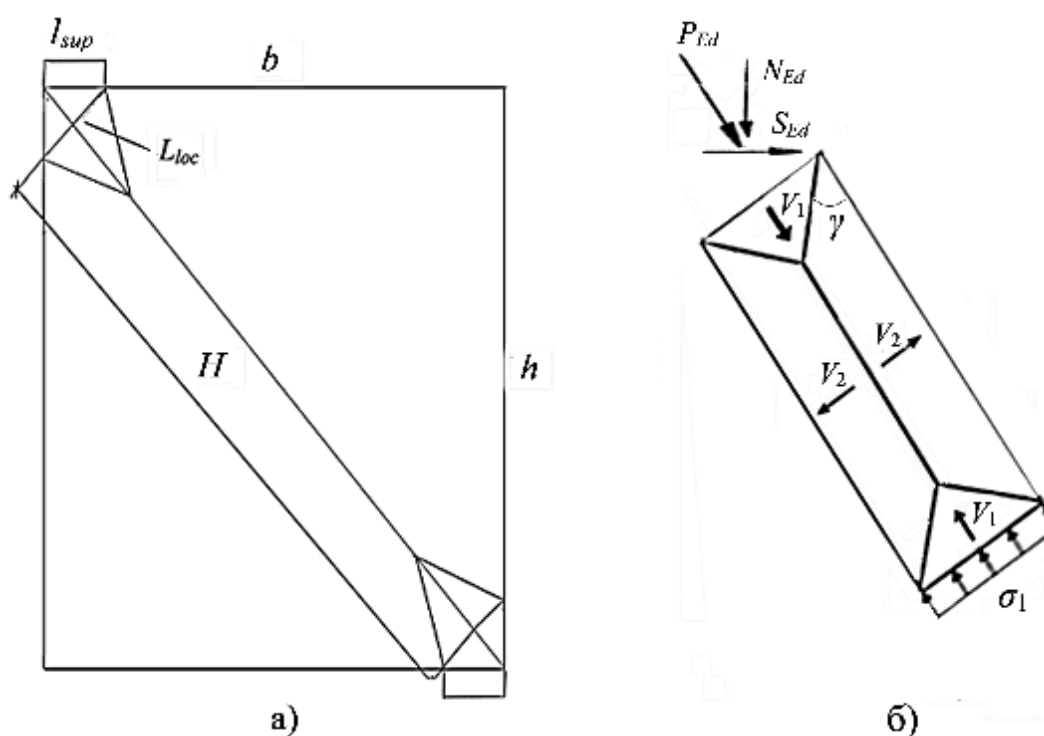


Рисунок 5.13 – Розташування зон стиску та площадки розтягу в простінку (а) та кінематична схема руйнування при діагональному розколюванні (б)

Ширина розрахункового елемента, на котрий передається навантаження, дорівнює  $L_{loc} = l_{sup} / \cos\varphi$ , де  $l_{sup}$  – довжина площадки спирання перемички та  $\varphi$  –

кут рівнодійної навантаження до вертикалі, а висота стовпчика  $H = D - l_{sup} \tan \varphi$ , де  $D$  – розмір діагоналі простінка.

Розташування в межах ділянок стін зон стиску та розтягу, в яких однозначно реалізується відповідно зрізова та відривна форма руйнування, і схема при діагональному розколюванні за відношення горизонтального навантаження до вертикального в межах  $0,6 \leq S_{Ed} / N_{Ed} \leq 1$  наведені на рис. 5.13.

На бокових гранях клиноподібної жорсткої зони діють рівномірно розподілені дотичні напруження та нормальні напруження стиску, величина котрих встановлюється із умови міцності кам'яної кладки, в зоні відриву – напруження, які дорівнюють міцності кладки на осьовий розтяг.

Рухаючись на зустріч один одному в напрямку вектору швидкості  $V_1$  клиноподібні області спричиняють переміщення бокових жорстких частин кладки в напрямку вектору швидкості  $V_2$ .

Граничне зусилля, що сприймає простінок при діагональному розколюванні, підраховується на основі залежності (3.28) та наведене в таблиці 5.17. На несучу здатність впливає відношення  $H/L_{loc}$ .

Для інженерного розрахунку пропонується залежність для визначення вертикального зусилля при діагональному розколюванні:

$$N_{Rd} = \frac{k_m f_d l_{sup} t}{S_{Ed} / N_{Ed}}, \quad (5.33)$$

де  $k_m = (0,8 + 2f_t / f_d)(h / l_{sup} - 1)^{0,2}$  – коефіцієнт враховує вплив міцності кладки на розтяг та відношення  $h / l_{sup}$  на величину граничного опору.

За розрахункове граничного зусилля  $N_{Rd}$  приймається менше значення із двох зусиль, отриманих при зрізі за цілим перерізом та діагональному розколюванні.

Із розглянутих випадків втрати несучої здатності реалізується той, за якого вона має мінімальне значення.

Приклад розрахунку ділянки стіни (простінка) на сумісну дію вертикальних та горизонтальних сил Д.13 наведено в додатку Д.

Таблиця 5.17 – Відносне зусилля, що сприймає цегляна кладка при діагональному розколюванні

$h / l_{sup}$	$H / L_{loc}$	$\sigma_1 / f_d$	Відносне зусилля $N_{Rd}/f_d b t$ , що сприймає кладка при діагональному розколюванні, відношення горизонтальної до вертикальної складової навантаження $S_{Ed}/N_{Ed}$					
			0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
при $f_b=10$ МПа, $f_m=7,5$ МПа, $f_d=1,7$ МПа, $f_t=0,17$ МПа; при $f_b=7,5$ МПа і $f_m=5$ МПа: $f_d=1,3$ МПа, $f_t=0,13$ МПа								
10	9	1,676	0,336	0,280	0,240	0,210	0,187	0,168
7,5	6,5	1,492	0,398	0,332	0,284	0,249	0,221	0,199
4	3	1,174	0,587	0,489	0,419	0,367	0,326	0,294
3	2	1,064	0,710	0,591	0,507	0,443	0,394	0,355
при $f_b=15$ МПа, $f_m=15$ МПа, $f_d=2,4$ МПа, $f_t=0,2$ МПа								
10	9	1,597	0,320	0,267	0,229	0,2	0,178	0,160
7,5	6,5	1,430	0,381	0,318	0,272	0,238	0,212	0,191
4	3	1,150	0,575	0,479	0,411	0,359	0,320	0,288
3	2	1,056	0,704	0,586	0,503	0,440	0,391	0,352

Аналіз результатів оцінювання несучої здатності на зріз за цілим перерізом та діагональне розколювання вказує, що останнє реалізується при відношенні  $h / l_{sup} \geq 4$  за  $0,6 \leq S_{Ed} / N_{Ed} \leq 1$ .

## 5.6 Висновки за розділом 5

1. На основі застосування адаптованого до бетону і кам'яної кладки математичного апарату теорії пластичності визначена несуча здатність залізобетонних і кам'яних конструкцій при зрізі.

2. Уточнені розрахункові схеми конструкцій, що згинаються, на дію поперечних сил з використанням «фермової аналогії» та «дискової моделі».

3. На основі варіаційного методу визначено опір бетону зрізу в межах стиснутої похилої смуги (умовного елемента «фермової аналогії») із застосуванням принципу віртуальних швидкостей, що відповідає мінімуму потужності пластичної деформації. Встановлено вплив на її опір арматури, що перетинає похилу смугу.

4. Визначено опір клиновидної стиснутої зони бетону над небезпечною похилою тріщиною як елемента «дискової моделі». Встановлено значення кута нахилу похилої тріщини до поздовжньої осі елемента залежно від відносного прольоту зрізу.

5. Запропонована достатньо загальна методика розрахунку несучої здатності балкових залізобетонних конструкцій на дію поперечних сил на ділянках біля опор, згідно якої за несучу здатність у похилому перерізі приймається менша із двох величин поперечного зусилля: що сприймається в межах стиснутої смуги та за небезпечною похилою тріщиною з урахуванням в обох випадках впливу як бетону, так і поперечної арматури.

6. Розроблено метод розрахунку несучої здатності залізобетонних консолей на дію поперечної сили при зрізі в межах похилої смуги з врахуванням специфіки напружено-деформованого стану бетону та впливу поперечного та поздовжнього армування.

7. Запропонована методика визначення несучої здатності кам'яних конструкцій при сумісній дії вертикального та горизонтального (сейсмічного) навантаження. Встановлені області реалізації руйнування цегляних простінків при зрізі за цілим перерізом та діагональному розколюванні (зріз на ділянках передачі навантаження та опорних ділянках, відрів у зоні розтягу в середній частині за висотою). Встановлена межа їх реалізації.

8. На основі теорії пластичності з використанням залежності для визначення опору місцевому стиску розроблено метод розрахунку зусиль, які сприймають бетонні опорні ділянки; встановлені області реалізації запропонованого методу розрахунку та вплив факторів, які визначають опір; надані рекомендації щодо розрахунку.

## РОЗДІЛ 6 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА ТЕОРЕТИЧНО ВИЗНАЧЕНОЇ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ КОНСТРУКЦІЙ (ОПОРУ ЕЛЕМЕНТІВ) ТА ПОРІВНЯННЯ ЇЇ З НОРМАТИВНОЮ МЕТОДИКОЮ

### 6.1 Обґрунтування прийнятої для квазікрихких матеріалів умови міцності

Прийнята при застосуванні варіаційного методу умова міцності для бетону та кам'яної кладки, котра в загальному вигляді в координатах  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  представляє собою параболоїд обертання, а при плоскому напруженому стані еліпс, узагальнює та розповсюджує теорії міцності О. Мора й «енергії формозмінення» [46] на квазікрихкі матеріали [16]. Вона має просту форму запису в тензорній формі, що спрощує формування функціоналу принципу віртуальних швидкостей, який досліджується на стаціонарний стан при розв'язанні задач опору елементів та несучої здатності конструкцій. З метою обґрунтування застосування умови міцності проаналізована її збіжність з даними випробувань бетонних зразків (призм і пластинок) за відношення  $f_{ct}/f_c = 0,1$ , отриманих в інтервалі напружених станів при реалізації зрізової форми руйнування (рис. 6.1).

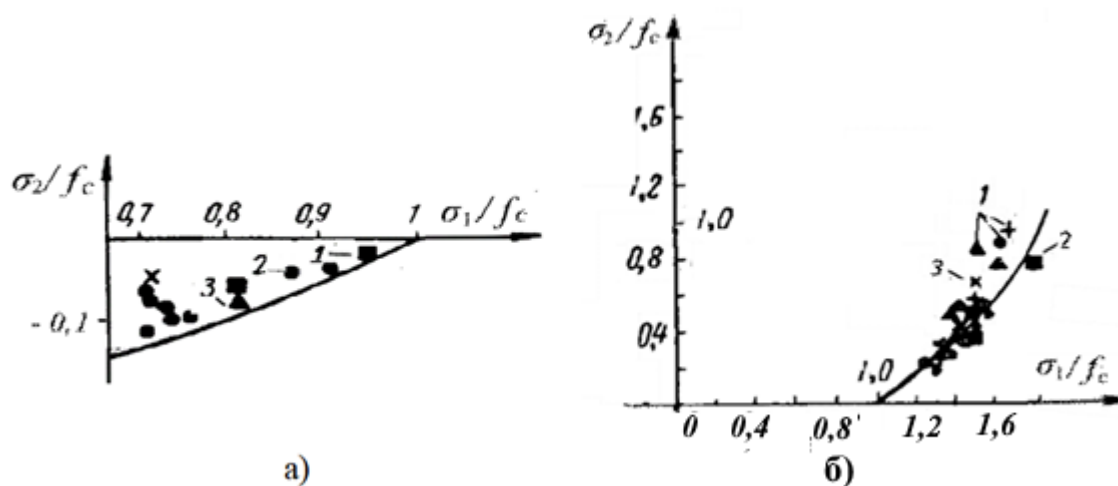


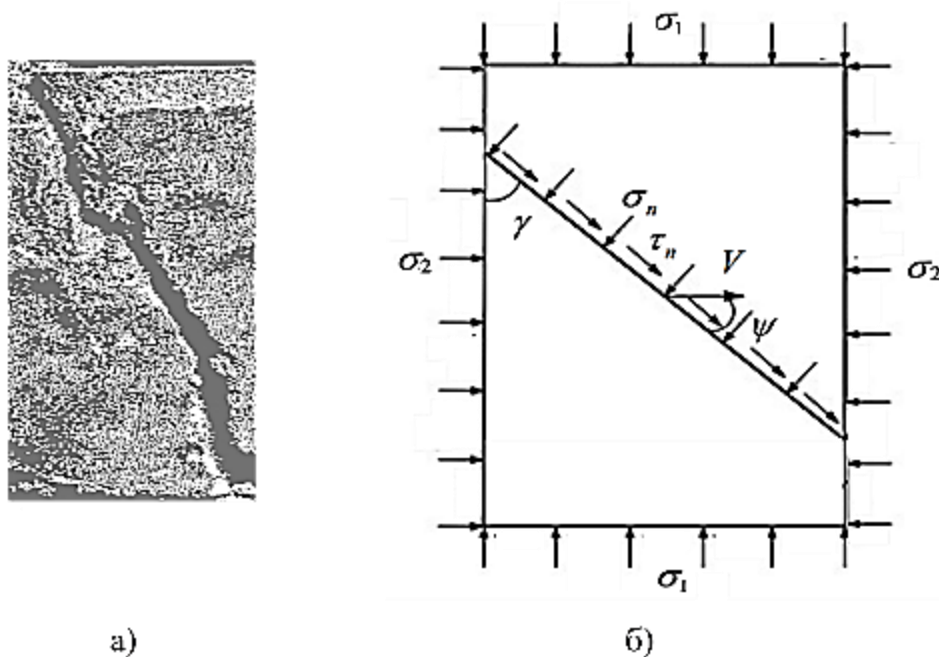
Рисунок 6.1 – Порівняння експериментальних даних М.М. Давиденка (1), К.П. Верігіна (2) і Г.Сміта (3) з умовою міцності в області змішаних напружених станів (а) та даних випробувань Х. Вейглера (1), С. Беламаї (2), К.П. Верігіна (3) в області двовісного рівномірного стиску (б) за [16]

В результаті порівняння даних експериментальних досліджень з відповідними точками на умові міцності в області «стик - розтяг» на інтервалі напружень поблизу точки осьового стиску  $-f_{ct}/f_c \leq \sigma_2/f_c < 0$  засвідчена їх задовільна збіжність (до 10%).

В області двовісного нерівномірного стиску при значеннях меншого головного напруження  $\sigma_2 \leq f_c$  дослідні точки наближені до умови міцності з відхиленням до 6% [16].

Руйнування дослідних бетонних зразків відбувається за цілим похилим перерізом з виходом площини зрізу на бокові грані (рис. 6.2, а), на яких діють напруження  $\sigma_2$ .

Вказане підтверджують застосовані в розрахунках опору та несучої здатності кінематичні схеми (рис. 6.2, б).



сунок 6.2 – Характер руйнування бетонних зразків при двовісному нерівномірному стиску [16] (а) та запропонована кінематична схема (б)

Результати випробувань Е. Рейниуса та С. Беламі [16] при двовісному стиску наведені в таблиці 6.1. Середнє арифметичне  $\bar{x} = \sigma_1^{calc} / \sigma_1^{test} = 1,015$ , коефіцієнт варіації у відсотках  $\nu = 7,28\%$ .



Таблиця 6.1 – Порівняння експериментальних даних при двовісному нерівномірному стиску з прийнятою умовою міцності

при $\sigma_2/f_c$					
0,05	0,1	0,15	0,24	0,49	0,72
$\sigma_1/f_c$ за експериментальними даними					
1,05	1,05	1,14	1,48	1,52	1,83
$\sigma_1/f_c$ за прийнятою умовою міцності					
1,08	1,15	1,22	1,33	1,58	1,75

Результати порівняння умови міцності із залежністю між головними напруженнями, отриманими за нормативною методикою [75], наведені в табл. 6.2.

Таблиця 6.2 – Порівняння залежності нормативної методики  $\sigma_1 - \sigma_2$  при двовісному нерівномірному стиску з прийнятою умовою міцності

при $\sigma_2/f_{ck}$				
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\sigma_1/f_{ck}$ за методикою чинних норм				
1,13	1,23	1,31	1,37	1,4
$\sigma_1/f_{ck}$ за прийнятою умовою міцності				
1,15	1,29	1,4	1,5	1,59

Середнє арифметичне  $\bar{x} = \sigma_1^{calc} / \sigma_1^{ДБН} = 1,073$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 4,19\%$ .

Аналіз відповідності експериментальних результатів [29 – 40] засвідчує їх наближеність до умови міцності, що розглядається, в інтервалі змішаних напружених станів та двовісного стиску  $-f_{ct} \leq \sigma_2 \leq f_c$ .

Доцільність застосування прийнятого феноменологічного критерію міцності та деформаційного методу розрахунку несучої здатності обґрунтована В.С. Дорофєєвим і В.М. Карпюком [417].

## 6.2 Порівняння кінематичних схем з картиною руйнування бетонних та кам'яних елементів при одновісному стиску

Картина руйнування бетонних призм і кам'яних стовпів у дослідях Г.Л. Ватулі, Є.В. Клименка, К.В. Полянського [98, 418, 419] й автора вказує на відповідність їй запропонованих кінематичних схем при зрізі за цілим перерізом та в стиснутих зонах за наявності тріщин в середині зразків за висотою (рис. 6.3).

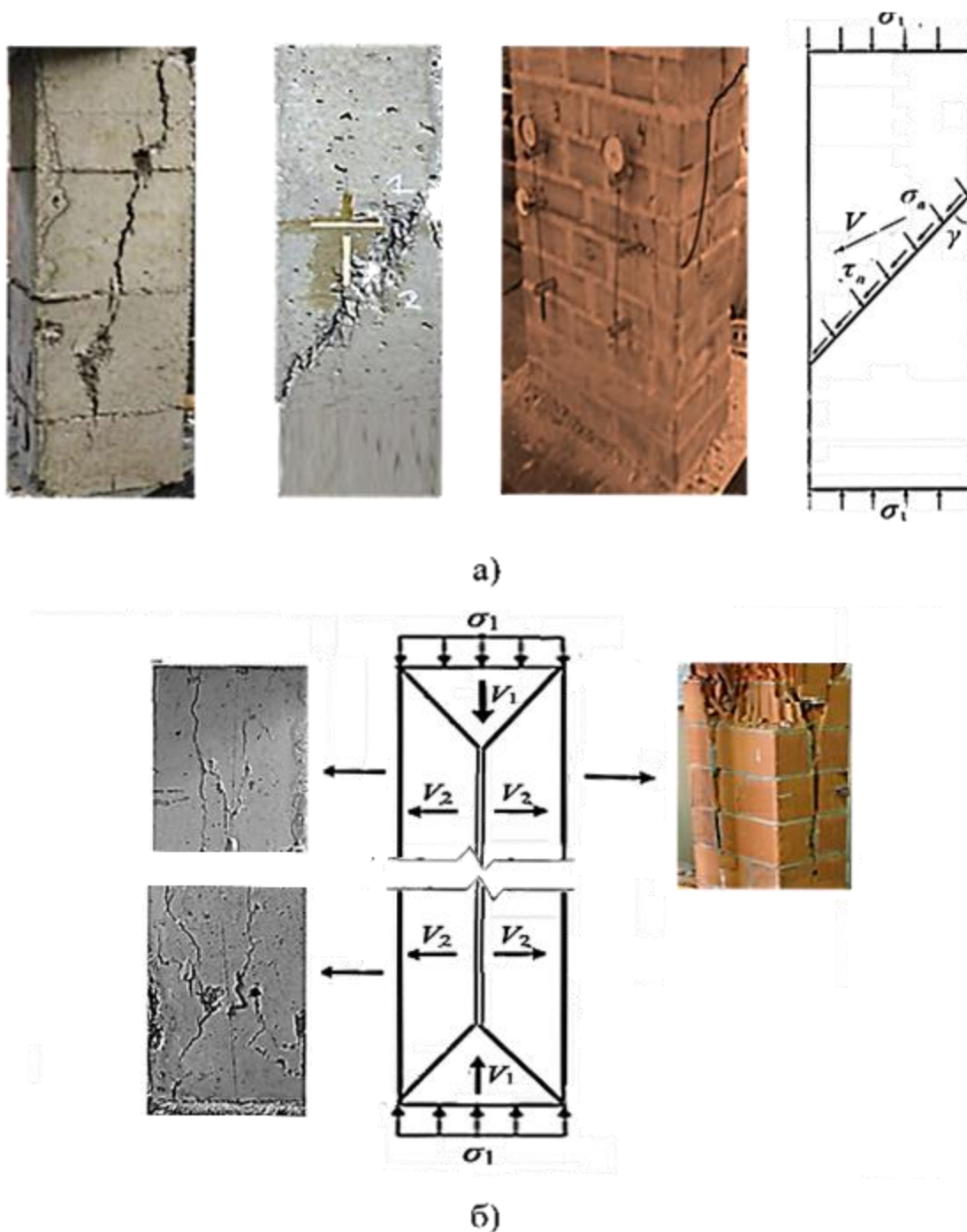


Рисунок 6.3 – Характер руйнування і кінематичні схеми при одновісному стиску при зрізі: за цілим перерізом (а), в стиснутій зоні (б)

Руйнування бетонних призм та кам'яних стовпів відбувається при мінімальній потужності пластичної деформації, яка локалізується у тонкому шарі на поверхні зсуву.

Мінімуму потужності відповідає значення кута нахилу поверхні руйнування  $\gamma$  до напрямку головного напруження  $\sigma_1$ , за якого  $\sigma_1 / f_c (\sigma_1 / f_d) = 1$ .

При інших кутах  $\gamma$  величина  $\sigma_1$  змінюється, що засвідчують результати розрахунку, наведені в таблиці 6.3.

Таблиця 6.3 – Значення відносного напруження  $\sigma_1 / f_c$  за різних кутів поверхні руйнування при  $f_{ct} / f_c = 0,1$

$\gamma, ^\circ$	$\tan \gamma$	$\psi, ^\circ$	$\tau_n / f_c$	$\sigma_n / f_c$	$\sigma_1 / f_c$
15	0,2679	27,74	0,3795	0,1017	1,518
20	0,3640	25,14	0,4016	0,1462	1,249
22	0,4040	24,08	0,4106	0,1660	1,182
25	0,4663	22,47	0,4244	0,1979	1,108
30	0,5774	19,71	0,4477	0,2585	1,034
35	0,700	16,82	0,4713	0,301	1,003
37,27	0,7610	15,47	0,4819	0,3667	1
45	1	10,53	0,5163	0,5163	1,033
50	1,192	7,00	0,5349	0,6374	1,086
55	1,428	3,08	0,5476	0,7820	1,165
56	1,483	2,23	0,5491	0,8141	1,184

Для підтвердження наведених в таблиці 6.3 результатів автором проведені випробування бетонних призм з вирізами на бокових гранях, що приводить до зменшення площі їх поперечного перерізу. Вирізи визначають напрямок ослабленої площини під кутом  $22^\circ$  і  $56^\circ$  (рис. 6.4).

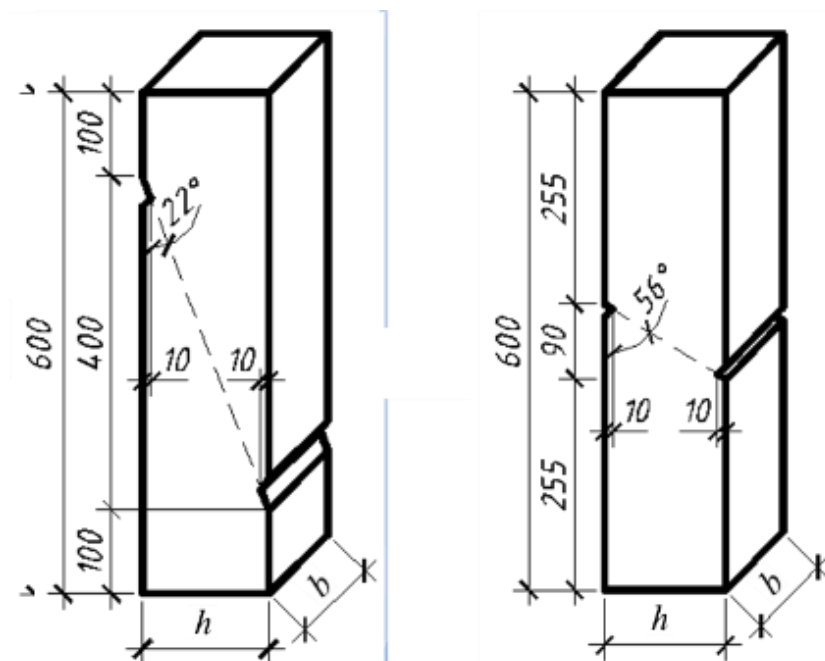


Рисунок 6.4 – Дослідні зразки бетонних призм з вирізами на бокових поверхнях

Руйнування стандартних бетонних призм відбувається за цілим перерізом пуд кутом  $\gamma \approx 35^\circ \dots 40^\circ$  (рис. 6.5).

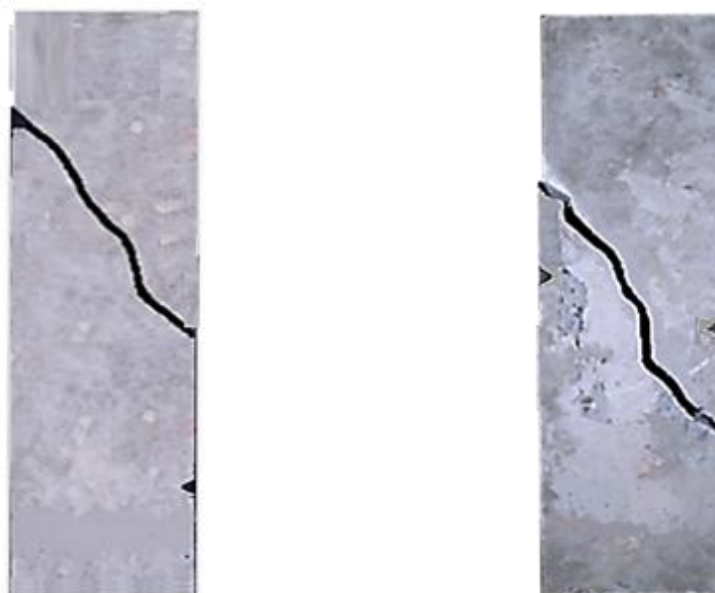


Рисунок 6.5 – Характер руйнування дослідних призматичних зразків

Для визначення граничного значення опору при руйнуванні за похилим перерізом, який проходить через бокові вирізи, їх розміри були збільшені, а

площадка зрізу ослаблена і за товщиною (рис. 6.6, а). Картина руйнування зразків приведена на рис. 6.6, б.

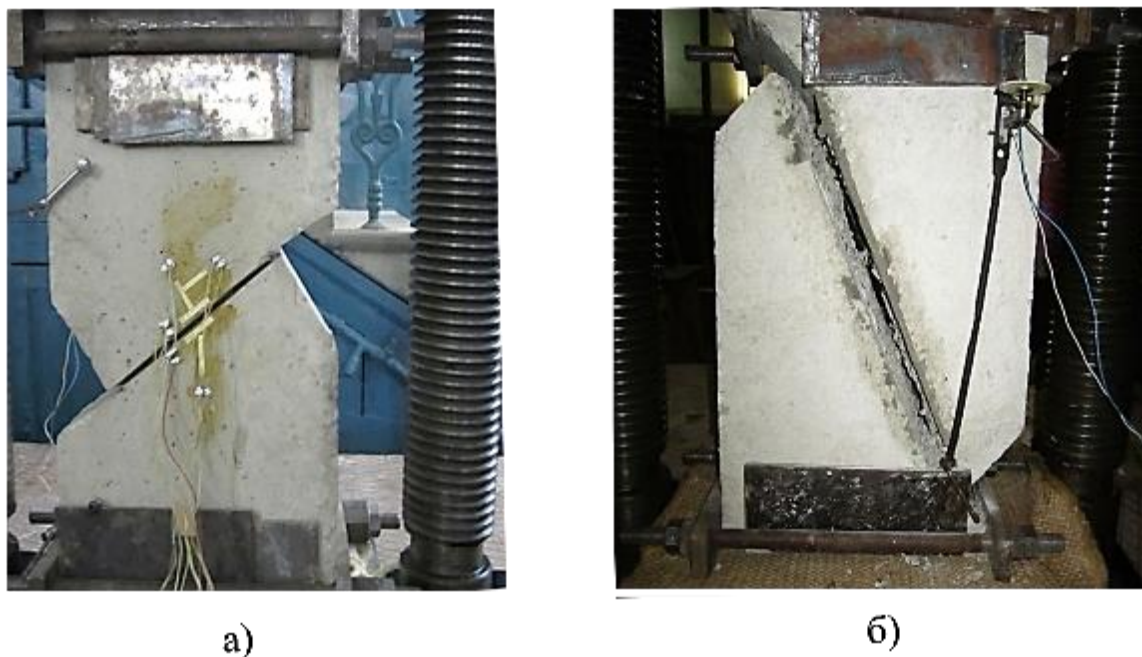


Рисунок 6.6 – Зразок ЗЧ-3-1 у пресі (а), його характер руйнування (б)

Результати випробування бетонних зразків та порівняння дослідної  $N^{test}$  і теоретичної  $N^{calc} = \sigma_1 A_c$ , визначеної за формулою (3.1) величин опору руйнуванню при заданому куті  $\gamma$  і варіюванні кута  $\psi'$ , наведені в таблиці 6.4.

Таблиця 6.4 – Характеристики дослідних зразків, результати випробування та співставлення експериментального та теоретичного значень опору зрізу

Шифр зразка	Розміри площадки зсуву, мм	Кут $\gamma, ^\circ$	$f_c$ , МПа	$f_{ct}$ , МПа	$N^{test}$ , кН	$N^{calc}$ , кН	$\frac{N^{calc}}{N^{test}}$
ЗЧ-1	185x150	45	15,9	2,18	524	453	0,865
ЗЧ-2-1	177x100	35	17,5	1,55	345	310	0,899
ЗЧ-2-2	190x89	33			277	299	1,079
ЗЧ-3-1	185x90	53	20,9	1,6	449	397	0,884
ЗЧ-3-2	182x94	24			353	401	1,136

Середнє арифметичне  $\bar{x} = N^{calc} / N^{test} = 0,973$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 12,91\%$ .

Кінематично можлива схема руйнування бетонних зразків, прийнята для розрахунку (рис. 3.1, а), підтверджується характером руйнування випробуваних зразків ЗЧ-1-1, ЗЧ-2-1, ЗЧ-2-2, ЗЧ-3-1, ЗЧ-3-2. Спостерігалось порушення монолітності бетону вздовж площини зрізу, що вказує на локалізацію пластичної деформації (рис. 6.6, б і рис. 6.7).

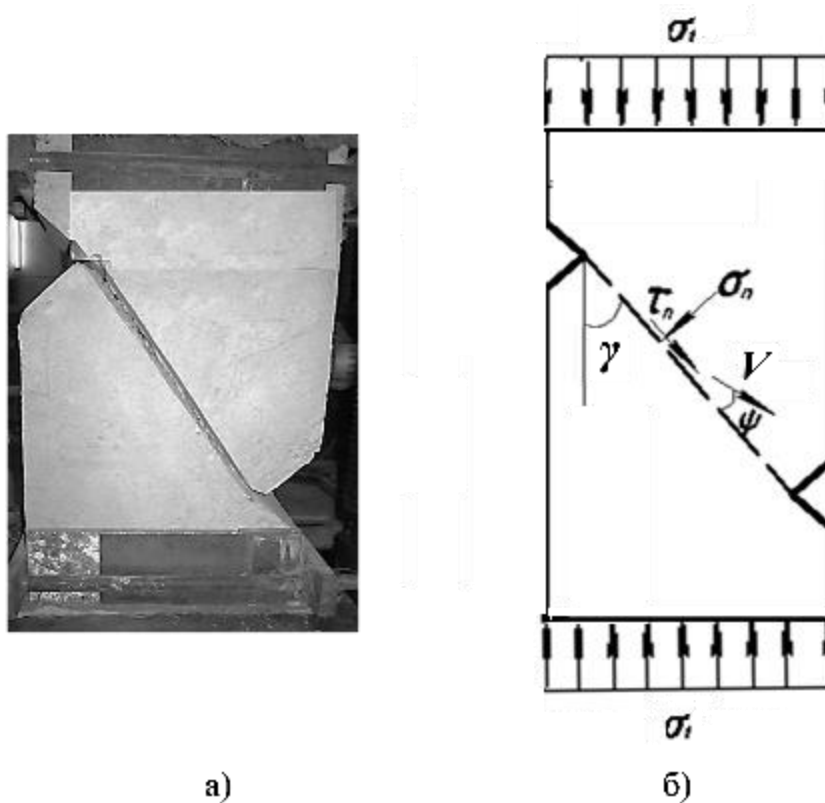


Рисунок 6.7 – Характер руйнування (а) та кінематична схема руйнування (б) дослідного зразка ЗЧ-2-2

### 6.3 Опір бетонних елементів при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження

Розглядається бетонний елемент, який працює на сумісну дію вертикального  $N$  та горизонтального  $T$  навантаження. При направленні горизонтальної сили до прямого та тупого кута клину за умови реалізується випадок його руйнування шляхом зрізу, площина якого проходить від тупого кута клину до вертикальної грані (рис. 6.8).

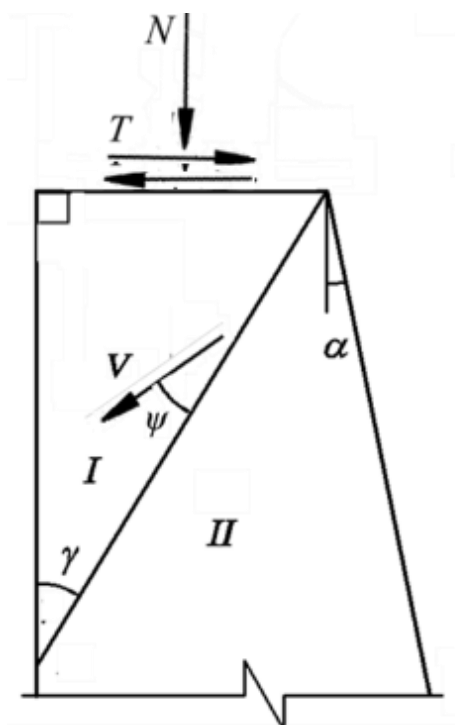


Рисунок 6.8 – Кінематична схема бетонного клину при зрізі з виходом поверхні руйнування на вертикальну грань

При цьому величина опору елемента визначається характеристиками його міцності та співвідношенням горизонтального та вертикального навантаження  $\tan \beta = T / N$ . Кут клину  $\alpha$  на опір не впливає.

Для експериментальної перевірки величини граничного опору виконано порівняння його дослідних значень при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження та результатів розрахунку рівнодійної опору зрізу  $P_c$  за формулою (3.13), отриманою на основі варіаційного метода у теорії пластичності.

Використовувалися дослідні дані, одержані В.П. Митрофановим [53, 73], Т.Ю. Качаном [420] і автором на зразках зрізаних клинів за різних значень характеристик міцності бетону та відношення горизонтального до вертикального навантаження, що визначається кутом  $\beta$ . З метою забезпечення центрування при передачі навантаження запроєктовано спеціальний пристрій [407], який оснащений регульовальними гвинтами для забезпечення суміщення центра усіченої грані клину з лінією дії рівнодійної сили  $T$  і  $N$  за різних кутів  $\beta$ .

Характер руйнування дослідних зразків наведено на рис. 6.9.



КЛ2-45-30



КЛ1-45-20



КЛ1-45-10



КЛ1-30-5

Рисунок 6.9 – Характер руйнування клинів за різних кутів передачі навантаження  $\beta$  (в шифрі зразків перше двозначне число – кут  $\alpha$ ; друге – кут  $\beta$ )

Запропонована кінематична схема (рис. 6.8) відповідає картині руйнування.



Результати співставлення теоретичного й експериментального визначення опору бетонних клинів наведені в таблиці 6.5.

Таблиця 6.5 – Значення теоретичного й експериментального опору бетонних елементів при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження за кінематичної схеми руйнування, наведеної на рис. 6.8

№ з/п	Шифр зразка*	Кут** $\beta, ^\circ$	$b \times h$ , мм	$f_c$ , МПа	$f_{ct}$ , МПа	$P_c^{test}$ , кН	$\frac{P_c^{test}}{f_c b h}$	$\frac{P_c^{calc}}{f_c b h}$	$\frac{P_c^{calc}}{P_c^{test}}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Автор									
1	К-15-0	0	150x50	18,08	1,79	140,2	1,034	1	0,967
2	К-20-0	0	150x50	18,08	1,79	142,8	1,053	1	0,950
3	К-45-0	0	150x50	18,08	1,79	132,1	0,974	1	1,027
4	К-45-10	-10	150x50	18,08	1,79	201,9	1,489	1,27	0,853
5	К1-30-10	-10	150x50	23,4	1,92	224,9	1,281	1,27	0,991
В.П. Митрофанов [73]									
6	К-45-0	0	150x50	7,6	1,04	61,2	1,074	1	0,931
7	45-5	5	150x50	7,6	1,04	74,7	1,311	1,122	0,856
8	10	10	150x50	7,6	1,04	80,1	1,405	1,265	0,900
9	К-40-0	0	150x50	7,6	1,04	53,2	0,933	1	1,072
10	40-5	5	150x50	7,6	1,04	68,4	1,200	1,122	0,935
11	40-10	10	150x50	7,2	0,97	68,4	1,267	1,265	0,998
12	К-35-0	0	150x50	9,8	1,26	76,3	1,038	1	0,963
13	35-5	5	150x50	9,8	1,26	86,5	1,177	1,122	0,953
14	35-10	10	150x50	9,8	1,26	116	1,578	1,267	0,803
15	К-30-0	0	150x50	8	1,09	66,5	1,108	1	0,903
16	30-5	5	150x50	8	1,09	69,4	1,157	1,122	0,970
17	30-10	10	150x50	8	1,09	90,7	1,512	1,265	0,837
18	К-25-0	0	150x50	10,5	1,33	80	1,016	1	0,984
19	25-5	5	150x50	10,5	1,33	100	1,270	1,122	0,883

Закінчення табл. 6.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	К-20-0	0	150x50	8,8	1,13	62,3	0,944	1	1,059
21	20-5	5	150x50	8,8	1,13	80	1,212	1,222	1,008
22	К-15-0	0	150x50	7,6	1,04	55	0,965	1	1,036
23	15-5	5	150x50	7,6	1,04	65,75	1,154	1,121	0,971
Т.Ю. Качан [420]									
24	КЛ1-45-30	-30	155x49	18,2	1,6	72	0,521	0,552	1,060
25	КЛ2-45-30	-30	150x48	24,8	1,96	104	0,582	0,549	0,943
26	КЛ1-45-20	-20	150x52	18,2	1,6	83	0,585	0,659	1,126
27	КЛ2-45-20	-20	150x51	24,8	1,96	119	0,627	0,657	1,048
28	КЛ1-45-10	-10	150x50	18,2	1,6	105	0,769	0,803	1,044
29	КЛ2-45-10	-10	164x50	24,8	1,96	175	0,861	0,801	0,930
30	КЛ2-45-5	-5	146x50	24,8	1,96	171	0,945	0,893	0,945
31	КЛ1-30-5	-5	160x50	18,2	1,6	123	0,845	0,893	1,057
32	КЛ2-30-5	5	150x50	24,8	1,96	249	1,339	1,127	0,842
33	КЛ2-30-5	5	152x50	24,8	1,96	248	1,316	1,127	0,856
34	КЛ1-15-10	-10	155x52	18,2	1,6	108	0,736	0,803	1,091

\* – в шифрі зразка перша двозначна цифра кут клину;

\*\* – напрямок горизонтальної сили до прямого кута клину знак «-»; від прямого кута: знак «+»

За даними таблиці 6.5 середнє арифметичне складає:  $\bar{x} = P^{calc} / P^{test} = 0,965$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 8,45\%$ .

Для наочності співставлення даних експериментальних досліджень і результатів розрахунків на основі варіаційного методу в координатах  $\frac{P_c}{f_c b h} - \beta$  побудований графік залежності теоретичного опору з нанесенням дослідних точок (рис. 6.10), який засвідчує задовільну збіжність теоретичної кривої з експериментальними результатами.

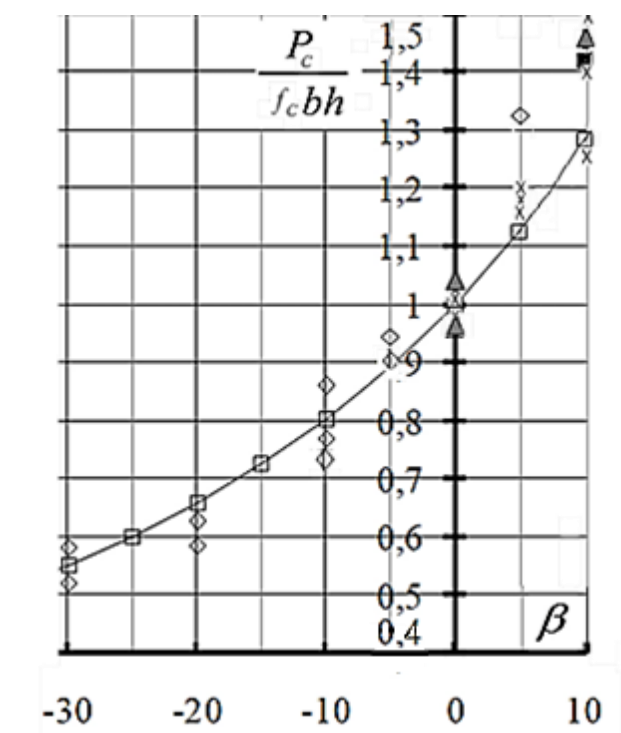


Рисунок 6.10 – Порівняння експериментальних та теоретичних значень опору зрізаних бетонних клинів при дії вертикального та горизонтального навантаження: експериментальні дані  $\blacktriangle$  – автора;  $\times$  – В.П. Митрофанова [53];  $\diamond$  – Т.Ю. Качана [420];  $\square$  – теоретична крива, отримана варіаційним методом у теорії пластичності

## 6.4 Несуча здатність балкових залізобетонних конструкцій за похилими перерізами

### 6.4.1 Опір клиноподібної стиснутої зони бетону над небезпечною похилою тріщиною

Представлено бетонний клин, на зрізану грань якого прикладені стискальна  $N$  та дотична  $T$  сили. За горизонтальної орієнтації клиноподібний елемент моделює стиснуту зону бетону над небезпечною похилою тріщиною балкових залізобетонних конструкцій, а сили  $N$  і  $T$  можливо розглядати як нормальне  $N_c$  та поперечне  $V_c$  зусилля, котрі сприймає стиснута зона бетону, й вони є складовими, що визначають несучу здатність конструкцій.

Реалізується випадок руйнування клину, описаний в п. 5.1.2. Кінематична схема його руйнування наведена на рис. 5.3. Площина зрізу проходить від

прямого кута між горизонтальною й усіченою гранню клину до нахиленої грані, котру визначає обрис похилої тріщини. Розмір зрізаної грані встановлює висоту стиснутої зони  $x$ . При цьому величина опору клиноподібного елемента визначається як характеристиками міцності бетону, співвідношенням  $\tan \beta = V_c / N_c$ , так і кутом клину  $\alpha$ .

Використовувалися експериментальні дані [53, 73, 420] й одержані автором на зразках при різних характеристиках міцності бетону, відношеннях  $V_c / N_c$ , котрі визначають значення кута  $\beta$  та кутах клину  $\alpha = 15, 20, 25, 30, 35, 40$  і  $45^\circ$ .

Характер руйнування дослідних зразків наведено на рис. 6.11.

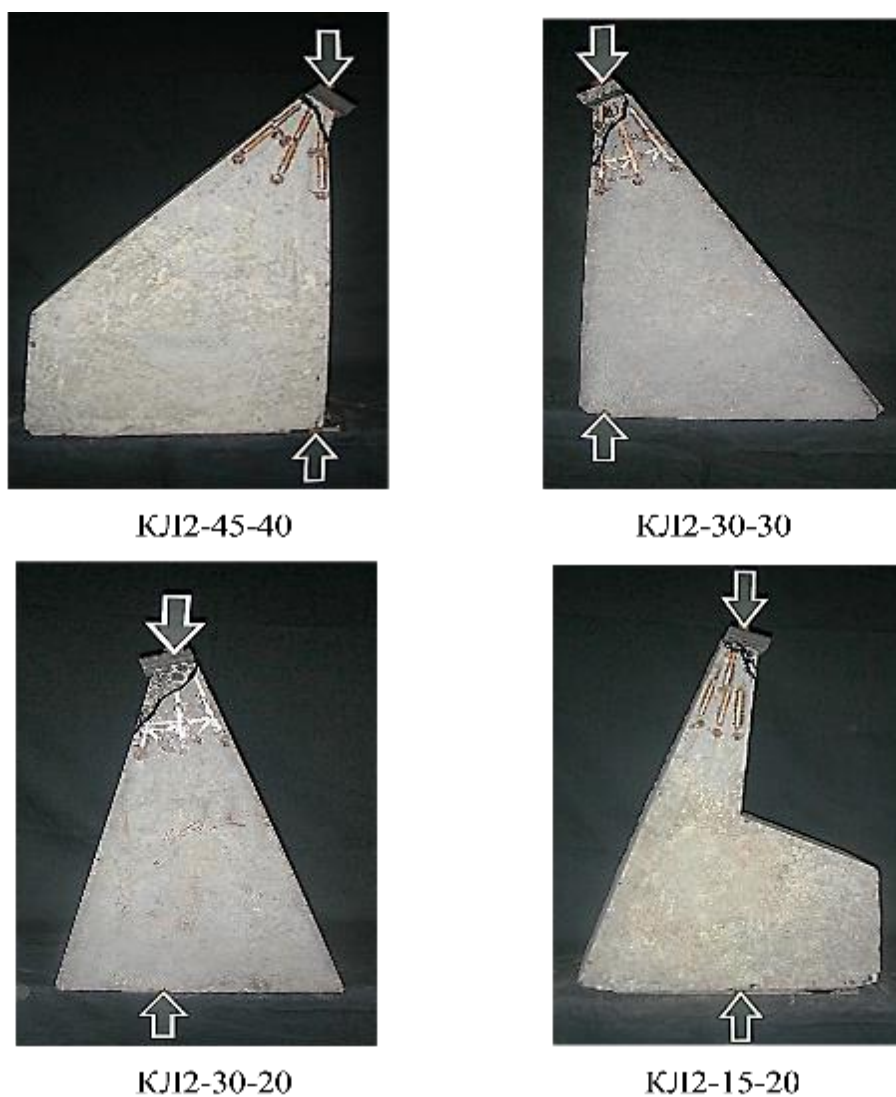


Рисунок 6.11 – Характер руйнування клинів  
(в шифрі зразків перше двозначне число – кут  $\alpha$ ; друге – кут  $\beta$ )

Запропонована кінематична схема (рис. 5.3) відповідає картині руйнування.

З метою експериментального підтвердження результатів розрахунку за формулою (5.11), отриманою на основі варіаційного метода у теорії пластичності, вони співставленні з величинами граничного опору дослідних клиноподібних зразків.

Характеристики дослідних зразків та результати співставлення наведені в таблиці 6.6.

Таблиця 6.6 – Значення теоретичного й експериментального опору бетонних клинів, які моделюють стиснуту зону над небезпечною похилою тріщиною, при дії стискального та поперечного зусиль на зрізаній грані

№ з/п	Шифр зразка*	Кут $\beta, ^\circ$	Кут $\alpha, ^\circ$	$f_c$ , МПа	$f_{ct}$ , МПа	$P_c^{test}$ , кН	$P_c^{calc}$ , кН	$\frac{P_c^{calc}}{P_c^{test}}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Автор								
1	1К-15-20	20	15	18,08	1,79	120,1	117,1	0,975
2	1К-30-20	20	30	18,08	1,79	153	149,5	0,977
3	1К-30-30	30	30	18,08	1,79	99,7	117,4	1,177
4	1К-45-30	30	45	18,08	1,79	152,6	139	0,911
5	1К-45-40	40	45	18,08	1,79	124,2	108,9	0,877
6	2К-30-20	20	30	22,5	1,8	249,6	210,7	0,844
Т.Ю. Качан [420]								
7	КЛ2-45-40	40	45	24,8	1,96	144	161,14	1,119
8	КЛ2-30-20	20	30	24,8	1,96	233	216,70	0,930
9	КЛ2-30-30	30	30	24,8	1,96	168	163,01	0,970

Продовження табл. 6.6

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	КЛ1-30-30	30	30	18,2	1,6	131	133,97	1,023
11	КЛ2-15-20	20	15	24,8	1,96	184	157,17	0,854
В.П. Митрофанов [73]								
12	К-I-102	20	25	55,3	3,96	539,6	501,46	0,929
13	62	20	25	33,6	2,43	402,9	304,67	0,756
14	42	20	25	31,5	2,13	297,9	272,73	0,916
15	22	20	25	28	2,01	258,4	253,90	0,983
26	31	20	25	17,3	1,98	101,7	87,20	0,857
17	41	20	25	19	2,11	161,4	128,88	0,799
18	К-II-51	20	25	17,3	1,98	163	156,64	0,961
19	К-II-61	20	25	17,3	1,98	179	188,66	1,054
20	К-II-81	20	25	19	2,11	287,5	271,20	0,943
21	К-II-101	20	25	19	2,11	341,7	337,54	0,988
22	35-20	20	35	9,8	1,26	159,6	114,56	0,718
23	35-25	25	35	9,8	1,26	131,1	101,80	0,777
24	35-35	35	35	8	1,09	87,4	65,01	0,744
25	35-40	40	35	8	1,09	64,9	56,70	0,874
26	35-45	45	35	8	1,09	59,9	48,53	0,810
27	30-20	20	30	8,8	1,13	116,0	92,11	0,794
28	30-25	25	30	8,8	1,13	104,1	78,51	0,754
29	30-30	30	30	8,8	1,13	90,1	71,04	0,788
30	30-35	35	30	10,3	1,31	93	76,33	0,821

Закінчення табл. 6.6

1	2	3	4	5	6	7	8	9
31	30-40	40	30	10,3	1,31	61,25	62,55	1,021
32	25-15	15	25	10,5	1,33	130	105,86	0,814
33	25-20	20	25	12,9	1,52	150	113,03	0,754
34	25-25	25	25	12,9	1,52	121	105,54	0,872
35	25-30	30	25	12,9	1,52	104,2	93,60	0,898
36	20-15	15	20	8,8	1,13	100	81,07	0,811
37	20-25	25	20	10,5	1,33	82,5	80,52	0,976
38	15-10	10	15	7,6	1,04	75,4	69,28	0,919
39	15-15	15	15	7,6	1,04	65,75	62,18	0,946
40	15-20	20	15	10,3	1,31	76,6	77,73	1,015
41	62	20	25	20,8	2,23	278,8	201,03	0,721
42	82	20	25	20,8	2,23	259,3	188,06	0,725
43	102	20	25	17,3	1,98	200	162,66	0,813

\* – в шифрі зразка перша двозначна цифра кут клину

За даними табл. 6.6 середнє арифметичне складає:  $\bar{x} = P^{calc} / P^{test} = 0,889$ , коефіцієнт варіації  $v = 12,43\%$

#### 6.4.2 Визначення несучої здатності залізобетонних балок

Для обґрунтування достовірності застосування прийнятих величин кутів нахилу нижньої границі клиноподібної області над небезпечною похилою тріщиною в балкових конструкціях, встановлених висоти стиснутої зони та кута нахилу умовного стиснутого елемента  $\cot \theta$  (п. 5.1.2.2) і порівняння експериментальної та розрахункової величин несучої здатності проаналізовано

розташування окремих ділянок тріщини на дослідних зразках різних авторів та їх несуча здатність [419, 421 – 428].

Крім того, в лабораторії кафедри будівельних конструкцій НУ «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» проведено обстеження 9-ти залізобетонних балок [421] (рис. 6.12) прольотом зрізу  $c/d = 2,3$  з інструментальним вимірюванням величини кутів нахилу похилої тріщини  $\alpha$  (нижньої грані клину) та висоти стиснутої зони бетону  $x$  з подальшою систематизацією автором.

Для визначення фактичної величини напруження, котре використовується при порівнянні дослідного та розрахункового значень несучої здатності, на поперечній арматурі наклеювалися тензорезистори. Балки випробовувалися за схемою «чистого згину».

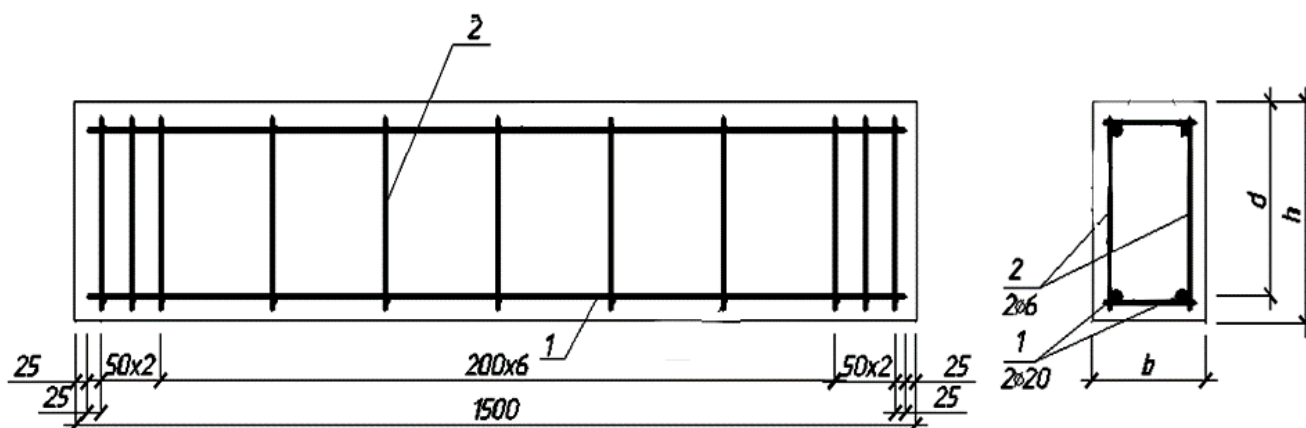


Рисунок 6.12 – Конструкція дослідних зразків [421]

Аналіз картини руйнування залізобетонних балок за похилим перерізом (рис. 6.13) при різних прольотах зрізу (відношеннях  $\cot \theta = c_0 / z$ ) засвідчує, що середнє значення кута  $\alpha$  клиноподібної стиснутої зони (нахил небезпечної похилої тріщини) на ділянці, що примикає до зрізаної грані клину, на яку прикладенні зусилля  $N_c$  і  $V_c$ , та значення висоти стиснутої зони  $x$ , складають: при  $\cot \theta = 1$  ( $\theta = 45^\circ$ ) –  $\alpha = 40 \dots 30^\circ$  і  $x/z = 0,5 \dots 0,4$ ; за  $1 < \cot \theta \leq 2$  ( $\theta \approx 26,5^\circ$ ) –  $\alpha = 25 \dots 15^\circ$  і  $x/z = 0,3 \dots 0,15$ ; при  $2 < \cot \theta \leq 2,5$  ( $\theta \approx 21,8^\circ$ ) –  $\alpha = 15 \dots 10^\circ$  і  $x/z = 0,15 \dots 0,1$ .



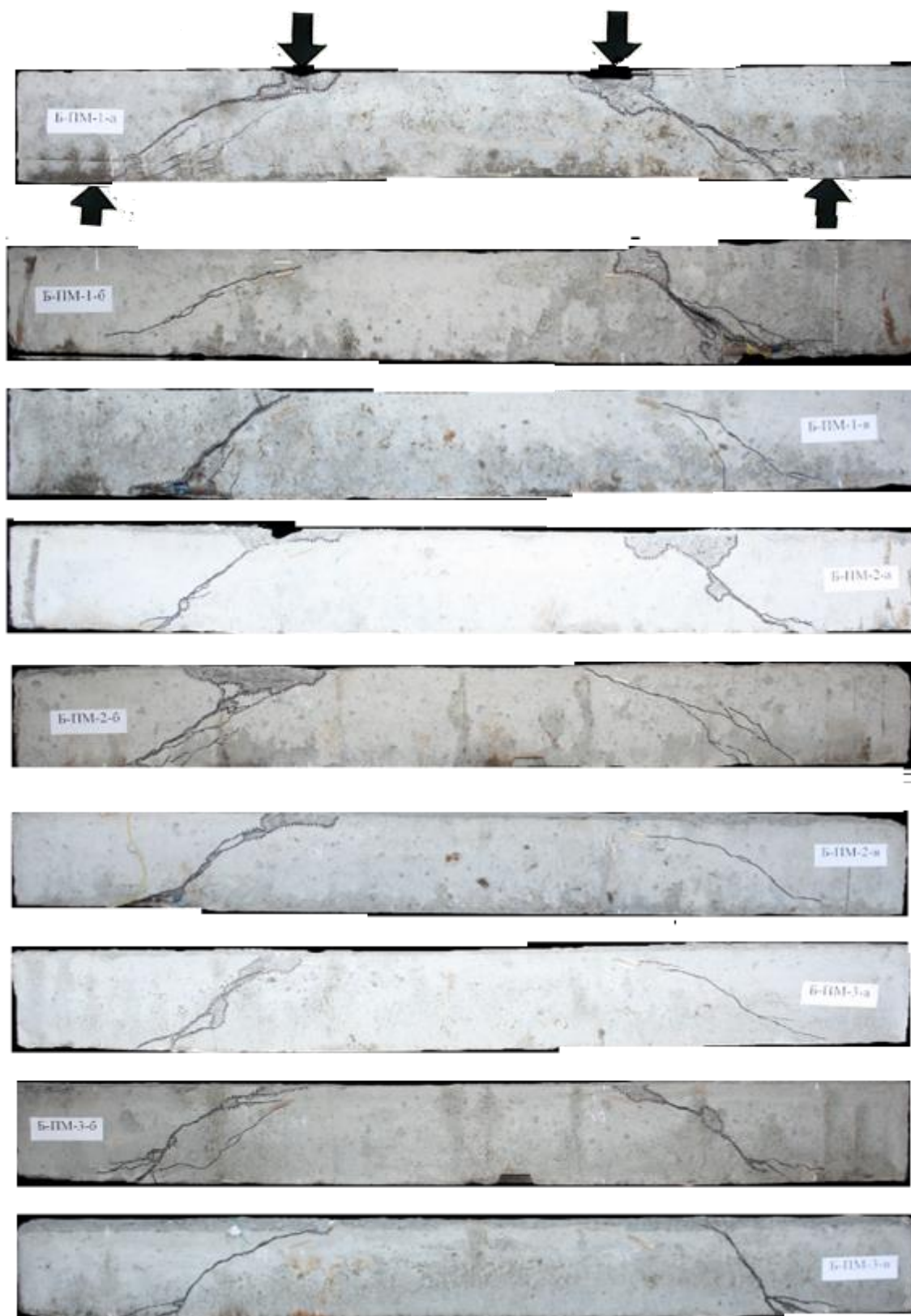


Рисунок 6.13 – Характер руйнування дослідних балок

На основі результатів експериментальних досліджень В.С. Дорофєєва, В.М. Карпюка, А.П. Крамарчука, К.В. Полянського, К. Юнга [230, 419, 422, 424,

425] встановлені дані уточнені (рис. 6.14). Отримані величини  $\alpha$  і  $x$  підтверджують значення, прийняті для визначення  $V_c$ : формули (5.9) – (5.11).

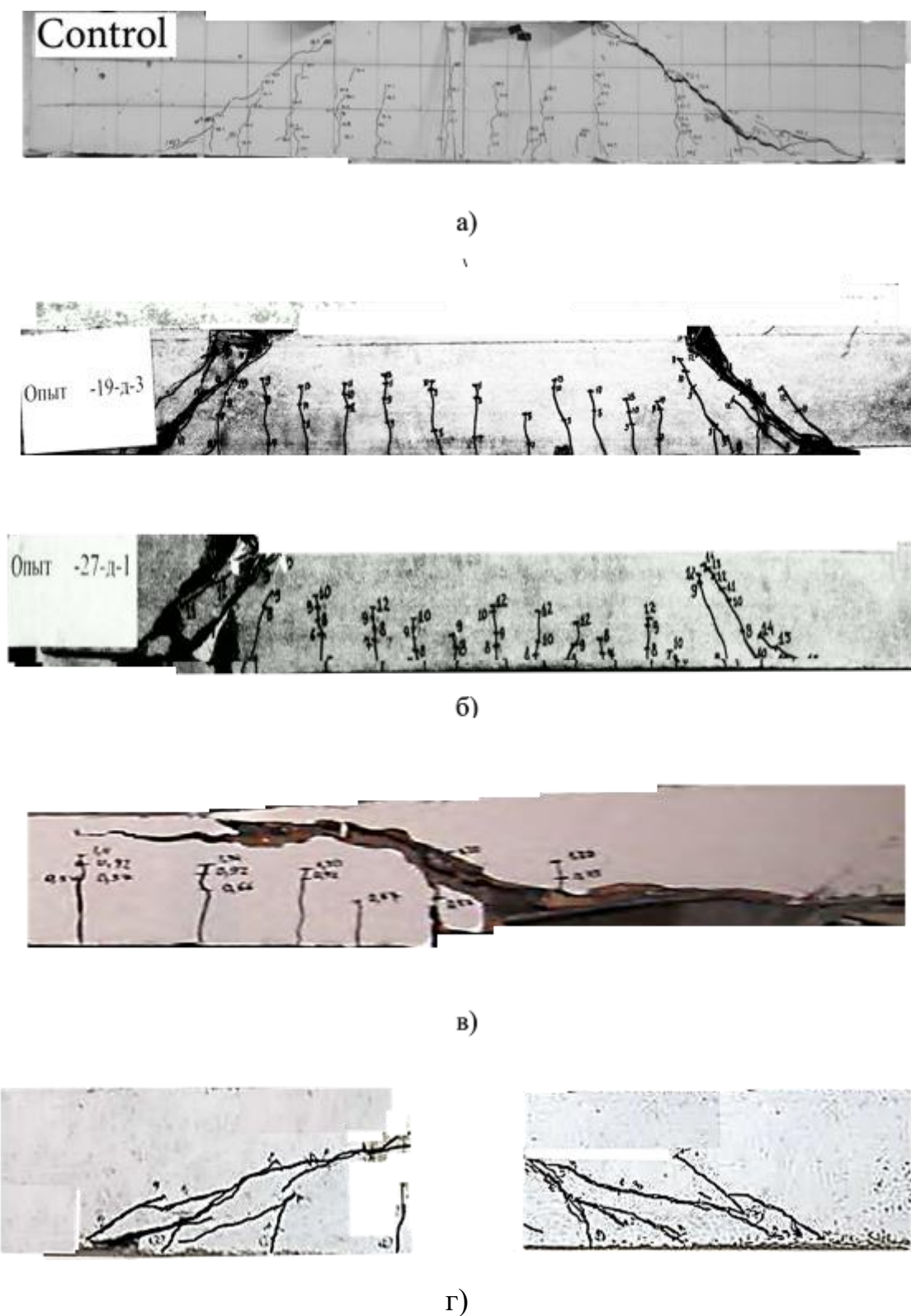


Рисунок 6.14 – Характер руйнування дослідних балок за результатами досліджень: а) [425]; б) 422]; в) [230]; г) [419]

Для співставлення розрахункової величини несучої здатності залізобетонних балок за похилими перерізами на дію поперечної сили використані дані експериментальних досліджень [230, 423, 426, 427], в яких вивчався вплив різних характеристик міцності бетону, відносних прольотів зрізу, інтенсивності поперечного армування на несучу здатність. Дослідні зразки запроєктовані з підвищеною несучою здатністю у нормальному перерізі, тому всі балки зруйнувалися за похилим перерізом.

Результати порівняння несучої здатності, визначеної на основі варіаційного методу з використанням критерію мінімуму потужності пластичної деформації, та встановленої експериментально зведені в таблиці 6.7.

Таблиця 6.7 – Результати порівняння експериментальної та теоретичної несучої здатності залізобетонних балок за похилим перерізом

Шифр зразка*	$b \times d$ , мм	$c/d$	$f_{c, prizm}$ , МПа	Поперечне армування			$V^{test}$ , кН	$V^{calc}$ , кН	$\frac{V^{calc}}{V^{test}}$
				$A_{sw}$ , мм <sup>2</sup>	$S$ , мм	$f_{yw}$ , МПа			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
БЗ 2.1-1	98 x 171	2	36,7	101	100	192	75	81,2	1,083
БЗ 2.1-2							73,5		
БЗ 2.2-1	106 x 170	1					125	113,7	0,910
БЗ 2.2-2							133,5		
БЗ 2.3-1	98 x 168	1,5					93	84,48	0,908
БЗ 2.3-2							89,5		
СВ [425]	250 x 350	3	36,95	101	380	400	153,61	144,63	0,942
Т0А [426]	150 x 220	2,35	30,75	101	292	320	150,7	152,5	1,012
Т0В [426]	150 x 220	3,6	28,46	101	210	400	137,55	119,94	0,872
Б-ПМ-1	119 x 157	2.3	46,2	67	200	500	180	158,13	0,878

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Б-ПМ-2-а	125 x156	2,3	41,03	67	200	500	160	152,66	0,954
Б-ПМ-2-б	120x 157						160	151,15	0,945
Б-ПМ-2-в	121 x161						170	155,51	0,915
Б-ПМ-3-а	120 x161		48,2				190	165,72	0,872
Б-ПМ-3-б	117 x 159						230	161,88	0,704
Б-ПМ-3-в	123 x156						190	162,32	0,854

\* – зразки серії БЗ [230], Б-ПМ [423]

За даними таблиці 6.7 при кількості дослідних зразків 16, середнє арифметичне складає:  $\bar{x} = V^{test} / V^{calc} = 0,922$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 7,85\%$ .

Конструкція зразків БЗ 2.1-1... БЗ 2.3-2 наведена на рис. 6.15.

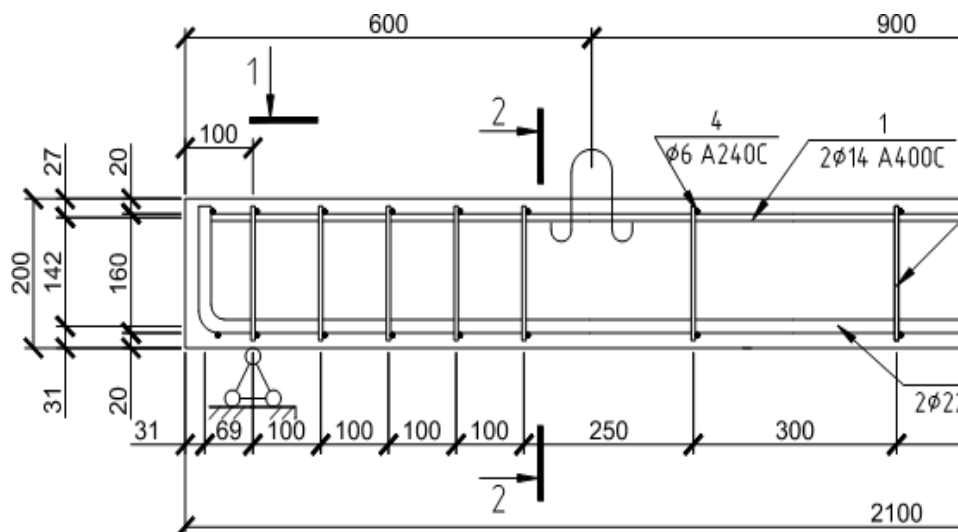


Рисунок 6.15 – Армування та розміри дослідної балки з поперечним армуванням [424]

Результати розрахунку дослідних зразків за методикою чинних норм [178], «дисковою моделлю» [225, 328] та запропонованим на основі використання критерія мінімуму потужності пластичної деформації наведені нижче.

Зразок БЗ 2.1-1 за методикою [178]:

– приймається  $\cot \theta = 2$  та встановлюється значення:

$$z = 0,9 \times 171 = 154 \text{ мм};$$

– коефіцієнт, що враховує роботу бетону з тріщинами в умовному стиснутому елементі  $\nu_1 = 0,6(1 - f_{c,prizm} / 250) = 0,6 \times (1 - 36,7 / 250) = 0,512$ ;

– максимальне значення опору стиснутого розкошу дорівнює:

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w z \nu_1 f_{c,prizm}}{\cot \theta + \tan \theta} = \frac{98 \times 154 \times 0,512 \times 36,7}{2 + 0,5} = 113,4 \times 10^3 \text{ Н} = 113,4 \text{ кН};$$

– величина зусилля, котру сприймає поперечна арматура:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{yw} \cot \theta = \frac{101}{100} \times 154 \times 192 \times 2 = 59,73 \times 10^3 \text{ Н} = 59,73 \text{ кН};$$

– за розрахункове приймається менше із значень  $V_{Rd,max}$  і  $V_{Rd,s}$ , отже  $V_{Rd} = 59,73 \text{ кН}$  за експериментального значення поперечної сили, за якої відбувається руйнування,  $V^{test} = 75 \text{ кН}$ ;

за «дисковою моделлю [225, 328]

– поперечне зусилля, котре сприймає бетон стиснутої зони:

$$V_c = M_c / c = \varphi_{c2} f_{ctm} b d^2 / c = \frac{\varphi_{c2} f_{ctm} b d}{c / d} = \frac{2 \times 3 \times 98 \times 171}{2} = 50,27 \times 10^3 \text{ Н} = 50,27 \text{ кН};$$

– поперечне зусилля, котре сприймає поперечна арматура:

$$V_{sw} = q_{sw} c_0 = \frac{A_{sw}}{s} f_{yw} c_0 = \frac{101}{100} \times 192 \times 278 = 53,91 \times 10^3 \text{ Н} = 53,91 \text{ кН},$$

$$\text{де } c_0 = \sqrt{\frac{M_c}{q_{sw}}} = d \sqrt{\frac{\varphi_{c2} f_{ctm} b s}{A_{sw} f_{yw}}} = 171 \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 98 \times 100}{101 \times 192}} = 298 \text{ мм, що задовольняє}$$

умові  $d = 171 \text{ мм} < c_0 = 298 \text{ мм} < 2d = 2 \times 171 = 342 \text{ мм}$ ;

– несуча здатність балки за похилим перерізом на дію поперечної сили дорівнює:  $V_c + V_{sw} = 50,27 + 53,91 = 104,18 \text{ кН}$ ;

за запропонованим методом:

– визначається  $\cot \theta = (c / z)^{0,7} = (2 / 0,9)^{0,7} = 1,75$ ;

– опір стиснутої зони бетону над небезпечною похилою тріщиною:

$$V_c = \frac{0,16 f_{c,prizm} b z}{\cot^2 \theta} = \frac{0,16 \times 36,7 \times 98 \times 154}{1,75^2} = 28,94 \times 10^3 \text{ Н} = 28,94 \text{ кН};$$

– зусилля, котре сприймає поперечна арматура у похилому перерізі:

$$V_{sw} = f_{yw} \frac{A_{sw}}{s} z \cot \theta = 192 \times \frac{101}{100} \times 154 \times 1,75 = 52,26 \times 10^3 \text{ Н} = 52,26 \text{ кН};$$

– несуча здатність залізобетонної балки за похилим перерізом на дію поперечної сили:  $V_{Rd} = V_c + V_{sw} = 28,94 + 52,26 = 81,2 \text{ кН}$ .

Зразок БЗ 2.2-1 за методикою [178]:

– приймається  $\cot \theta = 1$ , встановлюється значення  $z = 0,9 \times 170 = 153 \text{ мм}$ ;

– коефіцієнт, що враховує роботу бетону з тріщинами в умовному стиснутому елементі,  $v_1 = 0,6(1 - f_{c,prizm} / 250) = 0,6 \times (1 - 36,7 / 250) = 0,512$ ;

– максимальне значення опору стиснутого розкошу, дорівнює:

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w z v_1 f_{c,prizm}}{\cot \theta + \tan \theta} = \frac{106 \times 153 \times 0,512 \times 36,7}{1 + 1} = 152,4 \times 10^3 \text{ Н} = 152,4 \text{ кН};$$

– величина зусилля, котре сприймає поперечна арматура:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{yw} \cot \theta = \frac{101}{100} \times 153 \times 192 \times 1 = 31,61 \times 10^3 \text{ Н} = 29,67 \text{ кН};$$

– за розрахункове приймається менше із значень  $V_{Rd,max}$  і  $V_{Rd,s}$ , тоді  $V_{Rd} = 29,67 \text{ кН}$  за експериментального значення поперечної сили  $V^{test} = 125 \text{ кН}$ ;

за методикою [225, 328]:

– поперечне зусилля, котре сприймає бетон стиснутої зони:

$$V_c = M_c / c = \varphi_{c2} f_{ctm} b d^2 / c = \frac{\varphi_{c2} f_{ctm} b d}{c / d} = \frac{2 \times 3 \times 106 \times 170}{1} = 108,1 \times 10^3 \text{ Н} = 108,1 \text{ кН};$$

– поперечне зусилля, котре сприймає поперечна арматура:

$$V_{sw} = q_{sw} c_0 = \frac{A_{sw}}{s} f_{yw} c_0 = \frac{101}{100} \times 192 \times 170 = 32,97 \times 10^3 \text{ Н} = 32,97 \text{ кН},$$

$$\text{де } c_0 = \sqrt{\frac{M_c}{q_{sw}}} = d \sqrt{\frac{\varphi_{c2} f_{ctm} b s}{A_{sw} f_{yw}}} = 171 \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 106 \times 100}{101 \times 192}} = 308 \text{ мм} > c = 170 \text{ мм},$$

тому прийнято  $c_0 = c = d = 170$  мм.

– несуча здатність балки за похилим перерізом на дію поперечної сили дорівнює:  $V_c + V_{sw} = 108,1 + 32,97 = 141,07$  кН;

за запропонованим методом:

– приймається  $\cot \theta = (c/z)^{0,7} = (1/0,9)^{0,7} = 1,08$ ;

– опір, що сприймає стиснута зона бетону над небезпечною похилою тріщиною:  $V_c = \frac{0,16 f_{c,prizm} b z}{\cot^2 \theta} = \frac{0,16 \times 36,7 \times 106 \times 153}{1,08^2} = 81,65 \times 10^3$  Н = 81,65 кН;

– зусилля, що сприймає поперечна арматура у похилому перерізі:

$$V_{sw} = f_{yw} \frac{A_{sw}}{s} z \cot \theta = 192 \times \frac{101}{100} \times 153 \times 1,08 = 32,04 \times 10^3$$
 Н = 32,04 кН;

– несуча здатність залізобетонної балки за похилим перерізом на дію поперечної сили:  $V_{Rd} = V_c + V_{sw} = 81,65 + 32,04 = 113,7$  кН.

Для співставлення запропонованого методу розрахунку опору руйнуванню стиснутої смуги між двома похилими тріщинами та величини опору розкосу як елемента «фермової аналогії» [178] застосовуються вихідні дані для зразка Б 32.2-1. Опір умовного елемента при зрізі бетону, визначений за нормативною методикою, дорівнює максимальному поперечному зусиллю  $V_{Rd,max} = 152,4$  кН. Вказане значення встановлене без врахування впливу поперечного армування, що перетинає умовний елемент і стримує руйнування та бпідвищує опір.

За запропонованим методом вплив поперечного армування стиснутої смуги враховується шляхом введення в розрахунок коефіцієнта:

$$\varphi_w = 1 + \Delta \varphi_w \cot \theta = 1 + 5 \frac{E_s}{E_{cd}} \frac{A_{sw}}{b_w s} \cot \theta = 1 + 5 \times \frac{210}{36} \times \frac{101}{106 \times 100} \times 1 = 1,28 < 1,3.$$

Тоді величина поперечного зусилля, що сприймає умовний стисnutий елемент, дорівнює:

$$V_{Rd,max} = \frac{\varphi_w b_w z v_1 f_{c,prizm}}{1,1 + 0,9 \cot \theta} = \frac{1,28 \times 106 \times 154 \times 0,6 \times 36,7}{1,1 + 0,9} = 230,3 \times 10^3$$
 Н = 230 кН.

## 6.5 Несуча здатність коротких залізобетонних консолей за стиснутою похилою смугою

З метою підтвердження запропонованих автором кінематичних схем для розрахунку несучої здатності розглянуто характер руйнування коротких залізобетонних консолей, отриманий у дослідженнях [354 – 356, 358, 428 – 431]. В більшості дослідів спостерігається руйнування за нормальним перерізом в області дії максимального згинального моменту при текучості поздовжньої арматури та зріз у межах стиснутої смуги. У результаті дослідження моделей консолей із оптично-активного матеріалу, виконаних в [432] отримана картина траєкторій головних напружень, які визначають найбільш напружену область, окреслену стиснутою смугою, що вказує на перспективність застосування в розрахунках каркасно-стержневої моделі, елементом якої є стиснута смуга. Картина руйнування дослідних зразків залізобетонних консолей наведена в [433] представлена на рис. 6.17.

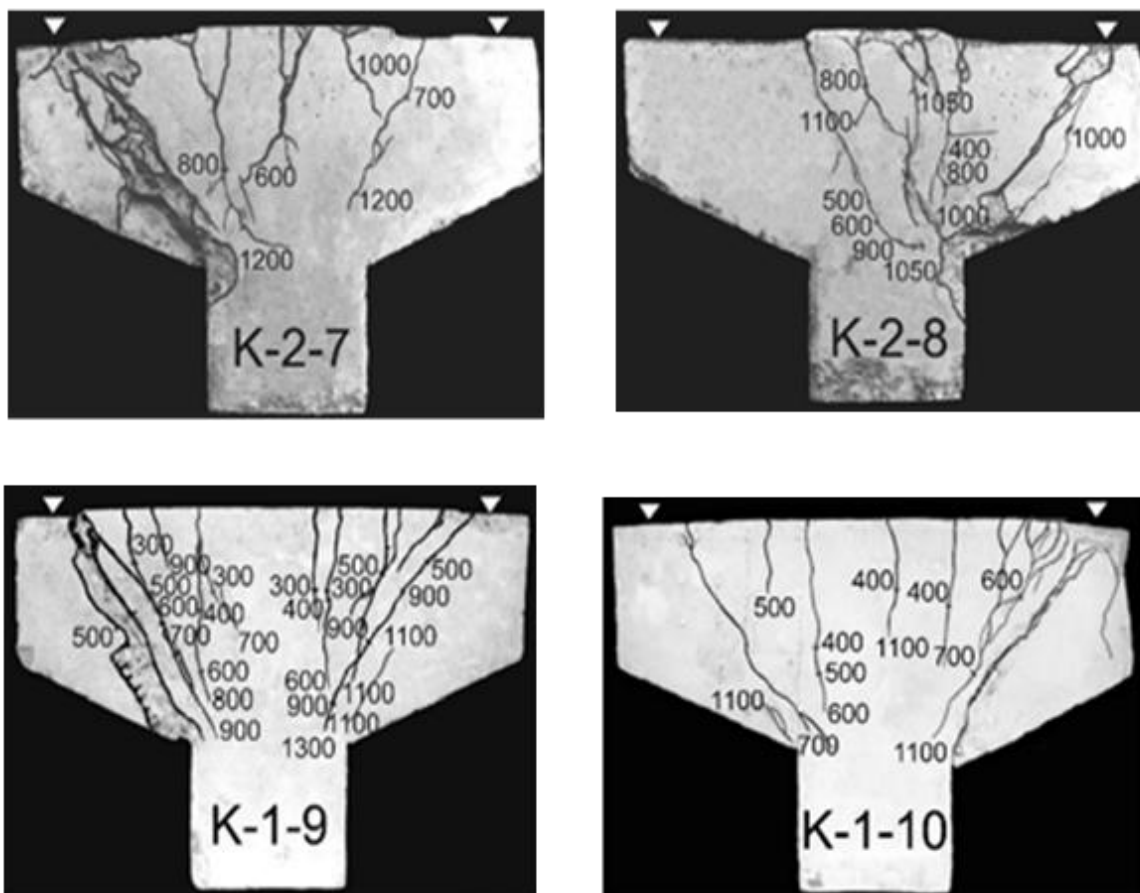


Рисунок 6.17 – Характер руйнування дослідних зразків коротких консолей [433]



Аналіз картини руйнування засвідчує, що запропонована кінематична схема навантаженої на торцях нормальною та дотичною поверхневими силами похилої смуги (рис. 5.2), як одного із найбільш напружених елементів коротких консолей, відповідає характеру руйнування, котрий спостерігається в експериментах [433].

Для визначення несучої здатності коротких залізобетонних консолей при зрізі в межах похилої смуги (її верхня оцінка) використовується залежність (5.15), отримана з використанням принципу віртуальних швидкостей та критерію мінімуму потужності локалізованої в тонкому шарі на поверхні руйнування пластичної деформації.

З метою обґрунтування застосування залежності для встановлення опору зрізу стиснутої смуги, як визначального елемента несучої здатності коротких залізобетонних консолей, проведено порівняння теоретичних результатів з даними системних експериментальних досліджень, отриманих в [354].

Дані співставлення теоретичних та експериментальних величин поперечної сили при зрізі у межах похилої стиснутої смуги надані в табл. 6.8.

Таблиця 6.8 – Порівняння теоретичної та дослідної несучої здатності коротких консолей, які руйнуються за похилою стиснутою смугою

№ з/П	$b$ , мм	$l$ , мм	$l_{sup}$ , мм	$d$ , мм	$\rho_w$ , %	$s_w$ , мм	$f_{c,prizm}$ , МПа	$\frac{E_s}{E_{cm}}$	$\frac{V^{calc}}{b_d f_{c,prizm}}$	$\frac{V^{calc}}{b_d f_{c,prizm}}$	$\frac{V^{calc}}{V^{test}}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	203	301	127	612	1,24	13,6	34,4	5	0,151	0,130	0,861
2		307	76	513	0,38	11,4	28	5,1	0,090	0,101	1,122
3		304		615	0,32	13,6	26,4	5,3	0,080	0,093	1,16
4		303		409	0,93	9	26		0,117	0,102	0,872
5		302		409	0,93	9,0	24,5		0,121	0,105	0,868
6		307		511	0,75	11,3	22,8		0,134	0,127	0,948

Закінчення табл. 6.8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7	203	309	76	612	0,62	13,6	23,9	5,3	0,099	0,116	1,172
8		301		612	0,62	13,6	45,8	5	0,075	0,072	0,960
9		300		409	1,86	9	23,7	5,3	0,124	0,110	0,887
10		307		511	1,49	11,3	30,9	5,1	0,111	0,097	0,874
11		301		612	1,24	13,6	28,8		0,095	0,087	0,916
12		302	149	513	0,38	113	26,5	5,3	0,163	0,153	0,939
13		301		515	0,38	113	43,2		0,177	0,151	0,853
14		302		611	0,32	90	26,7		0,147	0,141	0,959
15		307		612	0,62	136	26,1		0,172	0,192	1,116
16		309		509	0,48	113	44,2		0,155	0,171	1,103
17		307		500	1,24	113	44,9		0,173	0,151	0,873

За даними таблиці 6.8 середнє арифметичне складає:  $\bar{x} = V^{test} / V^{calc} = 0,97$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 11,98\%$ .

Отримані результати засвідчують експериментальне підтвердження можливості використання запропонованого в п. 4.3 метода розрахунку.

Для співставлення результатів визначення несучої здатності коротких залізобетонних консолей за методикою чинних норм [178], каркасно-стержневою моделлю [225] та запропонованим методом розрахунку проведено оцінювання несучої здатності на дію поперечної сили за вихідних даних:

– розміри поперечного перерізу консолі  $b \times h = 400 \times 700$  мм, робоча висота нормального перерізу  $d = 660$  мм, відстань від внутрішньої грані площадки навантаження до площини заземлення консолі в колоні  $a_v = 350$  мм, довжина площадки передачі навантаження  $l_{sup} = 200$  мм,  $l_1 = a_v + l_{sup} = 350 + 200 = 550$  мм, виліт консолі  $l = 600$  мм; бетон важкий класу міцності С25/30: при  $\gamma_{c2} = 0,9$ :  $f_{cd} = 15,3 = \text{МПа}$ ,  $f_{ctd} = 1,09 \text{ МПа}$ ,  $E_{cd} = 25 \text{ ГПа}$ ; поздовжня арматура:  $3\text{Ø}28 \text{ A}400\text{C}$ :

$f_{yd} = 364$  МПа,  $E_s = 210$  ГПа; поперечне армування: двогілке  $\varnothing 12$  мм з кроком  $s = 100$  мм класу А240С:  $f_{ywd} = 170$  МПа,  $E_s = 210$  ГПа. Розрахункова схема за каркасно-стержневою моделлю [225] наведена на рис. 6.18.

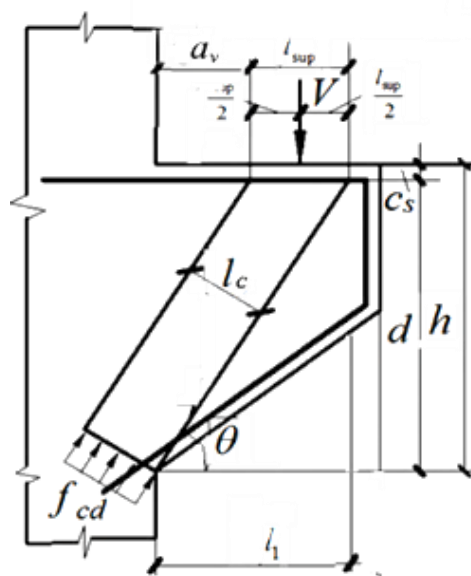


Рисунок 6.18 – Розрахункова схема консолі за «каркасно-стержневою моделлю»

Послідовність розрахунку наступна:

– підраховується значення поперечного зусилля, котре сприймає коротка консоль із умови  $3,5 f_{ctd} b_w d = 3,5 \times 1,08 \times 400 \times 660 \times 10^{-3} = 997,9$  кН; за умови  $2,5 f_{ctd} b_w d = 2,5 \times 1,08 \times 400 \times 660 \times 10^{-3} = 712,9$  кН;

– встановлюється опір консолі на дію поперечної сили за похилою смугою: ширина похилої стиснутої смуги дорівнює:  
 $l_c = l_{sup} \sin \theta = 200 \times 0,768 = 154$  мм,

де  $\sin^2 \theta = \frac{d^2}{d^2 + (a_v + l_{sup})^2} = \frac{660^2}{660^2 + (350 + 200)^2} = 0,59$ ,  $\sin \theta = 0,768$ , тут  $\theta$  – кут

нахилу до горизонталі; процент армування:  $\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w s} = \frac{226}{400 \times 100} = 5,65 \times 10^{-3}$ ;

$\alpha = \frac{E_s}{E_c} = \frac{210}{25} = 8,4$ ;  $V_1 = 0,8 f_{cd} b_w l_c \sin \theta (1 + 5 \alpha \rho_w) = 0,8 \times 15,3 \times 400 \times 154 \times 0,768 \times$

$\times (1 + 5 \times 8,4 \times 5,65 \times 10^{-3}) \times 10^{-3} = 716,4$  кН.

Опір консолі за нормальним перерізом:

$$V_2 = f_{yd} A_s d / l = 364 \times 1847 \times 660 \times 10^{-3} / 600 = 739,5 \text{ кН.}$$

Таким чином, несуча здатність короткої консолі складає  $V_{Rd} = 716,4 \text{ кН}$ .

За чинними нормами [178]:

Несуча здатність за поперечною силою повинна задовольняти умові:

$$V_{Ed} = 0,5 b_w d v f_{cd} = 0,5 \times 400 \times 660 \times 0,547 \times 15,3 \times 10^{-3} = 1105 \text{ кН, де коефіцієнт}$$

зниження міцності бетону з тріщинами  $v = 0,6(1 - \frac{f_{ck}}{250}) = 0,6 \times (1 - \frac{22}{250}) = 0,547$ .

Поперечна сила повинна задовольняти умові:

$$V_{Ed} \leq \frac{f_{ywd} A_{sw} \sin \alpha}{\beta} = \frac{285 \times 1131 \times 0,866 \times 10^{-3}}{0,265} = 1053 \text{ кН, де } \beta = \frac{a_v}{2d} = \frac{350}{2 \times 660} = 0,265.$$

За запропонованим методом:

Розрахункова схема залізобетонної консолі при зрізі стиснутої похилої смуги наведена на рис. 5.9.

Несуча здатність короткої консолі при реалізації зрізу в межах стиснутої смуги визначається із рівняння:

$$V_{Rd} = (1 + l_1 / d + \alpha_s) f_{cd} b l_{sup} (1 + \alpha_{sw}) = (1 - 550 / 660 + 0,29) \times 15,3 \times 400 \times 200 \times (1 + 0,305) \times 10^{-3} = 730 \text{ кН,}$$

$$\text{де: } \alpha_s = \bar{t} \rho_1 \sin \theta = 54 \times 7 \times 10^{-3} \times 0,768 = 0,29,$$

$$\text{тут } \bar{t} = 1,5 \alpha d / l_c = 1,5 \times 8,4 \times 660 / 154 = 54, \alpha = E_s / E_c = 210 / 25 = 8,4;$$

$$l_c = 154 \text{ мм; } \rho_1 = \frac{A_s}{bd} = \frac{1847}{400 \times 660} = 7 \times 10^{-3}; \sin \theta = 0,768,$$

$\alpha_{sw}$  – коефіцієнт, який враховує вплив поперечного армування:

$$\alpha_{sw} = \bar{t} \frac{A_{sw}}{b_s s} = 54 \times \frac{226}{400 \times 100} = 0,305.$$

За вище розглянутих вихідних даних, але при довжині площадки навантаження  $l_{sup} = 120 \text{ мм}$  замість  $200 \text{ мм}$ , маємо:

$$V_{Rd} = (1 + l_1 / d + \alpha_s) f_{cd} b l_{sup} (1 + \alpha_{sw}) = (1 - 470 / 660 + 0,485) \times 15,3 \times 400 \times 120 \times (1 + 0,48) \times 10^{-3} = 840 \text{ кН,}$$

$$\text{де: } \alpha_s = \bar{t} \rho_1 \sin \theta = 85 \times 7 \times 10^{-3} \times 0,815 = 0,485,$$

$$\text{тут } \bar{t} = 1,5 \alpha d / l_c = 1,5 \times 8,4 \times 660 / 98 = 85, \quad \alpha = E_s / E_c = 210 / 25 = 8,4;$$

$$l_c = l_{sup} \sin \theta = 120 \times 0,815 = 98 \text{ мм}, \quad \sin \theta = \sqrt{\frac{d^2}{d^2 + (a_v + l_{sup})^2}} = \sqrt{\frac{660^2}{660^2 + (350 + 120)^2}} = 0,815,$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{bd} = \frac{1847}{400 \times 660} = 7 \times 10^{-3}; \quad \alpha_{sw} = \bar{t} \frac{A_{sw}}{b_u s} = 85 \times \frac{226}{400 \times 100} = 0,48.$$

Прийнявши  $l_{sup} = 150$  мм і  $l_1 = 500$ :

$$V_{Rd} = (1 - l_1 / d + \alpha_s) f_{cd} b l_{sup} (1 + \alpha_{sw}) = (1 - 500 / 660 + 0,387) \times 15,3 \times 400 \times 150 \times (1 + 0,392) \times 10^{-3} = 804 \text{ кН},$$

$$\text{де: } \alpha_s = \bar{t} \rho_1 \sin \theta = 69,3 \times 7 \times 10^{-3} \times 0,797 = 0,387,$$

$$\text{тут } \bar{t} = 1,5 \alpha d / l_c = 1,5 \times 8,4 \times 660 / 120 = 69,3, \quad \alpha = E_s / E_c = 210 / 25 = 8,4;$$

$$l_c = l_{sup} \sin \theta = 150 \times 0,797 = 120 \text{ мм},$$

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{d^2}{d^2 + (a_v + l_{sup})^2}} = \sqrt{\frac{660^2}{660^2 + (350 + 150)^2}} = 0,797; \quad \rho_1 = \frac{A_s}{bd} = \frac{1847}{400 \times 660} = 7 \times 10^{-3};$$

$$\alpha_{sw} = \bar{t} \frac{A_{sw}}{b_u s} = 69,3 \times \frac{226}{400 \times 100} = 0,392.$$

Несуча здатність консолі при зміні довжини площадки навантаження  $l_{sup}$ , і постійному значенні  $a_v$  за методикою чинних норм [178] незмінною.

Прийнявши значення  $a_v = 200$  мм ( $a_v/d = 0,3$ ) та  $l_{sup} = 200$  мм отримано:

$$V_{Rd} = (1 - l_1 / d + \alpha_s) f_{cd} b l_{sup} (1 + \alpha_{sw}) = (1 - 400 / 660 + 0,29) \times 15,3 \times 400 \times 200 \times (1 + 0,275) \times 10^{-3} = 1067 \text{ кН},$$

$$\text{де: } \alpha_s = \bar{t} \rho_1 \sin \theta = 48,6 \times 7 \times 10^{-3} \times 0,855 = 0,29,$$

$$\text{тут } \bar{t} = 1,5 \alpha d / l_c = 1,5 \times 8,4 \times 660 / 171 = 48,6, \quad \alpha = E_s / E_c = 210 / 25 = 8,4,$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{bd} = \frac{1847}{400 \times 660} = 7 \times 10^{-3}; \quad \sin \theta = \sqrt{\frac{d^2}{d^2 + (a_v + l_{sup})^2}} = \sqrt{\frac{660^2}{660^2 + (200 + 200)^2}} = 0,855;$$

$$l_c = l_{sup} \sin \theta = 200 \times 0,855 = 171 \text{ мм}, \quad \alpha_{sw} = \bar{t} \frac{A_{sw}}{b_u s} = 48,6 \times \frac{226}{400 \times 100} = 0,275.$$

При  $a_v = 100$  мм ( $a_v/d = 0,15$ ) та  $l_{sup} = 200$  мм отримано:

$$V_{Rd} = (1 - l_1 / d + \alpha_s) f_{cd} b l_{sup} (1 + \alpha_{sw}) = (1 - 300 / 660 + 0,31) \times 15,3 \times 400 \times 200 \times (1 + 0,258) \times 10^{-3} = 1317 \text{ кН},$$

$$\text{де: } \alpha_s = \bar{t} \rho_1 \sin \theta = 48,6 \times 7 \times 10^{-3} \times 0,91 = 0,31,$$

$$\text{тут } \bar{t} = 1,5 \alpha d / l_c = 1,5 \times 8,4 \times 660 / 182 = 45,7, \quad \alpha = E_s / E_c = 210 / 25 = 8,4,$$

$$l_c = l_{sup} \sin \theta = 200 \times 0,91 = 182 \text{ мм}, \quad \sin \theta = \sqrt{\frac{d^2}{d^2 + (a_v + l_{sup})^2}} = \sqrt{\frac{660^2}{660^2 + (100 + 200)^2}} = 0,91,$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{bd} = \frac{1847}{400 \times 660} = 7 \times 10^{-3}; \quad \alpha_{sw} = \bar{t} \frac{A_{sw}}{b_w s} = 45,7 \frac{226}{400 \times 100} = 0,256;$$

приймавши величини  $a_v = 50$  мм та  $l_{sup, fact} = 300$  мм при спіранні на консоль ригеля поперечної рами і  $l_{sup} = 2 l_{sup, fact} / 3 = 2 \times 300 / 3 = 200$  мм отримано:

$$V_{Rd} = (1 - l_1 / d + \alpha_s) f_{cd} b l_{sup} (1 + \alpha_{sw}) = (1 - 550 / 660 + 0,29) \times 15,3 \times 400 \times 200 \times (1 + 0,265) \times 10^{-3} = 707 \text{ кН},$$

$$\text{де: } \alpha_s = \bar{t} \rho_1 \sin \theta = 46,98 \times 7 \times 10^{-3} \times 0,883 = 0,29,$$

$$\text{тут } \bar{t} = 1,5 \alpha d / l_c = 1,5 \times 8,4 \times 660 / 177 = 46,98, \quad \alpha = E_s / E_c = 210 / 25 = 8,4,$$

$$l_c = l_{sup} \sin \theta = 200 \times 0,883 = 177 \text{ мм}, \quad \sin \theta = \sqrt{\frac{d^2}{d^2 + (a_v + l_{sup})^2}} = \sqrt{\frac{660^2}{660^2 + (50 + 300)^2}} = 0,883;$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{bd} = \frac{1847}{400 \times 660} = 7 \times 10^{-3}; \quad \alpha_{sw} = \bar{t} \frac{A_{sw}}{b_w s} = 47 \times \frac{226}{400 \times 100} = 0,265.$$

Слід зазначити, що на несучу здатність короткої консолі:

– при застосуванні каркасно-стержневої моделі суттєво впливають геометричні параметри: довжина площадки навантаження, відстань від внутрішньої грані колони до осі прикладання сили  $V_{Ed}$  та поперечне армування;

– за методикою чинних норм [178] дія указаних факторів, крім відстані  $a_v$  й армування, не розглядається;

– при розрахунку за запропонованим методом ураховуються всі перелічені вище фактори, а також вплив поздовжнього армування.

## 6.6 Опір бетонних елементів при дії місцевого навантаження

Результати порівняння величини опору бетонних зразків, визначеної за запропонованою для інженерного розрахунку залежністю (5.25), з експериментальними даними випробування бетонних кубиків і призм за різного

відношення розмірів квадратної площадки передачі навантаження наведені в таблиці 6.9.

Таблиця 6.9 – Порівняння розрахункових та експериментальних значень опору бетонних зразків при місцевому стиску квадратним штампом

Автори	$b/l_{loc}$	$h/l_{loc}$	$f_c$ , МПа	$f_{ct}$ , МПа	$f_{c,loc}^{test} / f_c$	$f_{c,loc}^{calc} / f_c$	$f_{c,loc}^{calc} / f_{c,loc}^{test}$
1	2	3	4	5	6	7	8
Інс Р. і Арічі Е. [121]	2,5	2,5	9,63	1,23	4,72	3,98	0,843
					3,45	3,98	1,154
					2,90	3,98	1,372
			24,02	2,27	4,23	3,52	0,832
					3,64	3,52	0,967
					2,70	3,52	1,304
			24,05	2,27	3,99	[1] 3,53	0,885
							3,25
			27,42	2,48	3,57	3,46	0,969
			48,00	3,6	4,39	3,25	0,740
3,46	3,25	0,939					
2,45	3,25	1,327					
Ау Т. і Берд Д. Л. [119]	4	4	23,60	2,24	6,36	4,82	0,758
					4,83	4,82	0,998
	2	1	31,03	2,69	2,06	2,33	1,131
2,45	1,22	31,03	2,69	2,77	2,67	0,964	

Закінчення табл. 6.9

1	2	3	4	5	6	7	8
Гладишев Б.М. [434]	2,5	2,5	12,30	1,45	2,88	3,85	1,337
	3	3	19,62	1,55	3,06	3,73	1,219
	4	4	10,08	1,00	4,96	4,90	0,988
			15,50	1,60	4,85	4,98	1,027
			24,21	1,21	3,47	3,96	1,141
Пірадов А.Б. [435]	5	5	19,62	1,55	5,28	5,24	0,992
	6	6	24,21	1,21	5,34	5,19	0,972
	6.67	6.67	3,87	0,40	8,99	7,01	0,780
			10,08	1,00	8,60	6,90	0,802
			10,62	1,00	8,05	6,76	0,840
			15,12	1,50	8,05	6,90	0,852
29,88			1,70	6,75	5,75	0,852	
Митрофанов В.П., Довженко О.О. [436]	4	4	29,80	2,38	4,11	4,53	1,102

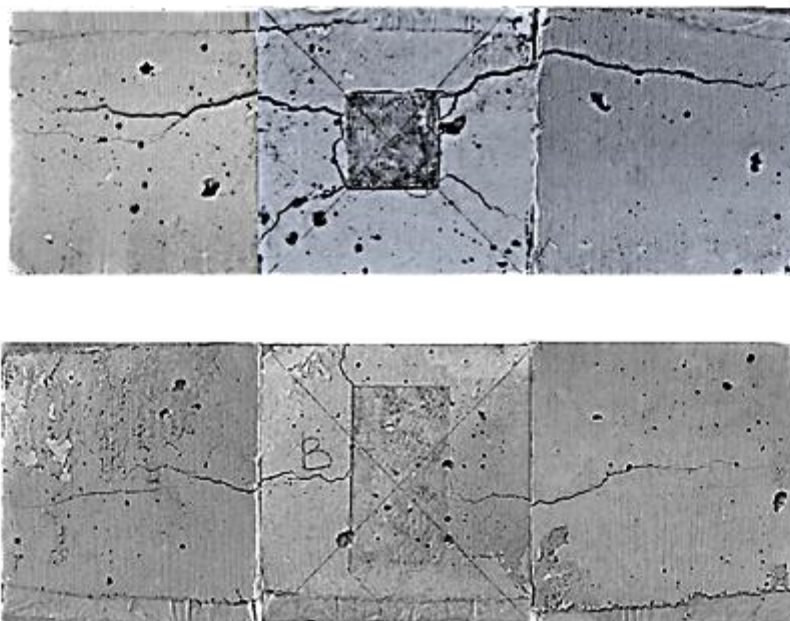
За даними таблиці 6.9 при кількості дослідних зразків 29 середнє арифметичне складає:  $\bar{x} = f_{loc}^{calc} / f_{loc}^{test} = 1,01$ , коефіцієнт варіації  $v = 18,39\%$ .

В якості характеристик міцності бетону приймаються призмova або циліндрична міцність на стиск та міцність на осьовий розтяг. При відсутності експериментальних даних вони визначалася з рівнянь  $f_{c,prizm} = 0,75f_{c,cube}$  і

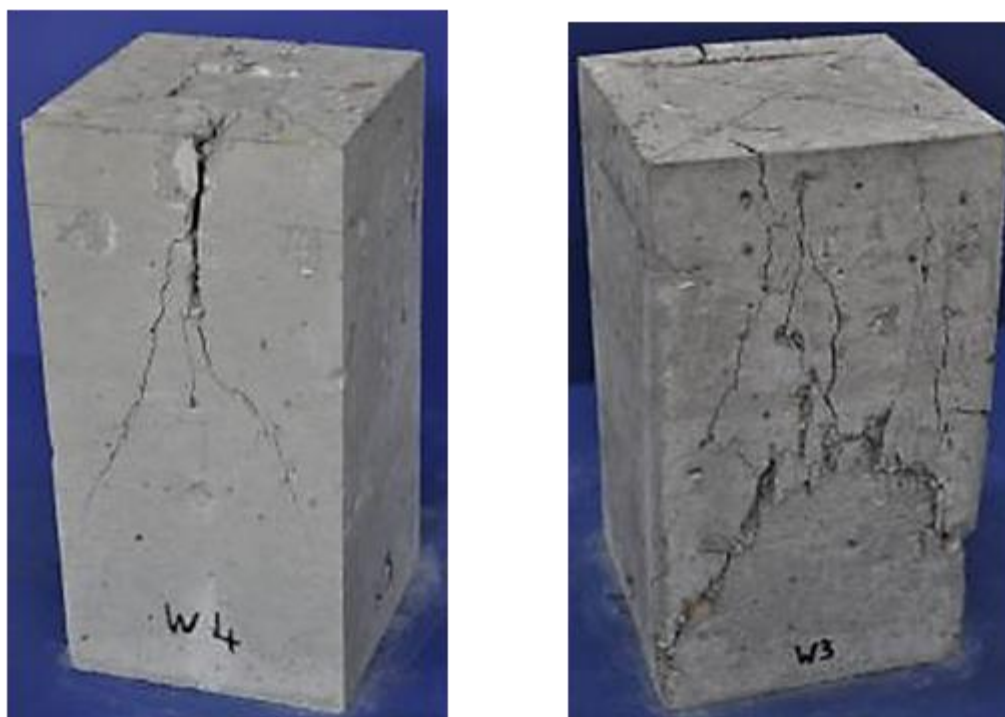
$$f_{ct} = 0,225\sqrt[3]{f_{c,cude}^2}.$$

Запропонована і наведена на рис. 5.11 кінематична схема руйнування відповідає картині руйнування бетонних зразків, що спостерігається в експериментальних дослідження [437] (рис. 6.19).





а) `



б)

Рисунок 6.19 – Характер руйнування при місцевому стиску: бетонних кубів (а) і призм (б)

Для порівняння величини опору на місцевий стиск за методикою чинних норм [178] та запропонованим методом розглянуті опорні ділянки при дії

навантаження на площадках квадратної форми, розташованих у середині верхньої грані опор.

Зусилля, котре сприймає опорна ділянка з розмірами поперечного перерізу 400 x 400 мм на місцеву дію стиску, встановлюється з передбаченими в нормах [178] обмеженнями  $b_2 \leq 3b_1$ ,  $d_2 \leq 3d_1$ ,  $h \geq b_2 - b_1$ ,  $h \geq d_2 - d_1$ :

1) при розмірах площадки навантаження  $b_1 = 100$  мм і  $d_1 = 100$  мм та  $b_2 = 300$  мм,  $d_2 = 300$  мм,  $h = 400$  мм,  $A_{c0} = b_1 d_1 = 10000$  мм<sup>2</sup>, дорівнює:

– за класу міцності бетону С25/30:

$$F_{cdu} = A_{c0} f_{cd} \sqrt{A_{c1} / A_{c0}} = 100 \times 100 \times 17 \times \sqrt{90000 / 10000} = 510 \times 10^3 \text{ Н} = 510 \text{ кН} = 3 f_c A_0 = 3 \times 17 \times 10000 = 510 \times 10^3 \text{ Н} = 510 \text{ кН};$$

– при класі міцності бетону С32/40:

$$F_{cdu} = 3 \times 22 \times 10000 = 660 \times 10^3 \text{ Н} = 660 \text{ кН}.$$

Слід зазначити, що для сприйняття зусиль розтягу в [178] передбачається поперечне армування опорних ділянок.

За запропонованою методикою:

– при класі міцності бетону С25/30:

$$F_{cdu} = k_{\chi 2} \sqrt[3]{4 \frac{hb}{b_{loc}^2}} f_{cd} A_{loc} = 1,089 \times \sqrt[3]{4 \frac{400 \times 400}{100^2}} \times 17 \times 10000 = 740,5 \times 10^3 \text{ Н} = 740,5 \text{ кН},$$

де  $k_{\chi 2} = 0,75 + 4,8 f_{ctd} / f_{cd} = 0,75 + 4,8 \times 1,2 / 17 = 1,089$ ,  $A_{loc} = 10000$  мм<sup>2</sup>;

– за класу міцності бетону С32/40:

$$F_{cdu} = 1,055 \times 4 \times 22 \times 10000 = 928,4 \times 10^3 \text{ Н} = 928,4 \text{ кН},$$

де  $k_{\chi 1} = 0,75 + 4,8 f_{ctd} / f_{cd} = 0,75 + 4,8 \times 1,4 / 22 = 1,055$ .

2) при опорній ділянці розмірами поперечного перерізу 400x600 мм і розмірах площадки навантаження  $b_1 = 200$  мм,  $d_1 = 200$  мм та  $b_2 = 400$  мм,  $d_2 = 600$  мм,  $h = 400$  мм,  $A_{c0} = b_1 d_1 = 40000$  мм<sup>2</sup>,  $A_{c1} = b_2 d_2 = 240000$  мм<sup>2</sup> за [178] дорівнює:

– при класі міцності бетону C25/30:

$$F_{cdu} = 200 \times 200 \times 17 \times \sqrt{240000 / 40000} = 1665 \times 10^3 \text{ Н} = 665 \text{ кН} < 3f_c A_0 = \\ = 13 \times 17 \times 40000 = 2040 \times 10^3 \text{ Н} = 2040 \text{ кН};$$

– за класу міцності бетону C32/40:

$$F_{cdu} = 200 \times 200 \times 22 \times \sqrt{240000 / 40000} = 2155,6 \times 10^3 \text{ Н} = 2155,6 \text{ кН} < 3f_c A_0 = \\ = 3 \times 22 \times 40000 = 2640 \times 10^3 \text{ Н} = 2640 \text{ кН}.$$

За запропонованою методикою:

– за класу міцності бетону C25/30:

$$F_{cdu} = k_{\chi 2} \sqrt[3]{4 \frac{hb}{b_{loc}^2}} f_{cd} A_{loc} = 1,089 \times \sqrt[3]{4 \frac{400 \times 400}{200^2}} \times 17 \times 40000 = 1866 \times 10^3 \text{ Н} = 1866 \text{ кН}.$$

– при класі міцності бетону C32/40:

$$F_{cdu} = k_{\chi 2} \sqrt[3]{4 \frac{hb}{b_{loc}^2}} f_{cd} A_{loc} = 1,055 \times \sqrt[3]{4 \frac{400 \times 400}{200^2}} \times 22 \times 40000 = 2339 \times 10^3 \text{ Н} = 2339 \text{ кН}.$$

З метою проєктування для класів міцності бетону C25/30 і C40/50:

– при розмірах поперечного перерізу опори 400x400 мм та площадки навантаження  $b_{loc} \times l_{loc} = 100 \times 100$  мм можливо приймати  $f_{loc} / f_{cd} = 4$ :

$$F_{cdu} = 4 \times 17 \times 100 \times 100 = 680 \times 10^3 \text{ Н} = 680 \text{ кН},$$

$$F_{cdu} = 4 \times 22 \times 100 \times 100 = 880 \times 10^3 \text{ Н} = 880 \text{ кН};$$

– за розмірів поперечного перерізу 400x400 мм і  $b_{loc} \times l_{loc} = 200 \times 200$  мм –

$$f_{loc} / f_{cd} = 2,5: F_{cdu} = 2,5 \times 17 \times 200 \times 200 = 1700 \times 10^3 \text{ Н} = 1700 \text{ кН};$$

$$F_{cdu} = 2,5 \times 22 \times 200 \times 200 = 2200 \times 10^3 \text{ Н} = 2200 \text{ кН}.$$

У результаті порівняльного аналізу встановлено, що відношення величини опору ділянок, підрахованого за нормативною методикою до значення, встановленого на основі варіаційного методу, складає: 0,75 при площадці навантаження 100x100 мм на ділянку 400x400 мм за рахунок врахування в останньому випадку об'ємного напруженого стану і 0,98 при площадці 200x200 мм.

### 6.7 Несуча здатність залізобетонних балок за нормальними перерізами

Для обґрунтування застосування запропонованого методу розрахунку несучої здатності залізобетонних конструкцій за нормальним перерізом виконана її експериментальна перевірка на основі досліджень, проведених у Національному університеті «Львівська політехніка» З.З. Бліхарським [438] та ДП «Державний дорожній науково-дослідний інститут імені М.П. Шульгіна» і Національному транспортному університеті П.М. Ковалем, І.П. Бабяком, Я.І. Ковальчиком, М.Б. Горбой [439].

Дослідні балки [438] були випробувані до фізичного руйнування, котре відбувалося шляхом роздроблення стиснутого бетону, що дозволило перевірити встановлений за запропонованим методом рівень граничної деформації  $\eta_R$  на стиснутій грані конструкції й оцінити точність розрахунку з використанням нелінійної деформаційної моделі.

Балки КБ-1.1, КБ-1.2, КБ-2.13 і КБ-2.14 [438] прямокутного поперечного перерізу (рис. 5.20) із бетону міцністю  $f_{ck,cube}=48,7$  МПа армовані поздовжньою арматурою  $\text{Ø}20\text{A}500\text{C}$  (зразки КБ-1.1.1 і КБ-1.2) та  $\text{Ø}16\text{A}500\text{C}$  (зразки КБ-2.13 і КБ-2.14). Характеристики міцності арматури: шар, який зміцнений:  $\sigma_{0,2} = 650$  МПа,  $\sigma_u = 760$  МПа; середина:  $\sigma_{0,2} = 440$  МПа,  $\sigma_u = 560$  МПа; суцільна:  $\sigma_{0,2} = 570$  МПа;  $\sigma_u = 650$  МПа.

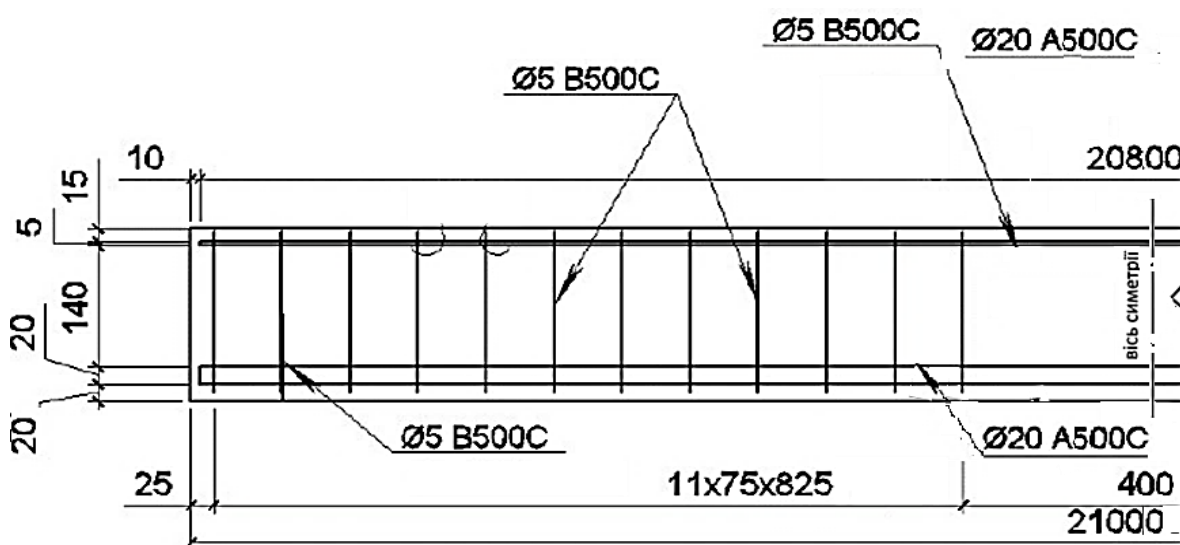


Рисунок 6.20 – Конструкція дослідних балок КБ-1.1 і КБ-1.2 [438]

Зразки випробувалися за схемою «чистого згину», вимірювалися деформації бетону стиснутої зони та поздовжньої розтягнутої арматури.

Розрахункові параметри нормального перерізу: гранична деформація бетону, коефіцієнт повноти епюри напружень у стиснутій зоні та відстань від рівнодійної в бетоні до стиснутої зони балки встановлені запропонованим автором методом за дослідних значень характеристик міцності бетону і дорівнюють:  $\varepsilon_{cR} = 2,75\%$ ,  $\omega_R = 0,771$  і  $\chi_R = 0,538$ . Величини деформації в поздовжній арматурі прийняті за результатами експерименту.

Геометричні характеристики балок, призма міцність бетону та величини згинальних моментів при фізичному руйнуванні, а також визначені розрахунком наведені в таблиці 6.10.

Таблиця 6.10 – Співставлення експериментальної та визначеної за запропонованим методом несучої здатності балок за нормальним перерізом

Шифр балки	$b$ , мм	$h$ , мм	$d$ , мм	$f_{c,prizm}$ , МПа	Армування		$M^{test}$ , кНм	$M^{calc}$ , кНм	$\frac{M^{calc}}{M^{test}}$
					Ø, мм	клас			
КБ-1.1	100	200	165	33,8	20	A500C	32,9	26,23	0,797
КБ-1.2							29,3		0,895
КБ-2.13					16		20,0	21,07	1,054
КБ-2.14							22,2		0,949

Послідовність визначення величини  $M^{calc}$  за запропонованим методом:

1) для балок КБ-1.1 і КБ-1.2:

– визначається відносна висота стиснутої зони при криволінійній епюрі

$$\text{напружень: } \bar{\xi} = \frac{\varepsilon_{cR}}{\varepsilon_s + \varepsilon_{cR}} = \frac{275}{330 + 275} = 0,455;$$

– встановлюється параметр відносного згинального моменту, котрий

сприймає балка за нормальним перерізом:

$$\alpha_m = \bar{\xi}\omega(1 - \chi\bar{\xi}\omega) = 0,455 \times 0,771 \times (1 - 0,538 \times 0,455 \times 0,771) = 0,285;$$

– визначається величина згинального моменту, що сприймає балка:

$$M^{calc} = \alpha_m f_{c,prizm} b d^2 = 0,285 \times 33,8 \times 100 \times 165^2 \times 10^{-6} = 26,23 \text{ кНм.}$$

2) для балок КБ-2.13 і КБ-2.14:

$$\bar{\xi} = \frac{\varepsilon_{cR}}{\varepsilon_s + \varepsilon_{cR}} = \frac{275}{515 + 275} = 0,348;$$

$$\alpha_m = \bar{\xi}\omega(1 - \chi\bar{\xi}\omega) = 0,348 \times 0,771 \times (1 - 0,538 \times 0,348 \times 0,771) = 0,229;$$

$$M^{calc} = \alpha_m f_{c,prizm} b d^2 = 0,229 \times 33,8 \times 100 \times 165^2 \times 10^{-6} = 21,07 \text{ кНм.}$$

Також для перевірки застосованої методики використані дані експериментальних досліджень залізобетонних балок Б2100.110.40 і Б2100.110.40 із бетону класу С32/40, армованих високоміцною арматурою класу К1000 (К-7) [439].

Схема випробування балки на дію згинального моменту показані на рис. 6.22.

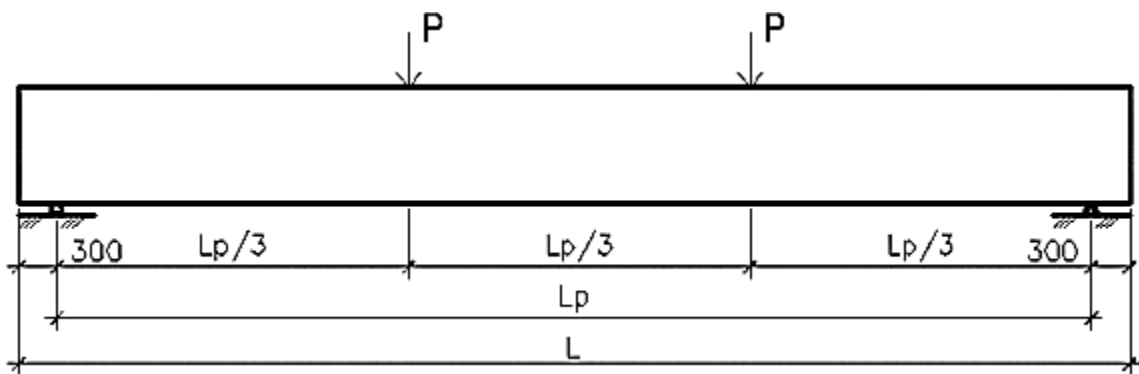


Рисунок 6.22 – Схема випробування на дію згинального моменту

( $L$  – довжина балки,  $L_p$  – розрахунковий проліт) [439].

Балки Б.1800.110.40 і Б2100.110.40 відповідно мають розміри:  $L = 18$  м,  $h = 1100$  мм,  $b'_{eff} = 400$  мм і  $L = 21$  м,  $h = 1100$  мм,  $b'_{eff} = 400$  мм.

Призмova міцність бетону  $f_{cm,prizm} = 38,3$  МПа; умовна межа текучості арматури  $f_{p0,1k} = 1335$  МПа. Сумарна площа поперечного перерізу канатів складає:  $\sum A_s = 93 \times 8 = 744$  мм<sup>2</sup>,  $N_{sp} = A_s f_p = 2502 \times 1335 = 1340170$  Н = 3340,2 кН,  $N'_{sp} = 744 \times 1335 = 993240$  Н = 993,2 кН,  $\xi = \frac{N_{sp} - N'_{sp}}{bdf_{c,prizm}} = \frac{(3340,2 - 993,2) \times 10}{400 \times 950 \times 38,2} = 0,162$ .

Отримані значення сили  $P$  та величини згинального моменту з необхідними даними для розрахунку, наведені в таблиці 6.11.

Таблиця 6.11 – Співставлення експериментальної та розрахункової несучої здатності армованих високоміцною арматурою залізобетонних балок

Шифр балки	$b'_{eff}$ , мм	$d$ , мм	$f_{c,prizm}$ , МПа	Армування		$P^{test}$ , кН	$M^{test}$ , кНм	$M^{calc}$ , кНм	$\frac{M^{calc}}{M^{test}}$
				Ø, мм	клас				
Б.1800.110.40	400	950	38,2	15	К1400	546,0	3166,8	2934,8	0,927
Б2100.110.40						475,6	3234,1		

За даними таблиці 6.9 і 6.10: кількість дослідних зразків – 6, середнє арифметичне  $\bar{x} = M^{calc} / M^{test} = 0,922$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 9,02\%$ .

При випробуванні балок прольотом 18 і 21 м вони зруйнувалися за бетоном стиснутої зони при навантаженні  $P^{test} = 546,0$  кН і 475,6 кН відповідно. За отриманими результатами величина згинального моменту дорівнює: для балки Б.1800.110.40 –  $546 \times (18 - 0,6) / 3 = 3166,8$  кНм; для балки Б.1800.110.40 –  $475,6 \times (21 - 0,6) / 3 = 3234,1$  кНм.

Згідно запропонованої методики при класі бетону С32/40 параметри нормального перерізу  $\omega = 0,778$ ,  $\chi = 0,539$ . Тоді  $x = \bar{\xi} d = 0,208 \times 950 = 198$  мм,  $\alpha_m = \xi(1 - \chi\xi) = 0,162 \times (1 - 0,539 \times 0,162) = 0,148$  мм,  $M^{calc} = \alpha_m f_{c,prizm} b'_{eff} d^2 + N'_{sp}(d - a') = 0,148 \times 38,2 \times 10^3 \times 0,4 \times 0,95^2 + 993,2 \times (0,95 - 0,05) = 2934,8$  кНм.

## 6.8 Несуча здатність за нормальними перерізами армокам'яних конструкцій, що згинаються

З метою порівняння результатів розрахунку за чинними нормами [84] та запропонованим методом на основі деформаційної моделі із застосуванням екстремуму деформування для обмеження граничної деформації на діаграмі «напруження-деформація» кам'яної кладки розглянуті приклади визначення несучої здатності згинальних армокам'яних конструкцій при різних класах поздовжньої арматури.

Вихідні дані: розміри робочого поперечного перерізу балки  $bxd = 380 \times 590$  мм, міцність цегляної кладки із елементів 1 групи  $f_d = 2$  МПа;

1) при поздовжній арматурі 2Ø14A240C: площа поперечного перерізу  $A_s = 308$  мм<sup>2</sup>, розрахункова міцність  $f_{yd} = 229$  МПа:

– за нормами [84] при розрахунковій схемі, наведеній на рис. 1.30:

– для визначення величини згинального моменту  $M_{Ru}$ , котрий сприймає армована конструкція прямокутного поперечного перерізу при чистому згині застосовується рівняння (1.88):  $M_{Rd} = f_{yd} A_s z = 229 \times 308 \times 544 \times 10^{-6} = 38,37$  кНм,

де плече важеля:

$$z = d \left( 1 - 0,5 \frac{A_s f_{yd}}{b d f_d} \right) = 590 \left( 1 - 0,5 \times \frac{308 \times 229}{380 \times 590 \times 2} \right) = 544 \text{ мм} < 0,95d = 0,95 \times 590 = 560 \text{ мм},$$

але не більше ніж  $M_{Rd} = 0,4 f_d b d^2 = 0,4 \times 2 \times 380 \times 590^2 \times 10^{-6} = 105,8$  кНм,

тому приймається  $M_{Rd} = 38,37$  кНм ;

– за запропонованим методом з використанням діаграми «напруження-деформація» (рис. 4.12) та розрахункової схеми, наведеної на рис. 4.11, при  $k=2,77$  із умови  $M_{Rd} = M(\eta_{mu}) = \max M(\eta_m)$  визначається рівень деформації  $\eta_{mu} = 1,327$ . За формулами (4.7) і (4.8) встановлюються параметри нормального перерізу для стиснутої зони кладки:  $\omega_u = 0,782$  і  $\chi_u = 0,528$ . При застосуванні рівняння (4.29) – (4.33) визначається несуча здатність конструкції:



– підраховується відносна висота стиснутої зони:

$$\xi = \frac{f_{yd}A_s}{f_d b d} = \frac{229 \times 308}{2 \times 380 \times 590} = 0,157;$$

– перевіряється умова непереармованості конструкції поздовжньою арматурою:  $\bar{\xi} = \xi / \omega \leq \xi_R = 0,157 / 0,782 = 0,201 < 0,763$  (табл. 4.6);

– встановлюється параметр:

$$\alpha_m = \xi(1 - \chi\xi) = 0,157 \times (1 - 0,528 \times 0,157) = 0,144;$$

– визначається величина згинального моменту, що може сприйняти конструкція:  $M_{Rd} = \alpha_m f_d b d^2 = 0,144 \times 2 \times 380 \times 590^2 \times 10^{-6} = 38,1 \text{ кНм}$ ,

але не більше ніж  $M_{Rd} = \alpha_R f_d b d^2 = 0,409 \times 2 \times 380 \times 590^2 \times 10^{-6} = 108,2 \text{ кНм}$ , де  $\alpha_R = 0,409$  (табл. 4.6). Тому приймаємо  $M_{Rd} = 38,1 \text{ кНм}$ ;

2) при поздовжній арматурі 2Ø25A240С: площа поперечного перерізу  $A_s = 982 \text{ мм}^2$ :

– за методикою норм [84]:

$$M_{Rd} = f_{yd} A_s z = 229 \times 982 \times 442 \times 10^{-3} = 99,4 \text{ кНм},$$

$$\text{де } z = d \left( 1 - 0,5 \frac{A_s f_{yd}}{b d f_d} \right) = 590 \left( 1 - 0,5 \times \frac{982 \times 229}{380 \times 590 \times 2} \right) = 442 \text{ мм} < 560 \text{ мм};$$

– за запропонованим методом:

$$\xi = \frac{f_{yd} A_s}{f_d b d} = \frac{229 \times 982}{2 \times 380 \times 590} = 0,502; \quad \bar{\xi} = \xi / \omega \leq \xi_R = 0,502 / 0,782 = 0,642 < 0,763;$$

$$\alpha_m = \xi(1 - \chi\xi) = 0,502 \times (1 - 0,528 \times 0,502) = 0,369,$$

$$M_{Rd} = \alpha_m f_d b d^2 = 0,369 \times 2 \times 380 \times 590^2 \times 10^{-6} = 97,62 \text{ кНм},$$

3) при поздовжній арматурі 2Ø28A240С: площа поперечного перерізу  $A_s = 1232 \text{ мм}^2$ :

– за методикою норм [84]:  $M_{Rd} = f_{yd} A_s z = 229 \times 1232 \times 404 \times 10^{-3} = 114 \text{ кНм}$ ,

$$\text{де } z = d \left( 1 - 0,5 \frac{A_s f_{yd}}{b d f_d} \right) = 590 \left( 1 - 0,5 \times \frac{1232 \times 229}{380 \times 590 \times 2} \right) = 404 \text{ мм} < 560 \text{ мм}.$$

Приймаємо  $M_{Rd} = 0,4 f_d b d^2 = 0,4 \times 2 \times 380 \times 590^2 \times 10^{-6} = 105,8$  кНм;

– за запропонованим методом:

$$\xi = \frac{f_{yd} A_s}{f_d b d} = \frac{229 \times 1232}{2 \times 380 \times 590} = 0,629; \quad \bar{\xi} = \xi / \omega \leq \xi_R = 0,629 / 0,782 = 0,804 > 0,763;$$

приймаємо  $\alpha_R = 0,409$ ;  $M_{Rd} = \alpha_R f_d b d^2 = 0,409 \times 2 \times 380 \times 590^2 \times 10^{-6} = 108,2$  кНм;

4) при поздовжній арматурі 2Ø20A400C: площа поперечного перерізу  $A_s = 628$  мм<sup>2</sup>, розрахункова міцність  $f_{yd} = 364$  МПа,

– за методикою норм [84]:

$$M_{Rd} = f_{yd} A_s z = 364 \times 628 \times 440 \times 10^{-3} = 100,5 \text{ кНм},$$

$$z = d \left( 1 - 0,5 \frac{A_s f_{yd}}{b d f_d} \right) = 590 \left( 1 - 0,5 \times \frac{628 \times 364}{380 \times 590 \times 2} \right) = 440 \text{ мм} < 560 \text{ мм};$$

– за запропонованим методом:

$$\xi = \frac{f_{yd} A_s}{f_d b d} = \frac{364 \times 628}{2 \times 380 \times 590} = 0,51 \quad \bar{\xi} = \xi / \omega \leq \xi_R = 0,51 / 0,782 = 0,652 < 0,669,$$

$$\alpha_m = \xi (1 - \chi \xi) = 0,51 \times (1 - 0,528 \times 0,51) = 0,373,$$

$$M_{Rd} = \alpha_m f_d b d^2 = 0,373 \times 2 \times 380 \times 590^2 \times 10^{-6} = 98,6 \text{ кНм};$$

5) при поздовжній арматурі 2Ø20B500: площа поперечного перерізу  $A_s = 509$  мм<sup>2</sup>, розрахункова міцність  $f_{yd} = 417$  МПа,

– за методикою норм [84]:

$$M_{Ed} = f_{yd} A_s z = 417 \times 509 \times 450 \times 10^{-3} = 95,5 \text{ кНм},$$

$$z = d \left( 1 - 0,5 \frac{A_s f_{yd}}{b d f_d} \right) = 590 \left( 1 - 0,5 \times \frac{509 \times 417}{380 \times 590 \times 2} \right) = 450 \text{ мм} < 560 \text{ мм};$$

– за запропонованим методом:

$$\xi = \frac{f_{yd} A_s}{f_d b d} = \frac{417 \times 509}{2 \times 380 \times 590} = 0,473, \quad \bar{\xi} = \xi / \omega \leq \xi_R = 0,473 / 0,782 = 0,605 < 0,615,$$

$$\alpha_m = \xi (1 - \chi \xi) = 0,473 \times (1 - 0,528 \times 0,473) = 0,355,$$

$$M_{Rd} = \alpha_m f_d b d^2 = 0,355 \times 2 \times 380 \times 590^2 \times 10^{-6} = 93,92 \text{ кНм}.$$

В [230] наведені експериментальні дані дослідження 3-ох балок довжиною 2300 мм перерізами 120x250 мм та 145x250 мм. Балки виготовлені із керамічної цегли міцністю  $f_b = 12,5$  МПа на цементно-піщаному розчині  $f_m=15$  МПа. Поздовжня арматура встановлювалася в розтягнутій та стиснутій зонах. В балці Б-1 відповідно 2Ø8 і 2Ø6, балці Б-2 – 2Ø8, балці Б-3 – Ø10 і Ø8. Зразки відрізнялися кількістю розтягнутої та стиснутої арматури. Міцність арматури  $f_{yk}$  відрізняється і складає: 296 МПа і 510 МПа.

Розрахунковий проліт зразків 2000 мм.

Дані щодо міцності кладки на стиск, поздовжнього армування балок, величини згинального моменту при їх руйнуванні та співставлення з результатами розрахунку за запропонованим методом наведені в таблиці 6.12.

Таблиця 6.12 – Характеристики зразків та співставлення експериментальної та визначеної за запропонованим методом несучої здатності армокам'яних балок за нормальним перерізом

Шифр балки	$b$ , мм	$d$ , мм	$a'_s$ , мм	$f_b$ , МПа	Армування в зоні		$M^{test}$ , кНм	$M^{calc}$ , кНм	$\frac{M^{calc}}{M^{test}}$
					$A_s$ , мм <sup>2</sup> ; $f_{yk}$ , МПа	$A'_s$ , мм <sup>2</sup> ; $f'_{yk}$ , МПа			
Б-1	120	250	25	4,4	100,6;	56,5;	9,064	9,920	1,094
Б-2					510	296			
Б-3	145				78,5;	50,3;	11,08	9,125	0,824
					296	510			

Загальні характеристики співставлення експериментальних даних та результатів розрахунку несучої здатності залізобетонних і армокам'яних балок за нормальним перерізом: кількість зразків – 9, середнє арифметичне –  $\bar{x} = M^{calc} / M^{test} = 0,943$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 10,65$  %.

Характер руйнування армокам'яних балок (рис. 6.23) не відрізняється від картини руйнування, що спостерігається для більш досліджених експериментально залізобетонних балок.

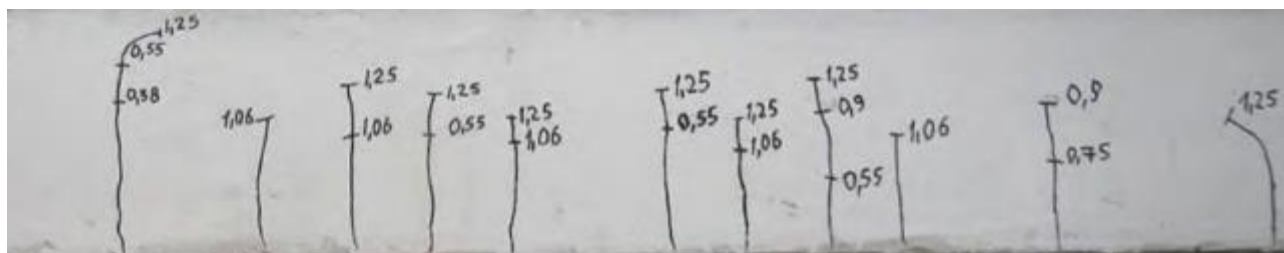


Рисунок 6.23 – Картина руйнування армокам'яної балки Б-2 [230]

За запропонованим методом, враховуючи що руйнування дослідної балки Б-1 відбулося в стиснутій зоні, приймаються параметри нормального перерізу, отримані при застосуванні обмеженої діаграми «напруження-деформація» з використанням умови максимуму деформування:  $\eta_R = 1,63$ ,  $\omega = 0,8$  і  $\chi = 0,54$ .

Послідовність розрахунку наступна:

– підраховується відносна висота стиснутої зони:

$$\xi = \frac{f_{yk} A_s - f'_{yk} A'_s}{f_d b d} = \frac{510 \times 100,6 - 296 \times 56,5}{4,4 \times 120 \times 225} = 0,291;$$

– встановлюється параметр:

$$\alpha_m = \xi(1 - \chi\xi) = 0,291 \times (1 - 0,54 \times 0,291) = 0,246;$$

– визначається гранична величина згинального моменту, що сприймає конструкція:

$$M_{Rd} = \alpha_m f_d b d^2 + A'_s f'_{yk} (d - a') = [(0,246 \times 4,4 \times 120 \times 225^2 + 56,5 \times 296 \times (225 - 25))] \times 10^{-3} = 9,92 \text{ кНм},$$

що менше ніж:

$$M_{Rd} = \alpha_R f_{yk} b d^2 + A'_s f'_{yk} (d - a') = (0,379 \times 4,4 \times 120 \times 225^2 + 56,5 \times 296 \times (225 - 25)) \times 10^{-6} = 13,47 \text{ кНм},$$

де  $\alpha_R = 0,379$  (табл. 4.6). Тому приймаємо  $M_{Ed} = 9,92 \text{ кНм}$ .

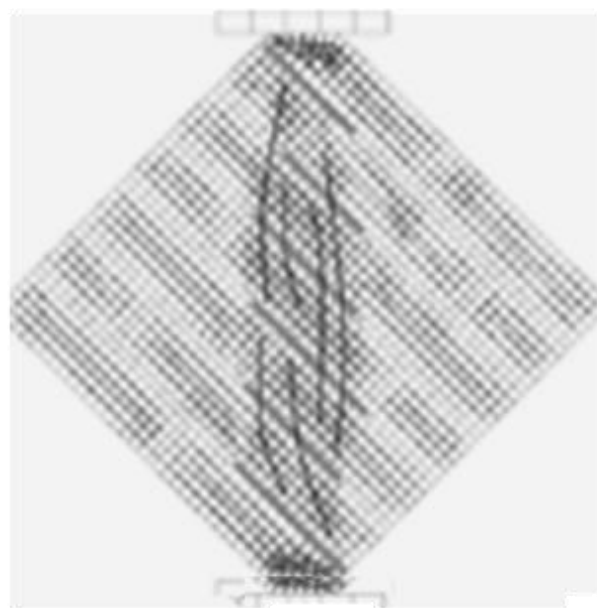
## 6.9 Несуча здатність кам'яних конструкцій при діагональному розколюванні

Для обґрунтування запропонованих при розрахунках несучої здатності кам'яних конструкцій на діагональне розколювання залежностей й оцінювання достовірності визначення величини граничного навантаження, на основі застосування умов мінімуму потужності пластичної деформації на поверхнях зрізу, використані результати експериментальних досліджень зразків із кам'яної кладки [440 – 450].

Дослідні зразки (рис. 6.24) були випробувані за наведеною в європейських RILEM TC [440] та американських ASTM E519 [441] нормах методикою, як найбільш доцільною для дослідження роботи кам'яної кладки при сумісній дії горизонтальної та вертикальної сил, рівнодійна яких направлена за діагоналлю зразка. За характером прикладання навантаження таке випробування носить назву випробування на діагональний стиск [442 – 444].



а)



б)

Рисунок 6.24 – Зразок серії КРО в процесі випробування (а), характер порушення цілісності кладки: при моделюванні у стадії, що передуює граничній (б) [444]

В експериментальних дослідженнях [444] зафіксовано «діагональне розколювання» як вид руйнування, що характеризується наявністю зон стиску біля опори та місця прикладання сили і зон розтягу в середній за висотою частині зразка. Область силового порушення цілісності кладки у вигляді тріщин обмежувалася смугою з границями передачі навантаження (рис. 6.24, б). Руйнування дослідних зразків відбувалося шляхом наближення одна до одної верхньої та нижньої стиснутих областей й утворення магістральної вертикальної тріщини з подальшим переміщенням бокових частин в поперечному напрямку.

Запропонована розрахункова схема (рис. 5.13, б) розглядає діагональне розколювання як вид руйнування, що складається із двох форм руйнування: шляхом зрізу стиснутих зон та відриву в середній частині.

Аналогічне розміщення найбільш напружених зон стиску та розтягу має місце в кам'яних простінках (рис. 6.25).

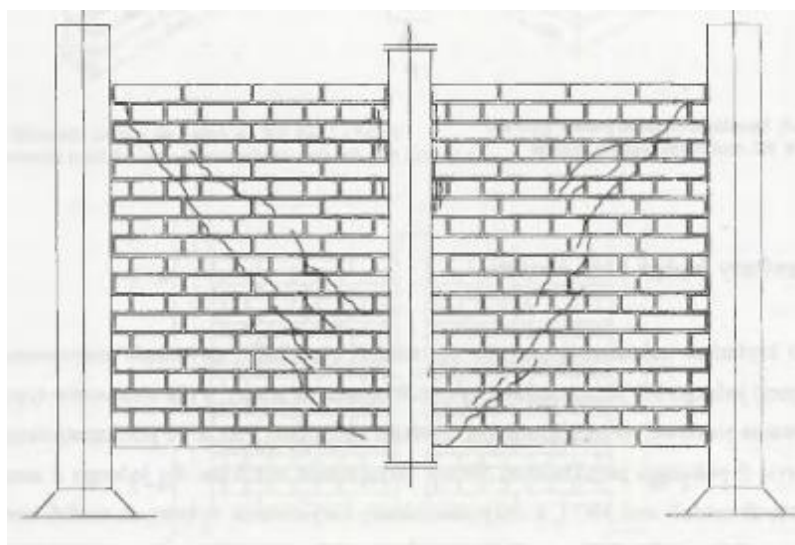


Рисунок 6.25 – Характер руйнування простінків у випробувальному стенді при дії горизонтального та вертикального навантаження [445]

Результати співставлення несучої здатності кам'яних зразків, визначеної за запропонованим методом (5.33), з експериментальною наведені в таблиці 6.13 і 6.14. Розміри довжини площадки передачі навантаження  $l_{sup}$  визначені конструкцією башмака і складають: для зразків серії КРО – 40 мм [444], зразків серії RL [445], КРПУ, КРПО, КПП, КПК [446] і серії W [447] – 65 мм, серій КО

[448], КЦГ – 75 мм [449] і КГП [450] – 100 мм. Навантаження передавалося за всією товщиною зразків  $t$ . При цьому слід зазначити, що розміри площадки навантаження є одним із основних визначальних факторів.

Таблиця 6.13 – Результати порівняння даних експериментальних досліджень кам'яної кладки при діагональному розколюванні (зріз-відрив) з підрахованими запропонованим методом величини опору  $f$

Шифр зразка	Розміри зразка $b \times h \times t$ , мм	Міцність				Опір		$\frac{f^{calc}}{f^{test}}$
		цегли $f_b$ , МПа	розчину $f_m$ , МПа	Кладки при		$f^{test}$ , МПа	$f^{calc}$ , МПа	
				стиску $f_d$ , МПа	розтягу $f_t$ , МПа			
КРО-109	510x515x	25,7	10,9	6,1	0,53	0,77	0,764	0,992
КРО-79	120		7,5	5,6		0,74	0,713	0,963
КРО	520x520x	15,0	10,9	4,0	0,4	0,77	0,738	0,958
	120		7,5	3,8		0,74	0,708	0,957
КРПУ (18%)*	520x520x 120	12,5	10,9	4,0	0,4	0,70	0,797	1,139
			7,5	3,8	0,4	0,82	0,765	0,933
			3,2	3,2	0,4	0,52	0,669	1,287
КРПО (30%)*	520x520x 120	15,0	10,9	4,4	0,4	1,04	0,914	0,879
КПП (42,3%)*	520x520 x120	15,0	10,9	4,4	0,4	0,98	0,984	1,004
RL – 120/1	640x665x 120	23,8	13,9	6,3	0,53	1,01	0,966	0,956
RL – 120/2						1,09	0,966	0,886
RL – 120/3						0,93	0,966	1,039
RL – 120/1	640x665x 120	23,8	13,9	6,3	0,53	1,09	0,966	0,889
RL – 120/2						1,30	0,966	0,743
RL – 120/3						1,41	0,966	0,685
КПК	520x520x 120	12,5	10,9	4,0	0,4	0,77	0,797	1,035
			7,5	3,4	0,4	0,74	0,738	0,997

\* – процент порожнин в кладці із пустотілої цегли

Таблиця 6.14 – Результати порівняння даних експериментальних досліджень кам'яної кладки при діагональному розколюванні з підрахованими запропонованим методом за величиною руйнівного навантаження  $P$

Шифр зразка	Розміри зразка $b \times h \times t$ , мм	Міцність				Опір		$\frac{P^{calc}}{P^{test}}$
		цегли $f_b$ , МПа	розчину $f_m$ , МПа	кладки при		$P^{test}$ , кН	$P^{calc}$ , кН	
				стиску $f_d$ , МПа	розтягу $f_t$ , МПа			
КГЦ	1030×	20,0	7,5	5	0,53	280	286,5	1,023
	1066×250					300	286,5	0,955
КО-1	1030×	13,25	16,06	4,4	0,4	98	95,97	0,979
КО-2	1100×120					100	95,97	0,960
КЦГ-1	1030× 965×250	12,0	9,11	4,0	0,4	185,7	168,6	0,908
КЦГ-2						157,1	168,6	1,073
КЦГ-3						169,1	168,6	0,997
W1	1200× 1200×250	24,03	5,68	4,8	0,4	189,3	188,9	0,998
W2						199,3	188,9	0,948
W3						149,5	188,9	1,263

За даними таблиці 6.13 і 6.14: сумарна кількість, оброблених зразків – 27, середнє арифметичне –  $\bar{x} = f(P)^{calc} / f(P)^{test} = 0,989$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 14,05\%$ .

Розглянемо послідовність визначення величини напружень  $f^{calc}$  для дослідних зразків серії КРО і RL. Використовується формула (5.33).

Зразок КРО-109:

– значення вертикального зусилля при діагональному розколюванні:

$$N_{Rd} = \frac{k_m f_d l_{sup} t}{S_{Ed} / N_{Ed}} = \frac{1,597 \times 6,1 \times 40 \times 120 \times 10^3}{0,99} = 47,23 \text{ кН},$$

$$\text{де } k_m = (0,8 + 2f_t / f_d)(h / l_{sup} - 1)^{0,2} = (0,8 + 2 \times 0,53 / 6,1) \times (515 / 40 - 1)^{0,2} = 1,597,$$

$$S_{Ed} / N_{Ed} = b / h = 510 / 515 = 0,99.$$



Значення граничних напружень складають:

$$f^{test} = \frac{P_{Rd}}{dt} = \frac{66,47 \times 10^3}{724,8 \times 120} = 0,764 \text{ МПа},$$

$$\text{де } P_{Rd} = \frac{N_{Rd}}{\sin \bar{\theta}} = \frac{N_{Rd} \sqrt{1 + \tan^2 \bar{\theta}}}{\tan \bar{\theta}} = \frac{N_{Rd} \sqrt{1 + (h/b)^2}}{h/b} = \frac{47,23 \times \sqrt{1 + (515/510)^2}}{515/510} = 66,47 \text{ кН},$$

$$\text{тут } d = \sqrt{b^2 + h^2} = \sqrt{510^2 + 515^2} = 724,8 \text{ мм.}$$

Зразок КРО-79:

$$N_{Rd} = \frac{k_m f_d l_{sup} t}{S_{Ed} / N_{Ed}} = \frac{1,623 \times 5,6 \times 40 \times 120 \times 10^{-3}}{0,99} = 44,05 \text{ кН},$$

$$\text{де } k_m = (0,8 + 2f_t / f_d)(h / l_{sup} - 1)^{0,2} = (0,8 + 2 \times 0,53 / 5,6) \times (515 / 40 - 1)^{0,2} = 1,623,$$

$$S_{Ed} / N_{Ed} = b / h = 510 / 515 = 0,99.$$

$$f^{test} = \frac{P_{Rd}}{dt} = \frac{61,99 \times 10^3}{724,8 \times 120} = 0,713 \text{ МПа},$$

$$\text{де } P_{Rd} = \frac{N_{Rd}}{\sin \bar{\theta}} = \frac{N_{Rd} \sqrt{1 + \tan^2 \bar{\theta}}}{\tan \bar{\theta}} = \frac{N_{Rd} \sqrt{1 + (h/b)^2}}{h/b} = \frac{44,05 \times \sqrt{1 + (515/510)^2}}{515/510} = 61,99 \text{ кН},$$

$$d = \sqrt{b^2 + h^2} = \sqrt{510^2 + 515^2} = 724,8 \text{ мм.}$$

Зразки RL – 120/1:

$$N_{Rd} = \frac{k_m f_d l_{sup} t}{S_{Ed} / N_{Ed}} = \frac{1,51 \times 6,3 \times 65 \times 120 \times 10^{-3}}{0,962} = 77,11 \text{ кН},$$

$$\text{де } k_m = (0,8 + 2f_t / f_d)(h / l_{sup} - 1)^{0,2} = (0,8 + 2 \times 0,53 / 6,3) \times (665 / 65 - 1)^{0,2} = 1,51,$$

$$S_{Ed} / N_{Ed} = b / h = 640 / 665 = 0,962. \quad f^{test} = \frac{P_{Rd}}{dt} = \frac{107,02 \times 10^3}{922,9 \times 120} = 0,966 \text{ МПа},$$

$$\text{де } P_{Rd} = \frac{N_{Rd}}{\sin \bar{\theta}} = \frac{N_{Rd} \sqrt{1 + \tan^2 \bar{\theta}}}{\tan \bar{\theta}} = \frac{N_{Rd} \sqrt{1 + (h/b)^2}}{h/b} = \frac{77,11 \times \sqrt{1 + (665/640)^2}}{665/640} = 107,02 \text{ кН},$$

$$d = \sqrt{b^2 + h^2} = \sqrt{640^2 + 665^2} = 922,9 \text{ мм.}$$

Руйнування зразків відбувалося шляхом зрізу в наближених до місця прикладання сили й опори областях і розриву кладки в зоні розтягу в середині частині за висотою зразків.

Приклад Д.14 розрахунку кам'яної кладки на місцеву дію навантаження наведений у додатку Д.

## 6.10 Висновки за розділом 6

1. Дані експериментальних досліджень та результати співставлення з нормативною методикою підтверджують можливість застосування прийнятої умови міцності в інтервалі змішаних напружених станів та двовісного стиснення  $-f_{ct} \leq \sigma_2 \leq f_c$ . Дослідні значення напружень, які відповідають характерним для зрізової форми руйнування напруженим станам, наближені до умови міцності, про що свідчать як результати співставлення, так і висновки авторів експериментів. При цьому простота запису умови міцності в тензорній формі вказує на доцільність її використання для розв'язання поставлених задач.

2. Картина руйнування бетонних призм та кам'яних стовпів при центральному стиску, що спостерігається в дослідах, вказує на реалізацію різних кінематичних схем, які передбачені в запропонованому методі їх розрахунку, а саме: зрізу в одній площині за цілим похилим перерізом та за двома площинами в зоні передачі навантаження (опорній зоні) за наявності близьких до вертикалі тріщин у середині зразків за висотою, що утворюються на стадіях, які передували руйнуванню.

3. На зразках з боковими прорізами, що ослабляли перерізи можливого руйнування, при осьовому стиску підтверджено напрямок поверхні зрізу за перерізом, який не був ослаблений, але відповідав визначеному розрахунком за умови мінімуму потужності локалізованої пластичної деформації.

4. Експериментально підтверджено теоретично визначені величини опору руйнуванню бетонних клинів при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження за різного їх співвідношення та передбачені розрахунковими схемами два випадки руйнування, визначені області їх реалізації.

5. Випадок руйнування клиновидних зразків, які моделюють стиснуту зону бетону над небезпечною похилою тріщиною та на які прикладені нормальна стискальна і горизонтальна (поперечна) сили, знайшов експериментальне підтвердження як в дослідженнях моделей, так і балкових залізобетонних та армокам'яних конструкцій при дії поперечної сили.

6. Стиснута нахилена смуга, навантажена в торцях нормальною та дотичною силами, реалізується в коротких залізобетонних консолях як елемент каркасно-стержневої моделі, на що вказує характер руйнування та дослідження зразків із оптично-активного матеріалу.

7. Визначені теоретично величини опору бетонних ділянок при місцевому стиску знайшли експериментальне підтвердження.

8. Застосування розрахункових схем для бетонних призм і кам'яних стовпів при осьовому стиску, бетонних клинів та кам'яної кладки за сумісної дії вертикального та горизонтального (нормального та дотичного) навантажень, опорних ділянок при дії місцевого навантаження, балкових залізобетонних та армокам'яних конструкцій при визначенні несучої здатності за нормальними та похилими перерізами, коротких консолей обґрунтовано експериментально.

9. Співставлення значень опору руйнуванню елементів та несучої здатності конструкцій, отриманих експериментально та визначених теоретично, вказує на їх наближеність:

– для зразків в області змішаних напружених станів в інтервалі напружень  $-f_{ct} / f_c \leq \sigma_2 / f_c < 0$  встановлена задовільна збіжність (відмінність до 10%), в області нерівномірного двовісного стиску при кількості зразків  $n = 6$ : середнє арифметичне складає  $\bar{x} = \sigma_1^{calc} / \sigma_1^{test} = 1,015$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 7,28 \%$  ;

– для бетонних зразків при осьовому стиску з ослабленим перерізом, які випробовувалися з метою встановлення кутів напрямку поверхні руйнування, котрі відповідають мінімуму потужності пластичної деформації, при кількості зразків  $n = 5$ : середнє арифметичне  $\bar{x} = N^{calc} / N^{calc} = 0,973$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 12,91 \%$  ;

– для бетонних елементів, навантажених на торцях нормальною стискальною та дотичною силами (результати застосовуються при розрахунках опору смуги, як елемента каркасно-стержневої моделі коротких консолей та умовного елемента на ділянках біля опор), при кількості зразків  $n = 34$ :  $\bar{x} = P^{calc} / P^{test} = 0,965$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 8,45\%$  та як моделей стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною при кількості зразків  $n = 43$ :  $\bar{x} = P^{calc} / P^{test} = 0,889$ ,  $\nu = 12,43\%$ ;

– для залізобетонних балок, які руйнуються за похилими перерізами, при кількості зразків  $n = 16$ :  $\bar{x} = V^{calc} / V^{test} = 0,922$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 7,85\%$  ;

– для залізобетонних коротких консолей, які руйнуються в межах похилої смуги, при кількості зразків  $n = 17$ :  $\bar{x} = V^{calc} / V^{test} = 0,97$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 11,98\%$  ;

– для бетонних зразків при місцевому стиску, за кількості зразків  $n = 29$ :  $\bar{x} = f_{loc}^{calc} / f_{loc}^{test} = 1,01$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 18,39\%$  ;

– для залізобетонних і армокам'яних балок, які руйнуються за нормальним перерізом, при кількості зразків  $n = 9$ :  $\bar{x} = M^{calc} / M^{test} = 0,943$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 10,65\%$  ;

– при діагональному розколюванні кам'яної кладки, за кількості зразків  $n = 27$ :  $\bar{x} = f(P)^{calc} / f(P)^{test} = 0,989$ , коефіцієнт варіації  $\nu = 14,05\%$  .

Статистичні показники при кількості дослідних зразків  $n = 186$ : середнє арифметичне в межах 0,888...1,015; коефіцієнт варіації від 7,28% до 14,05%.

10. Аналіз отриманих за нормативними методами результатів розрахунку несучої здатності бетонних, залізобетонних, кам'яних і армокам'яних конструкцій засвідчує доцільність їх уточнення шляхом врахування ряду додаткових визначальних факторів, які встановлені запропонованими методами, а саме:

– відношення міцності кам'яної кладки на розтяг і стиск при діагональному розколюванні й об'ємного напруженого стану на дію місцевого навантаження;

- відношення горизонтального та вертикального навантаження на опір бетонних елементів та кам'яної кладки;
- поперечного армування при визначенні величини опору умовного похилого елемента при зрізі бетону в межах похилої смуги;
- роботи бетону стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною з врахуванням кута нахилу нижньої грані клину та висоти стиснутої зони, які визначаються розташуванням тріщини, при розрахунку поперечного зусилля, котре сприймає балкова конструкція;
- поздовжнього армування та відношення дотичних напружень до нормальних у похилій смугі на несучу здатність коротких залізобетонних консолей;
- відношення розрахункової висоти та розмірів поперечного перерізу опорної ділянки до розміру площадки передачі навантаження при місцевому стиску;
- граничного рівня деформації бетону  $\eta_R$  при визначенні несучої здатності за нормальним перерізом армованих високоміцною арматурою залізобетонних конструкцій, що згинаються;
- граничного рівня деформації бетону  $\eta_R$  при визначенні несучої здатності за нормальним перерізом переармованих поздовжньою арматурою балкових залізобетонних та кам'яних конструкцій;
- класу арматури при визначенні несучої здатності за нормальним перерізом армокам'яних конструкцій; з метою уникнення втрати несучої здатності переармованих поздовжньою арматурою конструкцій значення згинального моменту, що сприймає конструкція, рекомендується визначати за залежністю  $M_{Rd} = \alpha_R f_d b d^2$ , де  $\alpha_R$  відрізняється для різних класів арматури (табл. 4.18);
- відношення висоти розрахункової смуги до розміру площадки передачі навантаження (опорної ділянки спирання перемички на простінок) при діагональному розколюванні кам'яної кладки.

## РОЗДІЛ 7 ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДОЛОГІЇ ПРИ ПРОЄКТУВАННІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ І КАМ'ЯНИХ КОНСТРУКЦІЙ ТА ОЦІНЮВАННІ ЇХ ЗАЛИШКОВОЇ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ

Наведені в даному розділі методи розрахунку розроблені на основі аналізу отриманих з використанням умов екстремуму деформування бетону та кам'яної кладки результатів, експериментальної перевірки їх достовірності для різних видів напружено-деформованого стану та порівняння з нормативною методикою [451].

Область застосування: проєктування й оцінювання залишкової несучої здатності конструкцій. Числові приклади розрахунку надані в додатку Д.

### 7.1 Інженерні методи розрахунку несучої здатності бетонних і залізобетонних конструкцій

#### 7.1.1 Несуча здатність за нормальними перерізами залізобетонних конструкцій, які згинаються

Гранична величина згинального моменту  $M_{Rd}$ , котра сприймається армованими високоміцною поздовжньою арматурою балковими залізобетонними конструкціями, визначається на основі деформаційної моделі [397, 398] з використанням наведеної на рис. 7.1 розрахункової схеми із рівняння:

$$M_{Rd} = \alpha_m f_{cd} b d^2, \quad (7.1)$$

де

$$\alpha_m = \bar{\xi} \omega_R (1 - \chi_R \omega_R \bar{\xi}), \quad (7.2)$$

тут:  $\bar{\xi} = \frac{x}{d} = \rho_1 \frac{\sigma_s}{f_{cd} \omega_R}$  – відносна висота стиснутої зони в нормальному

перерізі;  $\rho_1$  – коефіцієнт поздовжнього армування;  $\sigma_s$  – напруження в арматурі;  $f_{cd}$  – розрахункове значення міцності бетону на стиск;  $\omega_R = 0,85 - 0,003 f_{cd}$  – коефіцієнт повноти епюри напружень;  $\chi_R = 0,54$  (рис. 7.1).

Для встановлення величини напружень в арматурі  $\sigma_s$  підраховується значення відносної деформації арматури  $\varepsilon_s$  за залежністю:

$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{f_{pd}(\varepsilon_{sk} - \varepsilon_{s0})}{f_{pk}/\gamma_s - f_{pd}} - \varepsilon_{s0} + \varepsilon_{cR,cd} \right]^2 + \varepsilon_{cR,cd} \left[ \varepsilon_{s0} + \frac{\varepsilon_{sk} - \varepsilon_{s0}}{f_{pk}/\gamma_s - f_{pd}} \left( \frac{f_{cd}\omega_R}{\rho_1} - f_{pd} \right) \right]} - \frac{1}{2} \left[ \frac{f_{pd}(\varepsilon_{sk} - \varepsilon_{s0})}{f_{pk}/\gamma_s - f_{pd}} - \varepsilon_{s0} + \varepsilon_{cR,cd} \right], \quad (7.3)$$

де:  $f_{pd}$ ,  $\varepsilon_{s0}$  і  $f_{pk}/\gamma_s$ ,  $\varepsilon_{sk}$  – значення напружень і відносної деформації відповідно на початку та в кінці верхньої висхідної гілки деформування арматури,  $\varepsilon_{s0} = f_{pd} / E_p$ , тут  $E_p$  – модуль пружності високоміцної арматури;  $\gamma_s$  – коефіцієнт надійності для арматури;  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,5 \text{ ‰}$  – величина граничної відносної деформації бетону при класах міцності С30/35 і вище, котрі розповсюджені при застосуванні високоміцної арматури.

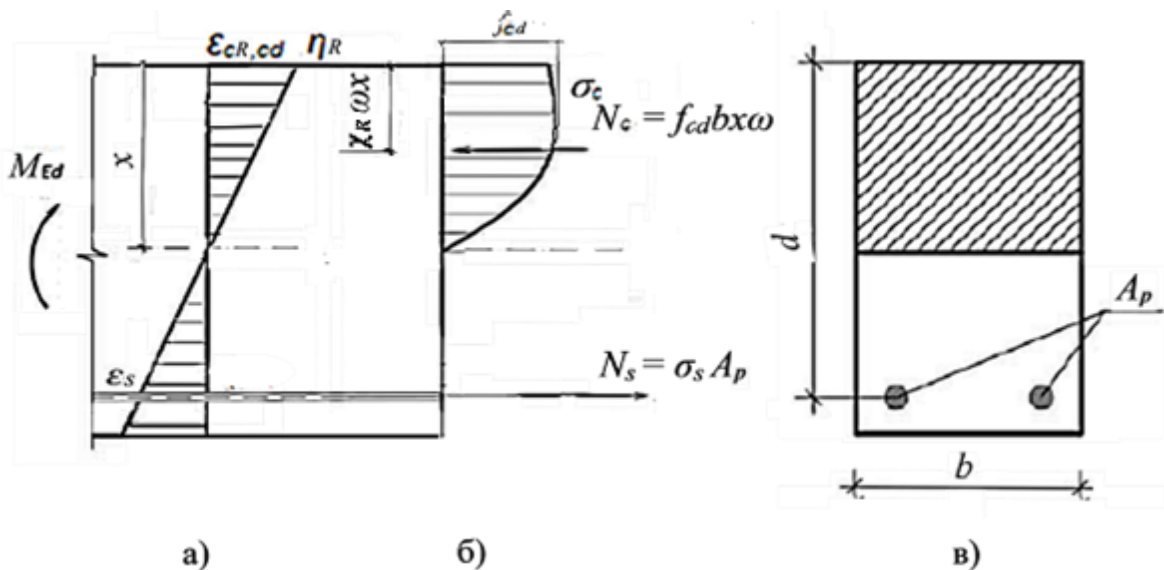


Рисунок 7.1 – Розрахункова схема армованої високоміцною арматурою залізобетонної конструкції у нормальному перерізі: розподіл деформацій (а), напружень і зусиль (б); поперечний переріз (в)

Перевіряється відповідність отриманого значення відносної деформації  $\varepsilon_s$  інтервалу деформацій на верхній висхідній гілці діаграми деформування арматури із умови:

$$\varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}, \quad (7.4)$$

де  $\varepsilon_{ud}$  – величина граничної розрахункової відносної деформації арматури.

При виконанні умови (7.4) напруження в арматурі дорівнюють:

$$\sigma_s = f_{pd} + (f_{uk} - f_{pd}) \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{s0}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{s0}}. \quad (7.5)$$

Для зручності проектування запропонована залежність, що дозволяє встановити величину напруження  $\sigma_s$  за коефіцієнтом поздовжнього армування  $\rho_1$  без підрахунку значення деформації  $\varepsilon_s$ :

$$\sigma_s = f_{pd} + (f_{pk/\gamma_s} - f_{pd}) \left( \frac{\rho_{s,max} - \rho_1}{\rho_{s,max} - \rho_{s,min}} \right)^{0,8}, \quad (7.6)$$

$$\text{де } \rho_{s,max} = \frac{\varepsilon_{cR,cd}}{\varepsilon_{cR,cd} + \varepsilon_{s0}} \frac{f_{cd}\omega_R}{f_{pd}}, \quad \rho_{s,min} = \frac{\varepsilon_{cR,cd}}{\varepsilon_{cR,cd} + \varepsilon_{ud}} \frac{f_{cd}\omega_R}{\sigma_{s,max}},$$

$$\sigma_{s,max} = f_{pd} + (f_{pk/\gamma_s} - f_{pd}) \frac{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{s0}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{s0}}, \quad \rho_1 \text{ у } \%.$$

При проектуванні конструкцій  $\rho_1$  приймається в межах:

$$\rho_{s,min} \leq \rho_1 \leq \rho_{s,max}. \quad (7.7)$$

При оцінюванні залишкової несучої здатності залізобетонних конструкцій, які внаслідок пошкодження бетону стиснутої зони або зниження міцності бетону  $f_{cd}$  в ході експлуатації перейшли до категорії перearмованих, деформація в поздовжній арматурі визначається із рівняння:

$$\varepsilon_s = \sqrt{\left( \frac{\varepsilon_{cR,cd}}{2} \right)^2 + \frac{\varepsilon_{cR,cd} f_{cd} \omega_R}{\rho_1 E_p(E_s)} - \frac{\varepsilon_{cR,cd}}{2}}, \quad (7.8)$$

де  $\varepsilon_{cR,cd}$  приймається: 2,9 ‰ при класах міцності бетону C8/10 і C12/15; 2,7 ‰ для класів C16/20, C20/25 і C25/30; 2,5 ‰ при класах від C30/35 до C50/60;  $E_p$  і  $E_s$  – модуль пружності високоміцної та звичайної арматури.

Напруження в арматури дорівнюють:

$$\sigma_s = \varepsilon_s E_p(E_s). \quad (7.9)$$



Несуча здатність визначається із умови:

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} = \sigma_s A_s (d - 0,54 \frac{\sigma_s A_s}{f_{cd} b}). \quad (7.10)$$

### 7.1.2 Несуча здатність балкових залізобетонних конструкцій за похилими перерізами

Зусилля  $V_{R1}$ , що сприймається залізобетонним елементом прямокутного поперечного перерізу над похилою тріщиною при дії поперечної сили складається із опорів стиснутої бетонної клиноподібної зони  $V_c$  та поперечної арматури  $V_{sw}$ , яка перетинає похилу тріщину, та визначається із рівняння:

$$V_{Rd1} = V_c + V_{sw} = \frac{0,16 \varphi_{c\theta} f_{cd} b_w z}{\cot^2 \theta} + q_{sw} z \cot \theta, \quad (7.11)$$

де  $\varphi_{c\theta}$  – коефіцієнт, який враховує розташування розрахункового перерізу за довжиною ділянки біля опори і приймається:  $\varphi_{cv} = 1$  в інтервалі  $1 < \cot \theta \leq 2$ , при  $\varphi_{c\theta} = 0,5$   $2 < \cot \theta \leq 2,5$ ;  $b_w$  – ширина поперечного перерізу;  $z = 0,9d$  (рис. 7.2);  $z \cot \theta$  – проєкція похилої тріщини на поздовжню вісь елемента, тут  $\theta$  – кут нахилу розрахункового перерізу до поздовжньої осі елемента, що при дії зосередженої сили дорівнює  $\cot \theta = (c/z)^{0,7}$ ;  $q_{sw}$  – зусилля в поперечній арматурі на одиницю довжини елемента  $q_{sw} = f_{ywd} A_s / s$ , тут  $f_{ywd}$  і  $s$  – розрахункова міцність на розтяг і крок поперечної арматури.

Розрахункова схема залізобетонного елемента, котра враховує вплив стиснутого бетону та поперечної арматури, представлена на рис. 5.7.

Для розрахунку опору залізобетонного елемента в межах похилої смуги  $V_{Rd2}$  застосовується розрахункова схема чинних норм [178] для умовного елемента за «фермовою аналогією».

Опір  $V_{Rd2}$  встановлюється із рівняння:

$$V_{Rd2} = \frac{\varphi_w b_w z v_1 f_{cd}}{1 + \cot \theta}, \quad (7.12)$$

де  $\varphi_w$  – коефіцієнт, що враховує вплив поперечного армування і дорівнює  $\varphi_w = 1 + \Delta\varphi_w \cot\theta$ , тут  $\Delta\varphi_w = 5 \frac{E_s}{E_{cd}} \frac{A_{sw}}{b_w s}$ , але не більше ніж 0,3;  $\nu_1$  – коефіцієнт зменшення міцності бетону з тріщинами.

Для поперечної арматури класів А240С, А400С, А500С та В500 можливо приймати коефіцієнт  $\nu_1 = 0,6$  за рівня напружень в арматурі меншому ніж 80 % від напружень текучості  $f_{yk}$  ( $f_{ywd}/f_{ck}$  від 0,708 для А240С і до 0,6 для В500).

Несуча здатність залізобетонних конструкцій за похилим перерізом визначається як менше із значень опорів  $V_{Rd1}$  і  $V_{Rd2}$  [409, 452 – 454].

### 7.1.3 Розрахунок коротких залізобетонних консолей

Граничне значення поперечного зусилля  $V_{Rd}$ , що сприймає коротка залізобетонна консоль, визначається за залежністю:

$$V_{Rd} = \alpha_{c,s} f_{cd} b_w l_{sup} (1 + \alpha_{sw}), \quad (7.13)$$

де:  $\alpha_{c,s}$  – коефіцієнт, якій враховує геометричні характеристики консолі, відношення модулів пружності арматури і бетону, вплив поздовжньої арматури;  $b_w$  – ширина поперечного перерізу консолі;  $l_{sup}$  – довжина площадки передачі навантаження;  $\alpha_{sw}$  – коефіцієнт, якій враховує вплив хомутив.

Коефіцієнт  $\alpha_{c,s}$  визначається із рівняння:

$$\alpha_{c,s} = 1 - l_1 / d + \rho_1 \bar{t} \sin\theta, \quad (7.14)$$

де:  $l_1 = a_v + l_{sup}$  – відстань від площини защемлення консолі до зовнішньої грані площадки навантаження;  $\rho_1 = \frac{A_s}{b_w d}$  – коефіцієнт армування консолі поздовжньою арматурою;  $\bar{t} = 1,4\alpha d / l_c$  – параметр, який враховує вплив дотичної  $\tau_c$  та нормальної  $\sigma_c$  складових напружень у бетоні стиснутої смуги, рівень напружень в арматурі при її сумісному деформуванні з бетоном,  $\alpha = E_s / E_{cd}$ , тут

$E_s$  і  $E_{cd}$  – розрахункове значення модуля пружності арматури та бетону;  
 $l_c = l_{sup} \sin \theta$  – геометрична характеристика розрахункової смуги, тут

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{d^2}{d^2 + l_1^2}}, \quad \theta - \text{кут нахилу смуги до напрямку дії } V_{Ed}.$$

Коефіцієнт  $\alpha_{sw}$  підраховується із рівняння:

$$\alpha_{sw} = \tilde{t} \rho_{sw}, \quad (7.15)$$

де  $\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w s}$ , тут  $A_{sw}$  і  $s$  – проща поперечного перерізу та крок хомутів.

Розрахункова схема залізобетонної консолі на дію поперечної сили  $V_{Ed}$  при зрізі бетону в межах похилої стиснутої смуги, розроблена на основі [410, 455], представлена на рис. 7.3.

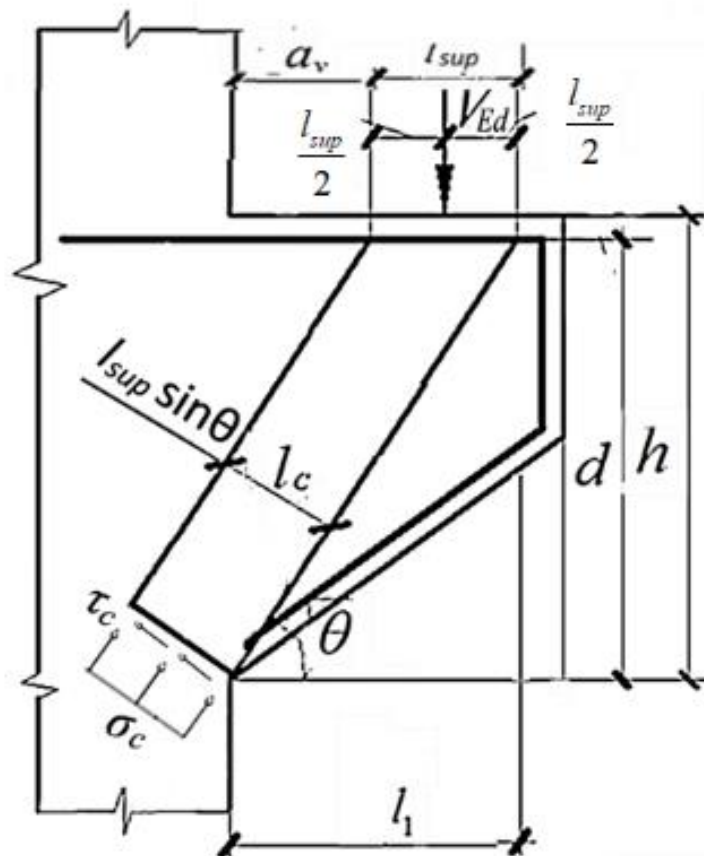


Рисунок 7.3 – Розрахункова схема залізобетонної консолі  
на дію поперечної сили

### 7.1.4 Розрахунок на місцеву дію навантаження

Граничне значення зусилля  $F_{Rdu}$ , що сприймає опора на місцеву дію навантаження [456], визначається як:

$$F_{Rdu} = k_{loc} \sqrt{A_{c1} A_{c0}} f_{cd}, \quad (7.16)$$

де  $k_{loc} = 1 + \alpha_{loc} \beta_{loc} \frac{f_{ctd}}{f_{cd}}$ , – коефіцієнт, який враховує вплив геометричних

характеристик та співвідношення міцності бетону на розтяг і стиск;  $A_{c0}$  – площа передачі навантаження  $A_{c0} = b_{loc} l_{loc}$ ; розрахункова площа  $A_{c1} = b_{cal} l_{cal}$ , тут  $b_{cal}$  і  $l_{cal}$  – розрахункові ширина та довжина, що визначаються розмірами поперечного перерізу опори; при  $b_{cal} \leq l_{cal}$   $\alpha_{loc} = (4b_{loc} / b_{cal})^3$  і  $\beta_{loc} = (b_{cal} - b_{loc}) / b_{cal}$ , при  $b_{cal} > l_{cal}$  для визначення  $\alpha_{loc}$  і  $\beta_{loc}$  приймається  $l_{cal}$ .

Розрахунковий розподіл для навантажених зон прийнято на основі [451] і наведено на (рис. 7.4) .

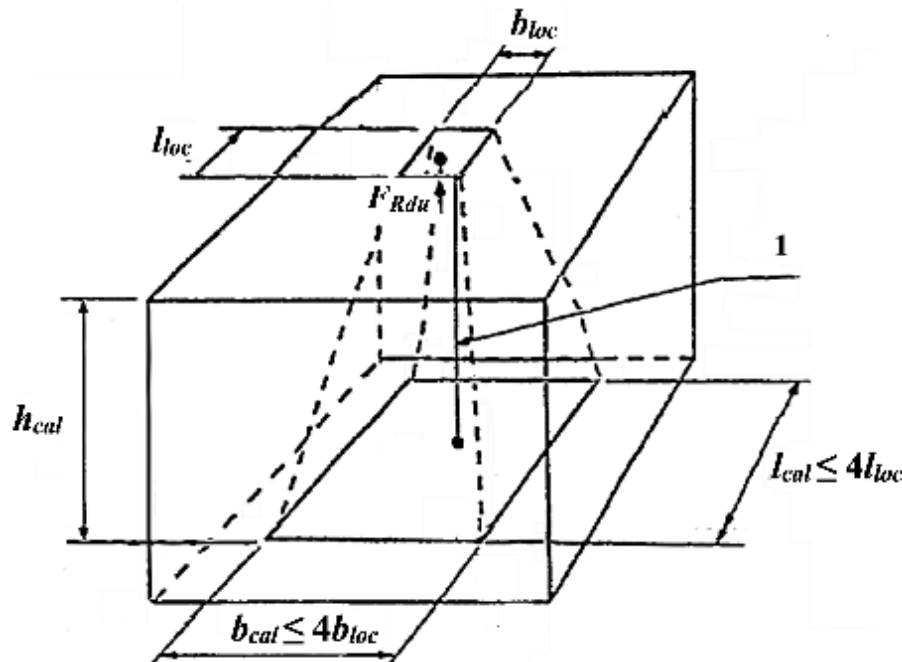


Рисунок 7.4 – До розрахунку зусилля  $F_{Rdu}$ , при місцевому стисненні  
(1 – лінія прикладання навантаження)

За квадратної площадки навантаження формула (7.16) має вигляд:

$$F_{cd} = k_{loc} b_{col} b_{cal} f_{cd}, \quad (7.17)$$

При цьому встановлені такі обмеження: розрахункова площа опори  $A_{cl} = b_{cal} l_{cal}$  не повинна перевищувати добутку  $4b_{loc} \times 4l_{loc}$  (рис. 7.4); відношення розмірів площадки навантаження  $b_{loc}$  ( $l_{loc}$ ) до розмірів поперечного перерізу опори не повинно бути більшим ніж  $2/3$ ; розрахункова висоти опори, на якій враховується вплив міцності бетону на розтяг  $f_{ctd}$ , приймається не більше ніж  $h_{cal} = b_{cal} (l_{cal})$ .

## 7.2 Інженерні методи розрахунку несучої здатності кам'яних та армокам'яних конструкцій

### 7.2.1 До розрахунку кам'яної кладки при центральному та позацентровому стиску

Запропоновані розрахункові схеми на дію вертикального навантаження на основі [451] наведені на рис. 7.5.

Несучу здатність кам'яних конструкцій та опір їх елементів визначають величини дотичних  $\tau_n$  та нормальних  $\sigma_n$  напружень у розрахунковому перерізі, який проходить під кутом  $\gamma$  до напрямку дії навантаження.

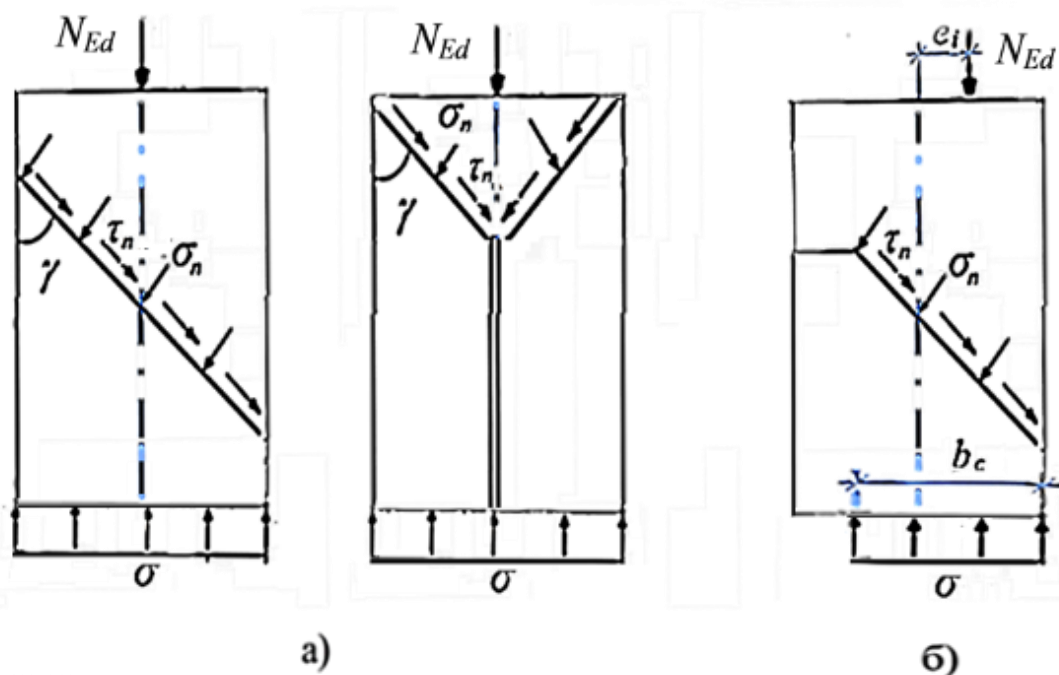


Рисунок 7.5 – Розрахункова схема кам'яної кладки при центральному (а) та позацентровому стиску (б)

Значення напружень за отриманими варіаційним методом результатами:

$$\sigma_n = \frac{f_d}{3}, \quad \tau_n = \frac{f_d}{2}, \quad \cot \gamma = \frac{4}{3}, \quad \sigma = \sigma_n + \tau_n \cot \gamma = \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \right) f_d = f_{cd}, \quad \text{тут } f_d -$$

розрахункове значення міцності кам'яної кладки на стиск.

Розрахункова величина несучої здатності при центральному та позацентровому стисненні (вертикальному навантаженні) одношарової стіни або стовпа з площею поперечного перерізу  $0,1 \text{ м}^2$  та гнучкості  $\lambda_h \leq 4$  визначається за залежностями норм [84].

За двох наведених розрахункових схем при центральному стиску (рис. 7.5, а) величина міцності кладки однакова.

При позацентровому стиску розмір стиснутої зони поперечного перерізу в площині дії згинального моменту  $b_c$  (рис. 7.5, б) дорівнює  $b_c = b - 2e_i$ , де:  $b$  – ширина поперечного перерізу;  $e_i$  – ексцентриситет прикладання навантаження.

Запропоновані розрахункові схеми встановлюють напрямок розрахункового перерізу (розташування найбільш напруженої зони) та вказують на визначальний вплив дотичних  $\tau_n$  та нормальних  $\sigma_n$  напружень на міцність. Вказане може бути використано для призначення необхідного рівня бокового обтиснення при підсиленні конструкцій і зміни напрямку розрахункового перерізу з метою мінімізації його перетину пошкоджених зон.

### **7.2.2 Розрахунок кам'яних стін при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження**

Для визначення несучої здатності простінка (ділянки стіни)  $N_{Rd}$  з цегли та каменів правильної форми при висоті ряду кладки 50...150 мм на дію вертикального  $N_{Ed}$  та горизонтального  $T_{Ed}$  навантаження запропоновано використовувати розрахункову схему [451], наведену на рис. 7.6.

Задача вирішується відносно вертикального зусилля  $N_{Rd}$ , котре може сприйняти конструкція.  $T_{Rd} = N_{Rd} \frac{T_{Ed}}{N_{Ed}}$ .

Напруження за розрахунковим перерізом 1-1 розподіляються рівномірно.

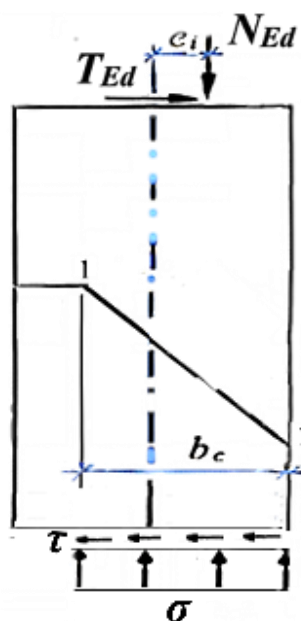


Рисунок 7.6 – Розрахункова схема стіни (простінка) при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження

Несуча здатність встановлюється на основі залежностей (11.2, 11.4, 11.5) [84] для розрахунку на дію вертикального навантаження із введенням коефіцієнта  $k_{sh}$ , що враховує вплив горизонтальної сили  $T_{Ed}$ , із рівняння:

$$N_{Rd} = k_{sh} (b - 2e_i) t f_d, \quad (7.18)$$

де коефіцієнт  $k_{sh}$ :

$$k_{sh} = 1 - 0,7(T_{Ed} / N_{Ed})^{0,6}, \quad (7.19)$$

$b$  – ширина конструкції;  $e_i$  – ексцентриситет прикладання вертикального навантаження;  $t$  – товщина конструкції.

### 7.2.3 Несуча здатність кам'яної конструкції при дії зосередженого навантаження

Розрахункова величина граничного вертикальному зусилля  $N_{Rdc}$ , котре сприймає зведена з елементів групи 1 кам'яна стіна (пілястра або опора) при дії на конструкцію зосередженого навантаженні  $N_{Edc}$  [456] визначається із рівняння:

$$N_{Rdc} = \beta_m A_b f_d, \quad (7.20)$$

де  $\beta_m = (1 + f_t / f_d) \sqrt[4]{h_c / l_{loc}} \leq 1,5$  – коефіцієнт збільшення несучої здатності, тут  $f_t$  – міцність кам'яної кладки на осьовий розтяг,  $h_c$  – висота конструкції,  $l_{loc}$  – довжина площадки навантаження;  $A_b = l_{loc} t$  – площа передачі навантаження, прикладеного за всією товщиною конструкції  $t$ .

Розрахункова схема конструкції прийнята за [84]. При цьому відстань від вертикальної грані опори до грані площадки навантаження  $a_1$  не повинна бути менша, ніж  $l_{loc}$ .

#### 7.2.4 Несуча здатність за нормальним перерізом армокам'яних конструкцій, що згинаються

Гранична величина згинального моменту  $M_{Rd}$ , котра сприймається армокам'яними конструкціями з прямокутним поперечним перерізом, визначається з використанням деформаційної моделі [451] та наведеної на рис. 7.7 розрахункової схеми і має бути більшою або дорівнювати значенню згинального моменту  $M_{Ed}$  від зовнішнього навантаження:

$$M_{Rd} = f_{yd} A_s (d - 0,53 \frac{f_{yd} A_s}{f_d b}) \leq \alpha_{mR} f_d b d^2, \quad (7.21)$$

де  $\alpha_m = \bar{\xi}(\omega - \delta \bar{\xi})$ , тут  $\bar{\xi} = \rho_1 \frac{f_{yd}}{f_d \omega_R}$ ,  $\rho_1$  – коефіцієнт поздовжнього армування;  $f_{yd}$  – розрахункові значення міцності поздовжньої арматури на розтяг;  $\omega = 0,8$  – коефіцієнт повноти епюри напружень;  $\delta = \omega^2 \bar{\chi} = 0,35$ .

При проектуванні для уникнення переармування конструкцій значення коефіцієнта армування  $\rho_1$  повинно призначатися в інтервалі:

$$0,8 \bar{\xi}_{ud} \frac{f_d}{f_{yd}} \leq \rho_1 \leq 0,8 \bar{\xi}_{s0} \frac{f_d}{f_{yd}},$$

де значення відносної висоти на початку  $\bar{\xi}_{s0}$  та в кінці

$\bar{\xi}_{ud}$  горизонтальній ділянці діаграми деформування арматури, котрі дорівнюють для арматури класів А240С, А400С  $\bar{\xi}_{ud} = 0,123$  і відповідно  $\bar{\xi}_{s0} = 0,798$  і  $0,713$ ; класів А500С ( $\emptyset 8 \dots 22$  мм) і В500:  $\bar{\xi}_{ud} = 0,149$ ,  $\bar{\xi}_{s0} = 0,675$  і  $\bar{\xi}_{ud} = 0,226$ ,  $\bar{\xi}_{s0} = 0,662$ .



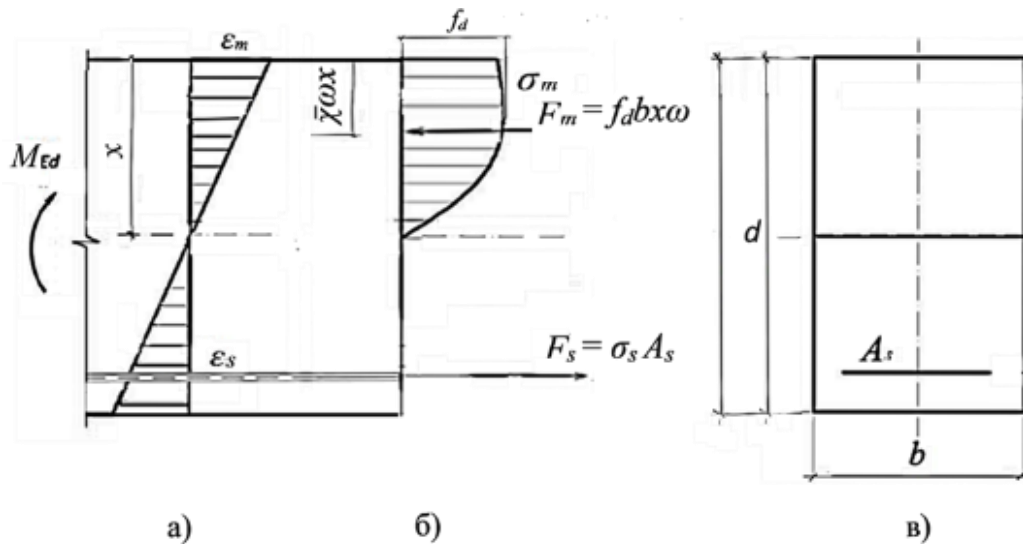


Рисунок 7.7 – Розрахункова схема армокам’яної балки у нормальному перерізі: розподіл деформацій (а), напружень і зусиль (б); поперечний переріз (в)

Для непереармованої армокам’яної конструкції  $\varepsilon_s = \varepsilon_{sy}$ , де  $\varepsilon_{sy}$  – значення деформації поздовжньої арматури на площадці текучості; деформація стиснутої кладки  $\varepsilon_m = 3,5 \text{ ‰}$ , напруження  $\sigma_s = f_{yd}$ .

Значення граничної величини  $\alpha_{Rm}$  при застосуванні арматури класів А240С, А400С, А500С при Ø8...22 мм та В500 відповідно дорівнює: 0,41; 0,39, 0,38 та 0,37.

У разі перевищення значенням  $\alpha_m$  величини  $\alpha_{Rm}$  для забезпечення несучої здатності армокам’яної конструкції із елементів групи 1 на розчинах з важкими заповнювачами застосовується умова:

$$M_{Ed} \leq \alpha_R f_d b d^2. \quad (7.22)$$

При оцінюванні залишкової несучої здатності армокам’яних конструкцій, які при пошкодженні стиснутої кладки або зниженні її міцності  $f_d$  в результаті експлуатації переходять до категорії переармованих, визначається деформація в поздовжній арматурі із рівняння:

$$\varepsilon_s = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{mR,d}}{2}\right)^2 + \frac{\varepsilon_{mR,d} f_d \omega_R}{\rho_s E_s}} - \frac{\varepsilon_{mR,d}}{2} = \sqrt{\left(\frac{\eta_R B}{2}\right)^2 + \frac{\eta_R B f_d \omega_R}{\rho_s E_s}} - \frac{\eta_R B}{2}, \quad (7.23)$$

де гранична деформація стиску кам'яної кладки  $\varepsilon_{mR} = \eta_R B$ ,  $\eta_R = 1,627$  – рівень граничної деформації кам'яної кладки на межі роботи без макродеструктуризації;  $B = 2,64 \times 10^{-3}$  – показник відносної деформації за максимальних напружень стиску в кам'яній кладці, наведений в [104];  $E_s$  – модуль пружності арматури;  $\varepsilon_m = \varepsilon_{mR}$  (рис. 7.7).

Залежність (7.23) для визначення деформації в арматурі  $\varepsilon_s$  в ‰ можна записати у вигляді:

$$\varepsilon_s = 2,15 \times \left( \sqrt{1 + 750 \frac{f_d}{\rho_1 E_s}} - 1 \right). \quad (7.24)$$

Напруження в арматурі дорівнюють:

$$\sigma_s = \varepsilon_s E_s. \quad (7.25)$$

Гранична величина згинального моменту, що сприймає переармована конструкція:

$$M_{Rd} = \sigma_s A_s \left( d - 0,54 \frac{f_{yd} A_s}{f_d b} \right), \quad (7.26)$$

або із рівняння (7.22), при  $\alpha_m = \bar{\xi} (0,8 - 0,35 \bar{\xi})$ .

### **7.3 Пропозиції щодо удосконалення конструктивних рішень несучих елементів сучасних конструктивних систем будівель і споруд**

#### **7.3.1 Збірна залізобетонна мостова балка, армована високоміцною арматурою**

В Україні останнім часом освоєно виробництво попередньо напружених балок серії «ЗВет» з перерізом європейського типу та розроблені нові збірні балки типу Б(1500-3300).(100-120), основною відмінністю і перевагою яких є суттєве зменшення ваги, порівняно з типовими балками (серія 3.503.1-81) та балками серії «ЗВет» [457 – 459].

Розглядається балка довжиною 15 м з розмірами поперечного перерізу, наведеними на рис.7.8, виготовлена із бетону класу міцності на стиск С50/60 і армована 11-ма канатами К1500 (6 в першому ряді, 5 – в другому); розрахункові

характеристики:  $f_{cd}=33$  МПа  $f_{pd}=1191,7$  МПа,  $\varepsilon_{s0}=6,62$  ‰,  $f_{pk}/\gamma_s = 1312,5$  МПа,  $\varepsilon_{uk} = 14$  ‰,  $\varepsilon_{ud} = 12,6$  ‰.

При застосуванні горизонтальної гілки деформування високоміцної арматури за алгоритмом [224], при робочій висоті перерізу  $d = h - c_s = 1000 - 85 = 915$  мм, де  $c_s = (6 \times 50 + 5 \times 125) / 11 = 85$  мм; коефіцієнти  $k = 1,05 \times 34 \times 10^3 \times 1,91 \times 10^{-3} / 33 = 2,07$ ; розрахункові параметри:  $\omega = 0,736$ ,  $\chi = 0,531$ ;

відносна висота стиснутої зони:  $\xi = \frac{f_{yd} A_s}{f_{cd} b d} = \frac{1191,7 \times 128,7 \times 11}{33 \times 400 \times 915} = 0,139$ ;

$\bar{\xi} = \xi / \omega = 0,139 / 0,736 = 0,189$ ; висота стиснутої зони  $x = \bar{\xi} d = 0,189 \times 915 = 173$  мм,

тому нейтральна вісь проходить у стиснутої полиці й оскільки

$\bar{\xi} = 0,189 < \bar{\xi}_R = \varepsilon_{cR} / (\varepsilon_{cR} + \varepsilon_{s0}) = 2,59 / (2,59 + 6,62) = 0,282$ , величина згинального

моменту за коефіцієнта армування  $\rho_1 = \frac{A_{sp}}{b d} = \frac{128,7 \times 11}{400 \times 915} \times 10^2 = 3,9\%$  дорівнює:

$M_{Rd} = \alpha_m f_{cd} b d^2 = 0,128 \times 33 \times 400 \times 915^2 \times 10^{-6} = 1414$  кНм, тут  $\alpha_m = \bar{\xi} (1 - \gamma \bar{\xi}) = 0,139 \times (1 - 0,139 \times 0,531) = 0,128$ .

За запропонованим автором методом розрахунку (п. 7.1.1) з використанням верхньої висхідної гілки деформування високоміцної арматури і величиною деформації в межах  $\varepsilon_{s0} = f_{pd} / E_p \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud} = 0,9 \varepsilon_{uk}$ , яка для арматури класу K1500 складає:  $6,62\% \leq \varepsilon_s \leq 12,6\%$ , при класу бетону C50/60 розрахункові параметри у нормальному перерізі, які відповідають граничній деформації бетону стиснутої зони дорівнюють:  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,594$  ‰,  $\omega_R = 0,748$ ,  $\chi_R = 0,539$ .

Значення коефіцієнтів поздовжнього армування на початку та в кінці верхньої висхідної гілки діаграми дорівнюють:

$$\rho_{s,max} = \frac{\varepsilon_{cR,cd}}{\varepsilon_{cR,cd} + \varepsilon_{s0}} \frac{f_{cd} \omega_R}{f_{pd}} = \frac{2,594}{2,594 + 6,69} \frac{33 \times 0,748}{1191,7} = 0,583\%;$$

$$\rho_{s,min} = \frac{\varepsilon_{cR,cd}}{\varepsilon_{cR,cd} + \varepsilon_{ud}} \frac{f_{cd} \omega_R}{\sigma_{s,max}} = \frac{2,594}{2,594 + 12,6} \frac{33 \times 0,748}{1289,6} \times 10^2 = 0,326\%;$$

$$\sigma_{s,\max} = f_{pd} + (f_{pk}/\gamma_s - f_{pd}) \frac{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{s0}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{s0}} = 1191,7 + (1312,5 - 119,7) \frac{12,6 - 6,62}{14 - 6,62} = 1289,6 \text{ МПа,}$$

при 10-ті канатах: 6 в першому ряді, 4 в другому (рис. 7.8) робоча висота складає  $d = h - c_s = 1000 - 75 = 925$  мм, де  $c_s = (6 \times 50 + 4 \times 110) / 10 = 75$  мм, процент

$$\text{армування: } \rho_1 = \frac{A_{sp}}{bd} = \frac{128,7 \times 10}{400 \times 925} \times 10^2 = 3,5\%; \text{ умова}$$

$$\rho_{s,\min} = 0,326\% < \rho_1 = 0,35\% < \rho_{s,\max} = 0,583\% \text{ виконується.}$$

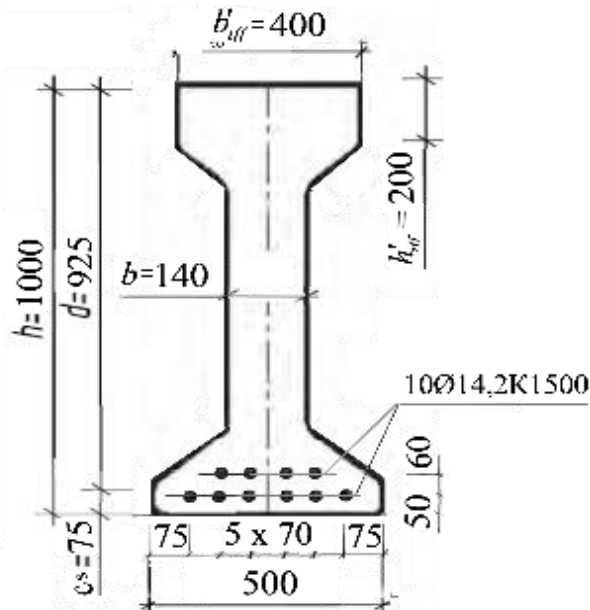


Рисунок 7.8 – Удосконалене конструктивне рішення залізобетонної балки типу Б1500.100.40

Величина напруження в арматурі  $\sigma_s$  за формулою (7.6):

$$\sigma_s = f_{pd} + (f_{pk}/\gamma_s - f_{pd}) \left( \frac{\rho_{s,\max} - \rho_1}{\rho_{s,\max} - \rho_{s,\min}} \right)^{0,8} = 1191,7 + (1312,5 - 1191,7) \times$$

$$\times \left( \frac{0,583 - 0,35}{0,583 - 0,326} \right)^{0,8} = 1275,2 \text{ МПа; } \rho_1 \text{ підставляється в \% .}$$

$$\text{Відносна висота стиснутої зони: } \bar{\xi} = \frac{\rho_1 \sigma_s}{f_{cd} \omega_R} = \frac{0,0035 \times 1275,2}{33 \times 0,748} = 0,181;$$

$$\bar{\xi}_R = \frac{\varepsilon_{cR}}{\varepsilon_{cR} + \varepsilon_{s0}} = \frac{2,594}{2,594 + 6,62} = 0,282 > \bar{\xi} = 0,181;$$

$$\alpha_m = \bar{\xi} \omega_R (1 - \chi_R \bar{\xi}) = 0,181 \times 0,748 \times (1 - 0,539 \times 0,748 \times 0,181) = 0,126.$$

Величина згинального моменту, який може сприйняти конструкція:

$$M_{Rd} = \alpha_m f_{cd} b d^2 = 0,1255 \times 33 \times 400 \times 925^2 \times 10^{-6} = 1417 \text{ кНм.}$$

Таким чином, застосування верхньої висхідної гілки деформування високоміцної арматури та запропонованого методу розрахунку надають можливість знизити витрати арматури (10 канатів) при отриманні однакової величини несучої здатності з балкою, армованою 11-ма канатами, яка запроєктована з використанням горизонтальної гілки деформування арматури.

### **7.3.2 Монолітні залізобетонні ригелі плоских перекриттів цивільних будівель**

Перевагою каркасних збірно-монолітних систем багатоповерхових будівель з плоскими перекриттями при розміщенні монолітних ригелів в одному рівні із збірними плитами є збільшення корисного об'єму приміщень. До таких систем відносяться системи «Delta» та «АРКОС». Остання використана в адміністративних та житлових будівлях у м. Чернігів, Рівне та Бровари [460]. Застосовуються шпонкові стики плит з ригелем [461 – 466].

Недолік вказаних систем: підвищена металоємність ригелів, пов'язана з обмеженням його висоти товщиною плит.

Одним із основних напрямків їх ресурсозбереження є зменшення витрат арматури шляхом уточнення розрахунку та раціонального її розміщення.

Запропоноване конструктивне рішення монолітного залізобетонного ригеля отримано на основі методів розрахунків несучої здатності за нормальними перерізами із застосуванням гармонізованого поліному 5-го степеня для опису діаграми деформування бетону, та за похилим перерізом, наведеним у п. 7.1.2 даного розділу.

Розглядаються міжповерхові перекриття громадської та житлової будівель за таких вихідних даних: сітка колон 6x6 м; розміри поперечного перерізу колон 400 x 400 мм, 400 x 400 мм, ригеля  $b(b_w) \times h = 400 \times 220$  мм; розрахунковий прольот ригеля  $l_{eff} = 5,6$  м, клас поздовжньої та поперечної арматури відповідно А500С і В500.

Застосовуюючи залежності (7.11) при розрахунковому значенні навантаження на м<sup>2</sup> перекриття 10 кПа, рівномірно розподіленому навантаженні на ригель  $q = 60$  кН/м, розрахунковому значенні згинального моменту в прольоті  $M_{l,Ed} = 78,4$  кНм, на опорі  $M_{sup,Ed} = 156,8$  кНм, поперечній сили на опорі  $V_{sup,Ed} = 168$  кН за класу бетону ригеля С35/45 отримано:

- в прольоті:  $\alpha_m = M_{l,Ed} / f_{cd} b d^2 = 78,4 \times 10^3 / (22,5 \times 400 \times 190^2) = 0,241$ , що менше ніж  $\alpha_R = 0,313$ , тому арматура в стиснутій зоні не потрібна; відстань від зусилля в арматурі до рівнодійної в стиснутій зоні бетону  $\zeta d = 0,846 \times 190 = 160$  мм; необхідна площа поперечного перерізу поздовжньої розтягнутої арматури в прольоті  $A_s = M_{l,Ed} / (f_{yd} \zeta d) = 78,4 \times 10^6 / (435 \times 160) = 1126$  мм<sup>2</sup>; приймається 4Ø20 ( $A_s = 1257$  мм<sup>2</sup>).

- на опорі:  $\alpha_m = M_{sup,Ed} / f_{cd} b d^2 = 156,8 \times 10^6 / (22,5 \times 400 \times 170^2) = 0,685 > \alpha_R = 0,318$ , потрібно встановити поздовжню арматуру в стиснутій зоні, величина згинального моменту, який повинна сприймати стиснута арматури  $\Delta M = M_{sup,Ed} - \alpha_R f_{cd} b d^2 = 156,8 - 0,318 \times 22,5 \times 400 \times 170^2 \times 10^{-6} = 74,09$  кНм, площа поперечного перерізу стиснутої арматури  $A'_s = \frac{\Delta M}{f_{yd} (d - a')} = \frac{74,09 \times 10^6}{435 \times (170 - 30)} = 1217$  мм<sup>2</sup>; приймається 4Ø20 ( $A'_s = 1257$  мм<sup>2</sup>); площа поперечного перерізу розтягнутої арматури  $A_s = \xi_k \omega b d f_{cd} \gamma_c / f_{yd} + A'_s = 0,539 \times 0,753 \times 400 \times 170 \times 22,5 / 417 + 1257 = 2746$  мм<sup>2</sup>, приймається 4Ø32 ( $A_s = 3217$  мм<sup>2</sup>).

При навантаженні на м<sup>2</sup> перекриття 8,2 кПа та класі бетону С32/40 ригелі армуються в прольоті в розтягнутій зоні 4Ø18 ( $A_s = 1018$  мм<sup>2</sup>), на опорі: в зоні розтягу 4Ø28 ( $A_s = 2463$  мм<sup>2</sup>), у зоні стиску 4Ø18 ( $A'_s = 1018$  мм<sup>2</sup>).

За однакових значеннях згинальних моментів  $M_{sup,Ed} = M_{l,Ed} = q l^2 / 16$  багатопрольотні нерозрізні ригелі армуються в розтягнутих зонах у 2 ряди:

4Ø20+4Ø16 (при  $q=10$  кПа) і 4Ø18+4Ø14 (при  $q=8,2$  кПа), у стиснутій зоні: 4Ø16 (4Ø14)..

Несуча здатність ригеля за похилим перерізом при навантаженні на м<sup>2</sup> перекриття 10 кПа дорівнює:

$$V_{Rd} = V_c + V_{sw} = \frac{0,15 \varphi_{cv} f_{cd} b_w z}{\cot^2 \theta} + q_{sw} z \cot \theta = \frac{0,15 \times 0,701 \times 22,5 \times 400 \times 150}{2,5^2} +$$

$$+ 344 \times 150 \times 2,5 = (22,7 + 129) \times 10^3 \text{ Н} = 151,7 \text{ кН},$$

$$\text{де } q_{sw} = \frac{f_{ywd} A_{sw}}{z \cot \theta} = \frac{300 \times 430}{150 \times 2,5} = 344 \text{ кН/м за поперечного армування } 4\text{Ø}8+8\text{Ø}6$$

(рис. 7.9) при використанні залежності [324] для визначення  $\cot \theta$ :

$$\cot \theta = k_2 [4,5 - 0,15 v_{Ed}^2 - 0,09 v_{Td}] = 1,2 \times [4,5 - 0,15 \times 2,47^2 - 0,09 \times 2,47] = 4 > 2,5,$$

$$\text{тут } v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{b_w d} = \frac{168 \times 10^3}{400 \times 170} = 2,47, \quad \text{тому приймається } \cot \theta = 2,5.$$

В розрахунковому перерізі поперечна сила дорівнює:  $V_{Ed} = V_{sup} - qz \cot \theta =$   
 $= 168 - 60 \times 150 \times 2,5 \times 10^{-3} = 145,5 \text{ кН} < 151,7 \text{ кН}$  і несуча здатність забезпечена.

Для забезпечення несучої здатності за методикою норм [178] необхідно встановити поперечну двогілкову арматуру Ø8 з кроком  $s = 75$  мм, інтенсивність поперечного армування:  $q_{sw} = f_{ywd} A_{sw} / s = 300 \times 101 / 75 = 404 \text{ кН/м}$ ,  
 $V_{Ed} = q_{sw} z \cot \theta = 404 \times 150 \times 2,5 \times 10^{-3} = 151,5 \text{ кН}$ .

Таким чином, розрахунок за запропонованою методикою обґрунтовує зниження інтенсивності поперечного армування на  $\frac{404 - 344}{404} \times 100 = 14,9\%$ .

Несуча здатність при навантаженні на м<sup>2</sup> перекриття 8,2 кПа дорівнює:

$$V_{Rd} = 0,15 \times 0,701 \times 19,8 \times 400 \times 150 / 2,5^2 + 273,6 \times 150 \times 2,5 = (20 + 102,6) \times 10^3 \text{ Н} = 122,6 \text{ кН},$$

$$\text{де } q_{sw} = \frac{300 \times 342}{150 \times 2,5} = 273,6 \text{ кН/м за поперечного армування } 12\text{Ø}6 \text{ (рис. 7.9);}$$

$$\cot \theta = 1,1 \times [4,5 - 0,15 \times 2,03^2 - 0,09 \times 2,03] = 4 > 2,5 \quad v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{b_w d} = \frac{137,8 \times 10^3}{400 \times 170} = 2,03, \quad \text{тому}$$

приймається  $\cot \theta = 2,5$ . В розрахунковому перерізі поперечна сила:

$V_{Ed} = 137,8 - 49,2 \times 150 \times 2,5 \times 10^{-3} = 119,4 \text{ кН} < 122,6 \text{ кН}$ , отже і несуча здатність забезпечена.

Схема армування ригеля наведена на рис. 7.9.

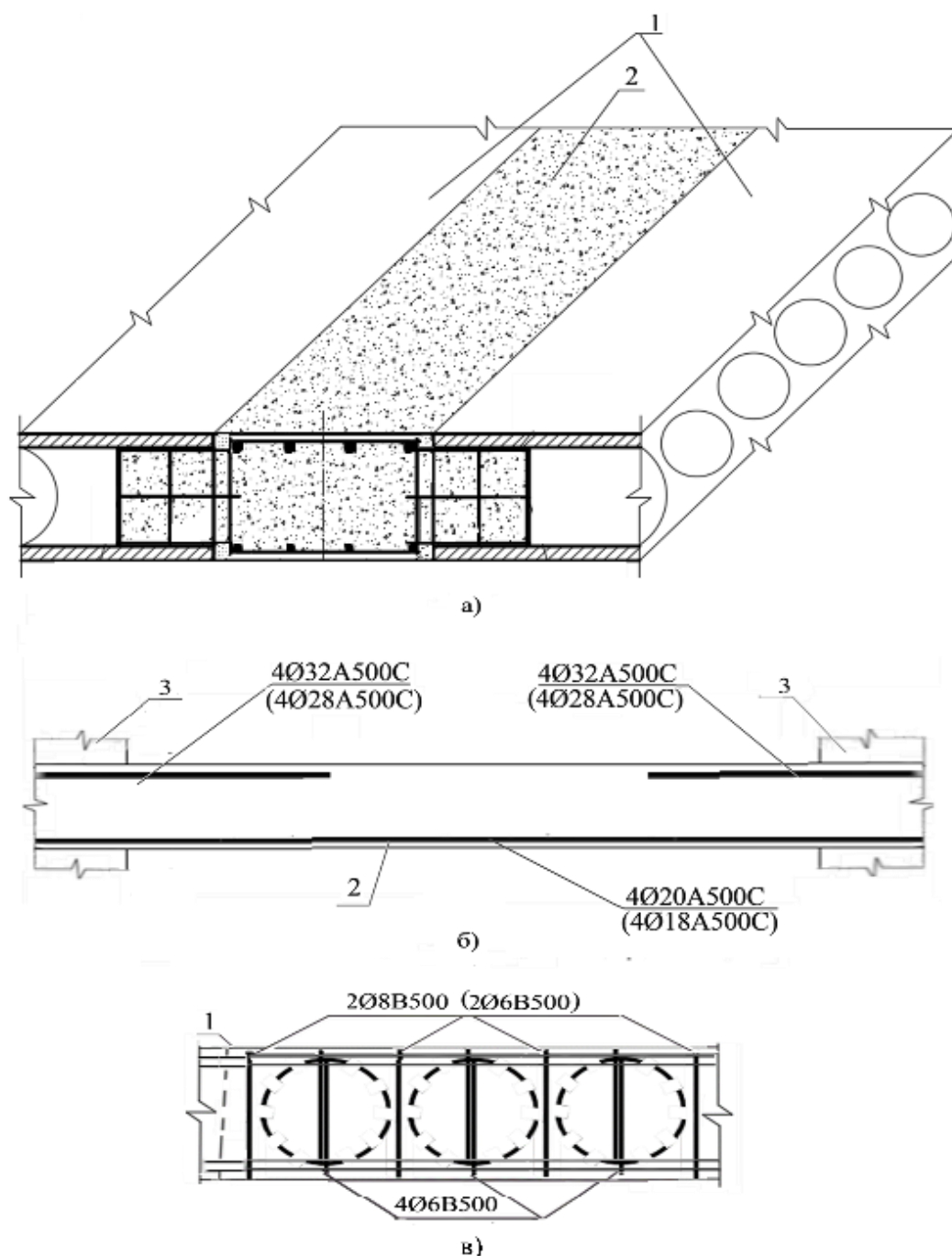


Рисунок 7.8 – З'єднання плит із ригелем (а); схема армування ригеля поздовжньою арматурою (б); на ділянці біля опори поперечною арматурою (в)

[464]: 1 – багатопорожнисті плити; 2 – ригель (арматура Ø6B500 застосовується в якості поздовжньої армування в шпонках та поперечного в ригелі); 3 – колона



Для забезпечення несучої здатності за методикою норм [178] необхідно встановити поперечну арматуру  $\varnothing 6$  з кроком  $s = 50$  мм, інтенсивність армування  $q_{sw} = 300 \times 57 / 50 = 342$  кН/м,  $V_{Ed} = q_{sw} z \cot \theta = 342 \times 150 \times 2,5 \times 10^{-3} = 128,3$  кН.

Запропонований метод розрахунку дозволяє знизити інтенсивність поперечного армування на  $\frac{342 - 273,6}{342} \times 100 = 20\%$ .

### 7.3.3 Стикове з'єднання залізобетонних колон багатоповерхових житлових будівель

Розглядається безкапітельно-безбалкова конструктивної система (ББКС, Україна), запропонована на основні виконаного Національним університетом «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» експериментального дослідження несучих конструкцій системи-аналога. ББКС впроваджена в будівельну практику в м. Полтаві [467, 468].

Стикові з'єднання колон вирішено в рівні перекриття. У місці з'єднання передбачені за контуром колон просторові прорізи у формі чотиригранних зрізаних пірамід (рис. 7.10), що дозволяє при замонолічуванні влаштувати шпонкові стики.

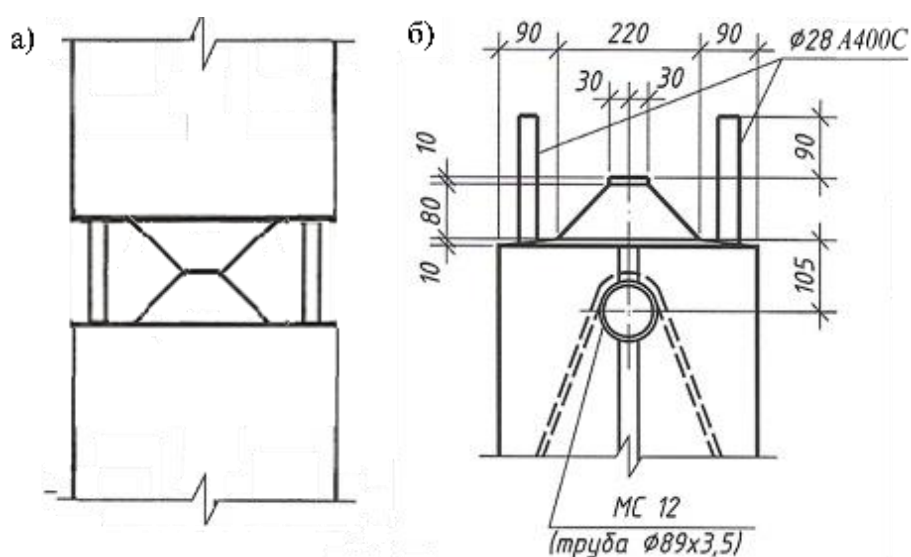


Рисунок 7.9 – Вузол з'єднання колон у системі-аналога; загальний вигляд (а), деталізована опорна ділянка нижньої колони (б)

Посередині колон для сприйняття монтажних зусиль передбачена опорна площадка (фіксує деталь). Також колони нижче рівня перекриття мають отвір для монтажного кондуктора і тимчасового підтримування конструкцій при зведенні. Слід зазначити, що глибина прорізів у колонах у місці їх стикування 170 мм з кожної сторони (рис. 7.9) приводить до сприйняття монтажних зусиль при зведенні каркасу будівлі фактично лише сталевими елементами, та створює додаткові труднощі при замонолічуванні довгих прорізів.

Запропоновано зменшення глибини прорізів від 170 мм до 80 мм з кожного боку, тим самим збільшення розмірів площадки передачі навантаження на бетон до 240 мм [469, 470] (рис. 7.10).

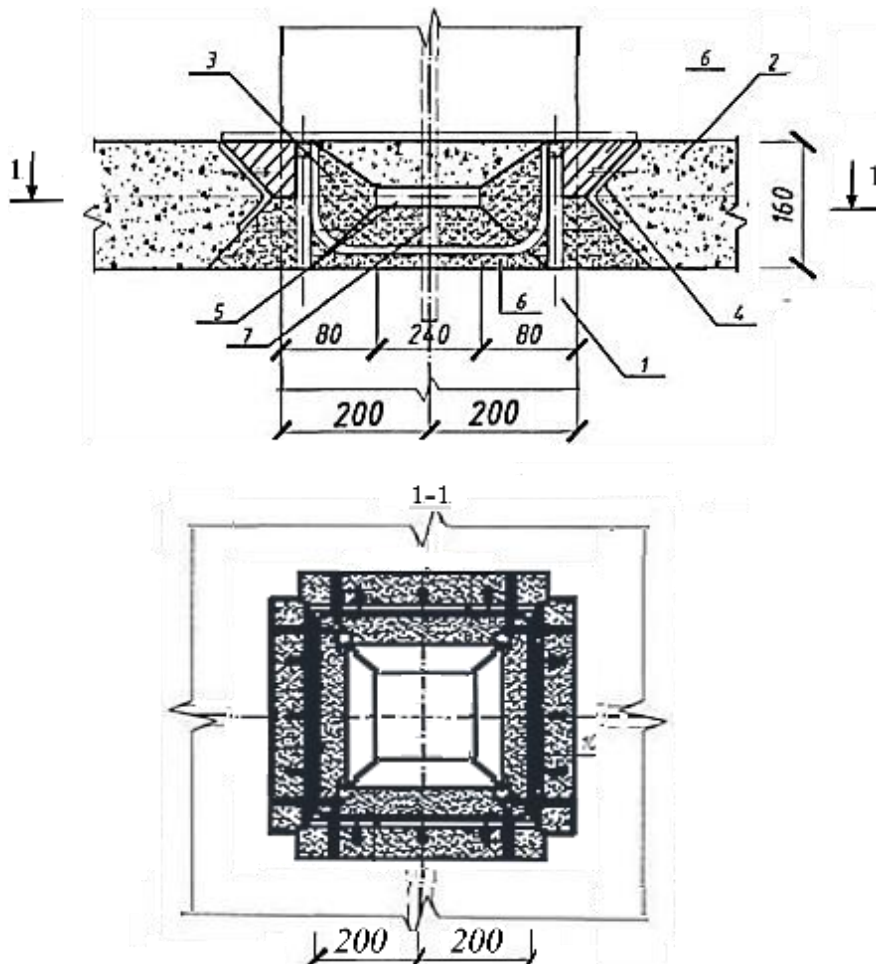


Рисунок 7.10 – Запропонований варіант стикового з'єднання колон:

- 1 – колона; 2 – плита перекриття; 3 – прорізи (після замонолічування шпонки);  
4 – сталевая обойма; 5 – фіксує деталь; 6 і 7 – з'єднувальні елементи

При визначенні значення зусиль  $F_{cdu}$ , що сприймає бетон в запропонованому стиковому з'єднанні, застосовуються залежності (7.17) за таких вихідних даних: клас міцності бетону С30/35 ( $f_{cd} = 19,5$  МПа,  $f_{ctd} = 1,33$  МПа), розміри квадратної площадки передачі навантаження  $b_{loc} = l_{loc} = 240$  мм; площа навантаження  $A_{c0} = b_{loc} l_{loc} = 240 \times 240 = 57,6 \times 10^3$  мм<sup>2</sup>; розміри поперечного перерізу колони  $b = h = 400$  мм; так як  $4b_{loc} (l_{loc}) = 4 \times 240 = 960$  мм  $>$   $b(h) = 240$  мм, приймається  $b_{cal} = b = 400$  мм.

За запропонованим методом значення зусилля, що сприймає бетон опорної ділянки, дорівнює:  $F_{cdu} = k_{\chi} b_{cal} b_{loc} f_{cd} = 1,38 \times 240 \times 400 \times 19,5 \times 10^{-3} = 2583$  кН,

де  $\alpha_{loc} = (4b_{loc} / b_{cal})^3 = (4 \times 240 / 400)^3 = 13,82$ ,  $\beta_{loc} = \frac{b_{cal} - b_{loc}}{b_{cal}} = \frac{400 - 240}{400} = 0,4$ .

За нормативною методикою для квадратного штампа  $F_{cdu} = b_{col} b_{cal} f_{cd} = 240 \times 400 \times 19,5 \times 10^{-3} = 1872$  кН.

Отримані результати засвідчують суттєве збільшення несучої здатності запропонованого конструктивного рішення стикового з'єднання колон на стадії монтажу та підвищення його експлуатаційної придатності порівняно з аналогом. Це обумовлено збільшенням площадки спирання, і як наслідок складової роботи бетону, а також зменшенням глибини шпонок, що знижує піддатливість стика, котра має місце внаслідок нещільного примикання бетону замонолічування за гранями шпонок.

### 7.3.4 Цегляні простінки

З метою уникнення втрати несучої здатності цегляних простінок шляхом діагонального розколювання (зрізу в стиснутих зонах та відриву в зоні розтягу) на основі результатів розрахунків цегляних простінок на сумісну дію вертикального та горизонтального (сейсмічного) навантаження, наведених в приклад Д.13, необхідно забезпечити:

– довжину площадки спирання перемички  $l_{sup}$  на простінок не менше ніж  $1/4$  його висоти  $h$ ;

– ширину простінки  $b \geq h \tan \beta + 250$  мм з метою збільшення довжини розрахункового перерізу, який проходить під кутом  $\beta$  ( $\tan \beta = S_{Ed} / N_{Ed}$ ) шляхом включення в роботу ділянок стіни під простінком та вікном.

Для наочності вказане проілюстровано на рис. 7.11.

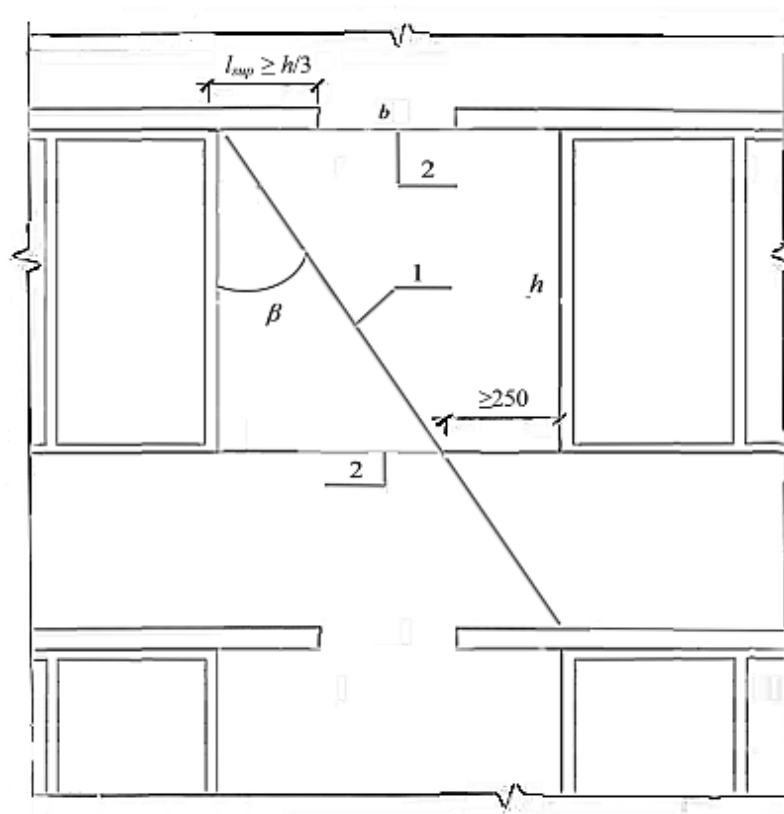


Рисунок 7.11 – До пропозицій щодо уникнення втрати несучої здатності цегляного простінка: 1 – розрахунковий переріз; 2 – зруйновані ділянки розчинних швів

#### **7.4 Оцінювання залишкової несучої здатності конструкцій. Підвищення їх експлуатаційної придатності на основі натурних обстежень**

Обґрунтоване оцінювання залишкової несучої здатності є ключовим питанням для визначення категорій технічного стану конструкцій, які встановлюють перелік заходів щодо забезпечення їх подальшої експлуатації. Особливе значення вказане має для несучих конструкцій, технічний стан яких відноситься до непридатного для нормальної експлуатації й аварійного, межа між якими чинними нормами однозначно не встановлена [472]. При цьому, перелік необхідних для виконання заходів суттєво відрізнятися.

Пропонується дворівневе визначення залишкової несучої здатності: на дію розрахункового значення повного навантаження (1-й рівень) та характеристичного значення при максимально можливому зниженні тимчасового навантаження (2-й рівень) [473 – 478]. Технічний стан можна відносити до непридатного для нормальної експлуатації, якщо несуча здатність на дію навантаження 1-го рівня незабезпечена, але забезпечена при дії навантаження 2-го рівня, і до аварійного в разі незабезпечення при 2-му рівні.

Виведення конструкції, що згинаються, із аварійного стану необхідно виконувати в два етапи [479]. На першому: змінюється перерозподіл згинальних моментів та поперечних сил, із метою їх зменшення в найбільш напружених (пошкоджених) перерізах. Вказане виконується шляхом встановлення додаткових опор (домкратів) з фіксованою величиною опорної реакції, значення якої призначається таким, щоб забезпечити несучу здатність при повному розрахунковому навантаженні з додержанням умови незмінності передбачених проєктним рішенням знаків згинальних моментів. На другому етапі виконується підсилення конструкцій з метою підвищення їх несучої здатності, додатково встановлені опори демонтуються.

У разі, якщо в процесі експлуатації виникають пошкодження або змінюються умови передачі навантаження, за яких виконання функціонального призначення конструкцій обмежується або унеможлиблюються, слід передбачити заходи з підвищення (відновлення) їх експлуатаційної придатності.

В якості прикладів розглянуто відновлення експлуатаційної придатності фундаменту під технологічне обладнання нафтоперекачувальної станції, створення умов для підвищення експлуатаційної придатності залізобетонного ригеля східної трибуни стадіону «Ворскла» в м. Полтава та уточнення технічного стану цегляного простінка ГВФ «Рута» в м. Кременчук.

Будівля НПС складається із двох відділень: в одному розміщені насоси, в другому – електродвигуни. Відділення розділені стіною, котра унеможливорює попадання іскри від двигунів в насосне відділення. Насоси та двигуни з'єднані горизонтальною в'яззю. Під час експлуатації була порушена щільність

примикання основи двигуна до фундаменту, що привело до зменшення площі навантаження і як наслідок відхилення елемента з'єднання під час прокачування від горизонталі у відділені електродвигунів і раптової зупинки обладнання.

Завдання відновлення експлуатаційної придатності фундаменту полягає у визначенні зменшення площі навантаження та її підвищенні до проєктного значення. Задача ускладнюється неможливістю демонтажу обладнання у зв'язку з тривалістю, необхідною для цього зупинки експлуатації, складності подальшого налагодження та запуску в роботу. Збільшення площі без розрахункового обґрунтування може привести до зворотного перекосу елемента зв'язку.

Для визначення рівня зменшення площадки навантаження за контуром фундаменту були встановлені тензорезистори (датчики опору) типу ПКБ базою 50 мм. За різницею фіксованих ЦТМ-5 відділків, при запуску технологічного обладнання встановлена максимальне значення деформації бетону  $\varepsilon_c$  під найбільш віддаленою від насосу частиною основи під електродвигун. Приймаючи за основу проєктне рішення, в якому передбачено в режимі перекачування значення напруження в бетоні  $\sigma_{1c}=0,7f_{cd}$ , якому відповідає величина відносної деформації на діаграмі деформування бетону, рівень якої при класі бетону C20/25 складає  $\eta=0,38$ . Фактична міцність бетону визначена неруйнівним методом ударного імпульсу та пластичної деформації [480] й ультразвуковим методом [481]. В результаті аналізу показників тензорезисторів, встановлена різниця відносної деформації бетону фундаментів у відділені насосів та електродвигунів при роботі обладнання  $\varepsilon_c=15 \times 10^{-5}$ , що визначає приріст рівня деформації до  $\eta=0,47$  і величину напружень  $\sigma_{2c}=0,79f_{cd}$  в фундаменті під електродвигуном та засвідчує зменшення площадки передачі навантаження.

Прирівнявши зусилля, які сприймає фундамент під насосом та електродвигуном, що є необхідною умовою горизонтального положення елемента зв'язку між обладнанням, отримано величину фактичної площі

передачі навантаження:  $F_{1cdu} = \sqrt{\frac{A_{cal}}{A_{1loc}}} \sigma_{1c} A_{1loc} = F_{1cdu} = \sqrt{\frac{A_{cal}}{A_{2loc}}} \sigma_{2c} A_{2loc}$  після

скорочення:  $\sqrt{A_{1loc}} \sigma_{1c} = \sqrt{A_{2loc}} \sigma_{2c}$ , тоді  $A_{2loc} = \left(\frac{\sigma_{1c}}{\sigma_{2c}}\right)^2 = \left(\frac{0,7}{0,79}\right)^2 = 0,78 A_{1loc}$ .

Таким чином, площа передачі навантаження на фундамент під електродвигун на 22 % менша ніж передбачена проектом рішенням. Для рівномірної передачі навантаження біля найбільш віддаленої від насосного відділення грані основи електродвигуна на фундамент встановлюється пластина площею  $0,22A_{1loc}$  та з'єднується з основою (рис. 7.12).

Граничне значення зусилля  $F_{cdu}$ , визначене за запропонованим методом розрахунку (п. 7.1.4) перевищує встановлене за нормами [178] в 1,27 рази ( $k_{loc} = 1 + \alpha_{loc} \beta_{loc} \frac{f_{ctd}}{f_{cd}} = 1 + 8 \times 0,5 \times \frac{1}{14,5} = 1,27$ , тут  $\alpha_{loc} = (4b_{loc} / b_{cal})^3 = (4 \times 0,5)^3 = 8$ ,  $\beta_{loc} = 1 - b_{loc} / b_{cal} = 1 - 0,5 = 0,5$ ), при  $b_{loc} / b_{cal} = 0,5$ ), що вказує на забезпечення несучої здатності і при зниженні класу бетону до С16/20.

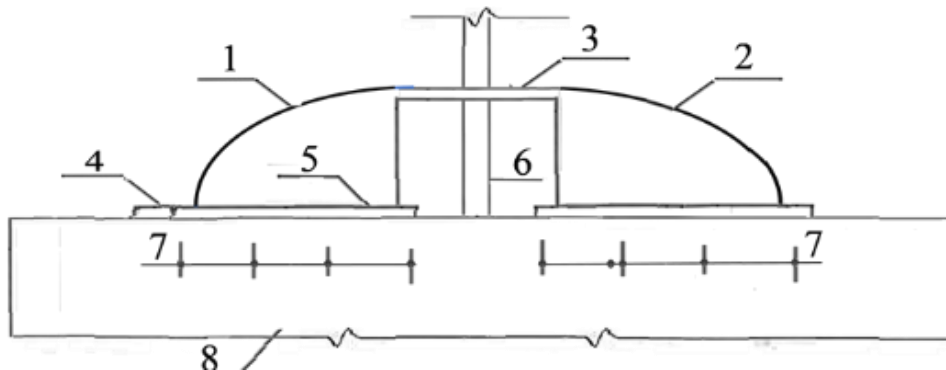


Рисунок 7.12 – Схема відновлення експлуатаційної придатності фундаменту під технологічне обладнання: 1 – електродвигун; 2 – насос; 3 – елемент в'язі; 4 – додаткова пластина; 5 – основа; 6 – огороження; 7 – датчик; 8 – фундамент

При експлуатації стадіону «Ворскла» мало місце переповнення трибун глядачами у дні свят, що привело до зниження експлуатаційної придатності залізобетонних ригелів східної трибуни. Для підвищення несучої здатності ригелів було виконано їх підсилення шляхом встановлення арматурних затяжок.

В ході подальшої експлуатації відбулися пошкодження стиснутої зони ряду ригелів, що привело до їх переармування поздовжньою арматурою та обумовило необхідність подальшого дослідження.

Для уточнення обсягів бетону пошкодженої структури на ригелі в стиснутій зоні були встановлені тензорезистори базою 50 мм (рис. 7.13), а також проведено ультразвукове прозвучування і неруйнівний контроль міцності бетону [480, 481]. Визначено розташування арматури магнітним методом [482]. За показниками датчиків базою 20 мм на арматурі затяжки був встановлений приріст напружень при дії тимчасового навантаження, котрий дорівнює в середньому 21 МПа. Сумарна величина напружень в арматурі затяжки становить  $\approx 280$  МПа.

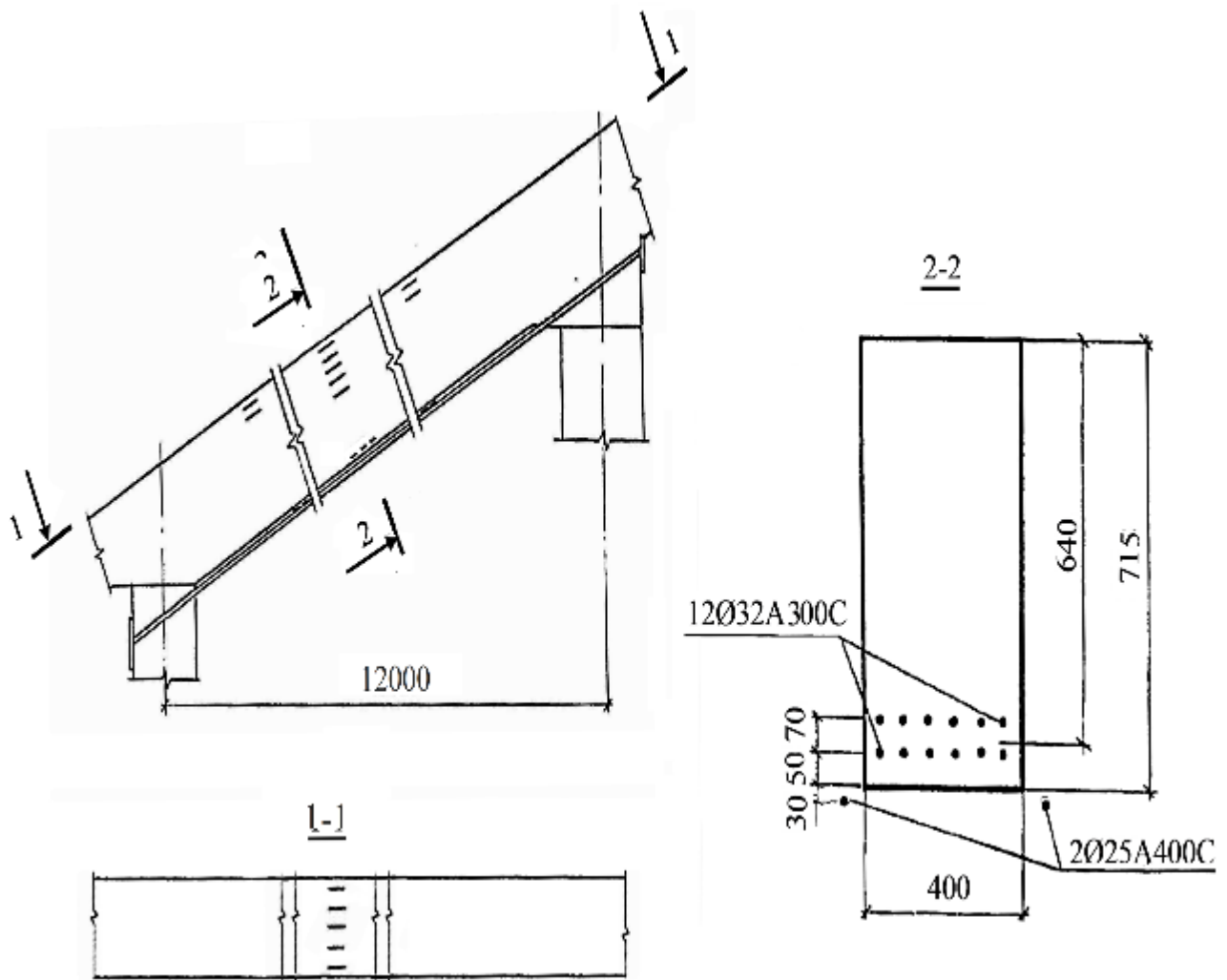


Рисунок 7.13 – Схема розміщення тензорезисторів та розрахунковий поперечний переріз ригеля



Проведено оцінювання залишкової несучої здатності ригелів. Представлені результати розрахунку пошкодженого в стиснутій зоні ригеля з найбільш ослабленим поперечним перерізом. Висота нормального перерізу і робоча висота зменшилися відповідно з 800 мм до 715 мм і 715 мм до 640 мм, коефіцієнт поздовжнього армування  $\rho_1$  збільшився і склав:

$$\rho_1 = \frac{A_s}{bd} = \frac{10632}{400 \times 640} = 0,0415. \text{ При класі бетону C32/40 розрахункові показники:}$$

$$f_{cd} = 22 \text{ МПа; } \varepsilon_{cR,cd} = 2,619 \text{ ‰; } \eta_R = 1,484; \omega_R = 0,778; \chi_R = 0,539; \text{ класі арматури: A300: } f_{yd} = 280 \text{ МПа; } E_s = 2,1 \times 10^5 \text{ МПа; } \varepsilon_{s0} = 1,333 \text{ ‰.}$$

Встановлюється величина відносної деформації:

$$\varepsilon_s = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{cR,cd}}{2}\right)^2 + \frac{\varepsilon_{cR,cd} f_{cd} \omega}{\rho_1 E_p}} - \frac{\varepsilon_{cR,cd}}{2} = \sqrt{\left(\frac{2,619 \times 10^{-3}}{2}\right)^2 + \frac{2,619 \times 10^{-3} \times 22 \times 0,778}{4,15 \times 10^{-3} \times 2,1 \times 10^5}} - \frac{2,619 \times 10^{-3}}{2} = 1,309 \text{ ‰.}$$

Так, як  $\varepsilon_s = 1,309 \text{ ‰} < \varepsilon_{s0} = 1,333 \text{ ‰}$ , то ригель переармований.

Значення напруження в арматурі:

$$\sigma_s = \varepsilon_{ps} E_p = 1,309 \times 2,1 \times 10^2 = 274,9 \text{ МПа.}$$

$$\text{Величина відносної висоти стиснутої зони: } \bar{\xi} = \frac{\rho_s \sigma_s}{f_{cd} \omega_R} = \frac{0,0415 \times 274,9}{22 \times 0,778} = 0,667.$$

$$\text{Значення } \alpha_m = \bar{\xi}_R \omega_R (1 - \chi_R \bar{\xi}_R \omega_R) = 0,667 \times 0,778 \times (1 - 0,539 \times 0,667 \times 0,778) = 0,374.$$

Величина згинального моменту, який сприймає конструкція:

$$M_{Rd} = \alpha_{mR} f_{cd} b d^2 = 0,374 \times 22 \times 400 \times 640^2 \times 10^{-6} = 1348 \text{ кНм,} \quad \text{або}$$

$$M_{Rd} = \sigma_s A_s (d - 0,54 x \omega_R) = 274,9 \times 10632 \times (640 - 0,54 \times 427 \times 0,778) \times 10^{-6} = 1346 \text{ кНм,}$$

$$\text{де } x = \frac{274,9 \times 10632}{22 \times 400 \times 0,778} = 427 \text{ мм.}$$

Значення згинального моменту від дії зовнішнього навантаження у місці розташування ослабленого нормального перерізу визначено з використанням розрахункової схеми [483], наведеної на рис. 7.14, дорівнює  $M_{Ed} = 1216 \text{ кНм}$ . Тому несуча здатність ригеля забезпечена, але для подальшої експлуатації

необхідно відновити його конструктив шляхом укладання бетону класу С35/45 з забезпеченням монолітності та додержання умов [484 –487].

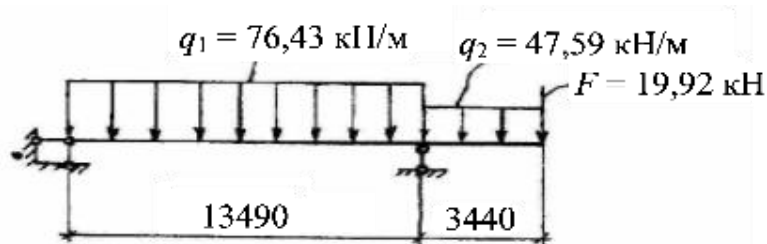


Рисунок 7.14 – Розрахункова схема ригеля

Крім того, слід прийняти до уваги, що стадіон запроектовано та побудовано на 30 тис. відвідувачів, але при заміні лавок на пластикові сидіння вміщує лише 24,8 тис. глядачів.

У ході проведення планового обстеження адміністративного корпусу ГВФ «Рута» (м. Кременчук) встановлено зменшення площадки спирання балки перекриття на цегляний стовп (рис. 7.15). Для оцінювання технічного стану визначається залишкова несуча здатність стовпа за таких вихідних даних: розміри поперечного перерізу стовпа  $l_c \times t = 510 \times 510$  мм; висота  $h_c = 2400$  мм; площадка навантаження  $l_{loc} = 170$  мм; навантаження передається за всією товщиною конструкції; площа навантаження  $A_b = l_c \times t = 170 \times 510 = 86700$  мм<sup>2</sup>; міцність цегли та розчину за результатами неруйнівного контролю приладом ОНІКС-2,5 [488, 489] :  $f_b = 10$  МПа,  $f_m = 5$  МПа; розрахункова міцність кладки на стиск  $f_d = 1,7$  МПа, на розтяг  $f_t = 0,17$  МПа; розрахункове значення навантаження  $N_{Edc} = 168,5$  кН.

Граничну величину вертикального зусилля  $N_{Rdc}$ , що сприймає стовп, визначено із рівняння:  $N_{Rdc} = \beta_m A_b f_d = 1,5 \times 86700 \times 1,7 \times 10^{-3} = 221,1$  кН, де  $\beta_m = (1 + f_t / f_d) \sqrt[4]{h_c / l_{loc}} = (1 + 0,17 / 1,7) \sqrt[4]{2400 / 170} = 2,13$ . приймається  $\beta_m = 1,5$ .

Враховуючи особливості планувального та конструктивного рішень будівлі, встановлена нерівномірність передачі навантаження, що зменшує значення  $N_{Rdc} = \beta_m A_b f_d = 0,9 \times 221,1 = 199$  кН.

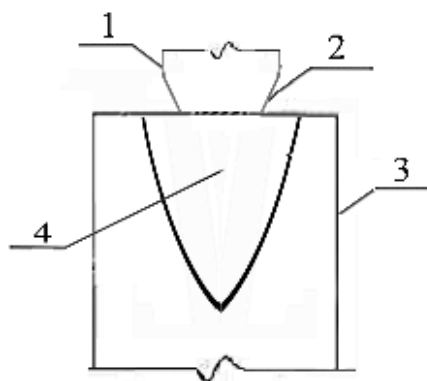


Рисунок 7.15 – До оцінювання залишкової несучого здатності цегляного стовпа:

1 – балка перекриття; 2 – зона сколювання; 3 – стовп; 4 – область контролю міцності цегли та розчину

За методикою ДБН [84]:  $N_{Rdc} = \beta A_b f_d = 1,16 \times 86700 \times 1,7 \times 10^{-3} = 171 \text{ кН}$ , де відстань до найближчої грані площадки навантаження  $\alpha_1 = 175 \text{ мм}$ ;  $A_{ef} = l_{eff} t = 510 \times 510 = 26010 \text{ мм}^2$ , тут  $l_{eff} = 510 \text{ мм}$  – значення ефективної довжини площі розповсюдження навантаження, яке вимірюється на половині висоти конструкції;  $\beta = \left(1 + 0,3 \times \frac{170}{2400}\right) \times \left(1,5 - 1,1 \frac{86700}{260100}\right) = 1,16$ ,

Коефіцієнт  $\beta$  не перевищує  $1,25 + \frac{\alpha_1}{2h_c} = 1,25 + \frac{170}{2 \times 2400} = 1,29$  та 1,5.

Таким чином, технічний стан стовпа відповідає межі між задовільним та непридатним до нормальної експлуатації  $N_{Edc} \approx N_{Rdc}$ . За запропонованим методом встановлено запас несучої здатності до 18,5%. Тому збільшення площадки навантаження можливо виконати в рамках заплановано в поточному році капітальному ремонту без додаткової непередбаченої зупинки.

## 7.5 Висновки за розділом 7

1. Розроблено метод визначення граничної величини згинального моменту  $M_{Rd}$ , котрий сприймають у нормальному перерізі армовані високоміцною арматурою залізобетонні конструкції, що згинаються, з використанням верхньої

висхідної гілки діаграми деформування арматури, котра відповідає її фактичній роботі. Вказане дозволяє уникнути недооцінювання несучої здатності конструкції до 9 %, що має місце при використанні горизонтальної гілки деформування.

2. Надана залежність для підрахунку напружень в арматурі  $\sigma_s$  безпосередньо за величиною прийнятого коефіцієнта поздовжнього армування  $\rho_1$  та встановленні значення коефіцієнта повноти епюри напружень у стиснутому бетоні  $\omega_R$  для різних класів міцності бетону, що суттєво спрощує проектування конструкцій, армованих високоміцною арматурою.

3. Запропоновано метод оцінювання залишкової несучої здатності переармованих поздовжньою арматурою балкових залізобетонних конструкцій.

4. Врахований вплив на несучу здатність балкових залізобетонних конструкцій при дії поперечної сили опору бетону клиноподібної стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною залежно від її висоти та кута нахилу до поздовжньої елемента, що надає можливість зниження інтенсивності армування  $q_{sw}$ . При  $\cot \theta = 1,5$ , класі міцності бетону C30/35, поперечному армування 2Ø12A400C ( $A_{sw} = 226 \text{ мм}^2$ ),  $s = 125 \text{ мм}$   $q_{sw}$  знижується на 45% і достатньо встановити 2Ø10A400C ( $A_s = 157 \text{ мм}^2$ ).

5. Надана залежність для визначення величини  $\cot \theta$  за відносним прольотом зрізу  $c / z$  при розрахунку на дію зосередженої сили.

6. Уточнена залежність для визначення опору бетону в межах стиснутої похилої смуги та враховано вплив поперечної арматури при розрахунку несучої здатності за похилими перерізами залізобетонних конструкцій, що згинаються.

7. Запропонована розрахункова схема для визначення несучої здатності коротких залізобетонних консолей. Надана розрахункова залежність для встановлення граничної величини поперечного зусилля  $V_{Rd}$  залізобетонних консолей, котра враховує напружено-деформований стан бетону в межах похилої смуги, вплив поздовжньої арматури та хомутів, довжину площадки навантаження  $l_{sup}$  та виліт консолі  $l_1$ . За  $l_{sup} = 100 \dots 200 \text{ мм}$  і  $l_1 = 300 \dots 550 \text{ мм}$  при

$\rho_1=0,7\%$  і  $\rho_{sw}=0,57\%$  значення  $V_{Rd}$  змінюється  $\frac{V_{Rd}}{f_{cd}b_w d} = 0,17...0,32$ ; за формулою

(4.41) чинних норм [178] величина  $V_{Rd}$  залишається практично постійною  $\frac{V_{Rd}}{f_{cd}b_w d} = 0,26...0,27$ , що приводить як до недооцінювання, так і переоцінювання

несучої здатності.

8. Встановлена можливість збільшення максимального значення розрахункової площі  $A_{c1}$  і підвищення граничного значення зусилля  $F_{cd}$ , що сприймає бетонна опора в інтервалі  $b_{cal}(l_{cal})/b_{loc}(l_{loc})=1,5...4$ , від 10 до 40 % порівняно з розрахунком за нормами [178], а також доцільність врахування зони відриву на висоті опори  $h_{cal} = b_{cal}(l_{cal})$ .

9. Надані розрахункові схеми для визначення несучої здатності кам'яних конструкцій при центральному та позацентровому стиску і сумісній дії горизонтального та вертикального навантаження. Запропонована залежність, котра дозволяє врахувати вплив горизонтальної сили на несучу здатність за відношенням горизонтальної до вертикальної складових навантаження.

10. Несуча здатність кам'яних конструкцій при місцевому стисненні залежить від відношення їх висоти  $h_c$  до розміру площадки навантаження  $l_{loc}$ . За запропонованим розрахунком із збільшенням відношення  $h_c/l_{loc}$  від 2 до 4 несуча здатність підвищується на 15%, що не враховується чинними нормами.

11. Надані розрахункові схеми для визначення несучої здатності непереармованих та переармованих поздовжньою арматурою армокам'яних конструкцій. Запропоновані залежності для визначення несучої здатності. У розрахунках врахована висота стиснутої зони  $x$  за нелінійного розподілу напружень, яка є параметром нелінійної деформаційної моделі.

12. Для уникнення переармування при проектуванні отримані значення параметрів  $\xi_R$  і  $\alpha_R$  для різних класів поздовжньої арматури.

13. Удосконалені несучі конструкції сучасних конструктивних систем:

– залізобетонної мостової балки Б(1500-3300).(100-120) з поперечним перерізом європейського типу шляхом врахування при розрахунку її несучої

здатності верхньої висхідної гілки деформування високоміцної арматури. Знижені витрати канатів класу K1500 на 9 % порівняно з балкою-аналогом, розрахованою із застосуванням горизонтальної гілки деформування арматури;

– монолітних залізобетонних ригелів плоского міжповерхового перекриття житлової та громадської будівель, що дозволило знизити інтенсивність армування поперечною арматурою до 20 %;

– стикових з'єднань залізобетонних колон безбалкової-безконсольної конструктивної системи, що дозволило збільшити їх несучу здатність на стадії монтажу та підвищити експлуатаційну придатність;

– при дії сейсмічного навантаження встановлено необхідність: збільшення довжини площадки спирання перемички  $l_{sup}$  на цегляний простінок до  $1/3$  його висоти; ширина простінка повинна перевищувати значення добутку його висоти і відношення сейсмічної сили до вертикального навантаження  $hS_{Ed}/N_{Ed}$  на 250 мм з метою збільшення довжини розрахункового перерізу за рахунок розташованих нижче простінка ділянок стіни.

14. На основі натурних експериментальних досліджень з використанням неруйнівних методів контролю міцності бетону, цегли та розчину (методом ударного імпульсу й ультразвуковим методом), діаметра арматури та її розташування магнітним методами, тензометричного контролю деформації бетону та арматури визначена залишкова несуча здатність та надані пропозиції щодо:

– відновлення експлуатаційної придатності фундаменту під технологічне обладнання на нафтоперекачувальній станції при місцевій дії навантаження;

– оцінювання експлуатаційної придатності залізобетонного ригеля несучої рами трибуни стадіону «Ворскла» в м. Полтава при пошкодженні стиснутої зони та його переході в категорію переармованої поздовжньою арматурою конструкції;

– подальшої експлуатації за результатами уточнення технічного стану цегляного стовпа адміністративного корпусу в м. Кременчук при зменшенні площі передачі навантаження.

## ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішена важлива науково-технічна проблема оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій на загальній теоретичній основі з використанням умов екстремуму деформування, що дозволило врахувати особливості напружено-деформованого стану при зсуві, уникнути перевищення відносною деформацією бетону і кам'яної кладки стиснутої зони граничної величини за нормальним перерізом при згині, запропонувати інженерні методи розрахунку і підвищити ефективність проектування за рахунок уточнення розрахункових схем і залежностей, удосконалити конструктивні рішення та відновити експлуатаційну придатність конструкцій. Сформульовані висновки, котрі відображають результати дисертаційної роботи.

1. На основі проведеного аналізу методів теорії пластичності підтверджена можливість ефективного застосування її математичного апарату, варіаційного числення та екстремальних принципів для оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій.

2. Адаптовано класичний математичний апарат теорії пластичності при застосуванні концепції жорстко-пластичного тіла та розривних рішень для розв'язку задач опору бетонних і кам'яних елементів в умовах плоского напруженого стану та плоскої деформації. Необхідність корегування апарату пов'язана з особливостями властивостей бетону та кам'яної кладки порівняно з пластичними матеріалами: значною різницею міцності на стиск і розтяг та збільшенням їх об'єму в граничному стані. Використовується умова міцності, котра відображає вказану різницю, узагальнює умови міцності Мізеса – Генки та Мора на квазікрихкі матеріали, геометрично представляє собою параболоїд обертання в координатах головних нормальних напружень, має просту форму запису і приймається в якості умови текучості. Для врахування дилатансії розглядаються стрибки швидкості як у дотичному, так і у нормальному до поверхні руйнування напрямках.

3. Адаптований математичний апарат теорії пластичності перевірено при розв'язанні задач міцності бетонних пластинок в інтервалах напружених станів двовісного й одновісного стиску та змішаних напружень за дійсних площин ковзання. Використано функціонал принципу віртуальних швидкостей  $J$ , який досліджується на стаціонарний стан за допомогою варіаційного рівняння  $\delta J = 0$ . В якості параметра варіювання прийнято кут  $\psi$  між напрямком руху жорстких дисків та поверхнею руйнування, котрий відповідає куту дотичної до умови міцності. Бетон і кам'яна кладка розглядаються як жорстко-пластичне тіло. Спрямована пластична деформація локалізується у тонких шарах  $\Delta n \rightarrow 0$  на поверхні руйнування, сусідні області вважаються жорсткими. Отримані в результаті розрахунку величини напружень дорівнюють напруженням на прийнятій умові міцності при плоскому напруженому стані та плоскій деформації.

4. Встановлені сполучення значень міцності цегли (каменя правильної форми) і розчину, за яких при умові дотримання технології зведення, кам'яна кладка може вважатися монолітною і розрахунковий переріз проходить за цеглою (каменем):  $f_b=15$  МПа і  $f_m \geq 15$  МПа;  $f_b=10$  МПа і  $f_m \geq 7,5$  МПа;  $f_b=7,5$  МПа і  $f_m \geq 5$  МПа;  $f_b=5$  МПа,  $f_m \geq 2,5$  МПа.

5. Уточнена область реалізації зсуву в бетоні в умовах плоского напруженого стану: верхня границя знаходиться в області нерівномірного стиснення (максимальне значення дотичних напружень при  $f_{ct} / f_c = 0,1$  складає  $\tau_n = 0,55 f_c$  за кута  $\psi = 0^\circ$ ); нижня межа – в області змішаних напружених станів. Для її визначення введено поняття міри пластичності  $\mu_{pl}$  як відношення висоти стиснутої зони в граничній стадії до її висоти на пружній стадії роботи коротких елементів з мінімальним впливом згинального моменту, котре звужує інтервал площин ковзання. Нижній границі відповідають нормальні напруження  $\sigma_2 = \mu_{pl} \left( f_{ct} + 2\sqrt{(f_c^2 - f_c f_{ct} + f_{ct}^2)/3} - f_c \right)$ . (при  $f_{ct} / f_c = 0,1$  рівень напружень  $\sigma_1 / f_c = 0,9$ ,  $\sigma_2 / f_c = -0,05$ ,  $\sigma_n / f_c = 0,27$ ,  $\tau_n / f_c = 0,45$ , кут  $\psi = 19^\circ 28'$ ).



6. Визначено опір бетонних елементів і кам'яної кладки з використанням умови мінімуму потужності локалізованої пластичної деформації при плоскому напруженому стані та плоскій деформації з розробленням кінематичних схем руйнування елементів за: осьового стиску, сумісної дії вертикальної  $N$  та горизонтальної  $T$  сил для елементів з постійним і змінним за висотою поперечним перерізом та місцевого стиснення. У результаті розрахунків встановлено:

- при осьовому стиску бетонних призм і кам'яних стовпів реалізується зсув як за цілим перерізом в одній площині, так і за двома площинами у стиснутих зонах у разі наявності вертикальної тріщини в середній частині елемента;

- підвищення опору симетричного бетонного (кам'яного) клину при збільшенні його кута від  $15^\circ$  до  $30^\circ$  на 25%;

- зниження опору бетонної пластинки за сумісної дії на торцях  $N$  і  $T$  на 22% при збільшенні кута рівнодійної навантаження  $\arctan(T / N)$  на  $15^\circ$ ;

- випадки руйнування усічених бетонних несиметричних клинів за перерізами, що проходять від кута клину (випадок 1) та від прямого кута (випадок 2): в разі спрямування горизонтальної сили від прямого кута зі збільшенням  $T / N$  у випадку 1 опір підвищується, у випадку 2 – знижується;

- граничний опір кам'яної кладки при зсуві за цілим перерізом;

- при дії місцевого навантаження межу реалізації випадків руйнування тільки в стиснутій зоні й одночасного руйнування в стиснутій та розтягнутій зонах за відношенням висоти елемента до ширини штампа;

- вплив армування, котре розглядається як обтиснення у напрямку розміщення арматури, відповідно до її інтенсивності.

7. На основі принципу максимуму прирощень напружень при деформуванні встановлена величина граничної відносної деформації  $\varepsilon_{cR}(\varepsilon_{mR})$  на діаграмі «напруження - деформація» бетону (кам'яної кладки) при стиску, яка відповідає максимальному деформуванню без «макродеструктуризації». Підвищення навантаження має місце лише за умови не перевищення відносною деформацією стиснутого бетону (кам'яної кладки) граничних значень.

Визначена величина  $\varepsilon_{CR}$  складає для бетону класу міцності C8/10  $\varepsilon_{CR,cd}=2,99\%$  при коефіцієнті повноти епюри  $\omega_R=0,828$ , за класу C30/35  $\varepsilon_{CR,cd}=2,63\%$ ,  $\omega_R=0,786$ , при C50/60  $\varepsilon_{CR,cd}=2,59\%$ ,  $\omega_R=0,748$ . Запропоновано оперувати рівнем граничної відносної деформації  $\eta_R$ , який встановлюється на залежності  $\sigma_c / f_{cd} - \eta$  ( $\sigma_m / f_d - \eta$ ), описаній дробово-раціональною функцією або гармонізованим поліномом 5-го степеня, визначеним із умови:  $\frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta_R \left( \frac{\sigma_m}{f_d} \eta_R \right)_c = \max \frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta \left( \frac{\sigma_m}{f_d} \eta \right)$  і дорівнює для бетону класу C8/10  $\eta_R = 1,92$ , при C30/35  $\eta_R = 1,53$ , за C50/60  $\eta_R = 1,36$ , для цегляної кладки  $\eta_R = 1,63$ ,  $\omega_R = 0,8$ .

8. Для уникнення переоцінювання несучої здатності за нормальними перерізами конструкцій, що згинаються, запропоновано виконувати перевірку умови  $\eta_u \leq \eta_R$ , де рівень відносної деформації  $\eta_u$  відповідає досягненню напруженнями в арматурі міцності на розтяг. У разі  $\eta_u > \eta_R$  відбувається руйнування бетону (кам'яної кладки) стиснутої зони. При армуванні балкових залізобетонних конструкцій високоміцною поздовжньою арматурою та використанні верхньої висхідної гілки її деформування в розрахунках пропонується розглядати рівень граничної відносної деформації  $\eta_R$ , як і для переармованих залізобетонних і армокам'яних конструкцій.

9. Визначена несуча здатність з використанням умови мінімуму деформування та врахуванням специфіки напружено-деформованого стану:

- балкових залізобетонних конструкцій за похилими перерізами на дію поперечної сили;
- коротких залізобетонних консолей;
- опорних ділянок за місцевого стиску;
- кам'яних стін на сумісну дію горизонтального (сейсмічного) та вертикального навантаження.

Розроблені інженерні методи оцінювання їх несучої здатності.

10. Достовірність запропонованих методів підтверджена порівнянням отриманих теоретичних результатів з експериментальними на 186-ти зразках,

засвідчена їх збіжність. За уточненими розрахунковими схемами та залежностями порівняно з нормами враховано вплив додаткових факторів.

Встановлено:

- використання верхньої висхідної гілки деформування арматури в розрахунках армованих високоміцною арматурою балкових залізобетонних конструкцій за нормальними перерізами дозволяє уникнути недооцінювання несучої здатності, що має місце при застосуванні горизонтальної гілки (для арматури А1000 до 8,6 %);

- врахування роботи бетону над похилою тріщиною підвищує величину поперечної сили  $V_{Rd}$  і дозволяє знизити інтенсивність поперечного армування при бетоні класу С25/30 і арматурі А400С за  $\cot\theta = 1,75$  на 50% і  $\cot\theta = 2$  на 30%;

- величина  $\frac{V_{Rd}}{bdf_{cd}}$  для залізобетонних консолей змінюється від 0,18 до 0,33

залежно від місця прикладання та довжини площадки навантаження, що не враховується нормами і приводить як до переоцінювання, так і недооцінювання несучої здатності;

- підвищення несучої здатності при місцевому стиску порівняно з визначеною згідно норм за відношення розрахункової (ефективної) площі до навантаженої  $A_{c1} / A_{co} = 2,5$  на 25 % і при  $A_{c1} / A_{co} (A_{ef} / A_b) = 4$  на 33 % для бетонних опор та на 14 % для кам'яних конструкцій.

11. Удосконалені конструктивні рішення 15-ти метрової збірної залізобетонної балки (витрати високоміцної арматури знижені на 9,1 %), монолітних ригелів перекриттів (інтенсивність армування зменшена на 20 %) та цегляних простінків (надані пропозиції щодо розмірів простінків і площадки спирання перемичок при сейсмічному впливі). Визначено залишковий ресурс за нормальними перерізами переармованих ригелів трибуни стадіону та при місцевому стиску фундаментів під технологічне обладнання для обґрунтованого відновлення їх експлуатаційної придатності.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Баженов В.А. Вариационні принципи будівельної механіки. Історія становлення та розвитку / В.А. Баженов, В.О. Геращенко, М.В. Гончаренко; під загал. ред. проф. В.А. Баженова. – К.: Каравела, 2015. – 762 с.
2. Баженов В.А. Будівельна механіка і теорія споруд. Нариси з історії / В.А. Баженов, Ю.В. Ворона, А.В. Перельмутер. – К.: Каравела, 2016. – 428 с.
3. Баженов В.А. Вариационні принципи будівельної механіки. Нариси з історії. / В.А. Баженов, А.В. Перельмутер, Ю.В. Ворона, В.В. Отрашевська. – К.: Каравела, 2018. – 924 с.
4. Колмогоров В.Л. Механика обработки металлов давлением / В.Л. Колмогоров. – М.: Металлургия, 1986. – 688 с.
5. Боголюбов А.Н. Математики и механики. Биографический справочник. – К.: Наук. думка, 1983. – 639 с.
6. Тимошенко С.П. История науки о сопротивлении материалов с краткими сведениями из истории теории упругости и теории сооружений / С.П. Тимошенко. – М.: Гостеориздат, 1957. – 536 с.
7. Трусделл К. Очерки по истории механики / К. Трусвел: пер. с англ. Е.В. Богатыревой; под ред. А.В. Борисова. – М. – Ижевск, 2002. – 316 с.
8. Эйлер Л. Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума либо минимума, или решение изопериметрической задачи, взятой в самом широком смысле / Л. Эйлер. – М. – Л.: ГТТИ, 1934. – 578 с.
9. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности / К. Васидзу. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
10. Nielsen M.P. Limit Analysis and Concrete Plasticity / M.P. Nielsen, L.C. Hoang. – Boca Raton, Florida, USA: CPC Press, 2019. – 816 p.
11. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести: учебник для вузов / Н.Н. Малинин. – М.: Издательство Юрайт, 2022. – 402 с.
12. Ржаницын А.Р. Расчет конструкций с учетом пластических свойств материалов / А.Р. Ржаницин. – М.: Стройиздат, 1954. – 285 с.

13. Domingues Costa J.L. Rigid-plastic seismic design of reinforced concrete structures / J.L. Domingues Costa, R. Bento, V. Levtchitch, M.P. Nielsen // *Earthquake Eng. Struct. Dynamics*. – 2007. – Vol. 36. – Pp. 55 – 76.
14. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии; под общей редакцией академика НАН Украины А.А. Лебедева. – К.: Издательский Дом «Ин Юре», 2003. – 540 с.
15. Писаренко Г.С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии / Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев. – К.: Наукова Думка, 1976. – 461 с.
16. Гениев Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона / Г.А. Гениев, В. Н. Киссюк, Г. А. Тюпин. – М.: Стройиздат, 1974. – 316 с.
17. Карпенко Н.И. Обзор критериев прочности железобетонных конструкций. Часть 1: Традиционные подходы и разработки отечественных ученых / Н.И. Карпенко, А.М. Белостоцкий, А.С. Павлов, П.А. Акимов, С.Н. Карпенко, А.Н. Петров // *Фундаментальные, поисковые и прикладные исследования: Сб. науч. тр. РААСН*. – М.: Издательство АСВ, 2020. – С. 281–289.
18. Карпенко Н.И. Обзор критериев прочности железобетонных конструкций. Часть 2: Разработки зарубежных ученых / Н.И. Карпенко, А.М. Белостоцкий, А.С. Павлов, П.А. Акимов, С.Н. Карпенко, А.Н. Петров // *Фундаментальные, поисковые и прикладные исследования: Сб. науч. тр. РААСН*. – М.: Издательство АСВ, 2020. – С. 290–298.
19. Корсун В.И. Сопоставительный анализ критериев прочности бетона для неоднородных напряженных состояний/ В.И. Корсун, С.Ю. Макаренко, А.В. Недорезов // *Современное промышленное и гражданское строительство*. – 2014. – Т. 10. – №1. – С. 65–78.
20. Филоненко-Бородич М.М. Механические теории прочности / М.М. Филоненко-Бородич. – М.: Издательство Московского Университета, 1961. – 94 с.

21. Korsun V.I. A version of the failure criterion modification for plane concrete / V.I. Korsun, Yu.Yu. Kalmykov, S.Yu. Makarenko// Key Engineering Materials. – 2017. – №755. – Pp. 300–321.
22. Балан Т.А. Вариант критерия прочности структурно-неоднородных материалов при сложнапряженном состоянии / Т.А. Балан // Проблемы прочности. – 1986. – № 2. – С. 21–26.
23. Гениев Г.А. Вариант условия прочности бетона / Г.А. Гениев, Н.М. Аликова // Теоретические исследования в области строительной механики пространственных систем: Сб. науч. тр.; под ред. М.И. Ерхова. – М.: ЦНИИСК, 1976. – С. 21–27.
24. Клованич С.Ф. Численный эксперимент по исследованию деформационных теорий пластичности бетона / С.Ф. Клованич, Д.И. Безушко // Вестник ОГАСА: Сб. науч. тр. – Одесса: ОГАСА, 2006. – Вып. 22. – С. 122–130.
25. Лейтес Е.С. К уточнению одного из условий прочности бетона / Е.С. Лейтес // Поведение бетонов и элементов железобетонных конструкций при воздействии различной длительности: Сб. науч. тр.; под ред. А. А. Гвоздева, С. М. Крылова. – М.: НИИЖБ, 1980. – С. 37–40.
26. Яшин А.В. Критерии прочности и деформирования бетона при простом нагружении для различных видов напряженного состояния / А.В. Яшин // Расчет и конструирование железобетонных конструкций: Сб. науч. тр.; под ред. А.А. Гвоздева. – М.: НИИЖБ, 1977. – С. 48–57.
27. Карпенко Н.И. Составной критерий прочности бетона при объемном напряженном состоянии / Н.И. Карпенко, С.Н. Карпенко // Бетон и железобетон – взгляд в будущее: научные труды II Международной конференции по бетону и железобетону: в 7 т. Т.4. Ремонт, восстановление и усиление железобетонных конструкций. Моделирование и математические методы. Общие вопросы бетоноведения. Организация строительства и контроль качества. – М.: МГСУ, 2014. – С. 156–165.

28. Willam K. J. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete / K. J. Willam, E. P. Warnke // Int. Assoc. Bridge. Struct. Eng. – 1974. – Vol. 19. – Pp. 1–31.
29. Корсун В.И. Современные критерии прочности для бетонов при объемных напряженных состояниях / В.И. Корсун, С.Н. Карпенко, С.Ю. Макаренко, А.В. Недорезов // Строительство и реконструкция. – 2001. – №5(97). – С. 16–30.
30. Бамбура А.Н. Экспериментальные исследования закономерности деформирования бетона при двухосном сжатии / А.Н. Бамбура, А.И. Давиденко // Строительные конструкции: Сб. науч. тр. – К.: Будівельник, 1989. – Вып. 42. – С. 95–100.
31. Буслер Л.Э. Разрушение бетона в условиях двухосного сжатия-растяжения / Л.Э. Буслер // Новые исследования по технологии, расчету и конструированию железобетонных конструкций: Сб. науч. тр.; под ред. Б.А. Крылова, Н.Н. Коровина. – М.: НИИЖБ, 1980. – С. 9–15.
32. Гвоздев А.А. Прочность бетона при двухосном напряженном состоянии / А.А. Гвоздев, П.М. Бич // Бетон и железобетон. – 1974. – № 7. – С. 10–11.
33. Корсун В.И. Влияние температур от  $-50$  до  $+150$  °С на прочность и деформации тяжелого бетона при плоском напряженном состоянии / В.И. Корсун, А.М. Баев // Новые технологические решения для строительной промышленности Донбасса: Сб. научн. тр. – К.: УМВ ВО, 1989. – С. 129–136.
34. Кулик И.И. Прочность бетона при плоском сжатии-растяжении / И.И. Кулик // Вопросы строительства и архитектуры. – 1977. – Вып. № 7. – С. 92 – 98.
35. Перваков В.Н. Прочность тяжелого бетона при трехосном напряженном состоянии «растяжение-сжатие-сжатие» / В.Н. Петраков // Новое в технологии, расчете и конструировании железобетонных конструкций: Сб. науч. тр.; под ред. Б.А. Крылова. – М.: НИИЖБ, 1984. – С. 90–96.

36. Яшин А.В. Макромеханика разрушения при сложных (многоосных) напряженных состояниях / А.В. Яшин // Прочностные и деформационные характеристики элементов бетонных и железобетонных конструкций: Сб. науч. тр.; под ред. А.А. Гвоздева, Ю. П. Гущи. – М.: НИИЖБ, 1981. – С. 3–29.
37. Chen Q. Mesoscale modelling of concretes subjected to triaxial loadings / Q. Chen, Y. Zhang, T. Zhao, Z. Wang, Z. Wang // Mechanical Properties and Fracture Behavior Materials. – 2021. – №14, 1099.
38. Hampel T. High-performance concrete under biaxial and triaxial loads / T. Hampel, K. Speck, S. Scherer, et al.// ASCE J. Eng. Mech. – 2009. – №135. – Pp. 1274–1280.
39. Kupfer H. Das verhalten des betons unter zweiachsiger beanspruchung / H. Kupfer // Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universitat. – Dresden, 1968. – № H. 6. – S. 1515–1518.
40. Schröder S. Festigkeit und verformungseigenschaften des betons bei zweiachsiger druckbeanspruchung / S. Schröder, H. Opitz // Bauplanung-Bautechnik. – 1968. – №22. – S. 190–196.
41. Митрофанов В.П. Теория идеальной пластичности как элементарная механика псевдопластического предельного состояния бетона: основы, ограничения, практические аспекты, совершенствование / В.П. Митрофанов // Коммунальное хозяйство городов: Сб. науч. тр. – К.: Техника, 2006. – Вып. 72. – С. 6–26.
42. Hellan K. Introduction to fracture mechanics / K. Hellan. – McGraw – Hill Book Company, 1984. – 314 p.
43. Ansari F. Stress – strain response and failure surface of high strength concrete under generalized state of stress. Innovations and developments in concrete materials and construction / F. Ansari // Proc. of the Int. Conf. held at the Univ. of Dundee, Sc., UK, 9-10 Sept. 2002. – London: Thomas Telford, 2002. – Pp.781–794.



44. Goodman R.E. Introduction to rock mechanics/ R.E. Goodman. – John Wiley & Sons, 1980. – 562 p.
45. Николаевский В.Н. Механика пористых и трещиноватых сред / В.Н. Николаевский. – М.: Недра, 1984. – 232 с.
46. Качанов Л.М. Основы теории пластичности / Л.М. Качанов. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
47. Lubliner J. Plasticity theory / J. Lubliner. – University of California at Berkeley, 2006. – 528 p.
48. Chen W.-F. Plasticity for structural engineers / W.-F. Chen, D.J. Han. – Springer-Verlag, New York: Calladine, C.R., 1988. – 606 p.
49. Chen W.-F. Structural plasticity: theory, problems, and CAE software / W.F. Chen, H. Zhang. – New York: Springer-Verlag, 1991. – 260 p.
50. Chakrabarty J. Applied plasticity/J. Chakrabarty. – Springer New York, NY, 2000. – 683 p.
51. Mineola L.J. Plasticity theory/ L.J. Mineola. – Dover: NY, 2008. – 969 p.
52. Христианович С.А. Механика сплошной среды / С. А. Христианович. – М.: Наука, 1981. – 483 с.
53. Митрофанов В.П. Предельная нагрузка усеченного бетонного клина / В.П. Митрофанов // Строительная механика и расчёт сооружений. – 1973. – № 1. – С. 20–24.
54. Ржаницин А.Р. Приближенные решения задач теории пластичности / А.Р. Ржаницин // Исследования по вопросам строительной механики и теории пластичности: Сб. ст.; под ред А.Р. Ржаницина. – М.: ГИЛПОСИА, 1958. – С. 6–55.
55. Клованич С.Ф. Метод конечных элементов в механике железобетона: монография/С.Ф. Клованич, И.Н. Мироненко.– Одесса:ОГАСА,2007.–110с.
56. Хилл Р. Математическая теория пластичности/ Р. Хилл. – М.: Гостехиздат, 1956. – 407 с.
57. Прагер В. Проблемы теории пластичности / В. Прагер. – М.: ГИФ-МЛ, 1958. – 136 с.

58. Китов Ю.П. Некоторые соображения о критериях оптимальности / Ю.П. Китов, Г.Л. Ватуля, М.А. Веревичева // Збірник наукових праць Українського державного університету залізничного транспорту, 2014. – № 143. – С. 124 – 131.
59. Довженко О.О. Міцність бетонних та залізобетонних елементів при місцевому прикладанні стискаючого навантаження: автореф. дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» / О.О. Довженко. – Полтава: ПолтИСИ, 1993. – 20 с.
60. Митрофанов В.П. Пособие по расчёту прочности трубобетонных элементов при осевом сжатии / В.П. Митрофанов, Али Н. Дергам. – Полтава: ПолтНТУ им. Ю. Кондратюка, 2008. – 91 с.
61. Митрофанов В.П. Вариационный метод в теории идеальной пластичности бетона / В.П. Митрофанов // Строительная механика и расчёт сооружений. – 1990. – № 6. – С. 23–28.
62. Митрофанов В.П. Врахування крихкості, псевдопластичності та пластичності бетону в розрахунках міцності при складних неоднорідних напружено-деформованих станах / В.П. Митрофанов, Н.М. Пінчук // Науковий вісник будівництва. – 2016. – № 1. – С. 101–107.
63. Довженко О.О. Варіаційний метод розрахунку міцності окремих прямокутних залізобетонних шпонок / О.О. Довженко, Л.В. Карабаш // Дороги і мости: Зб. наук. пр. – К: ДерждорНДІ, 2008. – Вип. 9 – С. 76–80.
64. Довженко О.О. Розрахунок міцності варіаційним методом цегляних та армоцегляних стін при місцевому кутовому стисненні / О.О. Довженко, Н.М. Пінчук // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2008. – Вип. 21. – С. 54–60.
65. Митрофанов В.П. Прочность железобетонных шпонок с различным расположением арматуры / В.П. Митрофанов, О.А. Довженко, О.А. Голов, Л.В. Карабаш, С.И. Арцев // Вісник ОДАБА: Зб. наук. пр. – Одеса: ОДАБА, 2009. – Вип. 34. – С. 436–444.
66. Довженко О.О. Метод розрахунку міцності окремих прямокутних бетонних шпонок з урахуванням ступеня обтиснення / О.О. Довженко, Л.В. Карабаш,

- Т.О. Гончаренко, О.В. Карабаш // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2009. – Вип. 3 (25). – Т. 3. – С. 77–82.
67. Довженко О.О. Варіаційний метод розрахунку несучої здатності закладних деталей вузлів сталезалізобетонних рам / О.О. Довженко, О.В. Малюшицький // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2012. – Вип. 23 – С. 211–216.
68. Гвоздев А.А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия/ А.А. Гвоздев. – М., 1949. – 280 с.
69. Гвоздев А.А. Определение разрушающей нагрузки для статически неопределимых систем, претерпевающих пластические деформации / А.А. Гвоздев // Проект и стандарт. – 1934. – №8. – С. 10–16.
70. Надаи А. Пластичность и разрушение твёрдых тел / А. Надаи // Том 1; под ред. Г.С. Шапиро. в 2-х томах. – М.: Иностранная литература, 1954. – 647 с.
71. Надаи А. Пластичность и разрушение твёрдых тел/ А. Надаи// Том 2; под ред. Г.С. Шапиро. в 2-х томах. – М.: Мир, 1969. – 863 с.
72. Митрофанов В.П. Совершенствование расчета прочности бетонных и железобетонных элементов на местное сжатие / В.П. Митрофанов, О.А. Довженко // Тематический сб. науч. тр. «Пути повышения эффективности строительства». – К.: ИСИО, 1993. – С. 47–56.
73. Митрофанов В.П. Напряженно-деформированное состояние, прочность и трещинообразование железобетонных элементов при поперечном изгибе: автореф. дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения»/ В.П. Митрофанов. – М.: ВЗИСИ, 1982. – 42 с.
74. ДСТУ Б В.2.7-223:2009 Будівельні матеріали. Бетони. Методи визначення міцності за зразками, відібраними з конструкцій. – Київ: Мінрегіонбуд України, 2010. – 22 с.
75. ДБН В.2.6-98:2009. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.

76. Коваль П.М. Випробування бетонних кубів та призм з тепловізійним спостереженням зразків та реєстрацією сигналів акустичної емісії при руйнуванні / П.М. Коваль, С.Й. Солодкий, С.В. Прохоренко, Я.І. Ковальчик // Випробувальна техніка і технологія. – 2013. – №74. – С. 40 – 45.
77. Kutsik O. Efficiency of using high-strength concrete / O. Kutsik // Build-master-class-2017. – 2017. – Pp. 181–182.
78. Філіпчук С.В. Дослідження роботи бетонних призм з високоміцних бетонів/ С.В. Філіпчук, Б.В. Караван, А.М. Іванюк, О.С. Чапюк, А.В. Гришкова // Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві: Зб. наук. пр. – Луцьк: Луцький Національний технічний університет, 2016. – Вип. 5. – С. 292–300.
79. Бабич Є.М. Механічні характеристики швидкотверднучих високоміцних бетонів / Є.М. Бабич, В.Є. Бабич, С.В. Філіпчук, Д.В. Кочкаръов // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2016. – Вип. 33. – С. 114–120.
80. Сур'янінов М.Г. Несуча здатність сталевібробетону з фіброю різного типу/ М.Г. Сур'янінов, С.П. Неутов, І.Б. Корнеєва, Д.В. Величко // Науковий вісник ІФНТУНГ. – 2020. – № 2 (49). – С. 18–24.
81. Сахно С.І. Дослідження застосовності нелінійних математичних моделей міцності бетону для моделювання руйнування бетонних призм / С.І. Сахно, Є.В. Люльченко, К.С. Білашенко, А.О. Домнічев // Гірничий вісник. – 2020. – Вип. 107. – 68–73.
82. Сытник В.И. Результаты экспериментальных исследований прочностных и деформативных характеристик бетонов марок 600 – 1000 / В.И. Сытник, Ю.А. Иванов. – К., 1966. – 45 с.
83. Ватуля Г.Л. Определение механических характеристик конструкций с помощью глубинных датчиков / Г.Л. Ватуля, Е.И. Галагурия, Д.Г. Петренко // Збірник наукових праць Української державної академії залізничного транспорту, 2013. – Вип. 138. – С. 231–235.

84. ДБН В.2.6-162:2010. Конструкції будинків і споруд. Кам'яні та армокам'яні конструкції. Основні положення / Мінрегіонбуд України. – К., 2011. – 98 с.
85. Онищик Л.И. Каменные конструкции промышленных и гражданских зданий / Л.И. Онищик. – М.; Л.: Государственное издательство строительной литературы, 1939. – 210 с.
86. Eurocode 6: Design of masonry structures. – Part 1-1: General rules for reinforced and unreinforced masonry structures: EN 1996-1-1:2005. – Brussels: CEN. – 2005. – 123 p. – (Європейський стандарт).
87. Francis A.J. The effect of joint thickness and other factors on compressive strength of brickwork / A.J. Francis, C.B. Horman, L.E. Jerrems // Proc. of 2nd International Brick Masonry Conference. – Stoke-on-Trent: British Ceramic Research Association, 2017. – Pp. 31–37.
88. Lumantarna R. Uniaxial compressive strength and stiffness of field-extracted and laboratory-constructed masonry prisms / R. Lumantarna, D.T. Biggs, J.M. Ingham // J. Mater. Civ. Eng. – 2014. – Vol. 26 (4). – Pp.567–575.
89. Apolo G.L. Curso técnicas de intervención en el patrimonio arquitectónico/ G.L. Apolo, A.L. Matinez-Luengas. – Consultores Tecnicos de Contstruccion, 1995. – 176 s.
90. Bennett R. Compressive properties of structural clay tile prisms / R. Bennett, K. Boyd, R. Flanagan // J. Struct. Eng. – 1997. – Vol. 123 (7). – Pp. 920–926.
91. Dymiotis C. Allowing for uncertainties in the modelling of masonry compressive strength / C. Dymiotis, B.M. Gutlelderer // Constr. Build. Mater. – 2002. – Vol. 16. – Pp. 443–452.
92. Gumaste K.S. Strength and elasticity of brick masonry prisms and wallettes under compression / K.S. Gumaste, K.S.N. Rao, B.V.V. Reddy, K.S. Jagadish // Mater. Struct. – 2007. – Vol. 40 (2). – Pp. 241–253.
93. Christy C.F. EXperimental study on axial compressive strength and elastic modulus of the clay and fly ash brick masonry /

- C.F. Christy, D. Tensing, R. Shanthi // *J. Civ. Eng. Constr. Technol.* – 2013. – Vol. 4 (4). – Pp. 134–141.
94. Garzón-Roca J. Compressive strength of masonry made of clay bricks and cement mortar: estimation based on neural networks and fuzzy logic / J. Garzón-Roca, C.O. Marco, J.M. Adam // *Eng. Struct.* – 2013. – Vol. 48. – Pp. 21–27.
95. Kumavat H.R., An experimental investigation of mechanical properties in clay brick masonry by partial replacement of fine aggregate with clay brick waste / H.R. Kumavat // *J. Inst. Eng. India Ser. A.* – 2016. – Vol. 97 (3). – Pp. 199–204.
96. Кічаєва О.В. Наукові засади оцінювання надійності та безпеки системи «будівля-основа» : дис. ... д-ра техн. наук: спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди»/ О.В. Кічаєва. – Харків: ХНУМГ імені О.М. Бекетова, 2018. – 462 с.
97. Соколов Б.С. Результаты исследований каменных и армокаменных кладок / Б.С. Соколов, А.Б. Антаков // *Вестник МГСУ.* – 2014. – №3. – С. 99–106.
98. Клименко Є.В. Зріз кам'яних конструкцій: монографія / Є.В. Клименко, О.С. Чернєва. – Одеса: Чорномор'я, 2010. – 173 с.
99. ДСТУ Б EN 1052-1:2011 Методи випробування кам'яної кладки Частина 1. Визначення міцності при стиску (EN 1052-1:1998, IDT). – К.: Мінрегіон України, 2012. – 15 с.
100. IS:, 1905 Indian Standard Code of Practice for Structural Use of Unreinforced Masonry, Bureau of Indian Standards, New Delhi, India, 1987. – 24 p.
101. ASTM E447-97, Test Methods for Compressive Strength of Laboratory Constructed Masonry Prisms, American Society for Testing and Materials Pennsylvania, USA, 2017. – 3 p.
102. Drysdale R.G. Behavior of concrete block masonry under axial compression / R.G. Drysdale, A.A. Hamid // *ACI J. Proc.* –1979. – Vol.76 (6). – Pp. 707–722.

103. Ganesan T.P. Behavior of concrete hollow-block masonry prisms under axial compression / T.P. Ganesan, K. Ramamurthy // *J. Struct. Eng.* – 1992. – Vol. 118 (7). – Pp. 1751–1769.
104. ДСТУ Б В 2.6-207:2016. Розрахунок і конструювання кам'яних та армокам'яних конструкцій. – К.: Мінрегіон України, 2016. – 264 с.
105. ДБН В.1.1-12-2014. Будівництво у сейсмічних районах України. [Чинний з 2014-10-01]. – К. : Мінрегіонбуд України, 2014. – 110 с. – (Національний стандарт України).
106. Немчинов Ю.І. Проектування будівель та споруд (конструкцій) із заданим рівнем забезпечення сейсмостійкості : монографія / Ю.І. Немчинов, М.Г. Мар'єнков, О.К. Хавкін, К.М. Бабік. – К., 2017. – 242 с.
107. Liu Z. Effects of size and position of openings on in-plane capacity of unreinforced masonry walls / Z. Liu, A. Crewe // *Bull Earthquake Eng.* – 2020. – Vol. 18. – Pp. 4783–4812.
108. Proença J.M. Structural window frame for in-plane seismic strengthening of masonry wall buildings / J.M. Proença, A.S. Gago, A.V. Boas // *International Journal of Architectural Heritage.* – 2019. – Vol. 13 (1). – Pp. 98–113.
109. Brzev S. Seismic design guide for masonry buildings / S. Brzev, D. Anderson. – Canadian Concrete Masonry Producers Association, 2018. – 104 p.
110. Sarhosisa V. A review of experimental investigations and assessment methods for masonry arch bridges / V. Sarhosisa, S. De Santisb, G. de Feliceb // *Structure and Infrastructure Engineering.* – 2016. – Vol. 2(11). – Pp. 1439–1464.
111. Голышев А.Б. Сопротивление железобетонных конструкций зданий и сооружений, возводимых в сложных инженерно-геологических условиях: монография / А.Б. Голышев, В.И. Колчунов, И.А. Яковенко. – К. : «Талком», 2015. – 371 с.
112. Ашкинадзе Г.М. Железобетонные стены сейсмостойких зданий. Исследования и основы проектирования / Г.М. Ашкинадзе, М.С. Соколов. – М., 1988. – 486 с.

113. Fib Model Code for Concrete Structures 2010. Ernst and Sohn, 2013. – 389 p.
114. ДСТУ-Н Б EN 1998-1: 2010 Еврокод 8. Проектування сейсмостійких конструкцій. Частина 1. Загальні правила, сейсмичні дії, правила щодо споруд (EN 1998-1:2004). – К.: Мінрегіон України, 2009. – 304 с.
115. Kišiček T. Compressive shear strength of reinforced walls at high ductility levels / T. Kišiček, R. Tvrčko, D. Lazarević, I. Hafner // Sustainability. – 2020. – Vol. 12, 4434.
116. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings: EN 1992-1-1, (Final Draft, December, 2004). – Brussels: CEN. – 2004. – 225 p. – (Європейський стандарт).
117. ACI 318-14. Building Code Requirements for Structural Concrete for Commentary on Building Code Requirements for Structural Concrete, 2014 American Concrete Institute – 519 p.
118. Антаков А.Б. Прочность элементов из легких ячеистых бетонов при местном действии нагрузки: дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения»/ А.Б. Антаков. – Казань, 1999. – 205 с.
119. Au T. Bearing capacity of concrete blocks / T. Au, D.L. Baird // Journal of the American Concrete Institute. – 1960. – Vol. 56. – Pp. 869–880.
120. Venckevicius V. About the calculation of concrete elements subjected to local compression / V. Venckevicius // Journal of Civil Engineering and Management. – 2017. – Vol. 11 (3). – Pp. 243–248.
121. Ince R. Size effect in bearing strength of concrete cubes / R. Ince, E. Arici // Construction and Building Materials. – 2004. – Vol. 18. – Pp. 603–609.
122. Song F. Steel fiber reinforced concrete under concentrated load: dissertation for the degree Doctor of Engineering/ F. Song. – Ruhr University, Bochum. – 2017. – 178 p.
123. Keras V. Research of local compression concrete reinforced by steel fibres / V. Keras, M. Augonis, N. Adamukaitis, E. Vaitekūnaitė // Journal of Sustainable Architecture and Civil Engineering. – 2015. – Vol. 2. – №. 11. – Pp. 72–78.



124. Breitenbücher R. Experimental and numerical study on the load-bearing behavior of steel fiber reinforced concrete for precast tunnel lining segments under concentrated loads / R. Breitenbücher, G. Meschke, F. Song, M. Hofmann, Y. Zhan // Proc. of Joint ACI-fib International Workshop: Fibre Reinforced Concrete: from Design to Structural Applications (FRC 2014). – Pp. 431–443.
125. Zhao J. Deep research on fundamental problems of local compression of concrete under anchorages: PhD Thesis / J. Zhao. – Harbin, China: Harbin Institute of Technology, 2008. – 121 p.
126. Hyland W.M. Experimental study of bearing capacity of concrete blocks/ W.M. Hyland. – Pennsylvania, Bethlehem, 1969. – 40 p.
127. Yahya N.A. Bearing strength of concrete for difference heights of concrete blocks / N.A. Yahya, M. Dhanasekar, M. Zain, C.L. Oh, S.W. Lee // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – Vol. 431, 072011.
128. Довженко О.О. Міцність цегляної та армоцегляної кладки при місцевому її стисненні / О.О. Довженко, Н.М. Пінчук, Т.М. Мирко // Коммунальное хозяйство городов: Сб. науч. тр. – К.: Техника, 2007. – Вып. 79. – С. 152–159
129. Jensen J.J. Safety and reliability of concrete structures. High performance concrete exposed to extreme loading / J.J. Jensen // Proc. 5-th Int. Symp. on Utilization of HS/HP Concrete. 20-24 June 1999, Sandefjord, Norway. – 1999. – Vol. 1. – Pp. 368– 377.
130. Журавлева Н.В. Экспериментальное исследование диаграммы сжатия тяжелого бетона и приложение ее к оценке несущей способности железобетонных конструкций: автореф. дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения»/ Н.В. Журавлева. – К.: НИИСК Госстроя СССР, 1988. – 20 с.
131. Ayub T. Stress-strain response of high strength concrete and application of the existing models / T. Ayub, N. Shafiq, M. F.Nuruddin // Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology. – 2014. – 8(10). – 1174–1190.
132. Mazzarello O. The influence of dimensional parameter of concrete strength / O. Mazzarello, E. Siviero // Proc. 5-th Int. Symp. on Utilization of HS/HP

- Concrete. 20-24 June 1999, Sandefjord, Norway. – 1999. – Vol. 2. – Pp. 1244–1253.
133. Konig G. Modelling HPC with increased ductility / G. Konig, L. Kutzing/ Proc. 5-th Int. Symp. on Utilization of HS/HP Concrete. 20-24 June 1999, Sandefjord, Norway. – 1999. – Vol. 2. – Pp. 830–837.
134. Бамбура А.М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» / А.М. Бамбура. – Харків: ХДТУБА, 2006. – 39 с.
135. Бамбура А.Н. К построению деформационной теории железобетона стержневых систем на экспериментальной основе / А.Н. Бамбура, А.Б. Гурковский // Будівельні конструкції: Зб. наук. пр. – К.: Будівельник, 2003. – Вып. 59. – С. 121–130.
136. Бамбура А.Н. Результаты экспериментальных исследований «Напряжения-деформации» при длительном действии нагрузки / А.Н. Бамбура, М.С. Безбожная // Научно-практические проблемы современного железобетона: Первая Всеукр. научн.-техн. конф. – Киев, 1996. – С. 43–44.
137. Бачинский В.Я. О построении диаграммы состояния бетона по результатам испытаний железобетонных балок / В.Я. Бачинский, А.Н. Бамбура, С.С. Ватагин // Строительные конструкции: Респ. межведомст. науч.-техн. сб. НИИСК Госстроя СССР. – К.: Будівельник, 1985. – Вып. 38. – С. 43–46.
138. Методические рекомендации по определению параметров диаграммы « $\sigma - \epsilon$ » бетона при кратковременном сжатии / К.: НИИСК Госстроя СССР. – 1985. – 57 с.
139. Куцик О. Експериментально-теоретичні дослідження залізобетонних згинальних елементів з високоміцного бетону / О. Куцик, О.Д. Журавський // Зб. наук. праць «Будівельні конструкції. Теорія і практика» – К.: КНУБА, 2021. – С88–93.
140. Роговой С.И. Методология расчета прочности нормальных сечений бетонных и железобетонных конструкций (на основе деформационной

- расчетной модели): дис. ... д-ра техн. наук: спец. 05.23.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения» / С.И. Роговий. – Полтава, 2005. – 371 с.
141. Rashid M.A. Effect of reinforcement ratios on flexural behavior of high strength concrete beams / M.A. Rashid, M.A. Mansur, P. Paramasivam // Proc. 5-th Int. Symp. on Utilization of HS/HP Concrete 20-24 June 1999, Sandefjord, Norway. – 1999. – Vol. 1. – Pp. 578–587.
142. Weiss W.J. An experimental investigation to determine the influence of size on the flexural behavior of high strength reinforced concrete beams / W.J. Weiss, K. Guler, S.P. Shah // Proc. 5-th Int. Symp. on Utilization of HS/HP Concrete 20-24 June 1999, Sandefjord, Norway. – 1999. – Vol. 1. – Pp. 709–718.
143. Vander lei R.D. Theoretical – experimental analysis of reinforced high strength concrete columns under eccentric compression / R.D. Vander lei, J.S. Giongo, T. Takeya // Proc. 5-th Int. Symp. on Utilization of HS/HP Concrete 20-24 June 1999, Sandefjord, Norway. – 1999. – Vol. 1. – Pp. 673–682.
144. Takeuti A.R. Strength and ductility of reinforced concrete columns strengthened with high-performance concrete jackets / A.R. Takeuti, J.B. de Hanai // Proc. 5-th Int. Symp. on Utilization of HS/HP Concrete 20-24 June 1999, Sandefjord, Norway. – 1999. – Vol. 1. – Pp. 646–655.
145. Sun Y. Mechanical properties of ultra-high-strength concrete confined by steel tube / Y. Sun, Y. Ikenono, K. Sakino // Proc. 5-th Int. Symp. on Utilization of HS/HP Concrete 20-24 June 1999, Sandefjord, Norway. – 1999. – Vol. 1. – Pp. 636–645.
146. Ерышев В.А. К построению диаграмм циклического нагружения бетона при одноосном сжатии / В.А. Ерышев, Е.В. Латышева, С.В. Ключников, Н.С. Седина // Известия КГАСУ. – 2013. – №1(23). – С. 104–09.
147. Карпенко Н.И. К построению диаграмм деформирования бетона повторными нагрузками сжатия при постоянных уровнях напряжений / Н.И. Карпенко, В.А. Ерышев, Е.В. Латышева // Строительные материалы. – 2013. – №6. – С.48–52.

148. Ерышев В.А. Деформационные параметры бетона при разгрузке с напряжений сжатия / В.А. Ерышев, Е.В. Латышева, А.С. Бондаренко, Ю.С. Баранова // Известия КГАСУ. – 2014. – №1. – С. 87–93.
149. Карпенко Н.И. Методика расчета параметров деформирования бетона при разгрузке с напряжений сжатия / Н.И. Карпенко, В.А. Ерышев, Е.В. Латышева // Вестник МГСУ. – 2014. – №3. – С. 168–178.
150. Ерышев В.А. Диаграмма деформирования бетона при многократных повторных нагрузках / В.А. Ерышев, Д.С. Тошин // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2005. – № 10. – С. 109–114.
151. Митрофанов В.П. Предельная сжимаемость бетона нормальных сечений железобетонных элементов / В.П. Митрофанов, С.И. Арцев // Проблемы теорії і практики залізобетону: Зб. наук. пр. – Полтава: ПДТУ імені Юрія Кондратюка, 1997. – С. 333–337.
152. Бондаренко В.М. Инженерные методы нелинейной теории железобетона / В.М. Бондаренко, С.В. Бондаренко. – М.: Стройиздат, 1982. – 287 с.
153. Гвоздев А.А. О полной диаграмме сжатия бетона, армированного поперечными сетками / А.А. Гвоздев, А.В. Шубик, Н.Г. Матков // Бетон и железобетон. – 1988. – № 4. – С. 37–39.
154. Красинский Н.П. К определению полной диаграммы сжатия бетона // Совершенствование методов расчёта и исследование новых типов железобетонных конструкций/ Н.П. Красинский. – Л., 1987. – С. 92–97.
155. Назаренко В.Г. Диаграмма деформирования бетонов с учётом ниспадающей ветви / В.Г. Назаренко, А.В. Боровских // Бетон и железобетон. – 1999. – № 2. – С. 18–22.
156. Холмянский М.М. К механизму деформирования и разрушения бетона при сжатии и растяжении / М.М. Холмянский // Бетон и железобетон. – 1989. – № 9. – С. 25–26.
157. Азизов Т.Н. Способ определения граничных деформаций бетона на нисходящей ветви / Т.Н. Азизов // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне, 2008. – Вип. 16. – Ч. 2. – С. 3–7.

158. Азизов Т.Н. Способ построения диаграмм состояния бетона / Т.Н. Азизов // Вісник ОДАБА: Зб. наук. пр. – Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2007. – Вип. 28. – С. 3–8.
159. Тытюк А.А. Использование методов и принципов механики разрушения для исследования свойств бетонов, подверженных воздействию агрессивных сред / А.А. Тытюк, Н.В. Савицкий, Д.Р. Веселовский // Будівельні конструкції: Зб.наук. праць – К.:НДІБК, 2005. – Вип. 62. – Кн. 1.– С.343–350.
160. Солодкий С.Й. Застосування повністю рівноважної діаграми деформування для оцінки опору руйнуванню бетонів / С.Й. Солодкий, М.Г. Стащук // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів і конструкцій: збірник наук. праць. – Львів: Каменяр, 2007. – Вип. 7 – С. 334–342.
161. Everard M. Ultimate strength design service – ability a unified method for reinforced concrete bridge design/ M. Everard// ACI Journal. – 1967. – April. – Pp. 10 – 19.
162. Яшин А.В. Некоторые данные о деформациях и структурных изменениях бетона при осевом сжатии / А.В. Яшин // Новое о прочности железобетона: под ред. К.В. Михайлова. – М.: Стройиздат, 1977. – С. 17–30.
163. Яшин А.В. О некоторых деформативных особенностях бетона при сжатии / А.В. Яшин // Теория железобетона; под ред. К.В. Михайлова, С.А. Дмитриева. – М.: Стройиздат, 1972. – С. 131–137.
164. Байков В.Н. Расчет изгибаемых элементов с учетом экспериментальных зависимостей между напряжениями и деформациями для бетона и высокопрочной арматуры / В.Н. Байков // Изв. вузов: Стр-во и арх-ра. – 1981. – № 5. – С. 26–32.
165. Горбатов С.В. Несущая способность изгибаемых элементов с арматурой, имеющей площадку текучести, при учете неупругих свойств бетона / С.В. Горбатов // Изв. Вузов: Стр-во и архит. – 1981. – № 10. – С. 18–22.
166. Карпенко Н.И. Исходные и трансформированные диаграммы деформирования бетона и арматуры / Н.И. Карпенко, Т.А. Мухамедиев,

- А.Н. Петров // Напряженно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций. – М.: НИИЖБ, 1986. – С. 7–25.
167. Вахненко П.Ф. Про особливості деформування неармованого та армованого бетону / П.Ф. Вахненко, В.М. Кондель // Проблеми теорії і практики залізобетону: Зб. наук. праць. – Полтава, 1997. – С. 77–80.
168. Вахненко П.Ф. Сучасні методи розрахунку залізобетонних конструкцій на складні види деформацій / П.Ф. Вахненко. – К.: Будівельник, 1992. – 112 с.
169. Роговой С.И. Нелинейное деформирование в теории железобетона и расчет прочности нормальных сечений: монографія / С.И. Роговой. – Полтава, 2002. – 183 с.
170. Маилян Л.Р. Об использовании в расчетах железобетонных элементов диаграмм « $\sigma - \epsilon$ » бетонных призм / Л.Р. Маилян, Г.К. Рубен // Совершенствование конструкций сельскохозяйственного строительства на Северном Кавказе. – Ростов-на-Дону, 1984. – С. 134–138.
171. Ромашко В.М. Деякі особливості діаграми деформування бетону / В.М. Ромашко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне, 2006. – Вип.14. – С. 294–301.
172. Бабич Є.М. Бетонні та залізобетонні елементи в умовах малоциклових навантажень / Є.М. Бабич, Ю.А. Крусь. – Рівне: Вид-во РДТУ, 1999. – 119 с.
173. Войцехівський О.В. Розрахунок залізобетонних конструкцій з використанням спрощених діаграм деформування матеріалів (за ДСТУ Б.В.2.6-156;2010). Частина 1. Розрахунок за I групою граничних станів / О.В. Войцехівський, О.Д. Журавський, Д.М. Байда. – К.: КНУБАБ, 2017. – 168 с.
174. Павліков А.М. Методика визначення коефіцієнтів полінома-апроксимації діаграми фізичного стану бетону / А.М. Павліков, П.А. Юрко // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2010. – Вип. 2 (27). – С. 23–26.
175. Юрко П.А. Міцність нормальних перерізів стиснутих залізобетонних елементів на основі деформаційної моделі: автореф. дис. ... канд. техн. наук:

- спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції,будівлі та споруди» / П.Ю. Юрко. – Полтава: ПолтНТУ, 2016 – 23 с.
176. Бабич Є.М. Розрахунок нормальних перерізів залізобетонних балок з одиничним армуванням / Є.М. Бабич, В.Є. Бабич, В.В. Савицький, П.С. Гомон // Ресурсоекономні матеріали, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне, 2013. – Вип. 25. – С. 205–211.
177. Дохойда М. Удосконалена методика побудови діаграм деформування високоміцних бетонів при стисканні / М. Дохойда, С.В Філіпчук, О.І. Налєпа, Ю.Т Ковальчук // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне, 2021. – Вип. 39. – С. 84–92.
178. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. – К.: Мінрегіонбуд України, Державне підприємство «Укрархбудінформ», 2011. – 118 с. – (Національний стандарт України).
179. СП 52–101–2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры. – М.: ЦПП НИИЖБ, 2004. – 53 с. – (Стандарт Росії).
180. В. А. Е. L. 91: règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé, suivant la méthode des états limites. – Paris: Eyrolles, 1992. – 308 p. – (Стандарт Франції).
181. BS 8110-1:1985. British Standard. Structural use of Concrete. Part 1: Code of Practice for design and Construction. – London: British Standard Institution. 1985. – 210 p. – (Британський стандарт).
182. DIN 1045. Beton und Stahlbeton. Bemessung und Ausführung. – Berlin: Beuth Verlag GmbH, 1997. – 143 s. – (Німецький стандарт).
183. Дорофеев В.С. Расчет изгибаемых элементов с учетом полной диаграммы деформирования бетона: монография / В.С. Дорофеев, В.Ю Барданов. – Одесса: ОГАСА, 2003. – 210 с.
184. Ильин О.Ф. Опыт построения обобщенного метода расчета прочности нормальных сечений изгибаемых железобетонных элементов с учетом

- особенностей свойств различных бетонов / О.Ф. Ильин, А.С. Залесов // Прочность, жесткость и трещиностойкость железобетонных конструкций: Сб. науч. тр. – М.: НИИЖБ, 1979. – С. 152–163.
185. Лучко Й.Й. Інженерна методика розрахунку міцності нормальних перерізів армованих бетонополімерних балкових елементів / Й. Й Лучко // Будівельні конструкції: Зб. наук. пр. – К.: НДІБК, 2007. – Вип. 67. – С. 219–230.
186. Brandtzaeg A. Der bruchspannungszustand und der sicherheitsgrad von rechteckigen tisenbetonquerschnitten unter biegun g oder aussermittigen druk / A. Brandtzaeg // Norges Tekniske Høiskole, Avhandlinger til 25- arsjubillet 1935. – S. 667–764.
187. CEB-FIP Model Code 1990: Design Code. вЂ“ ComitГ© Euro-International du Béton, Lausanne, Swizerland, 1993. – 437 p.
188. Saliger R. Die neue theorie des stahlbetons auf grund der bildsamkeit im bruchzustand / R. Saliger. – Wien: Deuticke, 1947. – 106 s.
189. Бабич В.І. Розрахунок міцності нормальних перерізів і прогинів залізобетонних зігнутих елементів спрощеним деформаційним методом / В. І. Бабич, Д. В. Кочкаръов // Бетон и железобетон в Украине. – 2003. – №2. – С. 23–30.
190. Павліков А.М. Визначення розрахункових значень деформацій бетону стиснутої грані в залізобетонних згинальних елементах / А. М. Павліков // Будівельні конструкції: Зб. наук. пр. – К.: НДІБК, 2005. – Вип. 62. – С. 219–224.
191. Павліков А.М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану косозавантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії: монографія / А. М. Павліков. – Полтава: ПНТУ ім. Юрія Кондратюка, 2007. – 259 с.
192. Чистяков Е.А. О деформативности бетона при внецентренном сжатии железобетонных элементов / Е.А. Чистяков // Прочность, жёсткость и



- трещиностойкость железобетонных конструкций: труды НИИЖБ. – М.: Стройиздат, 1979. – С. 108–125.
193. Чистяков Е.А. Прочность и деформации сжатых элементов с косвенным армированием / Е.А. Чистяков, К.К. Бакиров // Новое о прочности железобетона. – М.: Стройиздат, 1977. – С. 47–60.
194. Attard M. M. Stress-strain relationship of confined and unconfined concrete / M.M. Attard, S. Setunge // ACI Materials Journal. – 1996. – Vol. 93 (5) Pp. 432–442.
195. Calabrese A. Numerical issues in distributed inelasticity modeling of RC frame elements for seismic analysis: dis. ... the Master Degree in Earthquake Engineering / A. Calabrese. – Istituto Universitario di Studi Superiori di Pavia, 2008. – 132 p.
196. Coleman J. Localization on issues in force-based frame elements / J. Coleman, E. Spacone // Journal of Structural Engineering. – 2001. – Vol. 127 (11). – Pp. 1257–1265.
197. Jensen V. P. Ultimate strength of reinforced concrete beams as related to the plasticity ratio of concrete: A report of an investigation conducted by the engineering experiment station University of Illinois: monograph / V.P. Jensen. – University of Illinois // Bulletin series № 345. – 1943. – Vol. 40 (44). – 62 p.
198. Kent D.C. Flexural members with confined concrete / D.C. Kent, R. Park // Journal of Structural Division. – 1971. – Vol. 97 (7). – Pp. 1964–1990.
199. NS 3473:1992. Concrete Structures - Design rules. вЂ“ Norwegian Council for Building Standardisation, 4th edition, Oslo, Norway, 1992. – 103 p.
200. Roř M. Festigkeit und verformung von auf biegunг beanspruchten eisenbeton-balken, bewehrt mit TOR-STAHЛ, Hochwertigem STAHЛ ST 52, Normalstahl STN / M. Roř. – EMPA-Bericht, 1942. – № 141. – 87 s.
201. Ромашко В. М. Деформаційно-силова модель опору бетону залізобетону: монографія / В. М. Ромашко. – Рівне: О. Зень, 2016. – 424 с.
202. Несветаев Г.В. К вопросу определения основных констант деформирования бетона / Г. В. Несветаев // Изв. вузов: Стр-во и арх-ра. – 1999. – № 5. – С. 136–139.

203. Байков В. Н. Определение предельного состояния внецентренно сжатых элементов по неупругим зависимостям «напряжение–деформация» бетона и арматуры / В.Н. Байков, С.В. Горбатов // Бетон и железобетон. – 1985. – № 6. – С. 13–14.
204. Мулин Н. М. Прочность балок и их деформации в стадии, близкой к разрушению / Н. М. Мулин, Ю. П. Гуца, Т. И. Мамедов // Новое о прочности железобетона. – М.: Стройиздат, 1977. – С. 30–47.
205. Hognested E. Eccentrically loaded columns / E. Hognested // Concrete and Constructional Engineering. – 1955. – № 8. – Pp. 91–97.
206. Сборные железобетонные конструкции из высокопрочного бетона / В. А. Беликов, Ю.П. Гуца [и др.]; под ред. А.В Васильева, НИИЖБ. – М.: Стройиздат, 1976. – 184 с.
207. Берг О.Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона / О.Я. Берг. – М.: Госстройиздат, 1962. – 96 с.
208. Щербаков Е.Н. К оценке величин модуля упругости бетона и раствора / Е.Н. Щербаков // Бетон и железобетон. – 1970. – № 3. – С. 32–35.
209. Митрофанов В.П. Общая методика расчета прочности нормальных сечений железобетонных элементов на основе деформационной модели с двойственным экстремальным критерием прочности / В.П. Митрофанов, О.А. Довженко, В.В. Погребной // Будівельні конструкції: Зб. наук. пр. – К.: НДІБК, 2005. – Вип. 62. – Т. 1. – С. 197–204.
210. Митрофанов В.П. Практическое применение деформационной модели с экстремальным критерием прочности железобетонных элементов / В.П. Митрофанов // Коммунальное хозяйство городов: Сб. науч. тр. – К.: Техника, 2004. – Вып. 60. – С. 36–55.
211. Митрофанов В.П. Алгоритмы решения задач прочности нормальных сечений железобетонных элементов на основе экстремальных критериев / В.П. Митрофанов, П.Б. Митрофанов // Науковий вісник будівництва: Зб. наук. пр. – Харків: ХНУБА, 2012. – Вип. 69. – С. 137–145.

212. Шкурупій О.А. Міцність зігнутих залізобетонних елементів із високоміцних бетонів на основі деформаційної моделі / О.А. Шкурупій, П.Б. Митрофанов // Дороги і мости: Наук.-тех. зб. – Київ: ДерждорНДІ, 2009. – Вип. 11. – С. 51–57.
213. Розрахунок і конструювання залізобетонних балок: навчальний посібник / Є.М. Бабич, В.Є. Бабич. – Рівне: НУВГП, 2017. – 191 с.
214. Бабич Є.М. Робота і розрахунок несучої здатності згинальних залізобетонних елементів таврового профілю при дії повторних навантажень: монографія / Є.М. Бабич, П.С. Гомон, С.В. Філіпчук. – Рівне: НУВГП, 2012. – 108 с.
215. Бабич В.И. Расчет элементов железобетонных конструкций деформационным методом / В.И. Бабич, Д. В. Кочкарёв // Бетон и железобетон. – 2004. – №2. – С. 12–16.
216. Кочкарёв Д.В. Практичний розрахунок залізобетонних елементів на міцність за дії згинального моменту на базі ДБН В.2.6-98:2009 / Д.В. Кочкарёв, В.І. Бабич // Коммунальное хозяйство городов: Сб. науч. тр. – К.: Техника, 2012. – Вип.103. – С. 46–57.
217. Бабич В.І. Розрахунок залізобетонних елементів і їх перерізів деформаційним методом / В.І. Бабич, Д.В. Кочкарёв, В.В. Різак // Бетон и железобетон в Украине. – 2004. – №2. – С. 2–7.
218. Бліхарський З.Я. Розрахунок міцності нормальних перерізів залізобетонних балок, підсилених при дії навантаження з врахуванням вимог нових норм проектування / З.Я. Бліхарський, Р.Є. Хміль, Д.І. Дубіжанський, І.В. Васільєв // Будівельні конструкції : Зб. наук. праць. – К.: НДІБК, 2013. – Вип. 78(1). – С. 307–314.
219. Кваша В.Г. Розрахунок міцності нормальних перерізів залізобетонних балок, підсилених зовнішнім наклеєним композитним армуванням, на основі деформаційної моделі / В.Г. Кваша // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне, 2008. – Вип. 16. – Ч. 1. – С. 363–371.

220. Шмуклер В.С. Учет полной диаграммы  $\sigma$ - $\epsilon$  в алгоритме расчета железобетонных элементов / В.С. Шмуклер, И.Я. Лучковский // Будівельні конструкції: Зб. наук. праць. – К.: НДІБК, 2003. – Вип. 59. – С. 143–150.
221. Практичний розрахунок елементів залізобетонних конструкцій за ДБН В.2.6-98:2009 у порівнянні з розрахунками за СНиП 2.03.01-84\* і EN 1992-1-1 (Eurocode 2) / В.М. Бабаєва, А.М. Бамбура, О.М. Пустовойтова та ін.; за заг. ред. В.С. Шмуклера. – Харків: Золоті сторінки, 2015. – 208 с.
222. Ватуля Г.Л. Розрахунок і проектування комбінованих та сталобетонних конструкцій: автореф. дис. ... докт. техн. наук: спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди»/ Г.Л. Ватуля. – Харків: УДУЗД, 2015. – 40 с.
223. Проектування залізобетонних конструкцій: посібник / А.М. Бамбура, І.Р. Сазонова, О.В. Дрогобова, О.В. Войцехівський; під ред. А. М. Бамбури. – Київ: Майстер книг, 2018. – 239 с.
224. Павліков А.М. Розрахунок міцності нормальних перерізів балкових елементів за нелінійною деформаційною моделлю (на основі ДБН В.2.6-98:2009): навч. посіб. / А.М. Павліков, О.В. Бойко; за ред. А.М. Павлікова. – Полтава: ПолтНТУ, 2012. – 85 с.
225. СНиП 2.03.01–84\*. Бетонные и железобетонные конструкции. Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1985. – 79 с.
226. Бабич В.Є. Проектування кам'яних і армокам'яних конструкцій: навч. посіб. / В. Є. Бабич, В. В. Караван, М. С. Зінчук. – Рівне: НУВГП, 2010. – 196 с.
227. Павліков А.М. Кам'яні та армокам'яні конструкції: навч. пос. / А.М. Павліков. – Полтава: Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2021. – 212 с.
228. Ротко С.В. Розрахунок кам'яних і армокам'яних конструкцій : навч. посіб. / С. В. Ротко, О.А. Ужегова, І.В. Задорожнікова.– Луцьк:ЛНТУ, 2010. – 355 с.
229. Parsekian G.A. Comportamento e dimensionamento de alvenaria estrutural / G.A.Parsekian, A.A. Hamid, R.G. Drysdale. – São Carlos: Edufscar, 2012.– 625s.
230. Крамарчук А.П. Експериментальні дослідження міцності та деформативності армокам'яних згинаних елементів / А.П. Крамарчук,

- Б.М. Ільницький, М.Е. Волинець, Т.В. Бобало // Вісник Національного університету Львівська політехніка. – 2015. – № 823. – С. 174–184.
231. Camacho J.S. Experimental study of reinforced masonry beams / J.S. Camacho, L. F. Contadini, G. A. Parsekian // IBRACON Structures and Materials Journal. – 2019. – Vol. 12 (5). – Pp. 1010–1033.
232. Khalaf F.A. Study of flexure in reinforced masonry beams / F. Khalaf, J. Glanville, M. EL Shahawi // Concrete International Journal. – 1983. – Vol. 5 (7). – Pp. 46–55.
233. Suter G.T. Flexural capacity of reinforced masonry members/ G.T. Suter, G.A. Fenton// ACI Journal. – 1986. – Vol. 83 (1). – Pp. 127–136.
234. Ring T. Compressive strength of concrete masonry beams/ T. Ring, S. Das, D. Stubbs// ACI Structural Journal. – 2012. – Vol. 109 (3). – Pp. 369–376.
235. Landini F.S. Comportamento à flexão e ao esforço cortante de vigas em alvenaria estrutural: Dis. (mestrado). – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Campinas, 2001. – 119 p.
236. Ramos A.P. Análise experimental do comportamento de vigas mistas de concreto e alvenaria estrutural sujeitas à flexão simples: Dis. (mestrado) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2012. – 78 p.
237. Galal K. Flexural behavior of GFPR-reinforced concrete masonry beams / K. Galal, M.A. Enginsal // Journal of Composites for Construction, Reston. – 2011. – Vol. 15 (1). – Pp. 21–31.
238. Haach V.G. Development of a design method for reinforced masonry subjected to in-plane loading based on experimental and numerical analysis: PhD Thesis. – University of Minho, 2009. – 367 p.
239. Haach V.G. Assessment of the flexural behavior of concrete block masonry beams / V.G. Haach, G. Vasconcelos, P.B. Lourenço // Materials Science Forum. – 2010. – Pp. 1313–1320.
240. Kramarchuk A.A Study of bearing capacity of reinforced masonry beams with GFRP reinforcement reinforcement / A.A. Kramarchuk, B.M. Ilnytskyy,

- T.V. Bobalo, O. Ya. Lytvyniak // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2021. – Vol. 1021. – 012018.
241. Kramarchuk A.P. Bearing capacity of reinforced masonry beams with combined reinforcement / A.P. Kramarchuk, B.M. Ilnytskyy, T.V. Bobalo, O. Ya. Lytvyniak // Actual problems of Engineering mechanics: proceedings of VII International conference (Odessa). – 2020. – Pp. 182–186.
242. Fayala I. Experimental and numerical analysis of reinforced stone block masonry beams using GFRP reinforcement / I. Fayala, O. Limam, I. Stefano // Composite Structures. – 2016. – Vol. 152. – Pp. 994–1006.
243. Omikrine Metalssi O. Experimental study on reinforced stone beams / O. Omikrine Metalssi, C. Douthe, M. Presepi, L. Mondardini, M. Brocato // Eng. Struct. – 2013. – №54. – Pp. 1–8.
244. Zohrehheydariha J. Behavior of concrete block masonry beams and walls: Electronic Theses and Dissertations. – Windsor, Ontario, Canada, 2017. – 136 p.
245. Kyriakides M.A. Simulation of unreinforced masonry beams retrofitted with engineered cementitious composites in flexure / M.A. Kyriakides, M.A.N. Hendriks, S.L. Billington // Journal of Materials in Civil Engineering. – 2012. – №24 (5). – Pp. 506–515.
246. Kani G.N.S. A rational theory for the function of web reinforcement / G.N.S. Kani // SACI Proc. – 1969. – Vol. 66 (3). – Pp. 185–196.
247. Краснощеков Ю.В. Расчетная модель сопротивления поперечной силе железобетонных изгибаемых элементов / Ю.В. Краснощеков // Вестник СибАДИ: Строительство и архитектура. – 2019. – № 2. – С. 182–192.
248. Боришанский М.С. Новые данные о сопротивлении изгибаемых элементов действию поперечных сил / М. С. Боришанский // Вопросы современного железобетонного строительства. – М.: Стройиздат, 1952. – С. 136–152.
249. Боришанский М. С. Расчет отогнутых стержней и хомутов на стадии разрушения / М. С. Боришанский. – М.: Стройиздат, 1946. – 80 с.
250. Боришанский М. С. Исследование трещиностойкости предварительно-напряженных балок при действии поперечных сил / М. С. Боришанский, Ю. К. Николаев // Изв. вузов: Стр-во и арх-ра. – 1965. – №4. – С. 35–41.

251. Климов Ю.А. Внутренние усилия в наклонном сечении при расчете прочности железобетонных элементов / Ю. А. Климов // Бетон и железобетон. – 1990. – №6. – С. 16–18.
252. Климов Ю.А. Исследование прочности железобетонных элементов переменной высоты при действии поперечных сил: автореф. дис.... канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения» / Ю. А. Климов. – К., 1982. – 21 с.
253. Климов Ю.А. Методы расчета железобетонных элементов при совместном действии изгибающих моментов и поперечных сил / Ю. А. Климов // Бетон и железобетон. – 1992. – №10. – С. 19–21.
254. Ашрабов А. А. К методике определения сил зацепления в трещинах железобетонных балок при действии поперечных сил / А. А. Ашрабов, А. В. Самарин // Вопросы надежности мостовых конструкций: Межвуз. сб. ЛИСИ. – Л., 1984. – С. 62–68.
255. Бондаренко А.В. К методике проведения исследований по определению сил зацепления при различном рельефе поверхности трещины / А. В. Бондаренко // Вісник ОДАБА: Зб. наук. пр. – Одеса, 2000. – Вып. 5. – С. 12 – 25.
256. Бондаренко А. В. Силы зацепления при расчете железобетонных элементов по наклонной трещине с учетом технологической поврежденности / А. В. Бондаренко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: НУВГП, 2003. – С. 380–383.
257. Гвоздев А.А. Силы зацепления в наклонных трещинах / А. А. Гвоздев, А. С. Залесов, И. А. Титов // Бетон и железобетон. – 1975. – №7. – С. 44–45.
258. Мамедов А.М. Новая расчетная схема балок при действии поперечных сил / А. М. Мамедов, Р. Д. Алиев // Бетон и железобетон. – 1986. – №11. – С. 18–19.
259. Попов Г. И. Расчет железобетонных элементов на действие поперечных сил / Г. И. Попов, А. С. Залесов // Бетон и железобетон. – 1993. – № 2. – С. 27–29.

260. Шеховцов И.В. Влияние начальной технологической поврежденности на силы зацепления при расчете балок на основе диско-связевой модели / И.В. Шеховцов, А. В. Бондаренко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне, 2006. – Вип. 14. – С. 362–368.
261. Шеховцов И.В. Результаты экспериментальных исследований начальной технологической поврежденности бетона призм при определении несущей способности железобетонных балок по наклонным сечениям с учетом сил зацепления / И. В.Шеховцов, А. В. Бондаренко, Д. И. Безушко // Вісник ОДАБА: Зб. наук. пр. – Одеса, 2006. – № 21. – С. 281–288.
262. Молош В.В. Сопротивление срезу железобетонных конструктивных элементов за счет зацепления контактирующих поверхностей в трещине / В.В. Молош, А.Е. Желткович // Вестник БГТУ. Серия: Строительство и архитектура. – 2016. – № 1. – С. 46–52.
263. Тур В.В. Новые подходы к определению сопротивления срезу балочных элементов без поперечного армирования: Часть 1 – Обзор расчетных моделей / В.В. Тур, А.П. Воробей // Вестник БГТУ. Серия: Строительство и архитектура. – 2019. – № 1. – С. 13–20.
264. Тур В.В. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил / В. В. Тур, А. А. Кондратчик. – Брест : БГТУ, 2000. – 400 с.
265. Малиновский В.Н. Методы расчета прочности по наклонным сечениям железобетонных элементов на основе теории полей сжатия / В.Н. Малиновский, П.В. Кривицкий // Зб. наук. праць Полтавського національного технічного університету ім. Ю. Кондратюка. Сер. : Галузеве машинобудування, будівництво. – 2014. – Вип. 3(2). – С. 86–95.
266. Bhide S.B. Influence of Axial Tension on the Shear Capacity of Reinforced Concrete Members / S. B. Bhide, M. P. Collins // ACI Structural Journal. –1989. – Sept.–Oct., V. 86. –No. 5. – Pp. 570–581.



267. Leonhardt F. Beitrage zur behandlung der schubproblemban / F. Leonhardt, R. Walther // Beton und Stahlbetonban. – 1962. – Т. 57. – № 8. – S. 35–4.
268. Regan P. Shear in reinforced concrete (an experimental study) / P. Regan // A report to the construction industry research and information association. – London, 1971. – 220 p.
269. Taylor H.P.J. Investigation of the forces carried across cracks in reinforced concrete beams in shear by interlock of aggregate / H.P.J. Taylor // Cement and Concrete Association. – Technical Report NRA. – London, 1970. – 280 p.
270. Taylor H. P. J. Investigation of the forces carried across cracks in reinforced concrete beam / H. P. J. Taylor // Technical Report NRA 446. – 1960. – 22 p.
271. Вахненко П. Ф. Уточнення розрахунку міцності балок у похилому перерізі / П. Ф. Вахненко, В. В. Добрянська // Будівництво України. – 1997. – №2. – С. 37–39.
272. Виршилас В. Ю. Исследование трещиностойкости и прочности по наклонным сечениям железобетонных изгибаемых элементов переменной высоты: автореф. дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения» / В. Ю. Виршилас. – Вильнюс, 1973. – 23 с.
273. Дмитренко А.О. Напружено-деформований стан похилих перерізів залізобетонних елементів, що згинаються: дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» / А.О. Дмитренко. – Полтава, 2006. – 201 с.
274. Добрянская В. В. Напряженное состояние и расчет косоизгибаемых железобетонных элементов по прочности наклонного сечения: автореф. дис.... канд. техн. наук : спец. 05.23.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения» / В.В. Добрянская. – Полтава, 1996. – 24 с.

275. Залесов А.С. Несущая способность железобетонных элементов на действие поперечных сил / А.С. Залесов, О.Ф. Ильин // Бетон и железобетон. – 1973. – № 6. – С. 19–20.
276. Залесов А. С. Опыт построения новой теории прочности балок в зоне действия поперечных сил / А. С. Залесов, О. Ф. Ильин // Новое о прочности железобетона. – М.: Стройиздат, 1977. – С. 115–140.
277. Залесов А. С. Прочность железобетонных конструкций при действии поперечных сил / А. С. Залесов, Ю. А. Климов. – К.: Будівельник, 1989. – 104 с.
278. Зорич А. С. Несущая способность по наклонным сечениям железобетонных балок из высокопрочных бетонов / А. С. Зорич // Строительные конструкции: Сб. научн. тр. – К.: Будівельник, 1972. – Вып. XIX. – С. 47–55.
279. Изотов Ю. Л. О величине усилия, действующего в продольной арматуре балок в месте пересечения ее косою трещиной / Ю. Л. Изотов // Изв. вузов: Стр-во и арх-ра. – 1966. – № 9. – С. 29–35.
280. Колчунов В. И. Прочность железобетонных изгибаемых элементов по наклонным сечениям: автореф. дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.20.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения» / В. И. Колчунов. – К., 1983. – 22 с.
281. Кудзис А. П. Об оценке влияния продольной арматуры на прочность элементов в наклонном сечении. Железобетонные конструкции / А. П. Кудзис, Л. Г. Двоскина // Железобетонные конструкции: труды Вильнюсского ИСИ. – Вильнюс, 1977. – Вып. 8. – С. 13–20.
282. Макаричев В. В. Поперечный изгиб сжатой арматуры / В. В. Макаричев, К. П. Муромский // Бетон и железобетон. – 1987. – №6. – С. 25–26.
283. Мамедов Г. М. Учет продольной арматуры и преднапряжения в оценке прочности наклонных сечений / Г. М. Мамедов, Р. Д. Алиев // Бетон и железобетон. – 1984. – №3. – С. 32–33.

284. Родевич В. В. Совершенствование метода расчета железобетонных балок по наклонным сечениям при статическом и кратковременном динамическом нагружении: автореф. дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Строительные конструкции, здания и сооружения» / В.В. Родевич. – Томск, 2002. – 22 с.
285. Ставрогов Г. Н. К определению усилий в продольной арматуре в наклонных сечениях / Г. Н. Ставрогов, Л.Л. Кукша // Бетон и железобетон. – 1978. – №12. – С. 25–26.
286. Старишко И. Н. Работа продольной арматуры в наклонной трещине / И.Н. Старишко // Бетон и железобетон. – 1991. – №5. – С. 15–17.
287. Титов И. А. Совершенствование метода расчета прочности наклонного сечения железобетонных элементов на основе экспериментальных исследований напряженно-деформированного состояния / И. А. Титов // Проблемы капитального строительства и архитектуры Казахстана. – Алма-Ата: Казахский политехнический институт, 1979. – С. 24–32.
288. Торяник М. С. Прочность и деформативность железобетонных балок, разрушающихся по наклонной трещине / М. С. Торяник, В. П. Митрофанов // Бетон и железобетон. – 1970. – №2. – С. 39–41.
289. Яковенко І. А. Експериментальні дослідження міцності і тріщиностійкості у залізобетонних складених конструкціях / І. А. Яковенко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : Зб. наук. праць. – Рівне, 2014. – Вип. 28. – С. 319–328.
290. Krefeld W. Contribution of longitudinal steel to shear resistance of reinforced concrete beams / W. Krefeld, C.W. Thureton // ACI Journal. – 1966. – № 63. – Pp. 325–344.
291. Bauman T. Versuche zum studium der verdubelungswirkung der biegezugbewehrung eines stahlbetonbalkes /T. Bauman, H. Ruscn // In Deutscher Ausschuss fur Stahlbeton. – Berlin: Wilhelm Ernst und Sohn, 1970. – Vol. 210.
292. Taylor H. P. J. Investigation of the dowel shear forces carried by the tensile steel in reinforced concrete beam / H. P. J. Taylor // Cement and concrete association. – London, 1969. – Technical Report 431. – Publication 42. – 431 p.

293. Paulay T. Horizontal construction joints in cast in place reinforced concrete. In shear in reinforced concrete / T. Paulay, R. Park, M.H. Phillips // ACI Special Publication 42. – 1974. – Vol. 2. – Pp. 599–616.
294. Jimenez R. Shear transfer across cracks in reinforced concrete/ R. Jimenez, P. Gergeley, R. N. White. – Department of Structural Engineering, Cornell University, 1978. – Report 78–84.
295. Paschen H. Untersuchungen uber in beton eingelassene stherbolzen aus betonstahl / H. Paschen, T. Schonhqff // In Deutscher Ausschuss fur Stahlbeton– Berlin: Wilhelm Ernst und Sohn, 1983. – Vol. 346. – S. 105–149.
296. Dehn F. Dowel action in high performance lightweight aggregate concrete/ F. Dehn, T. Heb// Lacer. – 1999. – № 4. – Pp. 203–215.
297. Dei Poli S. Stress field in web reinforcement concrete thin-webbed beams failing in shear / S. Dei Poli, M.D. Prisco, P.G. Gambarova //Journ. St. Eng. – 1990. – Vol. 116 (9). – Pp. 2496–2515.
298. Di Prisco D. Validation of an improved truss model for shear in RC and PC beams / D. Di Prisco, P.G. Gambarova // Study e Recherché, Politecnico di Milano, 1994. – Vol. 15. – S. 77–102.
299. Jeli I. A study of dowel action in reinforced concrete beams / I. Jeli, M.N. Pavlović, M.D. Kotsovos // Magazine of Concrete Research. – 1999. – Vol. 51 (2). – Pp. 131–141.
300. De Resende T.L. Influence of steel fibers on the dowel action of RC beams without stirrups / T.L. de Resende, D.C.T. Cardoso, C.D.L. Shehata// Engineering Structures. – 2020. – Vol. 221, 111044.
301. Cavagnis F. Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: an analysis of the critical shear crack development on the basis of test results / F. Cavagnis, M. Fernández Ruiz, A. Muttoni // Engineering structures. – 2015. – Vol. 103. – Pp. 157–173.
302. Yang Y. Shear behavior of reinforced concrete beams without transverse reinforcement based on critical shear displacement / Y. Yang, J. Walraven, J. den. Uijl // Journal of Structural Engineering. – 2016. – Vol. 143 (1), 04016146.

303. Mohammed A.O.I. Experimental studies of strength inclined sections bent elements from autoclaved aerated concrete / A.O.I. Mohammed // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. – 2021. – Vol. 1079. – Chapter 1, 022062.
304. Морозов А.Н. Расчет прочности газобетонных конструкций на действие поперечных сил / А.Н. Морозов // Бетон и железобетон. – 1991. – № 5. – С. 13–14.
305. Чиненков Ю. В. Расчет изгибаемых элементов из керамзитоперлитобетона на поперечную силу / Ю. В. Чиненков, В. Н. Рацинский // Бетон и железобетон. – 1987. – №2. – С. 31–32.
306. Mphonde A.G. Shear tests of high- and low-strength concrete beams without stirrups / A.G. Mphonde, G.C. Frantz // ACI Journal. – 1984. – Vol. 81. – Pp. 350–357.
307. Mphonde A.G. Shear strength of high-strength concrete beams: PhD thesis. – University of Connecticut, Storrs, CT, 1984. – 249 p.
308. Johnson M.K. Minimum shear reinforcement in beams with higher strength concrete / M.K. Johnson, M.P. Ramirez // ACI Structural Journal. – 1989. – Vol. 86 (4). – Pp. 376–382.
309. Rahal K.N. Minimum transverse reinforcement in 65 MPa concrete beams / K.N. Rahal, K.S. Al-Shaleh // ACI Structural Journal. – 2004. – Vol. 101 (6). – Pp. 872–878.
310. Ahmad S.H. Shear capacity of reinforced high-strength concrete beams / S.H. Ahmad, A.R. Khaloo, A. Poveda // ACI Journal. – 1986. – Vol. 83 (2). – Pp. 297–305.
311. Cladera A. Experimental study on high-strength concrete beams failing in shear / A. Cladera, A.R. Mari // Engineering Structures. – 2005. – Vol. 27 (10). – Pp. 1519–1527.
312. Elzanaty A.H. Shear capacity of reinforced concrete beams using high-strength concrete / A.H. Elzanaty, A.H. Nilson, F.O. Slate // ACI Journal. – 1986. – Vol. 83. – Pp. 290–296.

313. Grandić D. Shear resistance of reinforced concrete beams in dependence on concrete strength in compressive struts / D. Grandić, P. Šćulac, I. Štimac Grandić // Tehnicki Vjesnik. – 2015. – Vol. 22 (4). – Pp. 925–934.
314. Kong P.Y.L. Shear strength of high-performance concrete beams / P.Y.L. Kong, B.V. Rangan // ACI Structural Journal. – 1998. – Vol. 95 (6). – Pp. 677–688.
315. Marro P. Bending and shear tests up to failure of beams made with high-strength concrete // Proc. Symp. on Utilization of High-Strength Concrete, Stavanger, Norway, June 1987. – Norway, 1987. – Pp. 183–193.
316. Roller J.J. Shear strength of high-strength concrete beams with web reinforcement/ J.J. Roller, H.G. Russell // ACI Structural Journal. – 1990. – Vol. 87 (2). – Pp. 191–198.
317. Shin S.W. Shear strength of reinforced high-strength concrete beams with shear span-to-depth ratios between 1,5 and 2,5 / S.W. Shin, K.S. Lee, J.I. Moon, S.K. Ghosh // ACI Structural Journal. – 1999. – Vol. 96 (4). – Pp. 549–556.
318. Kuo W.W. Shear strength of reinforced concrete beams / W. W. Kuo, T. C. H. Thomas, S, J. Hwang // ACI Structural Journal. – 2014. – Vol. 111. – Pp. 809–818.
319. Vatulia G. Optimization of the truss beam. Verification of the calculation results. / G. Vatulia, S. Komagorova, M. Pavliuchenkov // MATEC Web of Conferences. – 2018. – Vol. 230, 02037.
320. Yoon Y.S. Minimum shear reinforcement in normal, medium, and high-strength concrete beams / Y.S. Yoon, W.D. Cook, D. Mitchell // ACI Structural Journal. – 1996. – Vol. 93 (5). – Pp. 576–584.
321. Hirita F.R. Comparative analysis between prediction models in codes and test data for shear strength / F.P. Hirata; R.G.M. de Andrade; J.C. Della Bella // Revista Ibracon de Estruturas e Materials [Ibracon Structures and Materials Journal]. – 2013. – Vol. 6 (6). – Pp. 875– 902.
322. Farooq U. Study of shear behavior of RC beams: nonlinear analysis / U. Farooq and K.S. Bed // Proc. Conference: Structural Engineering Convention 2014 (SEC 2014), Dec. 24. – Delhi, 2014. – Pp. 3477–3488.

323. Корнійчук О.І. Розрахунок несучої здатності похилих перерізів згинальних залізобетонних елементів згідно нових нормативних документів ДБН В.2.698 та ДСТУ Б В.2.6-156/ О.І. Корнійчук // Ресурсоекономні матеріали, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне, 2012. – Вип. 29. – С. 269–274.
324. Бабич Є.М. Розрахунок і конструювання залізобетонних балок: навч. Посібник / Є.М. Бабич, В.Є Бабич. – Рівне: НУВГП, 2017. – 191 с.
325. Дорофеев В.С. Прочность, трещиностойкость и деформативность неразрезных железобетонных балок: монография / В.С. Дорофеев, В.М. Карпюк, Е.Н. Крантовская. – Одеса: Эвен, 2010. – 175 с.
326. Карпюк В.М. К вопросу о направлениях усовершенствования нормативных методов расчета прочности наклонных сечений железобетонных элементов/ В.М. Карпюк Е.Н. Крантовская, О.Н. Коцюрубенко // Актуальные проблемы инновационной подготовки инженерных кадров при переходе строительной отрасли на европейские стандарты: Сб. межд. науч.-техн. ст. (материалы научно-методической конференции), 26-27 мая 2015. – Минск, Беларусь, 2015. – С. 98–102.
327. Карпюк В.М. До питання про необхідність вдосконалення нормативних методів розрахунку міцності похилих перерізів залізобетонних конструкцій/ В.М. Карпюк Е.Н. Крантовська, О.Н. Коцюрубенко // Вісник ОДАБА: Зб. наук. пр. – Одеса, 2015. – Вип. 57. – С. 182–188.
328. Коцюрубенко О.Н. Анализ некоторых нормативных методов расчета железобетонных элементов на действие поперечной силы / О.Н. Коцюрубенко, О.М. Крантовская, В.М. Карпюк // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2016. – Вип. 32. – С. 197–207.
329. Layla A. Gh. Y. Reinforced concrete corbels – state of the art / A. Gh. Y. Layla, E.K. Sayhood, Q. A. M. Hasan // Journal of Materials and Engineering Structures. – 2015. – №2. – Pp. 180–200.

330. Mattock A.H. The behavior of reinforced concrete corbels / A.H. Mattock, K.C. Chen, K. Soongswang // *J. Pre-Stressed Concrete Int.* – 1976. – Vol. 21 (2). – Pp. 53–77.
331. Mattock A.H. Design proposals for reinforced concrete corbels / A.H. Mattock// *PCI J.* – 1976. – Vol. 21 (3). – Pp. 18–42.
332. Mohamad-Ali A.A. Experimental behavior of reinforced concrete corbels strengthened with carbon fiber reinforced polymer strips / A.A. Mohamad-Ali // *Basrah J. Eng. Sci.* – 2012. – Vol. 12 (1). – Pp. 31–45.
333. Hermansen B.R. Modified shear-friction theory for brackets design / B.R. Hermansen, J. Cowan//*ACI J.* – 1974. – 71(2). – Pp. 55–60.
334. Yong Y.K. Behavior of reinforced of high-strength concrete corbels / Y.K. Yong, P. Balaguru // *Journal of Structural Engineering, ASCE.* – 1994. – Vol. 120 (4). – Pp. 1182–1201.
335. Zeller W. Conclusions from tests on corbels / W. Zeller// *IABSE Colloquium, Structural Concrete, International Association for Bridge and Structural Engineering, Stuttgart, 1991.* – Vol. 62. – Pp. 577–582.
336. Siao W.B. Shear strength of short reinforced concrete walls, corbels, and deep beams / W.B. Siao // *ACI Struct. J.* – 1994. – Vol. 91 (2). – Pp. 123–132.
337. Hwang S.J. Shear strength prediction for reinforced concrete corbels / S.J. Hwang, W.Y. Lu, H.J. Lee // *ACI Struct. J.* – 2000. – Vol. 97 (4). – Pp. 543 – 552.
338. Aziz O.Q. Shear strength behavior of crushed stone reinforced concrete corbels / O.Q. Aziz// *Proc. 26th Conference on our World in Concrete & Structures, 27-28 August, Singapore, 2001, Article Online Id: 100026095.*
339. Singh B. Design of a double corbel using the strut-and tie method / B. Singh, Y. Mohammadi, S.K. Kaushik // *Asian J. Civil Eng. Building Housing.* –2005. – Vol. 6 (1-2). – Pp. 21–33.
340. Russo G. Reinforced concrete corbels – shear strength model and design formula / G. Russo, R. Venir, M. Pauletta, G. Somma // *ACI Struct. J.* – 2006. – Vol. 103 (1). – Pp. 3–10.



341. Rezaei M. Primary and secondary reinforcements in corbels under combined action of vertical and horizontal loadings / M. Rezaei, S.A. Osman, N.E. Shanmugam // Proc. of 16th International Conference on Composite Structures (ICCS 16), 2011. – FEUP, Porto, 2011.
342. He Z. Investigation of load-transfer mechanisms in deep beams and corbels / Z. He, Z. Liu, Z.J. Ma // ACI Struct. J. – 2012. – Vol. 109 (4). – Pp. 467–476.
343. Futtuhi I.N. SFRC corbel tests / I.N. Futtuhi // ACI Struct. J. – 1987. – Vol. 84 (2). – Pp. 119–123.
344. Abdul-Wahab H.M.S. Strength of reinforced concrete corbels with fibers / H.M.S. Abdul-Wahab // ACI Struct. J. – 1989. – Vol. 86 (1). – Pp. 60–66.
345. Hughes B.P. Reinforced steel and polypropylene fiber concrete corbel tests / B.P. Hughes, I.N. Futtuhi // Str. Engineer. – 1989. – Vol. 67 (4). – Pp. 68–72.
346. Futtuhi I.N. Reinforced corbels made with high-strength concrete and various secondary reinforcements / I.N. Futtuhi // ACI Struct. J. – 1994. – Vol. 91 (4). – Pp. 376–383.
347. Foster S.J. Performance of high-strength concrete corbels/ S.J. Foster, R.E. Powell, H.S. Selim// ACI Struct. J. – 1996. – Vol. 93 (5). – Pp. 555–563.
348. Bourget M. Experimental study of the behavior of reinforced concrete short corbels / M. Bourget, Y. Delmas, F. Toutlemonde // Mater. Struct. J. – 2001. – Vol. 34 (237). – Pp. 155–162.
349. Campione G. Steel fiber-reinforced concrete corbels: experimental behavior and shear strength prediction / G. Campione, L.La Mendola, M.L. Mangiavillano // ACI Struct. J. – 2007. – Vol. 104 (5). – Pp. 570–579.
350. Ahmad S. Evaluation of shear strength of high strength concrete corbels using strut and tie model (STM) / S. Ahmad, A. Shah // Arabian J. Sci. Eng. – 2009. – Vol. 34 (1B). – Pp. 27–35.
351. Campione G. Performance of steel fibrous reinforced concrete corbels subjected to vertical and horizontal loads / G. Campione// J. Struct. Eng. – 2009. – Vol. 135 (5). – Pp. 519–529.

352. Yousif A.R. Prediction of ultimate load capacity of high-strength reinforced concrete corbels / A.R. Yousif // Al-Rafidain Eng. J. – 2009. – Vol. 17 (4). – Pp. 12–27.
353. Khalifa E.S. Macro-mechanical strut and tie model for analysis of fibrous high-strength concrete corbels / E.S. Khalifa // Ain Shams Eng. J. – 2012. – Vol. 3 (4). – Pp. 359–365.
354. Kriz L.B. Connections in precast concrete structures – strength of corbels. / L.B. Kriz, C.H. Raths // Journal of the Prestressed Concrete Institute. – 1965. – Vol.10 (1). – Pp. 16–46.
355. Баранова Т.И. Каркасно-стержневые расчётные модели и инженерные методы расчёта железобетонных конструкций / Т.И. Баранова, А. И. Залесов. – М.: АСВ, 2003. – 238 с.
356. Дорошкевич Л.О. Міцність залізобетонних коротких консолей) / Л.О. Дорошкевич, Б.Ю. Максимович // Міжвідомчий наук.-техн. зб. наук. праць (будівництво): Держ. наук.-дослідний ін-т будівельних конструкцій Держбуду України. – К.: НДІБК., 2003. – Вип. 59. – Книга 1. – С. 57–63.
357. Максимович Б.Ю. Про експериментальні дослідження коротких консолей. / Б.Ю. Максимович // Діагностика, довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій: Зб. наук. праць. – Львів : Каменярь, 2003. – Вип. 5. – С. 143–156.
358. Максимович Б.Ю. Несуча здатність коротких залізобетонних консолей : автореф. дис ... канд. техн. наук : спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» / Б. Ю. Максимович. – Львів: Нац. ун-т «Львів. Політехніка», 2004. – 21 с.
359. Довженко О.О. Про можливість застосування теорії пластичності до розрахунку міцності елементів із високоміцного бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Куриленко // Коммунальное хозяйство городов: Научн.-техн. сб. – К.: Техніка, 2012. – Вып. 105. – С. 74 – 82.

360. Довженко О.О. Дослідження опору бетону зрізові на зразках Е. Мерша / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Т.Ю. Качан // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2010. – Вип. 2. – С. 31–38.
361. Погрібний В.В. Напружено-деформований стан і граничне навантаження шпонкових з'єднань залізобетонних конструкцій / В.В. Погрібний, О.О. Довженко // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. – К.: Техніка, 2002. – Вип. 39. – С. 23–28.
362. Довженко О.О. Результати експериментальних досліджень шпонкових з'єднань: характер тріщиноутворення, міцність бетонних і залізобетонних шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2013. – Вип. 25. – С. 276–286.
363. Довженко О.О. Міцність залізобетонних шпонок при двоярусному розташуванні арматури / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Л.В. Карабаш, М.О. Музичук // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2011. – Вип. 1. – С. 80–86.
364. Довженко О.О. Методика експериментальних досліджень стиків залізобетонних елементів із змінною кількістю шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2013. – Вип. 27. – С. 87–96.
365. Довженко О.О. Результати експериментальних досліджень залізобетонних елементів із змінною кількістю шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2014. – Вип. 29. – С. 143–150.
366. Довженко О.О. Результати експериментальних досліджень шпонкових з'єднань: вплив ширини шва та кількості шпонок на міцність стиків / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса, Г.А. Кошман // Будівельні конструкції: Зб. наук. пр. – К.: Будівельник, 2013. – Вип. 79. – С. 370 – 379.
367. Dovzhenko O. Shear failure form realization in concrete / O. Dovzhenko, V. Pogrebnyi, I. Yurko // News the national academy of sciences

- of the republic of Kazakhstan. Series of geology and technical sciences. – 2018. – Vol. 2 (428). – Pp. 55–62.
368. Pohribnyi V. The ideal plasticity theory usage peculiarities to concrete and reinforced concrete / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, O. Maliovana // *International Journal of Engineering & Technology*. – 2018. – 7 (3.2). – Pp. 19–26.
369. Довженко О.О. До питання визначення межі реалізації зсувної форми руйнування бетонних елементів / О.О. Довженко, В.В. Погрібний // *Вісник ОДАБА: Зб. наук. праць*. – Одеса, 2012. – Вип. 47. – Ч.1. – С. 89–95.
370. Довженко О.О. Теоретичне дослідження міцності на зріз бетонних балок-сінок за допомогою варіаційного методу в теорії пластичності бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, К.І. Залужна, Т.Ю. Качан // *Вісник КрНУ ім. Михайла Остроградського*. – Кременчук, 2011. – Вип 4 (69). – С. 120–123.
371. Довженко О.О. Зріз як форма руйнування бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, І.А. Юрко // *Наука та будівництво*. – 2017. – №4 (14). – С. 43–50.
372. Погрібний В.В. Критерій та області реалізації зрізу в бетоні / В.В. Погрібний, О.О. Довженко, О.М. Шитова // *Збірник наукових праць за матеріалами IV Міжнародної українсько-азербайджанської науково-практичної конференції (20 – 21 травня 2021 року)*. – Полтава – Баку, 2021. – С. 162–163.
373. Черепанов Г.Н. Механика хрупкого разрушения / Г.Н. Черепанов. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
374. Панасюк В.В. Механика разрушения и прочность материалов: Справочное пособие в четырех томах. Том 1. Основы механики разрушения материалов / В.В. Панасюк, А.Е. Андрейкив, В.З. Партон; под ред. В.В. Панасюка. – К.: Наукова думка, 1988. – 488 с.
375. Яковенко І. А. Розвиток гіпотез механіки руйнування стосовно розрахунку залізобетонних конструкцій / І.А. Яковенко // *Мат. XVI міжн. наук.-практ. конф. молодих учених і студентів «Політ. Сучасні проблеми науки»* 6–8 квітня 2016 р. / *Проблеми розвитку сучасного аеропортів : зб. тез конференції*. – К. : НАУ, 2016. – С. 38.

376. Dovzhenko O.O. On clarification of the application area of the concrete plasticity theory to the strength problems solutions / O.O. Dovzhenko, V.V. Pohribnyi, V.F. Pents, M.V. Pents // In: Onyshchenko V., Mammadova G., Sivitska S., Gasimov A. (eds) Proceedings of the 3rd International Conference on Building Innovations. Lecture Notes in Civil Engineering. – Springer, Cham. – 2020. – Vol. 73. – Pp. 25–33.
377. Dovzhenko, O. Discontinuous solutions of concrete elements strength problems using the principle of virtual velocities / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, V. Kyrychenko, O. Malovana In: Onyshchenko V., Mammadova G., Sivitska S., Gasimov A. (eds) Proceedings of the 3rd International Conference on Building Innovations. ICBI 2020. Lecture Notes in Civil Engineering. – Springer, Cham. – 2022. – Vol. 181. – Pp. 59–71.
378. Погрібний В.В. Характеристика зрізу як форми руйнування / В. В. Погрібний, О. О. Довженко // Modern scientific researches and developments: theoretical value and practical results – 2016: materials of international scientific and practical conference. – Bratislava, 2016. – Pp.111– 112.
379. Довженко О.О. Опір залізобетону при зрізі / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Мальована, Т.О. Совенко // Збірник наукових праць за матеріалами IV Міжнародної українсько-азербайджанської науково-практичної конференції (20 – 21 травня 2021 року). – Полтава – Баку, 2021. – С. 127–128.
380. Погрібний В. Зріз бетону та залізобетону: удосконалена методика розрахунку міцності / В Погрібний, О. Довженко, Є. Клименко, О. Фенко // Тези XIX міжнародної науково-практичної конференції «Інноваційні технологіїу будівництві, цивільній інженерії та архітектурі» (м. Чернігів, 19 – 22 вересня 2021 р.). – С. 249–250.
381. Бондаренко В.М. Железобетонные и каменные конструкции: учебник для студентов вузов по спец. «Пром. и гражд. стр-во» / В.М. Бондаренко. – М.: Высш. шк., 1987. – 384 с.

382. Ахвердов И.Н. Исследование метода испытания бетона на растяжение посредством раскалывания образцов / И.Н. Ахвердов, С.М. Ицкович // Бетон и железобетон. – 1961. – №1. – С. 19–23.
383. Довженко О.О. Про міру пластичності бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2015. – Вип. 30. – С. 13–18.
384. Довженко О.О. Вплив згинального моменту на міцність шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний // «Вопросы. Ответы. Гипотезы: наука XXI век»: Сб. научн. док. – Гданськ, 2014. – Ч. 1. – С. 11–16.
385. Довженко О.О. Методика розрахунку стикових з'єднань збірно-монолітних конструктивних систем під доступне житло в Україні / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Л.В. Карабаш, А.О. Бігдан, Н.В. Дакало // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2013. – Вип. 4 (1). – С. 94–105.
386. Dovzhenko O.O. Concrete and reinforced concrete strength under action of shear, crushing and punching shear / O.O. Dovzhenko, V.V. Pohribnyi, I.A. Yurko // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – Vol. 463, 022026.
387. Довженко О. О. Оцінювання міцності при зрізі бетонних елементів на основі теорії пластичності бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Мальована // Збірник наукових праць УкрДУЗТ. – Харків: УДУЗТ, 2016. – Вип. 165. – С. 205–215.
388. Погрібний В.В. Міцність елементів із високоміцного бетону при зрізі / В.В.Погрібний, О.О.Довженко, О.О.Мальована // Збірник наукових праць XII Міжнародної науково-практичної конференції «Академічна й університетська наука: результати та перспективи», 6 грудня 2019 р. – Полтава: Національний університет імені Юрія Кондратюка, 2019. – С. 295– 298.
389. Dovzhenko O. Strength calculation of risers near the supports of reinforced concrete three-hinged frames based on the concrete plasticity theory /

- O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, Ye. Klymenko, M. Oreškovič and O. Maliovana // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – Vol. 708, 012046.
390. Pohribnyi, V. Plasticity theory in strength calculations concrete elements under local compression / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, O. Fenko, D.Usenko // In: Onyshchenko V., Mammadova G., Sivitska S., Gasimov A. (eds) Proceedings of the 3rd International Conference on Building Innovations. ICBI 2020. Lecture Notes in Civil Engineering. – Springer, Cham. – Vol. 181. – Pp. 343–353.
391. Довженко О.О. Теорія пластичності в розрахунках міцності бетонних і кам'яних елементів при місцевому стисненні / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, І.Г. Кузнецова, Д.В. Усенко // Збірник наукових праць за матеріалами II Міжнародної українсько-азербайджанської конференції «BUILDING INNOVATIONS – 2019», 23 – 24 травня 2019 року. – Полтава: ПолтНТУ, 2019. – С. 78–80
392. Pohribnyi V. The design of concrete elements strength under local compression based on the variational method in the plasticity theory / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, L. Karabash, I. Usenko // MATEC Web of Conf. – 2017. – Vol. 116, 02026.
393. Погрібний В.В. Міцність кам'яної кладки при осьовому стисненні / В. В. Погрібний, О.О. Довженко, Д.В. Усенко // Комплексні композитні конструкції будівель та споруд в умовах воєнного стану (CSCS-2022): Зб. наук. пр. за матеріалами XIV Міжнародної науково-технічної конференції (20-22 червня 2022 року). – Полтава: НУПП імені Юрія Кондратюка, 2022. – С. 154.
394. Погрібний В. До визначення міцності кам'яної кладки при стисненні / В. Погрібний, О. Довженко, Д. Усенко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. – Рівне: УДУВГП, 2022. – Вип. 41. – С. 200–207.

395. Dovzhenko O. Work of masonry under the combined action of vertical and horizontal loads: an analysis of experimental studies / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, D. Usenko, M. Qiniso // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2020. – Вип. 2(55)'.– Pp. 44–51.
396. Dovzhenko O. The masonry calculation strength under the vertical and horizontal loads combined action by the variational method in the plasticity theory / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, V. Usenko, D. Usenko // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2021.– Вип. 2 (57)'.– Pp. 26–31.
397. Dovzhenko O. Use of extreme properties of deformation for estimation of strength of constructive concrete and reinforced concrete / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, Ye. Klymenko, M. Oreškovič // News the national academy of sciences of the republic of Kazakhstan. Series of geology and technical sciences. – 2020. – Vol. 3 (441). – Pp. 32–39.
398. Довженко О. О. До питання оцінювання технічного стану залізобетонних конструкцій, що згинаються / О. О. Довженко, В. В. Погрібний, В. Г. Кобилецький, Т. О. Совенко // Збірник наукових праць УкрДУЗТ. – Харків: УкрДУЗТ, 2019. – Вип. 184. – С. 44–51.
399. Погрібний В. В. Гармонізація полінома 5-го ступеня для опису діаграм «напруження-деформації» бетону / В. В. Погрібний, О. О. Довженко, І. В. Шостак // Вісник ОДАБА: Зб. наук. пр. – Одеса: ОДАБА, 2016. – Вип. 65. – С. 62–68.
400. Довженко О. О. До питання оцінювання несучої здатності залізобетонних елементів за похилими перерізами / О. О. Довженко, В. В. Погрібний // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне, 2015. – Вип. 31. – С. 434–440.
401. Довженко О. О. Розрахунок несучої здатності залізобетонних елементів на дію поперечної сили за похилою стиснутою смугою / О. О. Довженко, В. В. Погрібний, Ю. В. Чурса // Сучасні технології та методи розрахунку в будівництві: Зб. наук, пр. – Луцьк: ЛНТУ, 2015. – Вип. 3. – С. 66–73.



402. Dovzhenko O. Improved calculation method of reinforced concrete elements strength on inclined sections / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, O. Maliovana, L. Karabash // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2019. – Вип. 52'. – С. 75–81.
403. Довженко О.О. Методика розрахунку міцності у похилих перерізах балкових залізобетонних елементів / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Мальована, О.М. Шитова // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2021. – Вип. 40. – С. 129–136.
404. Довженко О.О. Розрахунок міцності стояків залізобетонних тришарнірних рам біля опор при зрізі на основі теорії пластичності / О.О. Довженко, В.В.Погрібний, О.О. Мальована, Л.В. Карабаш // Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті, 8 - ма міжнародна науково-практична конференція 20 – 22 листопада 2019 р., м. Харків: тези доповідей. Ч.2. – Харьков: УкрДУЗТ, 2019. – С. 59–60.
405. Dovzhenko O. Strength design method of reinforced concrete beam elements along an inclined crack on the joint action of transverse forces and bending moments / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, O. Shkurupiy, P. Mytrofanov // International Journal of Engineering & Technology. – 2018. – 7 (4.8). – Pp. 196–202.
406. Довженко О.О. Методика розрахунку міцності залізобетонних балкових елементів за похилою тріщиною на сумісну дію поперечних сил та згинальних моментів / О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Збірник наукових праць I Міжнародної науково-практичної конференції «TECHNOLOGY, ENGINEERING AND SCIENCE – 2018» 24 – 25 жовтня 2018 року. – Лондон: ПолтНТУ, 2018. – С. 33–34.
407. Пат 62865/ Україна, <sup>(51)</sup>МПК (2011.01) G01N 3/00. Спосіб дослідження міцності бетону стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною в згинальних елементах / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Т.Ю. Качан; заявник та власник Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – № u201011002 ; заявл. 13.09.2010 ; опубл. 26.09.11, Бюл. № 18.

408. Довженко О.О. Метод розрахунку міцності у похилому перерізі залізобетонних конструкцій, що згинаються / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Мальована, Т.О. Совенко // Збірник наукових праць за матеріалами IV Міжнародної українсько-азербайджанської науково-практичної конференції (20 – 21 травня 2021 року). – Полтава – Баку: Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», Азербайджанський архітектурно-будівельний університет, 2021. – С. 125–126.
409. Dovzhenko O. Strength design method of reinforced concrete beam elements along an inclined crack on the joint action of transverse forces and bending moments / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, O. Shkurupiy, P. Mytrofanov // International Journal of Engineering & Technology. – 2018. – 7 (4.8). – Pp. 196–202.
410. Dovzhenko O. Bearing capacity calculation of reinforced concrete corbels under the shear action / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, V. Pents, D. Mariukha // MATEC Web Conf. – 2018. – Vol. 230, 02005.
411. Pohribnyi V. The improved technique for calculating the concrete elements strength under local compression / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, I. Kuznietsova, D. Usenko // MATEC Web Conf. – 2018. – Vol. 230, 02025.
412. Kuznietsova I. Influence of the sizes and the loading platform form on the strength of concrete elements at local compression. / I. Kuznietsova, O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, I. Usenko // Proc. of the 2020 session of the 13th fib International PhD Symposium in Civil Engineering, held in Paris, France, August 26-28, 2020. – Pp. 63–69.
413. Кузнецова І.Г. Міцність бетону при місцевому стисненні з урахуванням відношення висоти елемента до розміру площадки навантаження / І.Г. Кузнецова, О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Український журнал будівництва та архітектури. – 2021. – № 5 (005). – С. 61–67.
414. Довженко О.О. Міцність цегляної кладки при діагональному розколюванні / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Д.В. Усенко // Findings of modern

- engineering research and developments: Scientific monograph. – Riga, Latvia: «Baltija Publishing», 2022. – Pp. 41–63.
415. Довженко О.О. Розрахунок підсиленої цегляної кладки при сумісній дії вертикальних і горизонтальних сил / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Д.В. Усенко // Ефективні технології в будівництві: програма та тези доповідей У Міжнародної науково-технічної конференції (19 листопада 2020 р., м. Київ). – К.: Видавництво Ліра-К., 2020. – С. 148–149.
416. Usenko D. Masonry strengthening under the combined action of vertical and horizontal forces / D. Usenko, O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, O. Zyma // Proc. of the 2020 session of the 13th fib International PhD Symposium in Civil Engineering, held in Paris, France, August 26-28, 2020. – Pp. 193–199.
417. Дорофєєв В.С. Особливості моделювання МСЕ складного напружено-деформованого стану звичайних, нерозрізних та позацентрово стиснених залізобетонних балок / В.С. Дорофєєв, В.М. Карпюк, О. Крантовська, М. Петров // Вісник ТНТУ. – 2014. – №1(73). – С. 67–77.
418. Ватуля Г.Л. Исследование деформативности бетонных колонн методом глубинной тензометрии / Г.Л. Ватуля, Е.И. Галагурия, Д.Г. Петренко, И.В. Быченко // Сталезалізобетонні конструкції: дослідження, проектування, будівництво, експлуатація: Зб. наук. ст. – Полтава: ПолтНТУ, 2014. – Вип. 11. – С. 54–60.
419. Полянський К.В. Напружено-деформований стан та несуча здатність похилих перерізів пошкоджених залізобетонних балок: дис. ... доктора філософії: спец. 192 «Будівництво та цивільна інженерія»/ К.В. Полянський. – Одеса: ОДАБА, 2020. – 192 с.
420. Качан Т.Ю. Розрахунок міцності суцільних та склеєних залізобетонних (бетонних) елементів на зріз варіаційним методом: автореф. дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції будівлі та споруди»/ Т.Ю. Качан. – Полтава: ПНТУ імені Юрія Кондратюка, 2012. – 26 с.
421. Мальована О.О. Міцність елементів із високоміцного бетону при зрізі: дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди»/ О.О. Мальована. – Полтава, 2020. – 161 с.

422. Дорофеев В.С. Экспериментальные исследования работы приопорных участков железобетонных балок при длительном воздействии нагрузки / В.С. Дорофеев, В.М. Карпюк, С.Ф. Неутов, В.П. Макарук, А.С. Неутов // Вісник ОДАБА: Зб. наук. пр. – Одеса: ТОВ «Зовнішрекламсервіс», 2010. – Вип. 38. – С. 255–262.
423. Вегера П.І. Несуча здатність похилих перерізів залізобетонних балок, підсилених композитними матеріалами за дії навантаження: автореф. дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.23.01 «Будівельні констркції, будівлі та споруди» / П.І. Вегера. – Львів: Національний університет «Львівська політехніка», 2017. – 20 с.
424. Вегера П.І. Застосування вдосконаленого методу розрахунку похилих перерізів залізобетонних балок / П.І. Вегера, Р.О. Ткач, З.З. Бліхарський Р.С. Хміль, // Вісник НУ «Львівська політехніка», серія «Теорія і практика будівництва». – 2016. – №844. – С. 13–19.
425. Jung K. Shear Strengthening Perfomance of Hybrid FRP-FRCM. / K. Jung, K. Hong, S. Han, J. Park // Advances in Materials Science and Engineering. – 2015. – Vol. 2015. – Pp. 1–11.
426. Alzate A. Shear strengthening of reinforced concrete members with CFRP sheets / A. Alzate, A. Arteaga, A. de Diego, D. Cisneros, R. Perera // Materiales de Construcción. – 2013. – Vol. 63. – Pp. 251–265.
427. Ombers L. Shear capacity of concrete beam strengthened with cement based composite materials / L. Ombers // Composite Structures. – 2011. – № 94. – Pp. 143–145.
428. Баранова Т.И., Викторов В.В. Проектирование коротких консолей по отечественным и зарубежным нормам ЕКБ – ФИП / Т.И. Баранова, В.В. Викторов // Бетон и железобетон. – 1992. – № 10. – С. 14–16.
429. Залесов А.С. Короткие железобетонные элементы / А.С. Залесов // Прочность и трещиностойкость коротких железобетонных элементов: Межвузовский сб. – Казань: КИСИ, 1989. – С. 4–18.

430. Максимович С.В. Аналіз теоретичних і експериментальних досліджень залізобетонних коротких консолей / С.В. Максимович, Б.Г. Демчина, Б.Ю. Максимович // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Теорія і практика будівництва. – 2011. – № 697. – С. 156–162.
431. Павлов А.П. Исследование коротких железобетонных консолей / А.П. Павлов // Совершенствование методов расчета и исследование новых типов железобетонных конструкций: Межвузовский тематический научно-технический сб. – Л., 1973. – №1. – С. 3–10.
432. Franz G. Die bewehrung von ronsolen und gedrungenen balken / G. Franz, H. Nidenhoff // Beton-und Stahlbetonbau. – 1963. – № 5. – S. 112–120.
433. Максимович Б.Ю. Про експериментальні дослідження коротких консолей / Б.Ю. Максимович // Діагностика, довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій: Зб. наук. пр. НАН України. Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка. – Львів: Каменяр, 2003. – Вип. 5. – С. 143–156.
434. Гладышев Б. М. Механическое взаимодействие элементов структуры и прочность бетона / Б. М. Гладышев. – Харьков: Вища школа, 1987. – 168 с.
435. Пирадов А.Б. Конструктивные свойства легкого бетона и железобетона / А. Б. Пирадов. – М.: Стойиздат, 1973. – 133 с.
436. Митрофаков В.П. Совершенствование расчета прочности бетонных и железобетонных элементов на местное сжатие / В.П. Митрофанов, О.А. Довженко // Пути повышения эффективности строительства: Тематический сб. научн. тр. – К. : ІС КО, 1993. – С. 47–56.
437. Кузнецова І.Г. Міцність фібробетону при місцевому стисненні: дис. ... доктора філософії: спец. 192 «Будівництво та цивільна інженерія»/ І.Г. Кузнецова. – Полтава, 2022. – 149 с.
438. Бліхарський З.З. Міцність та деформативність залізобетонних балок з пошкодженням арматури при дії навантаження: : автореф. ... канд. дис.: спец. 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруд / З.З. Бліхарський – Рівне, 2019. – 21 с.

439. Коваль П. М. Збірні залізобетонні попередньо напружені балки для автодорожніх мостів / П.М. Коваль, І.П. Бабяк, Я.І. Ковальчик, М.Б. Горба // Теорія і практика будівництва : Вісник Національного університету «Львівська політехніка». – Львів, 2013. – № 755. – С. 184–188.
440. RILEM TC. 1994. 76-LUM. Diagonal tensile strength tests of small wall specimens, 1991. In RILEM, Recommendations for the Testing and Use of Constructions Materials. London: E&FN SPON, Pp. 488–489.
441. American Society for Testing and Materials (ASTM). 2002. ASTM E 519–02, standard test method for diagonal tension (shear) in masonry assemblages. In Annual Book of ASTM Standards. West Conshohock, PA: ASTM International.
442. Поляков С.В. Прочность и деформации квадратных виброкирпичных панелей при перекосе в плоскости стены. Прочность вертикальных стыков / С. В. Поляков, В. И. Коноводченко. – М.: Госстройиздат, 1962. – С. 149–165.
443. Коноводченко В.И. Прочность и деформации при центральном сжатии панелей из кладки с косым расположением кирпича / В.И. Коноводченко // Сейсмостойкость сборных крупноэлементных зданий. – М.: Госстройиздат, 1963. – С. 119–130.
444. Демчук И.Е. Прочность и деформации каменной кладки из керамического кирпича при сдвиге поперек горизонтальных швов / И. Е. Демчук // Проблемы современного бетона и железобетона: Сб. науч. тр–Минск: Ин-т БелНИИС, 2017. – Вып. 9. – С. 183–205.
445. Piekarczyk A. Badania początkowej wytrzymałości muru niezbrojonego na ścinanie w kierunku prostopadłym do spoin wsporny / A. Piekarczyk // Zeszyty naukowe politechniki śląskiej, seria: budownictwo. – 2000. – Vol. 1482. – S. 187–197.
446. Деркач В.Н. Анизотропия прочности каменной кладки на растяжение при раскалывании / В.Н. Деркач // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Наука и образование. – 2012. – №2 (147). – С. 259–265.
447. Mustafaraj E. In-plane Shear Strengthening of Unreinforced Masonry Walls Using GFRP Jacketing. / E. Mustafaraj, Y. Yardim // Periodica Polytechnica Civil Engineering. – 2018. – №62 (2). – Pp. 330 – 336.

448. Тонких Г.П. Экспериментальные исследования сейсмоусиления каменной кладки наружными бетонными аппликациями / Г.П. Тонких, О.В. Кабанцев, О.А. Симаков, А.Б. Симаков, С.М. Баев, П.С. Панфилов // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2011. – № 2. – С. 35 – 42.
449. Гасиев А.А. Применение внешнего армирования из углеволокна для сейсмоусиления кирпичных стен / А.А. Гасиев, А.В. Грановский // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2011. – №6. – С. 31–33.
450. Копаница Д.Г. Экспериментальные исследования фрагментов кирпичной кладки на действие статической и динамической нагрузки / Д.Г. Копаница, О.В. Кабанцев, Э.С. Усеинов // Вестник ТГАСУ. – 2012. – № 4. – С. 157–178.
451. Погрібний В.В. Методологія розрахунку несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування: монографія / В.В. Погрібний. – Полтава: ПП «Астрая», 2022. – 388 с.
452. Погрібний В.В. Опір бетонного клину при зрізі над небезпечною похилою тріщиною залізобетонних конструкцій / В.В. Погрібний, В.Л. Швайковський // Комплексні композитні конструкції будівель та споруд в умовах воєнного стану (CSCS-2022): Зб. наук. пр. за матеріалами XIV Міжнародної науково-технічної конференції (20 – 22 червня 2022 року). – Полтава: НУПП імені Юрія Кондратюка, 2022. – С. 105–108.
453. Швайковський В.В. Розрахунок опору залізобетонних елементів за похилими перерізами на дію поперечної сил / В.Л. Швайковський, В.В. Погрібний // Тези 75-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». Том 1. (Полтава, 02 травня – 25 травня 2023 року) – Полтава: Національний університет імені Юрія Кондратюка, 2023. – С. 137–138.

454. Погрібний В. Методика розрахунку несучої здатності залізобетонних балкових конструкцій за похилими перерізами на основі «фермової аналогії» та «дискової моделі» / В. Погрібний, В. Швайковський // Збірник матеріалів Міжнародної науково-технічної on-line конференції «ПРОБЛЕМИ БУДІВЕЛЬНОГО ТА ТРАНСПОРТНОГО КОМПЛЕКСІВ». – Кропивницький: ЦНТУ 2023. – С. 118 –121.
455. Погрібний В. Розрахунок несучої здатності коротких залізобетонних консолей1 / В. Погрібний, М. Мищенко // Збірник матеріалів Міжнародної науково-технічної on-line конференції «ПРОБЛЕМИ БУДІВЕЛЬНОГО ТА ТРАНСПОРТНОГО КОМПЛЕКСІВ». – Кропивницький: ЦНТУ 2023 – С. 122–123.
456. Погрібний В.В. Методи розрахунку несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування / В.В. Погрібний // Тези 75-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». Том 1. (Полтава, 02 травня – 25 травня 2023 року) – Полтава: Національний університет імені Юрія Кондратюка, 2023. – С. 135–136.
457. Коваль П.М. Збірні залізобетонні балки для автодорожніх мостів типу «3 Бет 90» та «3 Бет-120» / П.М. Коваль, С.В. Стоянович // Будівельні матеріали, вироби та санітарна техніка: Наук.-техн. зб.. – К., 2009. – Вип. 33. – С. 128 –134.
458. Коваль П.М. Збірні залізобетонні попередньо напружені балки для автодорожніх мостів / П.М. Коваль, І.П. Бабяк, Я.І. Ковальчик, М.Б Горба // Вісник Національного університету Львівська політехніка. Теорія і практика будівництва. 2013. – № 755. – С. 184 –188.
459. Довженко О.О. Шляхи підвищення енергоефективності конструктивних рішень вузлів з'єднань елементів несучих систем об'єктів транспорту / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Т.О. Совенко// Тези доповідей Міжнародної науково-технічної конференції «Енергоефективність на транспорті», 18-20 листопада 2020. Харків: УкрДУЗД, 2020. – С. 71–72.



460. Довженко О. О. Каркаси багатопверхових будівель із збірно-монолітними балковими перекриттями : монографія / О.О. Довженко, В.В. Погрібний. – Полтава: ПолтНТУ, 2016. – 196 с.
461. Довженко О. О. Перспективи застосування технології збірно-монолітного каркасу в багатопверховому будівництві України / О. О. Довженко, В.В. Погрібний, І.В. Шостак // Нові технології в будівництві. – № 32. – Київ, – 2017. – С. 79 – 85.
462. Патент № 55685. Україна, МПК2011.01 E04G 23/00. Спосіб улаштування збірно-монолітного залізобетонного перекриття / Магала В. С., Савицький М. В., Рабіч О. В., Шляхов К. В.; заявник та власник Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»: u201006055; опубл. 27.12.2010, Бюл. № 24.
463. Dovzhenko O. Improvement of the affordable housing precast and precast-cast-in-place building production technologies: Collective monograph / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, O. Zyma// Modern world tendencies in the development of science. – Vol. 1. London, 2019. – Pp. 13 – 25.
464. Патент 140820. Україна МПК (2020.01) E04B 1/00. Вузол з'єднання залізобетонних плит з ригелем у збірно-монолітних перекриттях з подвійним функціональним призначенням робочої арматури / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса, К.С. Костроміцька: заявник та власник Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – № u 2020 09018; заявл. 29.07.2019, опубл. 10.03.2020, Бюл. № 5.
465. Довженко О.О. Стики несучих елементів сучасних конструктивних систем цивільних будівель / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, І.А. Юрко // «ҚазҚСҒЗИ» АҚ хабаршысы, за матеріалами міжнародної науково-практичної конференції «Жаңа құрылыс тенденциялары 21 ғасырда». – 2017. – № 7(71). – С. 5–10.
466. Довженко О.О. Вертикальні стики панельних будівель: конструктивні рішення, розрахунок за міцністю / О.О. Довженко, В.В. Погрібний,

- Чумак Є. І. // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2016. – Вип. 33. – С. 237–243.
467. Павліков А.М. Конструктивні системи швидкого зведення житлових будівель / А.М. Павліков, Н.М. Пінчук, Т.Ю. Качан // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2016. – Вип. 32. – С. 373–380.
468. Павліков А.М. Безкапітельно-безбалкова каркасно-конструктивна система будівлі: особливості та досвід використання під доступне житло / А.М. Павліков, Є.М. Бабич, Б.М. Петер // Будівельні конструкції: міжвід. наук.-техн. зб. наук. пр. (будівництво) / ДП ДНД ІБК. – К.: ДП НДІБК, 2013. – Вип. 78. – Книга 1. – С. 28 – 46.
469. Довженко О.О. Збірно-монолітна конструктивна система «КУБ-2,5» під соціальне житло в Україні: з'єднання колони з перекриттям / О.О. Довженко, В. В. Погрібний, А.Г. Гриценко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2013. – Вип. 27. – С. 301 – 309.
470. Патент № 95177 Україна, МПК 2016.01 E04B 1/00. Вузол з'єднання надколонної плити з колоною у збірно-монолітних безкапітельно-безбалкових перекриттях/ Довженко О.О., Погрібний В.В., Чурса Ю.В., Бігдан А.О.; заявник та власник Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – № и 2014 07594 ; заявл. 07.07.2014 ; опубл. 10.12.2014, Бюл. № 23.
471. Соловйов В.В. Відновлення експлуатаційної придатності кам'яної кладки, пошкодженої в умовах надзвичайних ситуацій / В.В. Соловйов, О.О. Довженко, В. В. Погрібний, Д.В. Усенко // Подолання екологічних ризиків та загроз для довкілля в умовах надзвичайних ситуацій – 2022: колективна монографія Полтава – Львів: НУПП імені Юрія Кондратюка, НУ «Львівська політехніка» — Дніпро: Середняк Т. К., 2022. – 485– 498.
472. ДСТУ-Н Б В.1.2-18:2016 Настанова щодо обстеження будівель і споруд для визначення та оцінки їх технічного стану – К.: ДП «УкрНДНЦ». – 2017. – 44 с.

473. Dovzhenko O. Accident prevention of buildings and structures based on two-level assessment of bearing capacity of structures / O. Dovzhenko; V. Pohribnyi, Ye. Klymenko, O. Fenko // AIP Conference Proceedings. – 2023. – 2684, 030009.
474. Погрібний В.В. Дворівнева оцінка несучої здатності для визначення технічного стану будівельних конструкцій / В.В. Погрібний, О.О. Довженко, О.М. Шитова // Збірник наукових праць XIV Міжнародної науково-практичної конференції «Академічна й університетська наука: результати та перспективи», 09 грудня 2021 року. – Полтава: Полтавська політехніка, 2021. – С. 338–341.
475. Довженко О.О. До питання оцінювання технічного стану залізобетонних балок покриття виробничих будівель за несучою здатністю / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Д.В. Усенко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2016. – Вип. 32. – С. 155– 60.
476. Довженко О.О. Попередження аварій будівель і споруд на основі дворівневої оцінки несучої здатності конструкцій / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Є.В. Клименко, О.Г. Фенко // Тези доповідей 9-ої Міжнародної науково-технічної конференції «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті». – Харків: УкрДУЗТ, 2021. – С. 115–116.
477. Березюк А.Н. Диагностика и оценка технического состояния строительных конструкций и оснований зданий и сооружений / А.Н. Березюк, А.В. Савицкий, Н.И. Шимон, Е.А. Гузеев, К.В. Баташева. – Дн-ск: АП «Днепропетровская книжная типография», 1996. – 176 с.
478. ДСТУ 8855:2019. Будівлі та споруди. Визначення класу наслідків (відповідальності). – К.: ДП «УкрНДНЦ», 1999. – 13 с.
479. Довженко О.О. Виведення несучих конструкцій будівель і споруд із аварійного стану // О.О. Довженко, В.В. Погрібний О.М. Шитова // Тези доповідей IV Міжнародної конференції «Експлуатація та реконструкція

- будівель і споруд» (9 – 11 вересня 2021, м. Одеса). – Одеса: ОДАБА. – 2021. – С. 50.
480. ДСТУ Б В.2.7-220:2009. Бетони. Визначення міцності механічними методами неруйнівного контролю. – К.: Мінрегіонбуд України, 2010. – 19 с.
481. ДСТУ Б В.2.7-226:2009. Будівельні матеріали. Бетони. Ультразвуковий метод визначення міцності. – К.: Мінрегіонбуд України, 2010. – 22 с.
482. ДСТУ Б В.2.6.-4-95. Конструкції будинків і споруд. Конструкції залізобетонні. Магнітний метод визначення товщини захисного шару бетону і розташування арматури. – К., Держбуд України, 1996. – 16 с.
483. Клименко Є.В. Деформований та технічний стан несучих конструкцій стадіону «Ворскла» в м. Полтаві / Є.В. Клименко, В.В. Погрібний, О.О. Довженко // Коммунальное хозяйство городов: Научно-технический сборник № 55. – К.: Техніка, 2004. – С. 319–324.
484. ДСТУ Б В.3.1-2:2016. Ремонт і підсилення несучих і огорожувальних будівельних конструкцій та основ будівель і споруд. – К.: ДП «УкрНДНЦ», 2017. – 68 с.
485. Савицкий Н.В. Теоретические основы и практические результаты разработки технологий ремонта железобетонных и каменных конструкций / Н.В. Савицкий, А.Н. Пшинько, А.Н. Савицкий // Строительные материалы и изделия. – 2003. – №3 (17). – С. 31–33.
486. Савицкий Н.В. Технические требования к системам и технологии ремонта железобетонных конструкций / Н.В. Савицкий, А.Н. Пшинько, А.Н. Савицкий // Сб. научн. труд. «Строительство и техногенная безопасность». – Симферополь: Крымская академия природоохранного и курортного строительства, 2002. – Вып. 6. – С. 67–70.
487. Бліхарський Я.З. Дослідження пошкоджених залізобетонних елементів, основні методи їх відновлення та підсилення/ Я. З. Бліхарський, Н.С. Копійка// Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : Зб. наук. пр. 2019. – Вип. 37. – С. 316 – 32.

488. ДСТУ Б В.2.7-239:2010 (EN 1015-11:1999, NEQ). Будівельні матеріали. Розчини будівельні. Методи випробувань. – К.: Мінрегіонбуд України, 2010. – 15 с.
489. ДСТУ Б В.2.7-248:2011. Матеріали стінові. Методи визначення границь міцності при стиску і згині. Мінрегіонбуд України, 2012. – 8 с.
490. Кодекс-образец ЕКБ-ФІП для норм по железобетонным конструкциям. Том II. – М.: НИИЖБ, 1984. – 284 с.
491. Звездов А.И. Расчет прочности железобетонных конструкций при действии изгибающих моментов и продольных сил по новым нормативным документам / А.И. Звездов, А.С. Залесов, Т. А.Мухамедиев, Е.А. Чистяков // Бетон и железобетон. – 2002. – № 2. – С. 21–25.
492. Барашиков А. Я. Диаграмма деформирования бетона при одно- и двухосном сжатии /А.Я. Барашиков,В.Н. Барабаш, А.Д. Журавский// Строительные конструкции: Респ. межведомст. науч.-техн. сб. НИИСК Госстроя СССР. – К.: Будівельник, 1990. – Вып. 43. – С. 85–90.
493. Залізобетонні конструкції: підручник / А.Я. Барашиков, Л. М. Будникова, Л.В. Кузнецов та ін.; за ред. А. Я. Барашикова. – К.: Вища шк., 1995. – 242 с.
494. Бліхарський З.З. Особливості напружено-деформованого стану залізобетонних балок, пошкоджених за дії навантаження / З.З. Бліхарський, П.І. Вегера, Т.М. Шналь // Вісник ОДАБА: Зб. наук. пр. – Одеса: ОДАБА, 2018. – Вип. 69. – С. 16–21.

## ДОДАТОК А

### Приклади розв'язання задач опору бетонних і кам'яних елементів з використанням критерія мінімуму потужності пластичної деформації

У додатку наведені приклади розв'язання характерних задач визначення опору бетонних і кам'яних елементів з використанням принципу віртуальних швидкостей.

**Приклад А.1** Визначити величину зусилля  $N_{Rd}$  при центральному стиску в умовах плоского напруженого стану, котре сприймає короткий бетонний елемент (задача перевірки математичного апарату за застосування принципу віртуальних швидкостей). Елемент шириною  $b = 200$  мм і товщиною  $t = 150$  мм виготовлений із важкого бетону класу міцності на стиск С20/25.

Розв'язок.

1. Встановлюються розрахункові характеристики міцності бетону на стиск та розтяг:  $f_{cd} = 13,05$  МПа і  $f_{ctd} = 0,9$  МПа,  $\chi = f_{ctd} / f_{cd} = 0,9 / 13,05 = 0,069$ ,  
 $\bar{d} = \sqrt{(1 - \chi + \chi^2) / 3} = \sqrt{(1 - 0,069 + 0,069^2) / 3} = 0,558$ ,  $\bar{m} = 1 - \chi = 0,931$ .

2. За умови  $N_{Rd} = N_{Ed}$  функціонал принципу віртуальних швидкостей  $J$  досліджується на стаціонарний стан за допомогою варіаційного рівняння

$$\delta J = \delta \left[ \frac{2 \left( \bar{d} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \psi'} - \bar{m} \sin \psi' \right)}{1 - \sin \psi'} f_{cd} b t - N_{Rd} \right] = 0, \text{ при варіюванні значення}$$

кута  $\psi$  між напрямком вектору швидкості руху жорсткого диску та поверхні руйнування (рис. А.1, а), отримано:  $\psi = 16,7^\circ$ ,  $\sin \psi = 0,287$ .

3. Визначається значення граничного зусилля  $N_{Rd}$ , що сприймає бетонна пластинка:

$$N_{Rd} = N_{Ed} = \frac{2 \left( \bar{d} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \psi} - \bar{m} \sin \psi \right)}{1 - \sin \psi} = \frac{2 \times \left( 0,558 \sqrt{1 + 3 \times 0,287^2} - 0,931 \times 0,287 \right)}{1 - 0,287} \times$$

$$\times 13,05 \times 200 \times 150 \times 10^{-3} = 391,5 \text{ кН.}$$

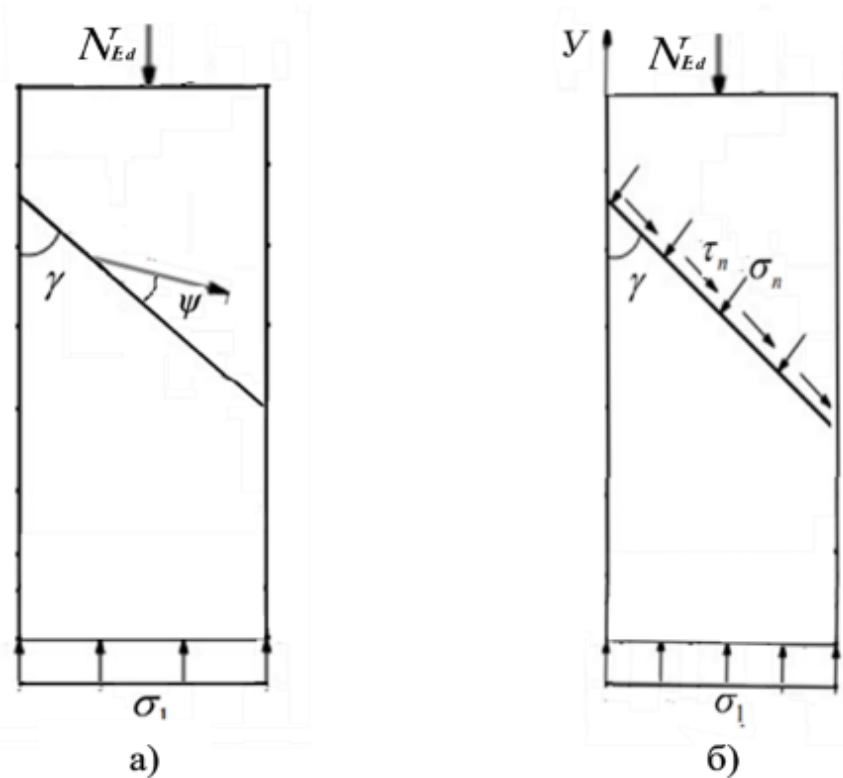


Рисунок А.1 – До визначення опору бетонного елемента при центральному стиску в умовах плоского напруженого стану: а) кінематична схема; б) схема розподілу напружень

Перевірка отриманого результату.

Підраховуються значення дотичних  $\tau_n$  і нормальних  $\sigma_n$  напружень на поверхні руйнування (рис. А.1, б):

$$\tau_n = f_{cd} \frac{\bar{d}}{\sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}} = 13,05 \times \frac{0,558}{\sqrt{1 + 4 \times 0,3^2}} = 6,25 \text{ МПа},$$

$$\sigma_n = f_{cd} \left( m - 4d \frac{\tan \psi}{\sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}} \right) = 13,05 \times \left( 0,931 - 4 \times 0,558 \times \frac{0,3}{\sqrt{1 + 4 \times 0,3^2}} \right) = 4,65 \text{ МПа},$$

де  $\tan \psi = 0,3$ .

Визначається кут поверхні руйнування до напрямку дії стискальної сили та перевіряється отримана величина опору  $N_{Rd}$ :

$$\gamma = \pi / 4 - \psi / 2 = 45^\circ - 16,7^\circ / 2 = 36,65^\circ, \quad \tan \gamma = 0,744,$$

$$N_{Rd} - (\tau_n / \tan \gamma + \sigma_n) b t = 391,5 - (6,25 / 0,744 + 4,65) \times 200 \times 150 \times 10^{-3} = 0.$$

**Приклад А.2** Визначити величину зусилля  $N_{Rd}$  при двовісному стиску в умовах плоского напруженого стану, котре сприймає короткий бетонний елемент за бокового тиску  $\sigma_c = 5$  МПа. Елемент шириною  $b = 250$  мм і товщиною  $t = 150$  мм виготовлено із важкого бетону класу міцності на стиск С30/35.

Розв'язок.

Встановлюються розрахункові характеристики міцності бетону на стиск та розтяг:  $f_{cd} = 17,55$  МПа і  $f_{ctd} = 1,2$  МПа,  $\chi = f_{ctd} / f_{cd} = 1,2 / 17,55 = 0,068$ ,  $\bar{d} = \sqrt{(1 - \chi + \chi^2) / 3} = \sqrt{(1 - 0,068 + 0,068^2) / 3} = 0,559$ ,  $\bar{m} = 1 - \chi = 0,932$ .

За умови  $N_{Rd} = N_{Ed}$  функціонал принципу віртуальних швидкостей  $J$  досліджується на стаціонарний стан за допомогою варіаційного рівняння:

$$\delta J = \delta \left[ \frac{2f_{cd} \left( \bar{d} \sqrt{1 + 3\sin^2 \psi'} - \bar{m} \sin \psi' \right) + (1 + \sin \psi') \sigma_c}{1 - \sin \psi'} bt - N_{Rd} \right] = 0,$$

при варіюванні значення кута  $\psi$  між напрямком вектору швидкості руху жорсткого диску та поверхні руйнування (рис. А.2), отримано:  $\psi = 3,11^\circ$ ,  $\sin \psi = 0,054$ .

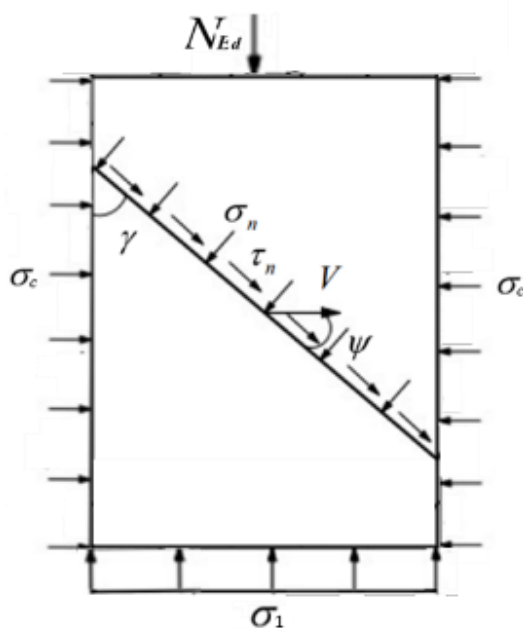


Рисунок А.2 – До визначення опору бетонного елемента при двовісному стисненні



Визначається значення граничного навантаження  $N_{Rd}$ :

$$N_{Rd} = \frac{2 \times 17,5 \times \left( 0,559 \sqrt{1 + 3 \times 0,054^2} - 0,932 \times 0,054 \right) + (1 + 0,054) \times 5}{1 - 0,054} \times 250 \times 150 \times 10^{-3} = 920,1 \text{ кН.}$$

Перевірка отриманого результату.

Підраховується значення дотичних  $\tau_n$  і нормальних  $\sigma_n$  напружень на поверхні руйнування  $\tau_n = f_{cd} \frac{d}{\sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}} = 17,55 \times \frac{0,559}{\sqrt{1 + 4 \times 0,054^2}} = 9,75 \text{ МПа,}$

$$\sigma_n = f_{cd} \left( m - 4d \frac{\tan \psi}{\sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}} \right) = 17,55 \times \left( 0,932 - 4 \times 0,559 \times \frac{0,054}{\sqrt{1 + 4 \times 0,054^2}} \right) = 14,24 \text{ МПа,}$$

де  $\tan \psi = 0,054$ .

Визначається кут поверхні руйнування до напрямку дії стискальної сили та перевіряється величина опору  $N_{Rd}$ :  $\gamma = \pi / 4 - \psi / 2 = 45^\circ - 3,11^\circ / 2 = 43,45^\circ$ ,  $\tan \gamma = 0,947$ ,  $N_{Rd} - \tau_n / \tan \gamma + \sigma_n \times bt = 920,1 - (9,75 / 0,947 + 14,24) \times 250 \times 150 \times 10^{-3} = 0$ .

**Приклад А.3** Визначити величину граничного тиску  $q$  при центральному стиску в умовах плоскої деформації, котрий може сприйняти масивний бетонний елемент, виготовлений із важкого бетону класу міцності на стиск С32/40.

Розв'язок.

Розрахункові характеристики міцності бетону на стиск та розтяг:  $f_{cd} = 22 \text{ МПа}$  і  $f_{ctd} = 1,4 \text{ МПа}$ ,  $\chi = f_{ctd} / f_{cd} = 1,4 / 22 = 0,064$ ,  $\bar{d} = \sqrt{(1 - \chi + \chi^2) / 3} = \sqrt{(1 - 0,064 + 0,064^2) / 3} = 0,56$ ,  $\bar{m} = 1 - \chi = 1 - 0,064 = 0,936$ ,  $\bar{n} = 1 + \chi = 1 + 0,064 = 1,064$ .

Досліджується функціонал принципу віртуальних швидкостей  $J$  на стаціонарний стан:  $\delta J = \delta \left[ \frac{2 \left( \frac{\bar{d}^2}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}}{4 \tan^2 \psi'} \right) \tan \psi'}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi'} - \tan \psi'} f_{cd} - q \right] = 0$ , при варіюванні

значення кута  $\psi$  (рис. А.3) отримано  $\psi = 27,09^\circ$ ,  $\tan \psi = 0,512$ .

Визначається значення граничного тиску  $q$ :

$$q = \sigma_1 = \frac{2 \left( \frac{\bar{d}^2}{\bar{m}} + \frac{\bar{m}}{4 \tan^2 \psi'} \right) \tan \psi'}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi'} - \tan \psi'} = \frac{2 \left( \frac{0,56^2}{0,936} + \frac{0,936}{4 \times 0,512^2} \right) \times 0,512}{\sqrt{1 + 0,512^2} - 0,512} \times 22 = 45,23 \text{ МПа.}$$

Перевірка отриманого результату.

Підраховується значення дотичних  $\tau_n$  і нормальних  $\sigma_n$  напружень:

$$\sigma_n = \frac{\bar{m}}{4} \left[ \frac{1}{\tan^2 \psi} - \frac{1}{3} \left( \frac{\bar{n}}{\bar{m}} \right)^2 - 1 \right] f_{cd} = \frac{0,936}{4} \left[ \frac{1}{0,515^2} - \frac{1}{3} \left( \frac{1,064}{0,936} \right)^2 - 1 \right] \times 22 = 12,32 \text{ МПа,}$$

$$\tau_n = \frac{\bar{m} f_{cd}}{2 \tan \psi} = \frac{0,936 \times 22}{2 \times 0,512} = 20,14 \text{ МПа, } \sigma_3 = \frac{\sigma_1 + f_{cd} - f_{ctd}}{2} = \frac{45,23 + 22 - 1,4}{2} = 32,92 \text{ МПа.}$$

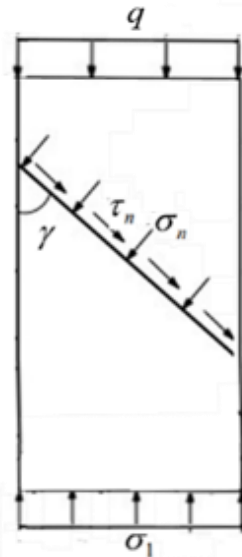


Рисунок А.3 – До визначення опору бетонного елемента при центральному стиску в умовах плоскої деформації

Визначається кут поверхні руйнування до напрямку дії  $q$  і перевіряється значення тиску  $q$ :  $\gamma = \pi/4 - \psi/2 = 45^\circ - 27,09^\circ/2 = 31,46^\circ$ ,  $\tan \gamma = 0,612$ ,  $q = \tau_n / \tan \gamma + \sigma_n = 20,14 / 0,612 + 12,32 = 45,23 \text{ МПа.}$

**Приклад А.4** Визначити величину опору при сумісній дії на клиноподібний бетонний елемент горизонтальної  $T_{Ed}$  та вертикальної

стискальної  $N_{Ed}$  сил (рис. А.4). Розміри елемента, виготовленого з важкого бетону класу міцності на стиск С20/25: ширина зрізаної грані клину  $b = 150$  мм, товщина елемента  $t = 150$  мм, кут клину  $\alpha = 10^\circ$  ( $\tan \alpha = 0,176$ ), кут напрямку рівнодійної сили  $\beta = 15^\circ$  ( $\tan \beta = T_{Ed} / N_{Ed} = 0,268$ ).

Розв'язок.

Розрахункові характеристики міцності бетону на стиск та розтяг:  $f_{cd} = 14$  МПа і  $f_{ctd} = 1,0$  МПа,  $\bar{d} = \sqrt{(1 - \chi + \chi^2) / 3} = \sqrt{(1 - 0,069 + 0,069^2) / 3} = 0,558$ ,  $\bar{m} = 1 - \chi = 1 - 0,069 = 0,931$ .

За умови  $N_{Rd} = N_{Ed}$  досліджується функціонал  $J$  на стаціонарний стан:

$$\delta J = \delta \left[ \frac{\tan(\gamma' + \psi') - \tan \gamma'}{\tan \gamma' - \tan \alpha} \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi'}}{\tan \psi'} - \bar{m} \right) \frac{1}{1 + \tan(\gamma' + \psi') \tan \beta} f_{cd} b t - N_{Rd} \right] = 0,$$

При варіюванні значення кута  $\psi$  отримано:  $\psi = 18,91^\circ$ ,  $\tan \psi = 0,343$ ,  $\gamma = 48,05^\circ$ ,  $\tan \psi = 1,112$ ,  $\tan(\gamma + \psi) = 2,351$ .

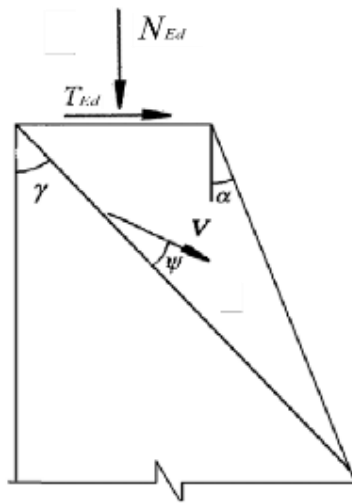


Рисунок А.4 – До визначення опору клиноподібного бетонного елемента при дії горизонтального та вертикального навантаження

Визначається значення  $N_{Rd}$ :

$$N_{Rd} = \frac{\tan(\gamma' + \psi') - \tan \gamma'}{\tan \gamma' - \tan \alpha} \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi'}}{\tan \psi'} - \bar{m} \right) \frac{1}{1 + \tan(\gamma' + \psi') \tan \beta} f_{cd} b t =$$

$$= \frac{2,351 - 1,112}{1,112 - 0,176} \left( \frac{0,069 \sqrt{1 + 4 \times 0,342^2}}{0,342} - 0,931 \right) \frac{14,5 \times 150 \times 150}{1 + 2,351 \times 0,268} \times 10^{-3} = 276,8 \text{ кН.}$$

Перевірка отриманого результату.

Підраховується значення дотичних  $\tau_n$  і нормальних  $\sigma_n$  напружень на поверхні руйнування:  $\tau_n = f_{cd} \frac{d}{\sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}} = 14,5 \times \frac{0,558}{\sqrt{1 + 4 \times 0,343^2}} = 6,68 \text{ МПа,}$

$$\sigma_n = f_{cd} \left( m - 4d \frac{\tan \psi}{\sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}} \right) = 14,5 \times \left( 0,931 - 4 \times 0,558 \times \frac{0,343}{\sqrt{1 + 4 \times 0,343^2}} \right) = 4,35 \text{ МПа,}$$

Перевіряється отримана величина опору  $N_{Rd}$ :

$$N_{Rd} = (\tau_n / \tan \gamma + \sigma_n) k_1 b t = (6,68 / 1,112 + 4,35) \times 1,188 \times 150 \times 150 \times 10^{-3} = 276,8 \text{ кН,}$$

де  $k_1 = 1 + \tan \alpha / (\tan \gamma - \tan \alpha) = 1 + 0,176 / (1,112 - 0,176) = 1,188$  – коефіцієнт, який враховує збільшення довжини поверхні зрізу при нахилі бокової грані клину.

**Приклад А.5** Визначити величину опору при сумісній дії на цегляний стовп горизонтальної  $T_{Ed}$  та вертикальної  $N_{Ed}$  сил (рис. А.5). Міцність кладки на стиск і розтяг:  $f_d = 1,7 \text{ МПа}$ ,  $f_t = 0,17 \text{ МПа}$ . Ширина і товщина стовпа  $b = t = 150 \text{ мм}$  (площа поперечного перерізу  $A_m = 0,2601 \text{ м}^2$ ). Кут напрямку рівнодійної сили  $\beta = 20^\circ$ ;  $\tan \beta = T_{Ed} / N_{Ed} = 0,364$ .

Розв'язок.

Розрахункові характеристики міцності кам'яної кладки  $\chi = f_{td} / f_{md} = 0,17 / 1,7 = 0,1$ ,  $\bar{d} = \sqrt{(1 - \chi + \chi^2) / 3} = \sqrt{(1 - 0,1 + 0,1^2) / 3} = 0,551$ ,  $\bar{m} = 1 - \chi = 1 - 0,1 = 0,9$ .

За умови рівності  $N_{Rd} = N_{Ed}$  функціонал  $J$  досліджується на стаціонарний стан:

$$\delta J = \delta \left[ \left( \frac{\tan(\gamma' + \psi')}{\tan \gamma'} - 1 \right) \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi'}}{\tan \psi'} - \bar{m} \right) \frac{1}{1 + \tan(\gamma' + \psi') \tan \beta} f_d A_m - N_{Rd} \right] = 0,$$

при варіюванні значення кута  $\psi$  отримано:  $\psi = 23,381^\circ$ ,  $\tan \psi = 0,432$ ,  $\gamma = 43,31^\circ$ ,  $\tan \gamma = 0,943$ ,  $\tan(\gamma + \psi) = 2,321$ .

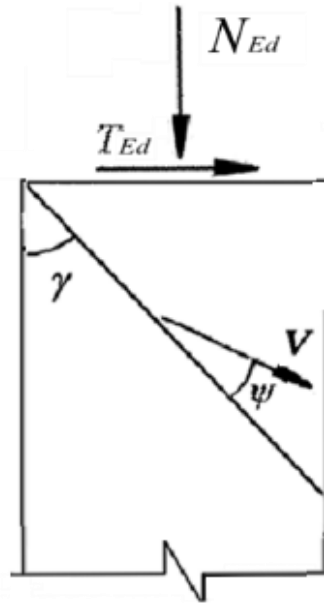


Рисунок А.5 – До визначення опору кам'яного стовпа при дії горизонтального та вертикального навантаження

Визначається значення  $N_{Rd}$ :

$$N_{Rd} = \left( \frac{\tan(\gamma + \psi)}{\tan \gamma} - 1 \right) \left( \frac{\bar{d} \sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}}{\tan \psi} - \bar{m} \right) \frac{1}{1 + \tan(\gamma' + \psi') \tan \beta} f_d A_m =$$

$$= \left( \frac{2,321}{0,943} - 1 \right) \left( \frac{0,551 \sqrt{1 + 4 \times 0,432^2}}{0,432} - 0,9 \right) \frac{1}{1 + 2,321 \times 0,364} \times 1,7 \times 260100 \times 10^{-3} = 274,7 \text{ кН.}$$

Перевірка отриманого результату.

Підраховується значення дотичних  $\tau_n$  і нормальних  $\sigma_n$  напружень на поверхні руйнування:  $\tau_n = f_{cd} \frac{d}{\sqrt{1 + 4 \tan^2 \psi}} = 1,7 \times \frac{0,551}{\sqrt{1 + 4 \times 0,432^2}} = 0,708 \text{ МПа,}$

$$\sigma_n = f_{cd} \left( 0,9 - 4 \times 0,551 \times \frac{0,432}{\sqrt{1 + 4 \times 0,432^2}} \right) = 0,305 \text{ МПа.}$$

Перевіряється отримана величина опору  $N_{Rd}$ :

$$N_{Rd} = (\tau_n / \tan \gamma + \sigma_n) b t = (0,708 / 0,943 + 0,305) \times 510 \times 510 \times 10^{-3} = 274,7 \text{ кН.}$$

## ДОДАТОК Б

### Гранична деформація стиснутого бетону, отримана за різними методами

У додатку наведені значення граничної деформації  $\varepsilon_{cu}$  ( $\varepsilon_{cR}$ ) стиснутого бетону та її рівня  $\eta_u$  ( $\eta_R$ ), які отримані в результаті теоретичних досліджень з використанням умов екстремуму силових і деформаційного параметрів та проведених експериментів за різних класів міцності бетону на стиск С і значень коефіцієнта  $k$ , котрий характеризує його пружно-пластичні властивості.

Величина граничної деформації при одновісному стиску для різних класів міцності бетону наведена в таблицях Б.1, Б.2.

Таблиця Б.1 – Значення граничної деформації бетону  $\varepsilon_{cu1,cd}$  ( $\varepsilon_{cR}$ ), ‰  
для класів міцності від С8/10 до С50/35 при одновісному стиску

За даними	При класі міцності бетону					
	С8/10	С12/15	С16/20	С20/25	С25/30	С30/35
ДБН В.2.6-98:2009 [75]*	3,75	3,79	3,59	3,44	3,28	3,10
автора	3,00	2,86	2,78	2,68	2,65	2,63

Таблиця Б.2 – Значення граничної деформації бетону  $\varepsilon_{cu1,cd}$  ( $\varepsilon_{cR}$ ), ‰  
класів міцності від С32/40 до С50/60 при одновісному стиску

За даними	При класі міцності бетону				
	С32/40	С35/45	С40/50	С45/55	С50/60
ДБН В.2.6-98:2009 [75]*	2,93	2,72	2,57	2,43	2,29
автора	2,612	2,609	2,607	2,605	2,594

\* – на основі результатів дослідження А.М. Бамбури [134, 135]

При застосуванні в якості вихідного параметра характеристики міцності бетону отримані значення граничної деформації наведені в таблиці Б.3.

Таблиця Б.3 – Величина деформації бетону при стиску  $\varepsilon_{cu} (\varepsilon_{cR})$ , %  
залежно від його міцності  $f_c$

За даними	20	25	30	35	40	45	50
Кодекс ЕКБ-ФІП [490]	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0
[491]	3,42	3,09	2,83	2,61	2,42	2,26	2,13
автора	2,64	2,63	2,62	2,61	2,58	2,57	2,56

Величини граничної деформації стиснутого бетону при дослідженнях елементів, які згинаються, надані в таблиці Б.4.

Таблиця Б.4 – Значення рівня деформації стиснутого бетону  $\eta_u (\eta_R)$   
при згині

За даними	$\eta_u (\eta_R) = \varepsilon_{cu} (\varepsilon_{cR}) / \varepsilon_{c1}$ при $k$					
	3,5	3	2,5	2	1,5	1,1
В.М. Ромашка [201]	1,357	1,335	1,307	1,268	1,203	1,094
А.М. Павлікова [191]	1,363	1,339	1,309	1,268	1,200	1,075
автора	1,948	1,732	1,526	1,333	1,157	1,030

Величина граничної деформації  $\varepsilon_{cu1,ck}$  збільшується порівняно з наведеними в таблицях Б.1 – Б.4 розрахунковими значеннями деформації  $\varepsilon_{cu1,cd}$ , від 5 % для бетону класу С50/60 до 20 % для бетону С8/10 [75, 134].

Гранична деформація  $\varepsilon_{cu1} (\varepsilon_{cR})$  суттєво зростає порівняно з деформацією  $\varepsilon_{c1}$  в точці максимальних напружень у вершині діаграми деформування. В Єврокод 2 [86] встановлені значення  $\varepsilon_{cu1}$ , що перевищують величину  $\varepsilon_{c1}$  на 90% за  $f_{ck} = 12$  МПа та на 40 % при  $f_{ck} = 50$  МПа. Вказане зростання в нормах ФРН [182] дещо знижується відповідно до 70 % і 35 % внаслідок збільшення рівня деформацій у вершині діаграми. За даними автора величина  $\varepsilon_{cR}$  більше ніж  $\varepsilon_{c1}$  в 1,8 за  $f_{ck} = 12$  МПа та 1,4 рази при  $f_{ck} = 50$  МПа.

При застосуванні вихідних даних [86] отримана автором величина граничної деформації дорівнює  $\varepsilon_{cR} \approx 3,2 \text{ ‰}$  при  $f_{ck} = 12 \dots 50 \text{ МПа}$ , за вихідними даними [182] досягає значення  $\varepsilon_{cR} = 3,5 \text{ ‰}$ .

Слід відмітити постійне значення  $\varepsilon_{cu1} = 3,5 \text{ ‰}$  на інтервалі  $f_{ck} = 12 \dots 50 \text{ МПа}$  (табл. Б.5 і Б.6) і його зниження лише для високоміцних бетонів. При цьому рівень деформації  $\eta_u = \varepsilon_{cu1}(\varepsilon_{cR}) / \varepsilon_{c1}$  з підвищенням міцності бетону постійно зменшується та за  $f_{ck} = 90 \text{ МПа}$  [86] і  $f_{ck} = 100 \text{ МПа}$  [182]  $\eta_u = 1$ . За нормами США [117], Британії [181] і Франції [180]  $\varepsilon_{cu}$  відповідно складає 3 ‰, 3,5 ‰ і від 2 до 3,5 ‰.

Таблиця Б.5 – Значення деформації бетону при стиску залежно від його міцності за даними Єврокоду 2 [86]

$f_{ck}$ (МПа)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{ck,cube}$ (МПа)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
$\varepsilon_{c1}$ (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8
$\varepsilon_{cu1}$ (‰)	3,5									3,2	3,0	2,8	2,8	2,8

Таблиця Б.6 – Значення деформації бетону при стиску залежно від його міцності  $f_{ck}$  за даними норм Німеччини [182]

$f_{ck}$ (МПа)	12 <sup>a</sup>	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	100
$f_{ck,cube}$ (МПа)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	115
$\varepsilon_{c1}$ (‰)	1,8	1,9	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,55	2,6	2,65	2,7	2,8	2,9	2,95	3,0
$\varepsilon_{cu1}$ (‰)	3,5									3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	3,0

За даними А.Я. Барашикова і О.Д. Журавського граничні деформації бетону при стиску складають 2–5 ‰ [492, 493]. Вказане знайшло підтвердження в експериментальних дослідженнях [134, 137, 494].

Слід відмітити, що при перевищенні деформацією  $\varepsilon_c$  величини граничної деформації  $\varepsilon_{cR}$  відбувається «деструктуризація» бетону.



## ДОДАТОК В

### Гармонізація полінома 5-го степеня з дробово-раціональною функцією: критерії та результати співставлення

З метою гармонізації полінома з дробово-раціональною функцією для опису діаграми «напруження-деформація» стиснутого бетону і застосування до нелінійного розрахунку бетонних та залізобетонних конструкцій за першою групою граничних станів уточнюються коефіцієнти полінома:  $a_1, a_2, a_3, a_4$  і  $a_5$ .

Застосовуються 5 основних критеріїв для проведення гармонізації:

– сума коефіцієнтів полінома  $\sum_{i=1}^5 a_i = 1$ , так як при рівні деформації  $\eta = 1$

у вершині діаграми деформування  $\sigma_c / f_{cd} = a_1\eta + a_2\eta^2 + a_3\eta^3 + a_4\eta^4 + a_5\eta^5 = 1$ ;

– похідна у вершині діаграми  $\sum_{i=1}^5 a_i i = 0$ ;

– похідна у точці обмеження діаграми за досягнення рівня граничної деформації  $\eta_R = \varepsilon_{cR} / \varepsilon_{c1}$  (точка В на рис. В.1), якому відповідає максимальне значення коефіцієнта повноти епюри напружень стиснутого бетону  $\omega$  та добутку

$\sigma_c \varepsilon_c$ , дорівнює нулю:  $\sum_{i=1}^5 a_i i = 0$ ;

– площа області АВСА, окресленої описаною поліномом нелінійною залежністю «відносні напруження  $\sigma_c / f_{cd}$  – рівень деформації  $\eta$ », горизонтальною віссю  $\eta$  до рівня граничної деформації  $\eta_R$  (АС) та вертикаллю СВ за рівня деформації  $\eta_R$ , дорівнює площі вказаної області при застосуванні дробово-раціональної функції:  $A_{\text{пол}} = f_{cd} \sum_{i=1}^5 a_i (i+1) \eta^{i-1} = A_{\text{дрф}}$  (рис. В.1);

– статичний момент площі області АВСА, окресленої описаною поліномом залежністю « $\sigma_c / f_{cd}$  – рівень деформації  $\eta$ », дорівнює статичному моменту площі даної області за використання дробово-раціональної функції:

$$S_{\text{пол}} = f_{cd} \sum_{i=1}^5 a_i (i+1) \eta^{i-1} = S_{\text{дрф}}.$$

Останні дві умови призводять до рівності  $\omega_{\text{пол}} = A_{\text{пол}} / \eta = \omega_{\text{дрф}}$ ; і відстані від рівнодійної  $N_c$  до крайньої стиснутої фібри  $\chi_{\text{пол}} = \left(1 - \frac{S_{\text{пол}}}{A_{\text{пол}} \eta}\right) / \omega_{\text{пол}} = \chi_{\text{дрф}}$ .

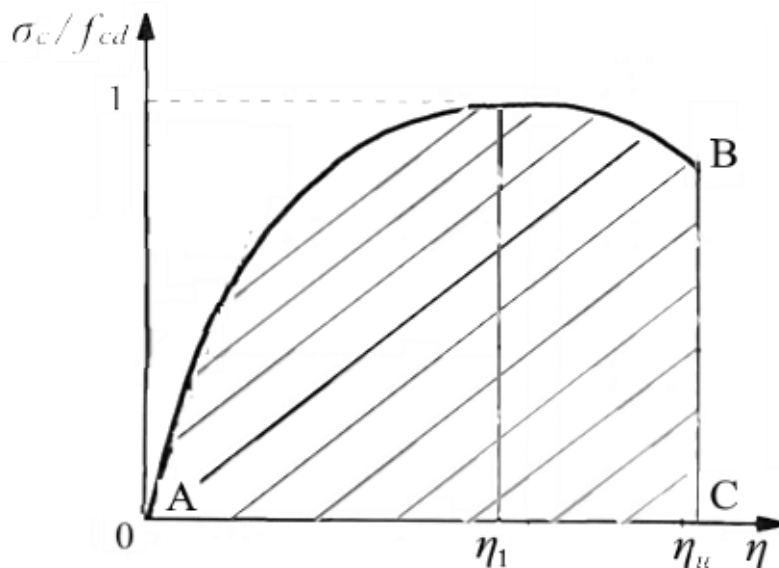


Рисунок В.1 – До визначення площі та статичного моменту області під функцією « $\sigma_c / f_{cd} - \eta$ »

Крім зазначеного слід зважати на те, що з підвищенням міцності бетону значення коефіцієнтів поліному зменшуються, а при значенні характеристики  $k = 1,05 E_{cd} \varepsilon_{c1,cd} / f_{cd} = 2$ , що приблизно відповідає класу міцності бетону C50/60 ( $k = 2,066$ ) дробово-раціональна функція перетворюється у параболу, при цьому  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = -1$ ,  $a_3 = a_4 = a_5 = 0$ .

Для визначення коефіцієнтів полінома використовується надбудова «Пошук рішення». Із умови  $\eta_u = \max \eta$  визначається рівень граничної деформації. Приймаючи значення одного із зазначених критеріїв як вихідне у вікні «оптимізувати», інші 4 критерія вводяться у вікні «обмеження» і варіюються значення коефіцієнтів  $a_1, a_2, a_3, a_4$  і  $a_5$ .

Результати визначення коефіцієнтів гармонізованого поліному наведені в таблиці 4.4.

Оцінка проведеної гармонізації поліному до дробово-раціональної функції при застосуванні вище зазначених критеріїв та співставлення параметрів, наведених у Додатку Г діаграм деформування для класів бетону від С8/10 до С50/60, засвідчує:

$$- \text{ у вершині діаграми: } \sum_{i=1}^5 a_i = 1, \quad \sum_{i=1}^5 a_i i = 0;$$

$$- \text{ у точці обмеження діаграми: } 10^{-4} \leq \sum_{i=1}^5 a_i i \leq 2 \times 10^{-4};$$

$$- \text{ різниця площ діаграм: } 7 \times 10^{-7} < \left| \frac{A_{\text{пол}} - A_{\text{дрф}}}{A_{\text{дрф}}} \right| < 5 \times 10^{-5};$$

$$- \text{ різниця статичних моментів діаграм } 8 \times 10^{-6} \leq \left| \frac{S_{\text{пол}} - S_{\text{дрф}}}{S_{\text{дрф}}} \right| \leq 10^{-4}.$$

Співставлення характеристик, які використовуються при розрахунках:

$$\eta_{\text{пол}} = \eta_{\text{дрф}}; \quad 7 \times 10^{-7} \leq \left| \frac{\omega_{\text{пол}} - \omega_{\text{дрф}}}{\omega_{\text{дрф}}} \right| \leq 5 \times 10^{-5}; \quad 10^{-5} \leq \left| \frac{\chi_{\text{пол}} - \chi_{\text{дрф}}}{\chi_{\text{дрф}}} \right| \leq 10^{-4}.$$

Незначні відхилення пояснюються округленням коефіцієнтів поліному до 4-го знаку після коми.

Значення коефіцієнтів поліному зменшуються із зростанням міцності бетону та зменшенням величини параметра  $k$ .

$$\text{Для бетону класу С 50/60 значення } a_1 = 2,0663 \rightarrow 2, \quad a_2 = -1,1373 \rightarrow -1, \\ a_3 = 0,076 \rightarrow 0, \quad a_4 = -0,0054 \rightarrow 0, \quad a_5 = -0,0004 \rightarrow 0; \quad \text{при } k = 1 \quad a_1 = 1, \\ a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = 0.$$

Застосування гармонізованого поліному 5-го степеня має практичне значення.

Використовуються достатньо прості за формою запису залежності для визначення наведених вище параметрів діаграми та характеристик  $\omega$  і  $\chi$ , які застосовуються при розрахунках залізобетонних конструкцій за першою групою граничних станів.

## ДОДАТОК Г

Діаграми «напруження-деформація» стиснутого бетону, описані гармонізованим поліномом 5-го степеня для різних класів міцності

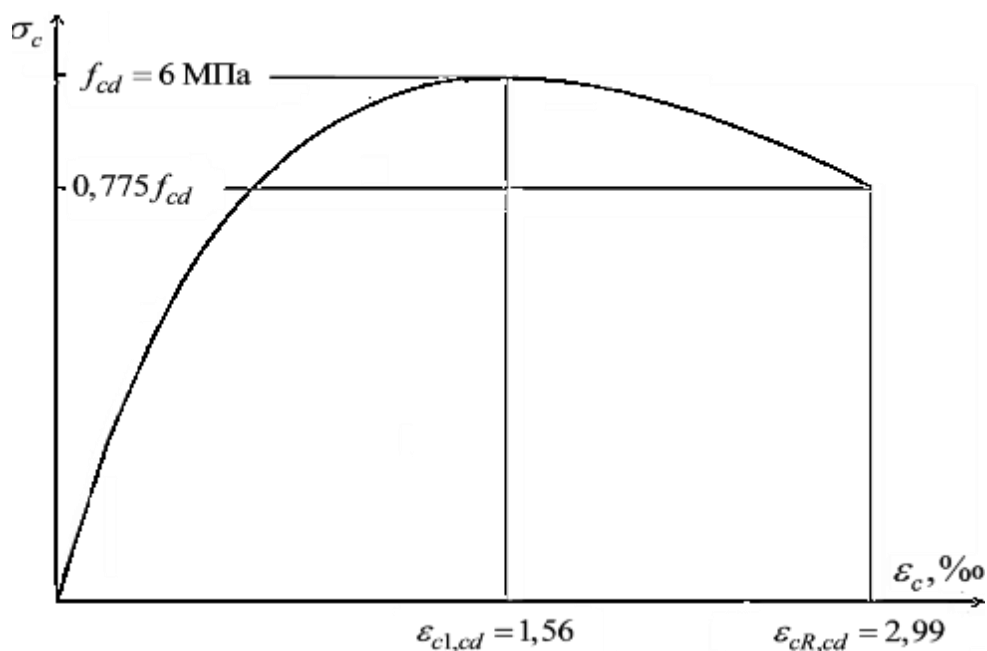


Рисунок Г.1 – Діаграма « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » для бетону класу С8/10

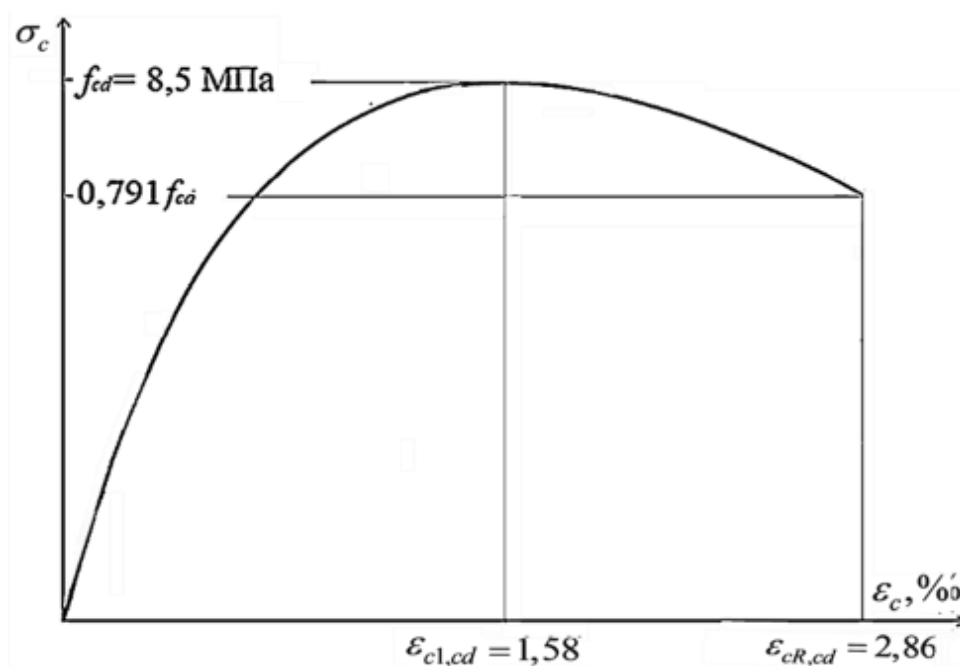


Рисунок Г.2 – Діаграма « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » для бетону класу 12/15

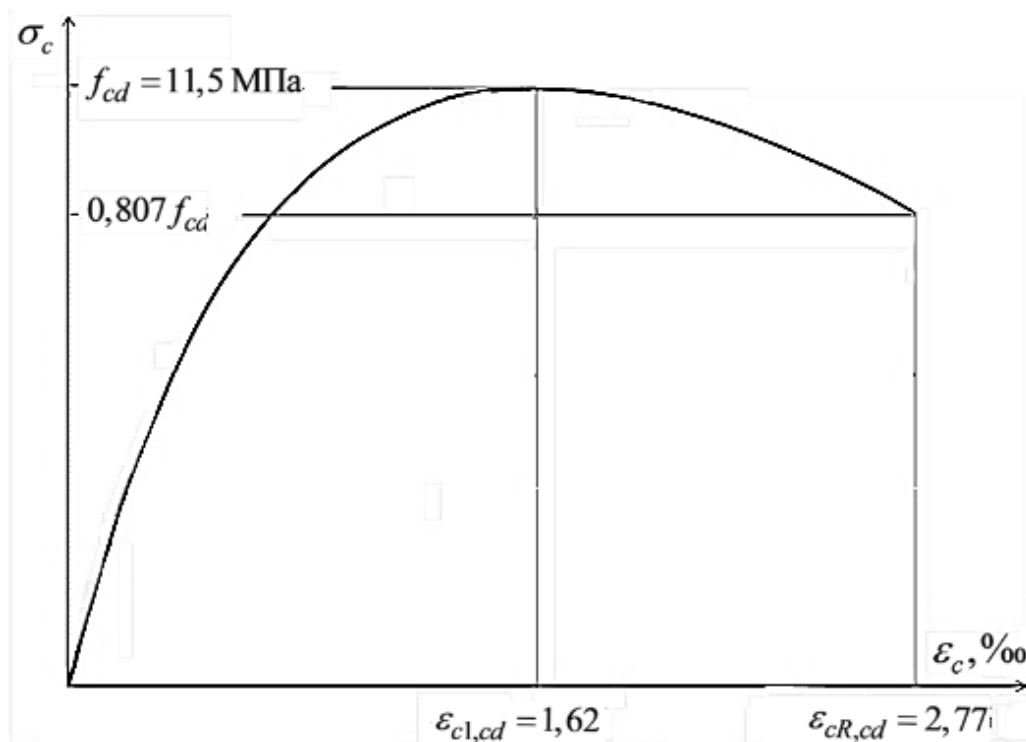


Рисунок Г.3 – Діаграма « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » для бетону класу 16/20

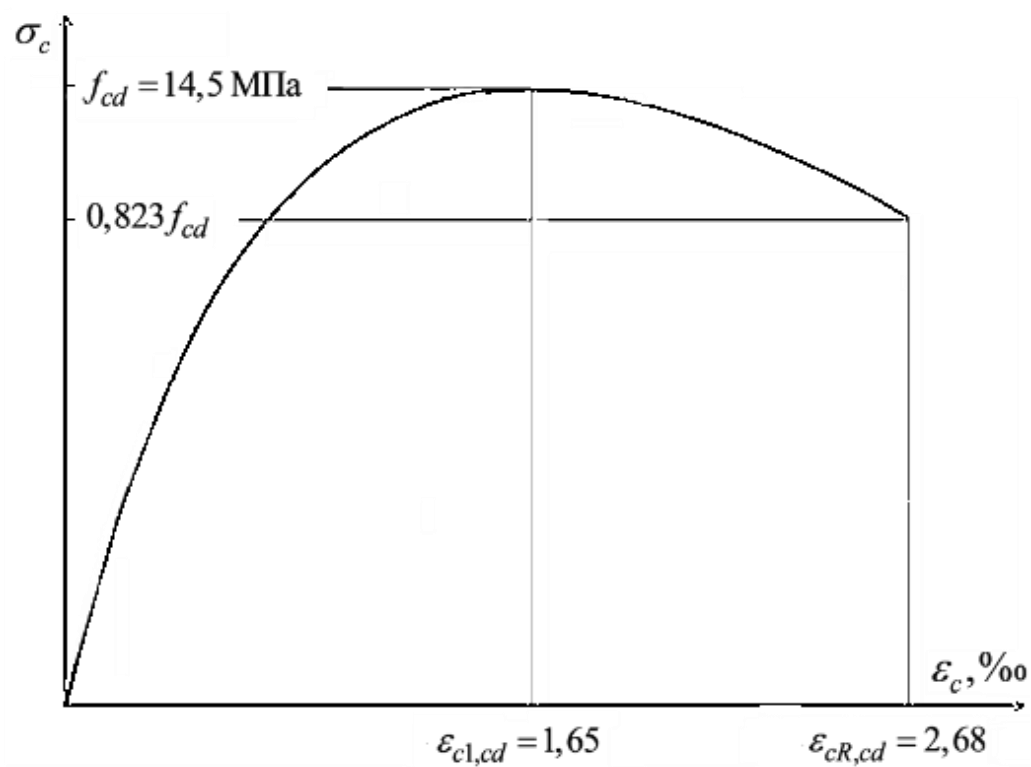


Рисунок Г.4 – Діаграма « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » для бетону класу 20/25

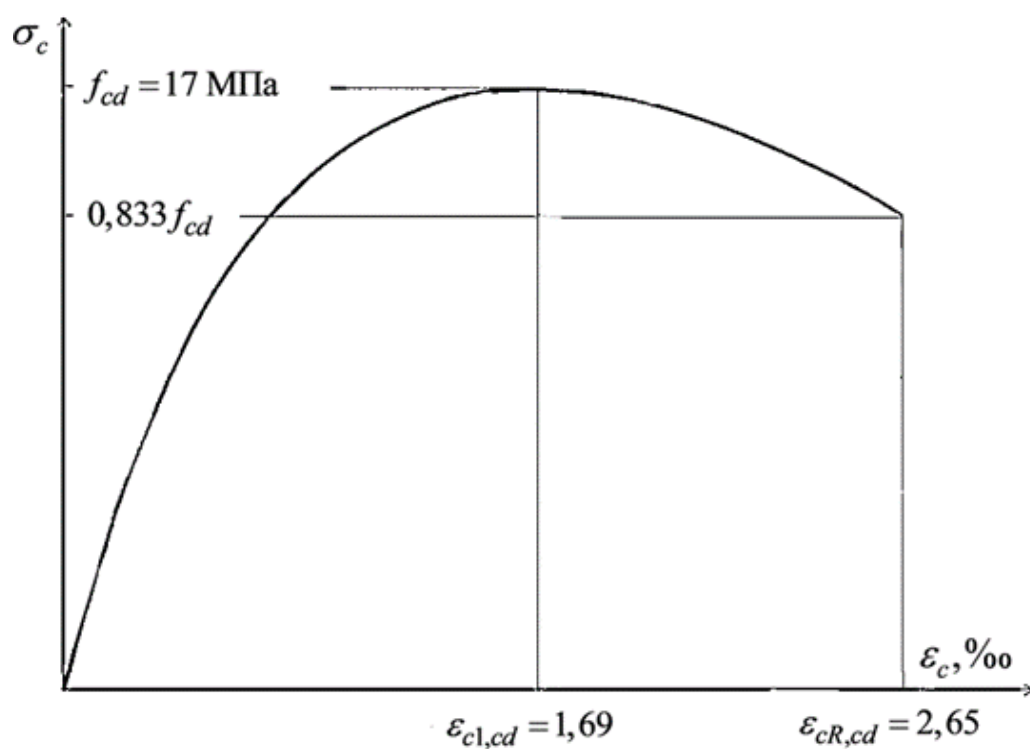


Рисунок Г.5 – Діаграма « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » для бетону класу 25/30

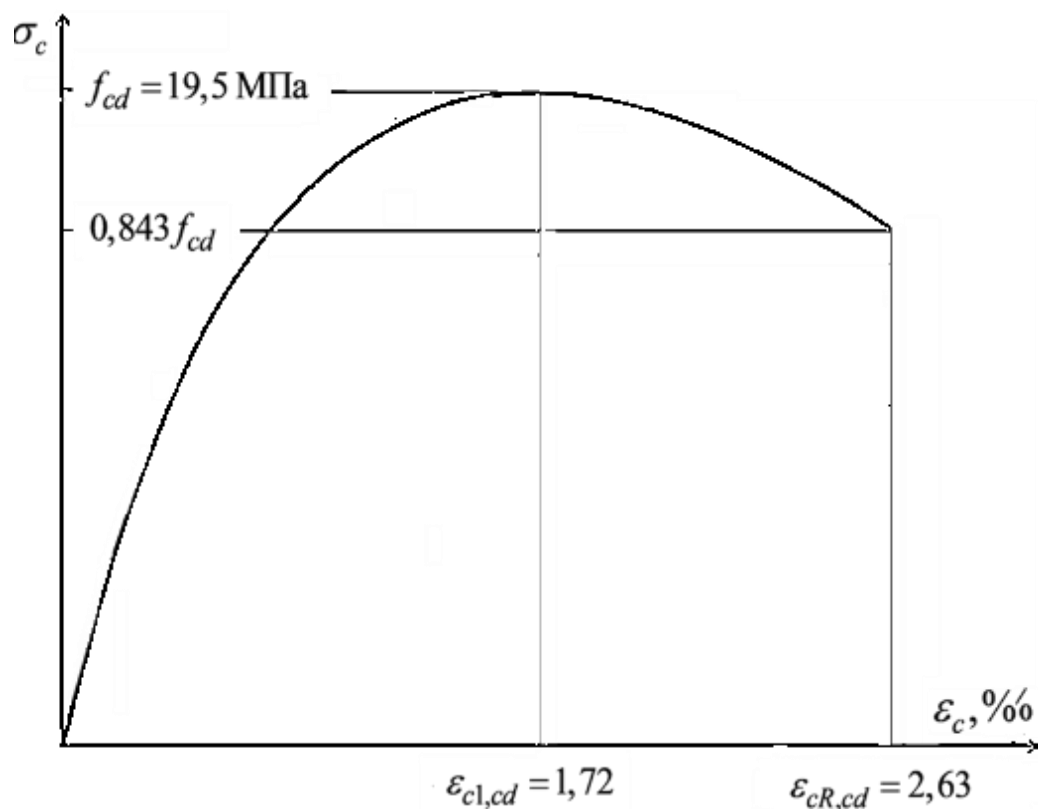


Рисунок Г.6 – Діаграма « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » для бетону класу 30/35

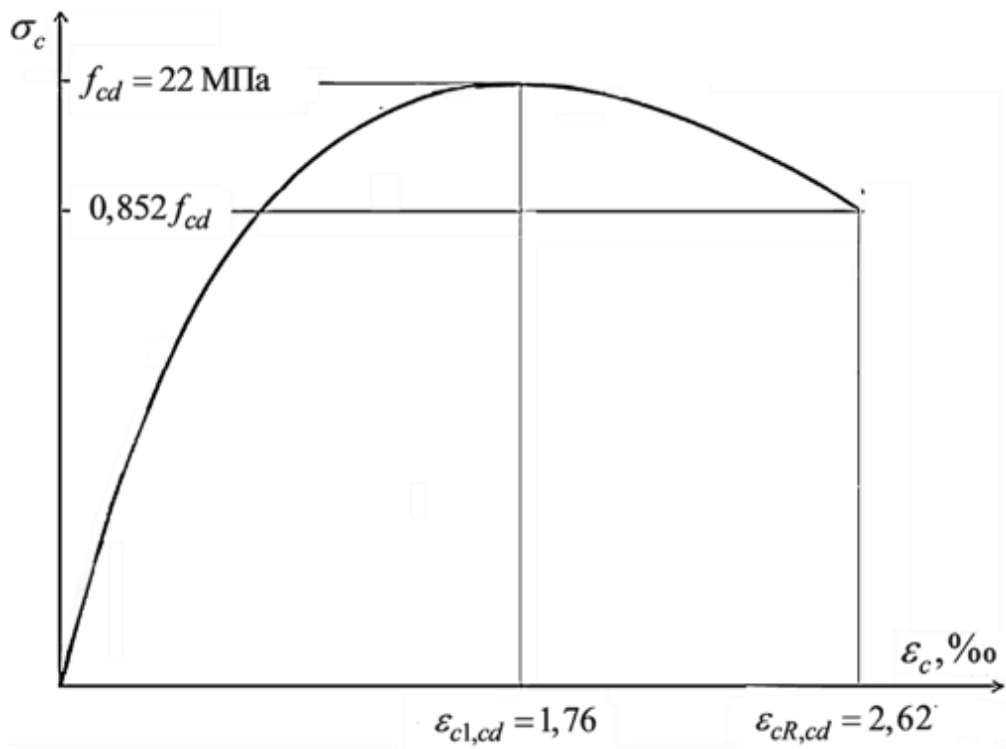


Рисунок Г.7 – Діаграма « $\sigma_c - \epsilon_c$ » для бетону класу 32/40

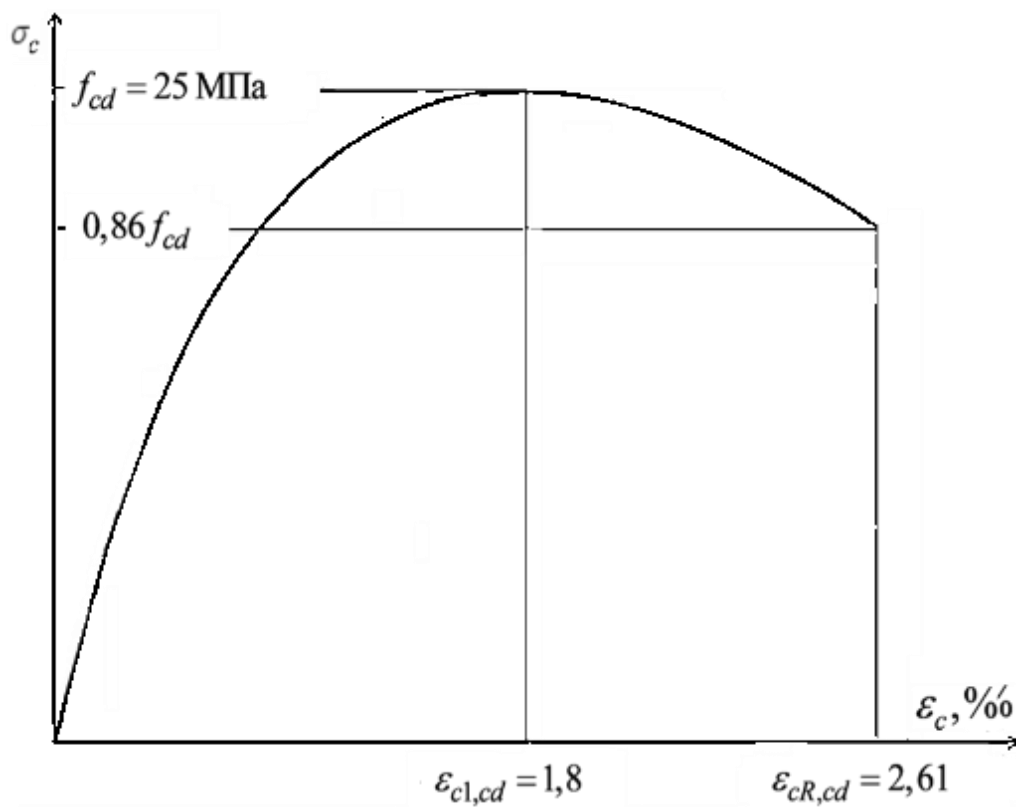


Рисунок Г.8 – Діаграма « $\sigma_c - \epsilon_c$ » для бетону класу 35/45

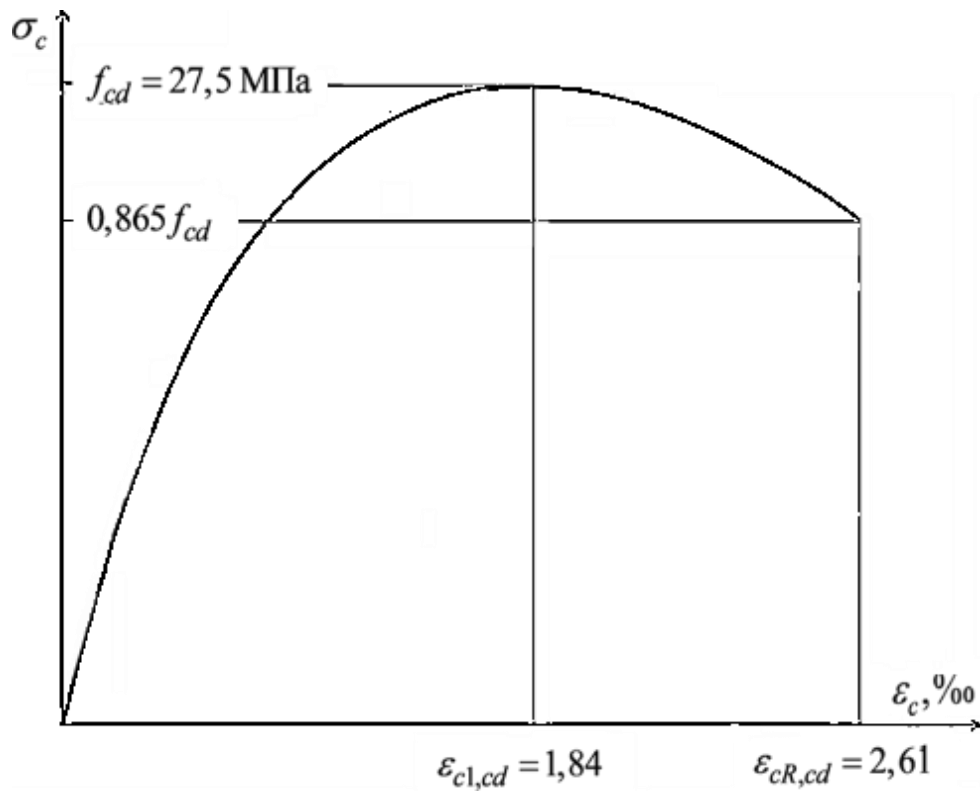


Рисунок Г.9 – Діаграма « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » для бетону класу 40/50

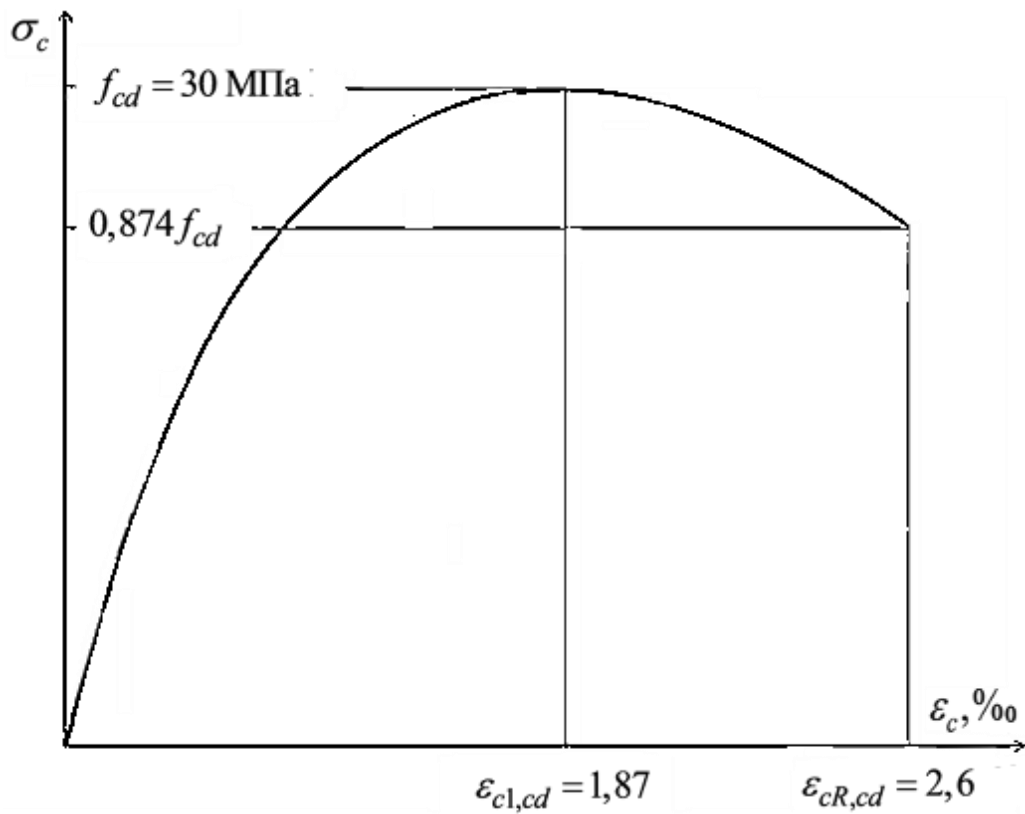
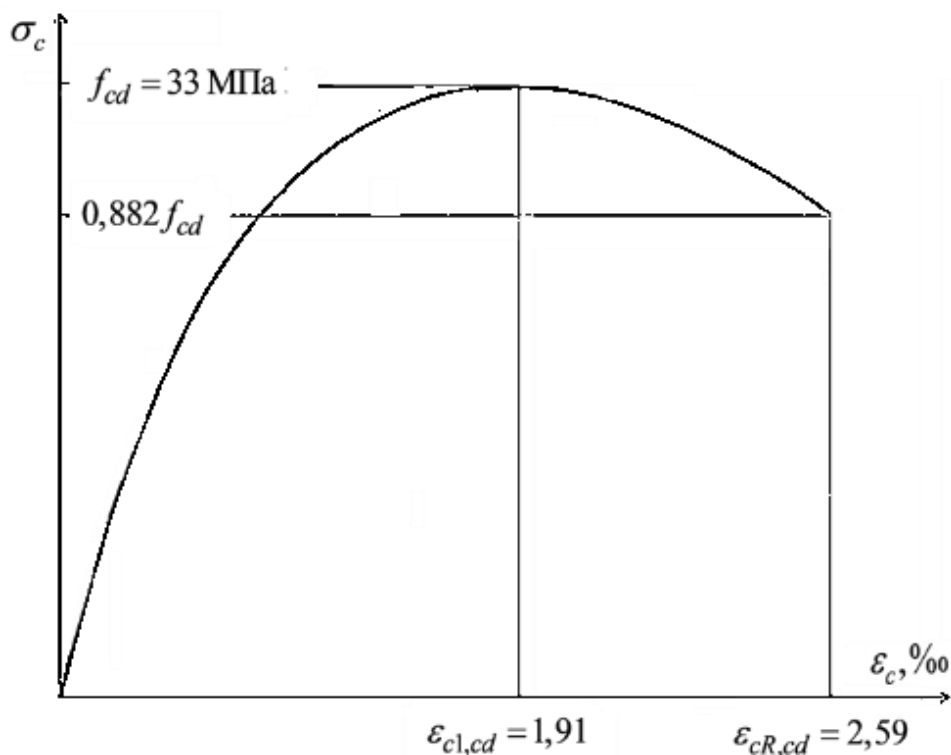


Рисунок Г.10 – Діаграма « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » для бетону класу 45/55



Рисунок Г.11 – Діаграма « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » для бетону класу 50/60Таблиця Г.1 – Значення відносного напруження  $\sigma/f_d$  при різному рівні деформації стиснутого бетону

Клас бетону	При $\eta$								
	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8
C16/20	Дрובה-раціональна функція								
	0,463	0,740	0,898	0,977	1	0,981	0,932	0,858	0,765
	Поліном								
	0,457	0,738	0,899	0,978	1	0,982	0,932	0,858	0,766
C30/35	Дрובה-раціональна функція								
	0,419	0,700	0,877	0,971	1	0,975	0,906	0,800	0,663
	Поліном								
	0,418	0,700	0,877	0,971	1	0,975	0,906	0,800	0,664
C50/60	Дрובה-раціональна функція та поліном								
	0,368	0,649	0,846	0,962	1	0,963	0,854	0,675	0,428

## ДОДАТОК Д

**Приклади розрахунку несучої здатності залізобетонних і кам'яних  
конструкцій з використанням умов екстремуму деформування**

**Приклад Д.1. Визначення несучої здатності за нормальним перерізом  
залізобетонної балки, переармованої високоміцною поздовжньою  
арматурою при виготовленні конструкції**

Дано: розміри поперечного перерізу балки  $b \times d = 300 \times 730$  мм; клас бетону С30/35:  $f_{cd}=19,5$  МПа,  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,625$  ‰,  $\eta_{cR}=1,526$ ,  $\omega_R=0,786$ ,  $\chi_R=0,539$  (табл. 4.5); клас арматури А1000:  $f_{pd}=795,83$  МПа,  $E_p=1,9 \times 10^5$  МПа,  $\varepsilon_{s0} = f_{pd}/E_p=4,189$  ‰, коефіцієнт поздовжнього армування  $\rho_1=0,009$ .

Необхідно визначити несучу здатність конструкції за нормальним перерізом.

Розв'язок.

Застосовуючи гіпотезу плоских перерізів за значеннями деформацій крайньої стиснутої фібри та поздовжньої арматури встановлюється величина граничної відносної висоти стиснутої зони бетону в нормальному перерізі на межі переармування:

$$\bar{\xi}_{s0} = \frac{\varepsilon_{cR}}{\varepsilon_{cR} + f_{pd} / E_p} = \frac{2,625 \times 10^{-3}}{2,625 \times 10^{-3} + 4,189 \times 10^{-3}} = 0,385.$$

Використовуючи гіпотезу плоских перерізів та рівняння рівноваги на поздовжню вісь конструкції  $\sum X = 0$  (рис. 4.9), отримано вираз для визначення коефіцієнта поздовжнього армування  $\rho_{s,min}$ , котрий відповідає межі переармування конструкції, визначеної в точці перетину нижньої та верхньої гілок діаграми деформування арматури:  $\rho_{s,min} = \bar{\xi}_R f_{cd} \omega_R / f_{pd}$ .

За вихідних даних:  $\rho_{s,min} = 0,385 \times 19,5 \times 0,7858 / 795,83 = 0,00742$ .

Проводиться порівняння значень  $\rho_{s,min}$  і  $\rho_1$ :  $\rho_1 = 0,9\% > \rho_{s,min} = 0,742\%$ , тому конструкція є переармованою.

Встановлюється величина відносної деформації арматури  $\varepsilon_s$ , за гіпотезою плоских перерізів, рівняння рівноваги  $\sum X = 0$  і залежність

$$\sigma_s = \varepsilon_s E_p : \varepsilon_s = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{cR,cd}}{2}\right)^2 + \frac{\varepsilon_{cR,cd} f_{cd} \omega}{\rho_1 E_p} - \frac{\varepsilon_{cR,cd}}{2}} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2,625 \times 10^{-3}}{2}\right)^2 + \frac{2,625 \times 10^{-3} \times 19,5 \times 0,786}{9 \times 10^{-3} \times 1,9 \times 10^5} - \frac{2,625 \times 10^{-3}}{2}} = 3,712 \text{‰}.$$

Величина напружень:  $\sigma_s = \varepsilon_{ps} E_p = 3,712 \times 10^{-3} \times 1,9 \times 10^5 = 705,3 \text{ МПа}$ .

Підраховуються величина відносної висоти стиснутої зони бетону:

$$\bar{\xi} = \frac{\rho_s \sigma_s}{f_{cd} \omega_R} = \frac{0,009 \times 705,3}{19,5 \times 0,786} = 0,414 \text{ і значення параметра } \alpha_m = \frac{M_{Rd}}{f_{cd} b d^2} :$$

$$\alpha_m = \bar{\xi} \omega_R (1 - \chi_R \bar{\xi} \omega_R) = 0,414 \times 0,786 \times (1 - 0,539 \times 0,414 \times 0,786) = 0,268.$$

Встановлюється величина згинального моменту, який сприймає конструкція:  $M_{Rd} = \alpha_m f_{cd} b d^2 = 0,268 \times 19,5 \times 300 \times 730^2 \times 10^{-6} = 835,5 \text{ кНм}$ .

Для конструкції з коефіцієнтом армування  $\rho_1 = 0,0074$  встановлюються значення розрахункових параметрів:  $\varepsilon_{ps} = 4,189 \text{‰}$ ;  $\sigma_s = 795,83 \text{ МПа}$ ;  $\bar{\xi}_R = 0,385$ ;  $\alpha_m = 0,385 \times 0,786 \times (1 - 0,539 \times 0,385 \times 0,786) = 0,253$ . Несуча здатність за нормальним перерізом  $M_{Rd} = 788,7 \text{ кНм}$ .

Таким чином, при збільшенні процента армування на 21 %, несуча здатність підвищується на  $\frac{835,5 - 788,7}{788,7} \times 100 = 5,9\%$ .

### **Приклад Д.2 Визначення залишкової несучої здатності за нормальним перерізом залізобетонної балки, переармованої високоміцною поздовжньою арматурою в результаті пошкодження стиснутого бетону при експлуатації**

Конструкція, запроєктована непереармованою з коефіцієнтом поздовжнього армування  $\rho_1 = 0,0074$ . У результаті експлуатації верхні шари стиснутого бетону зазнали пошкоджень і зруйнувалися. Робоча висота нормального перерізу зменшилася на 50 мм з  $d = 730$  мм до 680 мм.

Необхідно визначити залишкову несучу здатність балки при розрахункових характеристиках бетону й арматури, наведених у прикладі Д.1.

Розв'язок.

Так як, значення коефіцієнта  $\rho_1$  збільшується і складає  $\rho_1 = 0,0074 \times 730 / 680 = 0,008$ , що перевищує мінімальне значення  $\rho_1 = 0,008 > \rho_{s,R} = 0,0074$ , то конструкція переходить до категорії перearмованих.

Величина деформації арматури:

$$\varepsilon_s = \sqrt{\left(\frac{2,625 \times 10^{-3}}{2}\right)^2 + \frac{2,625 \times 10^{-3} \times 19,5 \times 0,786}{8 \times 10^{-3} \times 1,9 \times 10^5} - \frac{2,625 \times 10^{-3}}{2}} = 3,996 \text{‰}.$$

Значення напружень:  $\sigma_s = \varepsilon_s E_p = 3,996 \times 10^{-3} \times 1,9 \times 10^5 = 759,3 \text{ МПа}$ .

Відносна висота стиснутої зони бетону:  $\bar{\xi} = \frac{\rho_s \sigma_s}{f_{cd} \omega_R} = \frac{0,008 \times 759,3}{19,5 \times 0,786} = 0,396$ .

Параметр:  $\alpha_m = 0,396 \times 0,786 \times (1 - 0,539 \times 0,396 \times 0,786) = 0,259$ .

Величина згинального моменту, який сприймає конструкція:

$$M_{Rd} = \alpha_{mR} f_{cd} b d^2 = 0,259 \times 19,5 \times 300 \times 680^2 \times 10^{-6} = 701 \text{ кНм}.$$

Для непошкодженої конструкції з коефіцієнтом армування  $\rho_1 = 0,0074$  значення розрахункових параметрів дорівнюють:  $\varepsilon_{s0} = 4,2 \text{‰}$ ;  $\sigma_s = 797 \text{ МПа}$ ;  $\bar{\xi}_R = 0,385$ ;  $\alpha_m = 0,385 \times 0,786 \times (1 - 0,539 \times 0,385 \times 0,786) = 0,253$ ,  $M_{Rd} = 788 \text{ кНм}$ .

Вказане засвідчує, що при зменшенні площі стиснутої зони бетону на 7 % і робочої висоти поперечного перерізу з  $d = 730 \text{ мм}$  до 680 мм, несуча здатність знижується на  $\frac{788 - 701}{788} \times 100 = 11\%$ .

### **Приклад Д.3** **Визначення залишкової несучої здатності за нормальним перерізом залізобетонної балки, перearмованої високоміцною поздовжньою арматурою при зниженні міцності бетону в ході експлуатації**

Залізобетонна балка із бетону класу міцності C50/60 армована високоміцною поздовжньою арматурою класу A1000 запроєктована непереармованою з коефіцієнтом поздовжнього армування  $\rho_1 = 0,01$ . У результаті експлуатації міцність бетону верхньої частини стиснутої зони бетону знизилася з класу C50/60 до класу C30/35.

Дано: розміри поперечного перерізу балки  $b \times d = 300 \times 730$  мм; клас бетону C50/60:  $f_{cd} = 33$  МПа,  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,594 \text{ ‰}$ ,  $\eta_{cR} = 1,358$ ,  $\omega_R = 0,748$ ,  $\chi_R = 0,539$  (табл. 4.4); клас арматури A1000: характеристики арматура:  $f_{pd} = 795,83$  МПа,  $E_p = 1,9 \times 10^5$  МПа.  $\varepsilon_{s0} = 4,189 \text{ ‰}$ ,  $f_{pk}/\gamma_s = 875$  МПа,  $\varepsilon_{uk} = 18 \text{ ‰}$ ,  $\varepsilon_{ud} = 16,2 \text{ ‰}$ ; коефіцієнт армування  $\rho_1 = 0,01$ .

При зниженні міцності бетону до C30/35 розрахункові характеристики:  $f_{ad} = 19,5$  МПа,  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,625 \text{ ‰}$ ,  $\eta_{cR} = 1,526$ ,  $\omega_R = 0,786$ ,  $\chi_R = 0,539$ .

Необхідно визначити залишкову несучу здатність балки.

Розв'язок.

Задачі вирішується в такій послідовності:

– встановлюються значення відносної висоти стиснутої зони бетону на межі переармування та у точці обмеження діаграми деформування арматури:

$$\bar{\xi}_{ud} = \frac{\varepsilon_{cR}}{\varepsilon_{cR} + \varepsilon_{ud}} = \frac{2,594 \times 10^{-3}}{2,594 \times 10^{-3} + 16,2 \times 10^{-3}} = 0,138;$$

– визначаються значення граничних коефіцієнтів армування, котрі окреслюють верхню нахилену гілку діаграми деформування арматури:

$$\rho_{s,\min} = \bar{\xi}_{ud} \frac{f_{cd} \omega_R}{f_{ud}} = 0,138 \frac{33 \times 0,748}{864,68} = 0,0394\%, \quad \rho_{s,\max} = \bar{\xi}_{pd} \frac{f_{cd} \omega_R}{f_{pd}} = 0,382 \frac{33 \times 0,748}{795,83} = 1,18\%,$$

$$f_{ud} = f_{pd} + (f_{uk} - f_{pd}) \frac{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{pd}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{pd}} = 795,83 + (875 - 795,83) \frac{16,2 - 4,189}{18 - 4,189} = 864,68 \text{ МПа,}$$

і в межах яких вона реалізується  $\rho_{s,\min} = 0,394\% < \rho_1 = 1\% < \rho_{s,\max} = 1,18\%$ ;

– підраховуються напруження при коефіцієнті армування  $\rho_1 = 1\%$ :

$$\sigma_s = f_{pd} + (f_{ud} - f_{pd}) \frac{\rho_{s,\max} - \rho_1}{\rho_{s,\max} - \rho_{s,\min}} = 795,83 + (864,68 - 795,83) \frac{1,18 - 1}{1,18 - 0,394} = 811,59 \text{ МПа.}$$

– встановлюється значення відносної висоти стиснутої зони бетону в

нормальному перерізі:  $\bar{\xi} = \frac{\rho_s \sigma_s}{f_{cd} \omega_R} = \frac{0,01 \times 811,56}{33 \times 0,748} = 0,329,$

$$\alpha_m = \bar{\xi} \omega_R (1 - \chi_R \bar{\xi} \omega_R) = 0,329 \times 0,748 \times (1 - 0,539 \times 0,329 \times 0,748) = 0,213;$$

– визначається величина згинального моменту, який сприймає запроєктована конструкція:

$$M_{1,Rd} = \alpha_{mR} f_{cd} b d^2 = 0,213 \times 33 \times 300 \times 730^2 \times 10^{-6} = 1123,7 \text{ кНм.}$$

При зниженні міцності бетону  $\rho_1 = 0,01 > \rho_{s,\max} = 0,0074$ , де значення  $\rho_{s,\max}$  надано в прикладі Д.1, і конструкція переходить до категорії перearмованих, реалізується нижня гілка деформування й отримано:

– величина відносної деформації арматури складає:

$$\bar{\varepsilon}_s = \sqrt{\left(\frac{2,625 \times 10^{-3}}{2}\right)^2 + \frac{2,625 \times 10^{-3} \times 19,5 \times 0,786}{1 \times 10^{-3} \times 1,9 \times 10^5} - \frac{2,625 \times 10^{-3}}{2}} = 3,472 \text{ ‰};$$

– значення напружень:  $\sigma_s = \varepsilon_{ps} E_p = 3,452 \times 1,9 \times 10^2 = 659,7 \text{ МПа};$

– відносна висота стиснутої зони бетону дорівнює

$$\bar{\xi} = \frac{\rho_s \sigma_s}{f_{cd} \omega_R} = \frac{0,01 \times 659,7}{19,5 \times 0,786} = 0,431;$$

– параметр  $\alpha_m = 0,431 \times 0,786 \times (1 - 0,539 \times 0,431 \times 0,786) = 0,277;$

– величина згинального моменту, який може сприйняти конструкція після зниження класу бетону:  $M_{2,Rd} = 0,277 \times 19,5 \times 300 \times 730^2 \times 10^{-6} = 863,5 \text{ кНм}.$

Таким чином, при зниженні міцності бетону балки на  $\frac{f_{cd1} - f_{cd2}}{f_{cd1}} \times 100 = \frac{33 - 19,5}{33} \times 100 = 40,9\%$  її несуча здатність знижується на

$$\frac{M_{1,Rd} - M_{2,Rd}}{M_{1,Rd}} = \frac{1123,7 - 863,5}{1123,7} \times 100 = 23,2\%.$$

#### **Приклад Д.4 Визначення несучої здатності за нормальним перерізом залізобетонної балки, армованої високоміцною поздовжньою арматурою при її деформуванні в межах верхньої висхідної гілки**

Дано: розміри поперечного перерізу балки  $b \times d = 300 \times 730 \text{ мм};$  клас бетону С30/35: розрахункові характеристики:  $f_{ad} = 19,5 \text{ МПа}, \varepsilon_{cR,cd} = 2,625 \text{ ‰}, \eta_{cR} = 1,526, \omega_R = 0,786, \chi_R = 0,539$  (табл. 4.4); клас арматури А1000:  $f_{pd} = 795,83 \text{ МПа}, f_{pk}/\gamma_s = 875 \text{ МПа}, \varepsilon_{s0} = 4,189 \text{ ‰}, \varepsilon_{uk} = 18 \text{ ‰}, \varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk} = 16,2 \text{ ‰};$  коефіцієнт поздовжнього армування  $\rho_1 = 0,005.$

Необхідно визначити несучу здатність балки.

Розв'язок. Порівнюються значення рівня деформації стиснутого бетону  $\eta_u = 1,635$  (табл. Д.1), визначеного із екстремального силового критерія  $M_u = M(\eta_u)$  за досягнення напруженнями в поздовжній арматурі граничної величини міцності на розтяг та рівня деформації бетону при втраті несучої здатності шляхом його роздроблення, що відповідає максимуму деформування без макроруху структури бетону  $\eta_{cR} = 1,526$ . Так як  $\eta_u = 1,635 > \eta_{cR} = 1,526$ , то за розрахунковий параметр приймається  $\eta_{cR}$  і відповідна йому величина деформації  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,625\%$ .

Застосовуючи рівняння рівноваги за поздовжньою віссю конструкції  $\sum X = 0$ , гіпотезу плоских перерізів, залежність між напруженнями  $\sigma_s$  та деформаціями поздовжньої арматури  $\varepsilon_s$  за діаграмою її деформування, і розв'язуючи їх відносно  $\varepsilon_s$  встановлюється величина деформації:

$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{f_{pd}(\varepsilon_{sk} - \varepsilon_{s0})}{f_{pk} / \gamma_s - f_{pd}} - \varepsilon_{s0} + \varepsilon_{cR,cd} \right]^2} + \varepsilon_{cR,cd} \left[ \varepsilon_{s0} + \frac{\varepsilon_{sk} - \varepsilon_{s0}}{f_{pk} / \gamma_s - f_{pd}} \left( \frac{f_{cd} \omega}{\rho_1} - f_{pd} \right) \right] - \frac{1}{2} \left[ \frac{f_{pd}(\varepsilon_{sk} - \varepsilon_{s0})}{f_{pk} / \gamma_s - f_{pd}} - \varepsilon_{s0} + \varepsilon_{cR,cd} \right].$$

При підстановці числових значень:

$$\varepsilon_s = \left\{ \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{795,83 \times (18 - 4,189)}{1050 / 1,2 - 795,83} - 4,189 + 2,625 \right]^2} + 2,625 \times \left[ 4,189 + \frac{18 - 4,189}{1050 / 1,2 - 795,83} \left( \frac{19,5 \times 0,786}{0,005} - 795,83 \right) \right]} - \frac{1}{2} \left[ \frac{795,83 \times (18 - 4,189)}{1050 / 1,2 - 795,83} - 4,189 + 2,625 \right] \right\} \times 10^{-3} = 7,267\% .$$

Встановлюється відповідність отриманого значення деформації інтервалу деформації, що відповідає верхній нахилений гілці діаграми деформування арматури, тобто перевіряється умова:  $\varepsilon_{s0} = 4,189\% < \varepsilon_s = 7,267\% < \varepsilon_{ud} = 16,2\%$ .

Так як  $\varepsilon_s$  відповідає верхній висхідній гілці деформування арматури за її величиною підраховуються напруження в арматурі:

$$\sigma_s = f_{pd} + (f_{uk} - f_{pd}) \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{s0}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{s0}} = 795,83 + (875 - 795,83) \frac{7,267 - 4,189}{18 - 4,189} = 813,47 \text{ МПа}.$$

Підраховуються значення відносної висоти стиснутого бетону в нормальному перерізі:  $\bar{\xi} = \frac{\rho_1 \sigma_s}{f_{cd} \omega_R} = \frac{0,005 \times 813,47}{19,5 \times 0,786} = 0,265$  та параметра

$$\alpha_m = \bar{\xi} \omega_R (1 - \bar{\xi} \omega_R \chi_R) = 0,265 \times 0,786 \times (1 - 0,265 \times 0,786 \times 0,539) = 0,185.$$

Визначається величина згинального моменту, який може сприйняти конструкція:  $M_{Rd} = \alpha_m f_{cd} b d^2 = 0,185 \times 19,5 \times 300 \times 730^2 \times 10^{-6} = 576,7 \text{ кНм}$ .

Для спрощення розрахунку запропонована залежність, що дозволяє встановити напруження в арматурі  $\sigma_s$  за коефіцієнтом армування  $\rho_1$  без підрахунку деформації  $\varepsilon_s$ :  $\sigma_s = f_{pd} [1 + k_{\sigma 1} (\rho_{s, \max} - \rho_1)^2]$ ,

$$\text{де } k_{\sigma 1} = \frac{1}{3} \left( \frac{f_{cd, 20}}{f_{cd}} \right)^2, \quad \rho_{s, \max} = \frac{\varepsilon_{cR, cd}}{\varepsilon_{cR, cd} + \varepsilon_{s0}} \frac{f_{cd} \omega}{f_{pd}}, \quad \rho_1 \text{ підставляється в \%}.$$

За вихідними розрахунковими параметрами даної задачі:

$$\sigma_s = f_{pd} [1 + k_{\sigma 1} (\rho_{s, \max} - \rho_1)^2] = 795,83 \times [1 + 0,35 \times (0,74 - 0,5)^2] = 811,9 \text{ МПа}.$$

$$\text{де } k_{\sigma 1} = \frac{1}{3} \left( \frac{20}{19,5} \right)^2 = 0,35, \quad \rho_{s, \max} = \frac{2,625}{2,625 + 4,189} \frac{19,5 \times 0,786}{795,83} = 0,0074.$$

Відносна висота стиснутої зони  $\bar{\xi} = \frac{\rho_1 \sigma_s}{f_{cd} \omega_R} = \frac{0,005 \times 811,9}{19,5 \times 0,786} = 0,264$ , параметр

$$\alpha_m = \bar{\xi} \omega_R (1 - \bar{\xi} \omega_R \chi_R) = 0,264 \times 0,786 \times (1 - 0,264 \times 0,786 \times 0,539) = 0,184.$$

Величина згинального моменту, який може сприйняти залізобетонна балка:  $M_{Rd} = \alpha_m f_{cd} b d^2 = 0,184 \times 19,5 \times 300 \times 730^2 \times 10^{-6} = 573,6 \text{ кНм}$  і відрізняється від отриманого значення  $M_{Rd}$  з підрахуванням деформації  $\varepsilon_s$  на 0,5%.

**Приклад Д.5** Визначення несучої здатності за нормальним перерізом залізобетонної балки, армованої високоміцною поздовжньою арматурою при її деформуванні в межах верхньої висхідної гілки за спрощеним методом розрахунку

Дано: розміри поперечного перерізу балки  $b \times d = 300 \times 760$  мм; клас бетону С50/60:  $f_{ad} = 33$  МПа,  $\varepsilon_{cR, cd} = 2,594$  ‰,  $\eta_{cR} = 1,358$ ,  $\omega_R = 0,748$ ,  $\chi_R = 0,539$  (табл. 4.4),



$\eta_u=1,684$ ; клас арматури А1000: характеристики арматура:  $f_{pd}=795,83$  МПа,  $\varepsilon_{s0}=4,189$  ‰,  $f_{pk}/\gamma_s=875$  МПа,  $\varepsilon_{uk}=18$  ‰,  $\varepsilon_{ud}=16,2$  ‰, площа поперечного перерізу поздовжньої арматури  $A_s=1131$  мм<sup>2</sup>, коефіцієнт армування  $\rho_1=0,005$ .

Необхідно встановити несучу здатність залізобетонної балки у нормальному перерізі.

Розв'язок.

Так як  $\eta_u=1,684$  (табл. Д.2) [224], а  $\eta_R=1,358$ ,  $\eta_u=1,684 > \eta_R=1,358$  за розрахунковий приймається  $\eta_R$ .

Перевіряється відповідність коефіцієнта армування деформуванню арматури в межах верхньої висхідної гілки діаграми за умовою:  $\rho_{s,\min} \leq \rho_1 \leq \rho_{s,\max}$  і при заданому значенні  $\rho_1=0,005$ :

$$\rho_{s,\min} = \frac{\varepsilon_{cR,cd}}{\varepsilon_{cR,cd} + \varepsilon_{ud}} \frac{f_{cd}\omega}{f_{hd}} = \frac{2,594}{2,594+16,2} \frac{33 \times 0,748}{875} = 0,004,$$

$$\rho_{s,\max} = \frac{\varepsilon_{cR,cd}}{\varepsilon_{cR,cd} + \varepsilon_{s0}} \frac{f_{cd}\omega}{f_{hd}} = \frac{2,594}{2,594+4,189} \frac{33 \times 0,748}{795,83} = 0,012,$$

виконується умова  $\rho_{s,\min}=0,004 \leq \rho_1=0,005 \leq \rho_{s,\max}=0,012$ .

Тоді величина напруження  $\sigma_s$ :

$$\sigma_s = f_{hd} [1 + k_{\sigma 1} (\rho_{s,\max} - \rho_1)^2] = 795,83 \times [1 + 0,12 \times (1,2 - 0,5)^2] = 842,6 \text{ МПа},$$

$$\text{де } k_{\sigma 1} = \frac{1}{3} \left( \frac{f_{cd,20}}{f_{cd}} \right)^2 = \frac{1}{3} \left( \frac{20}{33} \right)^2 = 0,12, \rho_1 \text{ підставляється в \% .}$$

$$\text{Відносна висота стиснутої зони: } \bar{\xi} = \frac{\rho_1 \sigma_s}{f_{cd} \omega_R} = \frac{0,005 \times 842,6}{33 \times 0,748} = 0,171.$$

Величина згинального моменту, який може сприйняти конструкція дорівнює:  $M_{Rd} = A_{sp} \sigma_s d (1 - 0,4 \bar{\xi})$ .

$$\text{За вихідних даних: } M_{Rd} = 1131 \times 842,6 \times 760 \times (1 - 0,4 \times 0,171) \times 10^{-6} = 674,7 \text{ кНм}.$$

Порівняння з результатами розрахунку із визначенням відносної деформації арматури  $\varepsilon_s$ :  $\varepsilon_s=12,58$ ‰;  $\sigma_s=843,94$  МПа;  $\bar{\xi}=0,171$ ;  $\alpha_m=0,119$ ;

$M_{Rd} = \alpha_m f_{cd} b d^2 = 0,119 \times 33 \times 300 \times 760^2 \times 10^{-6} = 680,5 \text{ кНм}$ , вказує на близькість отриманих результатів.

**Приклад Д.6 Визначення площі поперечного перерізу поздовжньої арматури залізобетонної балки, армованої високоміцною арматурою при її деформуванні в межах верхньої гілки за спрощеним методом розрахунку**

Дано: розміри поперечного перерізу балки  $b \times d = 300 \times 740$  мм; клас бетону C50/60:  $f_{cd} = 33$  МПа,  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,594$  ‰,  $\eta_{cR} = 1,358$ ,  $\omega_R = 0,748$ ,  $\chi_R = 0,539$ ,  $\eta_u = 1,684$ ; клас арматури A1000:  $f_{pd} = 795,83$  МПа,  $\varepsilon_{pd} = 4,189$  ‰,  $f_{pk}/\gamma_s = 875$  МПа,  $\varepsilon_{uk} = 18$  ‰,  $\varepsilon_{ud} = 16,2$ .

На балку діє згинальний момент  $M_{Ed} = 900$  кНм.

Розв'язок.

Для сполучення бетону класу за міцністю стиск C50/60 і арматури класу A1000 на висхідній гілці  $\eta_u > \eta_R$  (див. приклад Д.5), тому за розрахунковий параметр приймається  $\eta_R$ .

$$\text{Встановлюється параметр } \alpha_m = \frac{M_{Ed}}{f_{cd} b d^2} = \frac{950 \times 10^6}{33 \times 300 \times 740^2} = 0,175.$$

Застосовуючи дані табл. Д.2 приймається коефіцієнт поздовжнього армування  $\rho_1 = 0,008$ .

Визначається площа поперечного перерізу арматури:

$$A_{sp} = \rho_1 b d = 0,008 \times 300 \times 740 = 1776 \text{ мм}^2.$$

Приймається 9Ø16 ( $A_s = 1810$  мм<sup>2</sup>).

$$\text{Фактичний коефіцієнт армування дорівнює: } \rho_1 = \frac{A_s}{b d} = \frac{1810}{300 \times 740} = 0,00815.$$

Підраховуються напруження в арматурі:

$$\sigma_s = f_{pd} \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{f_{cd,20}}{f_{cd}} \right)^2 (\rho_{s,max} - \rho_1)^2 \right] = 795,83 \times \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{20}{33} \right)^2 (1,2 - 0,815)^2 \right] = 810,3 \text{ МПа.}$$

$$\text{Значення відносної висоти стиснутої зони: } \bar{\xi} = \frac{\rho_1 \sigma_s}{f_{cd} \omega_R} = \frac{0,00815 \times 810,3}{33 \times 0,748} = 0,267;$$

параметра  $\alpha_m = \bar{\xi}\omega_R(1 - \bar{\xi}\omega_R\chi_R) = 0,267 \times 0,786 \times (1 - 0,248 \times 0,748 \times 0,539) = 0,178$ .

Тоді величина згинального моменту, який може сприйняти конструкція дорівнює:  $M_{1,Rd} = \alpha_{mR} f_{cd} b d^2 = 0,178 \times 33 \times 300 \times 740^2 \times 10^{-6} = 965$  кНм

або

$$M_{Rd} = A_{sp} \sigma_s d (1 - 0,4\bar{\xi}) = 1810 \times 810,3 \times 740 \times (1 - 0,4 \times 0,267) \times 10^{-6} = 969,4 \text{ кНм.}$$

Наявна близькість отриманих результатів.

### **Приклад Д.7 Визначення залишкової несучої здатності за нормальним перерізом армованої поздовжньою арматурою залізобетонної балки, котра при експлуатації зазнала пошкоджень стиснутої зони бетону**

Дано: розміри поперечного перерізу запроєктованої балки  $b \times d = 200 \times 400$  мм; клас бетону С30/35:  $f_{cd} = 19,5$  МПа,  $\varepsilon_{cR,cd} = 2,625$  ‰,  $\eta_{cR} = 1,526$ ,  $\omega_R = 0,786$ ,  $\chi_R = 0,539$ ; клас арматури А400С:  $f_{yd} = 364$  МПа,  $E_p = 2,1 \times 10^5$  МПа,  $\varepsilon_{s0} = 1,733$  ‰; площа поперечного перерізу арматури  $A_s = 1963$  мм<sup>2</sup> (4Ø25), коефіцієнт поздовжнього армування  $\rho_1 = 0,0241$ .

При експлуатації верхня частина стиснутої зони зазнала пошкодження, внаслідок чого робоча висота нормального перерізу зменшилася з 370 мм до 330 мм і коефіцієнт поздовжнього армування  $\rho_1$  збільшується і складає

$$\rho_1 = \frac{A_s}{bd} = \frac{1963}{220 \times 340} = 0,0262.$$

Необхідно визначити залишкову несучу здатність балки за нормальним перерізом.

Розв'язок.

Визначається величина коефіцієнта армування поздовжньою арматурою на межі переармування:

$$\rho_{1,R} = \frac{\varepsilon_{cR,cd}}{\varepsilon_{cR,cd} + \varepsilon_{s0}} \frac{f_{cd}\omega_R}{f_{yd}} = \frac{2,625}{2,625 + 1,733} \frac{19,5 \times 0,786}{364} = 0,254.$$

Так як,  $\rho_s = 0,0262 > \rho_{s,R} = 0,0254$  то конструкція переходить до категорію переармована.

Встановлюється величина відносної деформації:

$$\varepsilon_s = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{cR,cd}}{2}\right)^2 + \frac{\varepsilon_{cR,cd} f_{cd} \omega}{\rho_1 E_p} - \frac{\varepsilon_{cR,cd}}{2}} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{2,625 \times 10^{-3}}{2}\right)^2 + \frac{2,625 \times 10^{-3} \times 19,5 \times 0,786}{2,62 \times 10^{-2} \times 2,1 \times 10^5} - \frac{2,625 \times 10^{-3}}{2}} = 1,392 \text{ ‰}.$$

Значення напруження:  $\sigma_s = \varepsilon_{ps} E_p = 1,392 \times 2,1 \times 10^2 = 292,32 \text{ МПа}$ .

Величина відносної висоти стиснутої зони бетону і параметра  $\alpha_m$ :

$$\bar{\xi} = \frac{\rho_s \sigma_s}{f_{cd} \omega_R} = \frac{0,0262 \times 292,32}{19,5 \times 0,786} = 0,499; \alpha_m = 0,499 \times 0,786 \times (1 - 0,539 \times 0,499 \times 0,786) = 0,314.$$

Величина згинального моменту, який сприймає конструкція:

$$M_{Rd} = \alpha_{mR} f_{cd} b d^2 = 0,314 \times 19,5 \times 220 \times 340^2 \times 10^{-6} = 184,4 \text{ кНм}.$$

Для непошкодженої конструкції при  $\rho_1 = 0,0241$  значення розрахункових параметрів за умови:

$$M_{Rd} = \max M(\eta) \quad [224]: \quad \eta_u = 1,309; \quad \omega = 0,767; \quad \chi = 0,53;$$

$$\xi = \frac{f_{yd} A_s}{f_{cd} b d} = \frac{364 \times 1963}{19,5 \times 220 \times 370} = 0,45; \quad \alpha_m = \xi(1 - \chi \xi) = 0,45 \times (1 - 0,53 \times 0,45) = 0,343;$$

$$M_{Rd} = \alpha_m f_{cd} b d^2 = 0,343 \times 19,5 \times 220 \times 370^2 = 201,4 \text{ кНм}.$$

Дані про значення розрахункових параметрів в нормальному внепереаомованих конструкцій для сполучень класів бетону й високоміцної арматури:

- бетони класу С30/35 і арматурі класу А1000;
- бетони класу С50/60 і арматурі класу А1000;
- бетони класу С30/35 і арматурі класу А600;
- бетони класу С50/60 і арматурі класу К1500;
- бетони класу С50/60 і арматурі класу Вр1400,

а також переармованої конструкції при бетони класу С30/35 і арматурі класу А1000 наведені в таблицях Д.1 – Д.6.

Таблиця Д.1 – Параметри (характеристики) нормального перерізу та результати розрахунку залізобетонних конструкцій, що згинаються, при класі бетону С30/35 і арматурі класу А1000 за умови  $\varepsilon_{s0} = f_{pd} / E_p \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$

Параметри (характеристики) нормального перерізу	Характеристики бетону: $f_{cd}=19,5$ МПа , $\varepsilon_{cR,cd}=2,625$ ‰, $\omega_R=0,786$ , $\chi_R=0,539$									
	Характеристики арматури: $f_{pd}=795,83$ МПа, $\varepsilon_{s0}=4,189$ ‰, $\varepsilon_{pk}/\gamma_s = 875$ МПа, $\varepsilon_{uk}=18$ ‰, $\varepsilon_{ud}=0,9 \times 18=16,2$ ‰									
	Умова розрахунку									
	$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta_R = \max \left( \frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta \right)$								$M_{Rd} = \max M(\eta_u)$	
	Коефіцієнт армування $\rho_s$ , ‰									
		0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65
$\eta^*$	1,526								1,505	1,474
$\varepsilon_s$ , ‰	16,01	13,20	11,13	9,544	8,287	7,267	6,421	5,709	5,024	4,405
$\sigma_s$ , МПа	863,59	847,48	835,63	826,53	819,32	813,47	808,63	804,55	801,06	798,05
$\bar{\xi}$	0,1409	0,1659	0,1908	0,2157	0,2406	0,2654	0,2902	0,3150	0,3398	0,3646
$\xi = \bar{\xi} \omega$	0,11107	0,1304	0,1500	0,1695	0,1891	0,2086	0,2281	0,2476	0,2670	0,2865
$\alpha_m$	0,1041	0,1212	0,1379	0,1541	0,1698	0,1851	0,2000	0,2145	0,2286	0,2423

\* – при  $\rho_1 = 0,25$  ‰ рівень деформації бетону крайньої стиснутої фібри  $\eta_u = 2,007$ , за  $\rho_1 = 0,6$  ‰ –  $\eta_u = 1,541$ , що перевищує рівень  $\eta_R$ ;

Таблиця Д.2 – Параметри (характеристики) нормального перерізу та результати розрахунку залізобетонних конструкцій, що згинаються, при класі бетону 50/60 і арматурі класу А1000 за умови  $\varepsilon_{s0} = f_{pd} / E_p \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$

Параметри (характеристики) нормального перерізу	Характеристики бетону: : $f_{cd}=33$ МПа, $\varepsilon_{cR,cd}=2,594$ ‰, $\omega_R = 0,748$ , $\chi_R = 0,539$									
	Характеристики арматури: $f_{pd}=795,83$ МПа, $\varepsilon_{s0}= 4,189$ ‰, $\varepsilon_{pk}\gamma_s = 875$ МПа, $\varepsilon_{uk}=18$ ‰, $\varepsilon_{ud} = 16,2$ ‰									
	Умова розрахунку									
	$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta_R = \max \left( \frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta \right)$									
	Коефіцієнт армування $\rho_1$ , %									
		0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
$\eta_R^*$	1,358									
$\varepsilon_s$ , ‰	15,95	12,58	10,25	8,550	7,246	6,217	5,384	4,694	4,114	
$\sigma_s$ , МПа	863,25	843,93	830,60	820,83	813,36	807,46	802,68	798,72	795,40	
$\bar{\xi}$	0,1399	0,1709	0,2019	0,2328	0,2636	0,2944	0,3251	0,3559	0,3867	
$\xi = \bar{\xi}\omega$	0,1046	0,1279	0,1510	0,1741	0,1972	0,2202	0,2432	0,2662	0,2892	
$\alpha_m$	0,0987	0,1191	0,1387	0,1578	0,1762	0,1941	0,2113	0,2280	0,2441	

\* – при  $\rho_1 = 0,4$  ‰ рівень деформації бетону крайньої стиснутої фібри  $\eta_u = 1,754$ , за  $\rho_1 = 1,2$  ‰ –  $\eta_u = 1,384$ , що перевищує рівень  $\eta_R$ , за  $\rho_1 = 0,5$  ‰  $\eta_u = 1,684$

Таблиця Д.3 – Параметри (характеристики) нормального перерізу та результати розрахунку залізобетонних конструкцій, що згинаються, при класі бетону С30/35 і арматурі класу А600 за умови  $\varepsilon_{s0} = f_{pd} / E_p \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$

Параметри (характеристики) нормального перерізу	Характеристики бетону: : $f_{cd}=19,5$ МПа, $\varepsilon_{cR,cd}= 2,625$ ‰, $\eta_{cR}=1,526$ , $\omega_R=0,7858$ , $\chi_R=0,539$						
	Характеристики арматури класу А600: $f_{pd}=479,2$ МПа, $\varepsilon_{s0} = 2,522$ ‰, $\varepsilon_{pk}/\gamma_s = 525$ МПа, $\varepsilon_{uk}= 20$ ‰, $\varepsilon_{ud}=18$ ‰						
	Умова розрахунку						
	$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta_R = \max \left( \frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta \right)$				$M_{Rd} = \max M(\eta_u)$		
	Коефіцієнт армування $\rho_1$ , %						
		0,35	0,4	0,5	0,75	1,0	1,25
$\eta^*$	1,526				1,4903	1,414	1,371
$\varepsilon_s$ , ‰	19,34	16,84	13,24	8,231	5,486	3,695	2,597
$\sigma_s$ , МПа	523,27	516,72	507,28	494,16	486,94	482,24	479,36
$\bar{\xi}$	0,1195	0,1349	0,1655	0,2418	0,3184	0,3969	0,4759
$\xi = \bar{\xi} \omega \xi$	0,0939	0,1060	0,1301	0,1901	0,2497	0,3091	0,3687
$\alpha_m$	0,0892	0,0999	0,1209	0,1706	0,2163	0,2582	0,2965

\* – при  $\rho_1 = 0,35$  % рівень деформації бетону крайньої стиснутої фібри  $\eta_u = 2,041$ , за  $\rho_1 = 0,75$  % –  $\eta_u = 1,629$ , що перемащує рівень  $\eta_R$

Таблиця Д.4 – Параметри (характеристики) нормального перерізу та результати розрахунку залізобетонних конструкцій, що згинаються, при класі бетону 50/60 і арматурі класу К1500 за умови  $\varepsilon_{s0} = f_{pd} / E_p \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$

Параметри (характеристики) нормального перерізу	Характеристики бетону: $f_{cd}=33$ МПа $\varepsilon_{cR,cd}=2,594$ ‰, $\eta_R=1,358$ , $\omega_R=0,748$ , $\chi_R=0,539$						
	Характеристики арматура класу К1500: $f_{pd}=1191,7$ МПа, $\varepsilon_{s0}=6,62$ ‰, $f_{pk}\gamma_s=1312,5$ МПа, $\varepsilon_{uk}=14$ ‰, $\varepsilon_{ud}=12,6$ ‰						
	Умова розрахунку						
	$\frac{\sigma_c}{f_{cd}}\eta_R = \max\left(\frac{\sigma_c}{f_{cd}}\eta\right)$						
	Коефіцієнт армування $\rho_1$ , %						
		0,33	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55
$\eta_R^*$	1,358						
$\varepsilon_s$ , ‰	12,48	11,75	10,21	8,972	7,958	7,110	6,389
$\sigma_s$ , МПа	1287,6	1275,6	1250,4	1230,2	1213,6	1199,7	1187,9
$\bar{\xi}$	0,1721	0,1809	0,2026	0,2243	0,2458	0,2673	0,2887
$\xi = \bar{\xi}\omega$	0,1288	0,1353	0,1516	0,1678	0,1839	0,1999	0,2160
$\alpha_m$	0,1198	0,1254	0,1392	0,1526	0,1657	0,1784	0,1908

\* – при  $\rho_1 = 0,33$  % рівень деформації бетону крайньої стиснутої фібри  $\eta_u = 1,78$ , за  $\rho_1 = 0,6$  % –  $\eta_u = 1,571$ , що перевищує рівень  $\eta_R$



Таблиця Д.5 – Параметри (характеристики) нормального перерізу та результати розрахунку залізобетонних конструкцій, що згинаються, при класі бетону 50/60 і арматурі класу Вр1400 за умови  $\varepsilon_{s0} = f_{pd} / E_p \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud} = 0,9\varepsilon_{uk}$

Параметри (характеристики) нормального перерізу	Характеристики бетону: $f_{cd}=33$ МПа, $\varepsilon_{cR,cd}=2,594$ ‰, $\omega_R=0,748$ , $\chi_R=0,539$								
	Характеристики арматури: $f_{pd}=1068$ МПа, $\varepsilon_{s0}=5,933$ ‰, $\varepsilon_{pk}/\gamma_s=1176$ МПа, $\varepsilon_{uk}=16$ ‰, $\varepsilon_{ud}=14,4$ ‰								
	Умова розрахунку								
	$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta_R = \max\left(\frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta\right)$								
	Коефіцієнт армування $\rho_1$ , ‰								
		0,33	0,35	0,4	0,45	0,5	0,6	0,65	0,7
$\eta_R^*$	1,358*								
$\varepsilon_s$ , ‰	14,18	13,34	11,57	10,16	9,013	7,243	6,547	5,944	
$\sigma_s$ , МПа	1157,0	1148,3	1129,9	1115,3	1103,3	1084,9	1077,6	1071,4	
$\bar{\xi}$	0,1547	0,1628	0,1831	0,2033	0,2235	0,2637	0,2838	0,3038	
$\xi = \bar{\xi} \omega \zeta$	0,1157	0,1218	0,1370	0,1521	0,1672	0,1973	0,2123	0,2273	
$\alpha_m$	0,1085	0,1138	0,1269	0,1396	0,1521	0,1763	0,1880	0,1994	

\* – на всьому інтервалі верхньою висхідній гілці рівень деформації бетону крайньої стиснутої фібри  $\eta_u$  перевищує рівень  $\eta_R$

Таблиця Д.6 – Параметри (характеристики) для розрахунку несучої здатності переармованих залізобетонних конструкцій при класі бетону на стиск С30/35 і арматурі класу А1000

Параметри (характеристики) нормального перерізу	Характеристики бетону: $f_{cd}=19,5$ МПа, $\varepsilon_{cR,cd}=2,625$ ‰, $\eta_{cR}=1,526$ , $\omega=0,7858$ , $\chi_R=0,539$							
	Характеристики арматура: $f_{pd}=795,83$ МПа, $\varepsilon_{s0}=4,189$ ‰							
	Умова розрахунку							
	$\frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta_R = \max \left( \frac{\sigma_c}{f_{cd}} \eta \right)$							
	Коефіцієнт армування $\rho_1$ , %							
		0,75	0,8	0,85	0,9	1	1,5	2
$\eta_R$	1,526							
$\varepsilon_s^{**}$ , ‰	4,160	3,997	3,848	3,712	3,472	2,667	2,196	
$\sigma_s$ , МПа	790,45	759,36	731,11	705,38	659,73	506,74	417,2	
$\bar{\xi}$	0,3869	0,3965	0,4056	0,4141	0,4306	0,4961	0,5446	
$\xi = \bar{\xi} \omega$	0,304	0,3115	0,3187	0,3255	0,3383	0,3898	0,4279	
$\alpha_m$	0,2542	0,2592	0,2639	0,2684	0,2766	0,3079	0,3292	

\* – при  $\rho_1 = 0,75\%$  рівень деформації бетону крайньої стиснутої фібри  $\eta_u = 1,551$ , за  $\rho_1 = 2\%$  –  $\eta_u = 1,742$ , що перевищує рівень  $\eta_R$ ;

\*\* –  $\varepsilon_s < \varepsilon_{s0}$

### Приклад Д.8 Визначення несучої здатності залізобетонних конструкцій, що згинаються, за похилим перерізом

Дано: на балку прямокутного профілю з розмірами перерізу  $b_w = 300$  мм,  $d = 570$  мм,  $z = 0,9d = 510$  мм, виготовлену із важкого бетону класу C25/30 ( $f_{cd} = 15,3$  МПа,  $E_{cd} = 25$  ГПа) й армовану на ділянці біля опор поперечною арматурою 2Ø8A400C ( $f_{ywd} = 285$  МПа,  $E_s = 210$  ГПа,  $A_s = 101$  мм<sup>2</sup>), встановленою з кроком  $s = 100$  мм, діє прикладена на відстані  $c = 1,2$  м зосереджена сила  $F$ .

Необхідно визначити несучу здатність балки за похилим перерізом.

Розв'язок.

Визначається опір похилої смуги (умовного стиснутого елемента) з врахуванням впливу поперечного армування за розрахунковою схемою рис. 5.2:

$$V_{Rd1} = \frac{\varphi_w b_w z v_1 f_{cd}}{1 + \cot \theta} = \frac{1,257 \times 300 \times 510 \times 0,6 \times 15,3}{1 + 1,82} \times 10^{-3} = 626,1 \text{ кН},$$

$$\text{де } \varphi_w = 1 + \Delta\varphi_w \cot \theta = 1 + 0,141 \times 1,82 = 1,257,$$

$$\Delta\varphi_w = 5 \frac{E_s}{E_{cd}} \frac{A_{sw}}{b_w s} = 5 \times \frac{210}{25 \times 300 \times 100} \times \frac{101}{300 \times 100} = 0,141 < 0,3; \cot \theta = (1,2 / 0,51)^{0,7} = 1,82, v_1 = 0,6.$$

Встановлюється опір елемента за небезпечною похилою тріщиною з використанням розрахункової схеми, яка наведена на рис.5.7:  $V_{Rd2} = V_c + V_{sw} =$

$$= \frac{0,16 \varphi_{c\theta} f_{cd} b_w z}{\cot^2 \theta} + \frac{f_{ywd} A_{sw}}{s} z \cot \theta = \left( \frac{0,16 \times 15,3 \times 300 \times 510}{1,82^2} + 285 \times \frac{101}{100} \times 510 \times 1,82 \right) \times 10^{-3} =$$

$$= 113,1 + 267,2 = 380,3 \text{ кН}, \varphi_{cv} = 1 \text{ при } \cot \theta = 1,82 < 2.$$

### Приклад Д.9 Визначення несучої здатності короткої залізобетонної консолі при спиранні балки перекриття

Дано: на коротку консоль спирається балка перекриття, розташована вздовж вильоту консолі; довжина площадки спирання  $l_{sup, fact} = 300$  мм, відстань від внутрішньої грані площадки навантаження до площини защемлення в колоні  $a_v = 50$  мм, виліт  $l_1 = 350$  мм, розміри поперечного перерізу консолі  $b \times h = 400 \times 700$  мм, робоча висота в нормального перерізу  $d = 660$  мм; бетон важкий класу

міцності на стиск C20/25: при  $\gamma_{c2} = 0,9$   $f_{cd} = 13$  МПа,  $E_{cd} = 23$  ГПа; поздовжня арматура:  $3\emptyset 22$  класу А400С:  $f_{yd} = 364$  МПа,  $E_s = 210$  ГПа; поперечна арматура:  $2\emptyset 10$  мм, встановлена з кроком  $s = 150$  мм, клас А240С:  $E_s = 210$  ГПа. Навантаження на консоль  $V_{Ed} = 730$  кН.

Необхідно: перевірити несучу здатність консолі на дію поперечної сили.

Розв'язок. Застосовується розрахункова схема, наведена на рис. Д1.

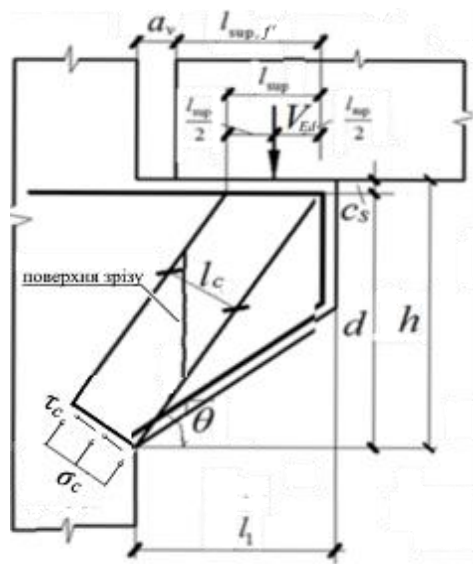


Рисунок Д.1 – До розрахунку залізобетонної короткої консолі

Розрахункова довжина площадки передачі навантаження  $l_{sup} = 2l_{sup, fact} / 3 = 2 \times 300 / 3 = 200$  мм. Ширина похилої стиснутої смуги

$$l_c = l_{sup} \sin \theta - 200 \times 0,883 = 177 \text{ мм, тут } \sin \theta = \frac{d}{\sqrt{d^2 + l_1^2}} = \frac{660}{\sqrt{660^2 + 350^2}} = 0,883.$$

Коефіцієнт  $\alpha_{c,s} = 1 - l_1 / d + \bar{t} \rho_1 \sin \theta = 1 - 350 / 660 + 47,7 \times 4,32 \times 10^{-3} \times 0,883 = 0,652$ ,

$$\text{тут } \bar{t} = 1,4 \frac{d}{l_c} \frac{E_s}{E_c} = 1,4 \times \frac{660}{177} \times \frac{210}{23} = 47,7, \rho_1 = \frac{A_s}{bd} = \frac{1140}{400 \times 660} = 4,32 \times 10^{-3}.$$

$$\text{Коефіцієнт } \alpha_{sw} = \bar{t} \frac{A_{sw}}{bs} = 47,7 \times \frac{157}{400 \times 150} = 0,125.$$

Несуча здатність при зрізі в межах похилої смуги:  $V_{Rd} = \alpha_{c,s} f_{cd} b l_{sup} (1 + \alpha_{sw}) =$

$$0,652 \times 13 \times 400 \times 200 \times (1 + 0,125) \times 10^{-3} = 762,8 \text{ кН} > V_{Ed} = 730 \text{ кН.}$$

Поперечна сила, що сприймається консоллю із умови забезпечення несучої здатності за нормальним перерізом у площині її заземлення в колоні:

$$V_{Rd} = f_{yd} A_s d / l_1 = (364 \times 1140) \times 10^{-3} \times 660 / 350 = 783 \text{ кН} > V_{Ed} = 730 \text{ кН}.$$

Таким чином, несуча здатність консолі забезпечена.

### Приклад Д.10 Визначення зусилля, що сприймає опора при місцевому стисненні

Дано: на опорі із бетону класу міцності C25/30 ( $f_{cd} = 17$  МПа,  $f_{ctd} = 1,2$  МПа) діє місцеве навантаження, що прикладено у центрі опори.

Необхідно визначити зусилля, що сприймає опора:

– при розмірах поперечного перерізу 400 x 400 мм і площадки передачі навантаження  $b_{loc} \times l_{oc} = 150 \times 150$  мм.

Розв'язок.

Визначаються розрахункові параметри:  $b_{cal} = l_{cal}$ . Так як фактичні розміри опори не перевищують  $4b_{loc}$  ( $4l_{loc}$ ) = 4x150 = 600 мм, вони приймаються за розрахункові  $b_{cal} = l_{cal} = 400$  мм.

Розрахункова схема опори при місцевому стисненні для частково завантажених зон наведена на рис. 7.4.

Зусилля, що сприймає опора, визначається із рівняння  $F_{Rdu} = k_{\chi} \sqrt{\frac{b_{cal} l_{cal}}{b_{loc} l_{loc}}} f_{cd} b_{loc} l_{loc}$ ,

котре при квадратній площадці передачі навантаження спрощується і має вигляд:

$$F_{Rdu} = k_{\chi} \sqrt{\frac{b_{cal}^2}{b_{loc}^2}} f_{cd} b_{loc} l_{loc}.$$

Тоді граничне зусилля, котре сприймає бетонна опорна ділянка дорівнює:

$$F_{Rdu} = k_{\chi} f_{cd} b_{loc} b_{ca} = 1,149 \times 17 \times 150 \times 400 \times 10^{-3} = 1172 \text{ кН},$$

де  $k_{\chi} = 1 + \alpha_{loc} \beta_{loc} \frac{f_{ctd}}{f_{cd}} = 1 + 3,375 \times 0,625 \times \frac{1,2}{17} = 1,149$  – враховує вплив міцності

на розтяг,  $\alpha_{loc} = (4b_{loc} / b_{cal})^3 = (4 \times 150 / 400)^3 = 3,375$ ;  $\beta_{loc} = \frac{b_{cal} - b_{loc}}{b_{cal}} = \frac{400 - 150}{400} = 0,625$ .

Значення відносного зусилля  $\frac{F_{Rdu}}{f_{cd}b_{loc}l_{loc}} = \frac{f_{loc,d}}{f_{cd}} = \frac{1172 \times 10^3}{17 \times 150 \times 150} = 3,064$ , яке

наближене до отриманого варіаційним методом  $\frac{f_{loc,d}}{f_{cd}} = 3,324$  (табл. 5.12);

– за розмірів поперечного перерізу 400 x 400 мм і площадки передачі навантаження  $b_{loc} \times l_{loc} = 200 \times 200$  мм зусилля, що сприймає опора

$$F_{Rdu} = k_{\chi} f_{cd} b_{loc} b_{cal} = 1,282 \times 17 \times 200 \times 400 = 1744 \text{ кН, де } k_{\chi} = 1 + \alpha_{loc} \beta_{loc} \frac{f_{ctd}}{f_{cd}} = 1 + 8 \times 0,5 \times \frac{1,2}{17} = 1,282,$$

тут  $\alpha_{loc} = (4b_{loc} / b_{cal})^3 = (4 \times 200 / 400)^3 = 8$ ,  $\beta_{loc} = \frac{b_{cal} - b_{loc}}{b_{cal}} = \frac{400 - 200}{200} = 0,5$ .

Значення відносного зусилля дорівнює:  $\frac{f_{loc,d}}{f_{cd}} = \frac{1744 \times 10^3}{17 \times 200 \times 200} = 2,565$ , що

наближене до отриманого варіаційним методом  $\frac{f_{loc,d}}{f_{cd}} = 2,744$  (табл. 5.12);

– за розмірів поперечного перерізу 600 x 600 мм і площадці навантаження  $b_{loc} \times l_{oc} = 200 \times 200$  мм зусилля, що сприймає опора:

$$F_{Rdu} = k_{\chi} f_{cd} b_{loc} b_{cal} = 1,112 \times 17 \times 200 \times 600 = 2268 \text{ кН, де } k_{\chi} = 1 + \alpha_{loc} \beta_{loc} \frac{f_{ctd}}{f_{cd}} = 1 + 2,37 \times 0,667 \times \frac{1,2}{17} = 1,112,$$

$\alpha_{loc} = (4b_{loc} / b_{cal})^3 = (4 \times 200 / 600)^3 = 2,37$ ,  $\beta_{loc} = \frac{b_{cal} - b_{loc}}{b_{cal}} = \frac{600 - 200}{600} = 0,667$ .

Відносне зусилля  $\frac{f_{loc,d}}{f_{cd}} = \frac{2268 \times 10^3}{17 \times 200 \times 200} = 3,335$ ;

– за розмірів поперечного перерізу 600 x 600 мм і площадці навантаження  $b_{loc} \times l_{oc} = 100 \times 100$  мм, фактичні розміри опори перевищують  $4b_{loc} (4l_{loc}) = 4 \times 100 = 400$  мм, параметри обмеження приймаються за розрахункові  $b_{cal} = l_{cal} = 400$  мм.

Величина зусилля, що сприймає опора дорівнює:

$$F_{Rdu} = k_{\chi} f_{cd} b_{loc} b_{cal} = 1,053 \times 17 \times 100 \times 400 \times 10^{-3} = 716 \text{ кН,}$$

де  $k_{\chi} = 1 + \alpha_{loc} \beta_{loc} \frac{f_{ctd}}{f_{cd}} = 1 + 0,75 \times \frac{1,2}{17} = 1,053$ ,  $\alpha_{loc} = (4b_{loc} / b_{cal})^3 = (4 \times 100 / 400)^3 = 1$ ,

$\beta_{loc} = \frac{b_{cal} - b_{loc}}{b_{cal}} = \frac{400 - 100}{400} = 0,75$ .

При цьому відносне значення  $\frac{f_{loc,d}}{f_{cd}} = \frac{716 \times 10^3}{17 \times 100 \times 100} = 4,212$  наближене до результату точного рішення  $f_{loc,d} / f_{cd} = 4,355$  (табл. 5.12).

За прямокутної площадки передачі навантаження і ширині перерізу  $b \geq 4b_{loc}$  величина  $f_{loc,d} / f_{cd}$  змінюється з 1,95 до 4,2 при збільшенні  $l_{loc} / b_{loc}$  з 4/3 до 4.

### Приклад Д.11 Визначення несучої здатності армокам'яної конструкції при згині за нормальним перерізом

Дано: на армокам'яну балку із цегли глиняної (елемент групи 1) міцністю на стиск  $f_b = 10$  МПа на цементно-піщаному розчині міцністю  $f_m = 5$  МПа (розрахунковий опір кладки на стиск  $f_d = 1,5$  МПа) шириною  $b = 380$  мм та робочою висотою у нормальному перерізі  $d = 570$  мм, армовану поздовжньою арматурою 4Ø10А400С (розрахунковий опір розтягу  $f_{yd} = 364$  МПа, площа поперечного перерізу арматури  $A_s = 314$  мм<sup>2</sup>) діє згинальний момент, максимальне значення якого  $M_{Ed} = 60$  кНм.

Необхідно перевірити несучу здатність армокам'яної балки.

Розв'язок.

Визначається відносна висота стиснутої зони балки:

$$\bar{\xi} = \frac{x}{d} = \frac{A_s f_{yd}}{b d f_b \omega} = \frac{314 \times 364}{380 \times 670 \times 1,5 \times 0,8} = 0,374.$$

Підраховується параметр  $\alpha_m : \alpha_m = 0,8 \bar{\xi} (1 - 0,43 \bar{\xi})$ .

$$\alpha_m = 0,8 \times 0,374 \times (1 - 0,43 \times 0,374) = 0,251.$$

Перевіряється умова  $\alpha_m \leq \alpha_{Rm} : \alpha_m = 0,251 < \alpha_{Rm} = 0,392$ .

Так як умова виконується, забезпечення несучої здатності перевіряється за умовою:  $M_{Ed} = 60$  кНм  $< \alpha_R f_d b d^2 = 0,251 \times 1,5 \times 380 \times 670^2 \times 10^{-6} = 64,2$  кНм.

Несуча здатність армокам'яної балки за нормальним перерізом забезпечена.

**Приклад Д.12** Дано: на армокам'яну балку із цегли глиняної (елемент групи 1) міцністю на стиск  $f_b = 5$  МПа на цементно-піщаному розчині міцністю  $f_m = 5$  МПа (розрахунковий опір кладки на стиск  $f_d = 1,3$  МПа) шириною  $b = 380$  мм та робочою висотою у нормальному перерізі  $d = 520$  мм, армовану поздовжньою арматурою  $5\emptyset 10A400C$  (розрахункова міцність при розтягу  $f_{yd} = 364$  МПа, площа поперечного перерізу арматури  $A_s = 393$  мм<sup>2</sup>) діє згинальний момент, максимальне значення якого  $M_{Ed} = 50$  кНм.

Необхідно перевірити несучу здатність армокам'яної балки за нормальним перерізом.

Розв'язок.

Визначається відносна висота стиснутої зони:

$$\bar{\xi} = \frac{x}{d} = \frac{A_s f_{yd}}{b d f_b \omega} = \frac{393 \times 364}{380 \times 520 \times 1,3 \times 0,8} = 0,696. \text{ Підраховується}$$

$$\alpha_m = 0,8 \bar{\xi} (1 - 0,43 \bar{\xi}) = 0,8 \times 0,696 \times (1 - 0,43 \times 0,696) = 0,39.$$

Перевіряється умова  $\alpha_m \leq \alpha_R$ :  $\alpha_m = 0,39 > \alpha_R = 0,379$ .

Умова не виконується, тому забезпечення несучої здатності перевіряється за умовою:

$$M_{Ed} = 50 \text{ кНм} < \alpha_R f_d b d^2 = 0,379 \times 1,3 \times 380 \times 520^2 \times 10^{-6} = 50,6 \text{ кНм.}$$

Несуча здатність балки забезпечена.

**Приклад Д.13 Розрахунок несучої здатності кам'яних конструкцій при сумісній дії вертикального та горизонтального навантаження. Визначення межі реалізації зрізу за цілим перерізом та діагонального розколювання**

Дано: розмір поперечного перерізу ділянки стіни (простінка)  $b \times t = 1550 \times 510$  мм; висота  $h = 1550$  мм; спирання перемички  $l_{sup} = 200$  мм; міцність цегли  $f_b = 10$  МПа; міцність розчину  $f_m = 7,5$  МПа; значення розрахункового опору кладки на стиск  $f_d = 1,7$  МПа, значення опору осьовому розтягу кладки у розрахунковому перерізі, що проходить за цеглою



$f_t = 0,17$  МПа. Відношення горизонтального навантаження до вертикального складає  $S_{Ed} / N_{Ed} = 1$ .

Необхідно визначити несучу здатність простінка.

Розв'язок.

Визначаються розрахункові параметри елемента:

$L_{loc} = l_{sup} / \cos \varphi = 200 / \cos 45^\circ = 283$  мм; розмір діагоналі ділянки стіни (простінка)  $D = h / \cos \varphi = 1550 / \cos 45^\circ = 2192$  мм; висота розрахункового стовпчика  $H = D - 2l_{sup} \sin \varphi = 2192 - 2 \times 200 \times \sin 45^\circ = 1909$  мм; відношення висоти до ширини стовпчика  $H / L_{loc} = 1909 / 283 = 6,75$ .

Рівнодійна зусиль при діагональному розколюванні з використанням рівняння (3.28) та кінематичної схеми (рис. 5.13) дорівнює:

$$P_{Rd} = k_m f_d L_{loc} t = 1,511 \times 1,7 \times 283 \times 510 = 370,7 \times 10^3 = 370,7 \text{ кН.}$$

Тоді вертикальне зусилля:

$$N_{Rd} = P_{Rd} \cos \varphi = 370,7 \times \cos 45^\circ = 370,7 \times 0,707 = 262,1 \text{ кН.}$$

$$\frac{N_{Rd}}{f_d b t} = \frac{262,1 \times 10^3}{1,7 \times 1550 \times 510} = 0,195.$$

За спрощеним методом величини зусилля  $N_{Rd}$  і коефіцієнта  $k_m$ :

$$k_m = (0,8 + 2f_t / f_d)(h / l_{sup} - 1)^{0,2} = (0,8 + 2 \times 0,17 / 1,7) \times (1550 / 200 - 1)^{0,2} = 1,465.$$

$$\frac{N_{Rd}}{f_d b t} = k_m \frac{l_{sup}}{b} = 1,465 \frac{200}{1550} = 0,189.$$

$$N_{Rd} = 0,189 f_d b t = 0,189 \times 1,7 \times 1550 \times 510 = 254,2 \times 10^3 \text{ Н} = 254 \text{ кН.}$$

Несуча здатність при зрізі за цілим перерізом:

$$N_{Rd} = k_{sh} f_d b t = 0,3 \times 1,7 \times 1550 \times 510 = 403,2 \times 10^3 \text{ Н} = 403,2 \text{ кН,}$$

$$k_{sh} = 1 - 0,7(S_{Ed} / N_{Ed})^{0,6} = 1 - 0,7 = 0,3;$$

Реалізується діагональне розколювання.

За розрахункове зусилля, що сприймає ділянка стіни (простінок) при  $h / l_{sup} = 1550 / 200 = 7,75$ , приймається  $N_{Rd} = 254$  кН.

При  $l_{sup} = 500$  мм  $L_{loc} = l_{sup} / \cos \varphi = 500 / 0,707 = 707$  ; розмір діагоналі ділянки стіни (простінка)  $D = 2192$  мм висота розрахункового елемента  $H = D - 2l_{sup} \sin \varphi = 2192 - 2 \times 500 \times 0,707 = 1485$  мм; відношення висоти до ширини стовпчика  $H / L_{loc} = 1485 / 707 = 2,1$ .

Несуча здатність при діагональному розколюванні без врахування ексцентриситету прикладання вертикального навантаження визначається із

$$\text{рівняння: } \frac{N_{Rd}}{f_d b t} = k_m \frac{l_{sup}}{b} = 1,16 \frac{500}{1550} = 0,374,$$

$$\text{де } k_m = (0,8 + 2 f_t / f_d)(h / l_{sup} - 1)^{0,2} = (0,8 + 2 \times 0,13 / 1,3) \times (1550 / 500 - 1)^{0,2} = 1,16 .$$

$$N_{Rd} = 0,374 f_d b t = 0,374 \times 1,7 \times 1550 \times 510 = 502,6 \times 10^3 \text{ Н} = 502,5 \text{ кН.}$$

Несуча здатність при зрізі за цілим перерізом:  $N_{Rd} = 403,2$  кН. кН.

Реалізується зріз за цілим перерізом.

За розрахункове зусилля при  $h / l_{sup} = 1550 / 500 = 3,1$ . приймається

$$N_{Rd} = 403,2 \text{ кН.}$$

#### **Д.14 Несуча здатність кам'яної конструкції при дії зосередженого навантаження**

Дано: на кам'яну опору розмірами поперечного  $l_c \times t = 510 \times 510$  мм і висотою  $h_c = 510$  мм передається зосереджене навантаження через площадку  $l_{loc} = 170$  мм за всією товщиною конструкції, прикладене в центрі опори на площі  $A_b = l_c \times t = 170 \times 510 = 86700 \text{ мм}^2$ . Розрахункова міцність кладки на стиск  $f_d = 2,4$  МПа, на розтяг  $f_t = 0,2$  МПа.

Необхідно визначити несучу здатність конструкції.

Розв'язок.

Задача розв'язується з використанням результатів п. 3.3.2. Розрахункова схема кам'яної конструкції при місцевому стисненні, виконана на основі рис. 11.2 [84], наведена на рис. Д.2.

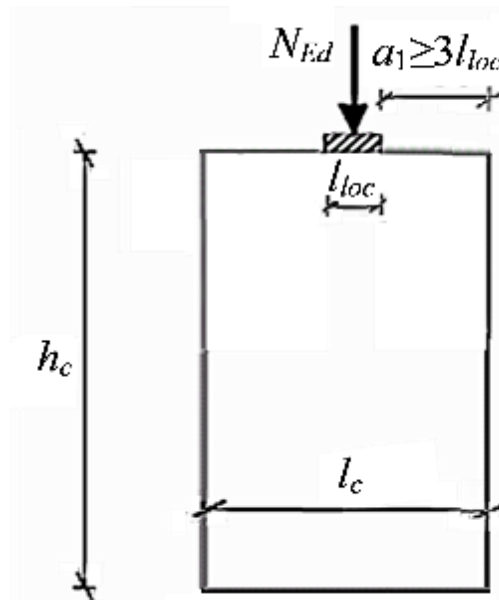


Рисунок Д.2 – Розрахункова схема кам'яної конструкції при дії зосередженого навантаження

Граничну величину вертикального зусилля  $N_{Rdc}$ , що сприймає зведена з елементів групи 1 кам'яна стіна (пілястра або опора) при дії зосередженого вертикального навантаженні  $N_{Edc}$ , запропоновано визначати із рівняння:  $N_{Rdc} = \beta_m A_b f_d$ ,  $\beta_m = (1 + f_t / f_d) \sqrt[4]{h_c / l_{loc}}$  – коефіцієнт збільшення несучої здатності, що не перевищує 1,75 –  $f_t / f_d$ ;  $A_b$  – площа передачі навантаження. При цьому розмір  $l_c$  (рис. Д.2  $l_c \geq 3l_{loc}$ ).

За вихідних даних коефіцієнт  $\beta_m$  дорівнює:

$$\beta_m = (1 + 0,2 / 2,4) \sqrt[4]{510 / 170} = 1,43.$$

Гранична величина вертикального зусилля:

$$N_{Rd} = 1,43 \times 867 \times 2,4 \times 10^{-3} = 297,5 \text{ кН.}$$

За методикою ДБН [84]

$$\beta = \left( 1 + 0,3 \frac{\alpha_1}{h_c} \right) \left( 1,5 - 1,1 \frac{A_b}{A_{ef}} \right) = \left( 1 + 0,3 \times \frac{170}{510} \right) \times \left( 1,5 - 1,1 \frac{86700}{260100} \right) = 1,25,$$

де відстань до найближчої грані площадки навантаження  $\alpha_1 = 170$  мм (рис. Д.3);  $A_{ef} = l_{eff} t = 510 \times 510 = 26010 \text{ мм}^2$ , тут  $l_{eff}$  – значення ефективної довжини

площі розповсюдження навантаження, яке вимірюється на половині висоти конструкції.

$$\text{Коефіцієнт } \beta \text{ не повинен перевищувати } 1,25 + \frac{\alpha_1}{2h_c} = 1,25 + \frac{170}{2 \times 510} = 1,42 \text{ і}$$

1,5.

Гранична величина вертикального зусилля:

$$N_{Rdc} = \beta A_b f_d = 1,25 \times 86700 \times 2,4 \times 10^{-3} = 260,1 \text{ кН.}$$

$$\text{Відмінність отриманих величин } N_{Rdc} \text{ складає: } \frac{297,5 - 260,1}{260,1} \times 100 = 14,4\%.$$

При зміні висоти опори на  $h_c = 370$  мм отримано:

$$\beta_m = (1 + 0,2 / 2,4) \sqrt[4]{370 / 170} = 1,32, \quad N_{Rdd} = 1,32 \times 86700 \times 2,4 \times 10^{-3} = 274,6 \text{ кН.}$$

$$\text{За методикою ДБН [84]: } \beta = \left(1 + 0,3 \times \frac{170}{370}\right) \times \left(1,5 - 1,1 \frac{86700}{260100}\right) = 1,29, \text{ що менше}$$

$$\text{ніж } 1,25 + \frac{170}{2 \times 510} = 1,48 \text{ і } 1,5. \quad N_{Rdc} = \beta A_b f_d = 1,29 \times 86700 \times 2,4 \times 10^{-3} = 268,4 \text{ кН.}$$

Відхилення отриманих величин зусилля  $N_{Rdc}$  складає:

$$\frac{274,6 - 268,4}{268,4} \times 100 = 2,3\%.$$

**ДОДАТОК Е**  
**СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ ІЗ**  
**ВИЗНАЧЕННЯМ ОСОБИСТОГО ВНЕСКУ**

*Публікації, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації*

**Монографії:**

1. Погрібний В.В. Методологія розрахунку несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування: монографія / В.В. Погрібний. – Полтава: ПП «Астрыя», 2022. – 388 с.
2. Довженко О.О. Каркаси багатопверхових будівель із збірно-монолітними балковими перекриттями : монографія / О. О. Довженко, В.В. Погрібний. – Полтава: ПолтНТУ, 2016. – 196 с. *(аналіз сучасних конструктивних рішень несучих елементів перекриттів, шляхи удосконалення конструкцій)*

**Статті у наукових періодичних виданнях іноземних держав/або у закордонних виданнях, проіндексованих у базах даних Scopus та/або Web of Science Core Collections:**

3. Pohribnyi V. The design of concrete elements strength under local compression based on the variational method in the plasticity theory / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, L. Karabash, I. Usenko / Web of Conf. – 2017. – Vol. 116, 02026. (Scopus, Web of Science Core Collection) *(аналіз залежностей для розрахунку граничного опору бетону при місцевому стиску в умовах плоского напруженого стану, встановленні визначальні фактори впливу)*
4. Dovzhenko O. Bearing capacity calculation of reinforced concrete corbels under the shear action / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, V. Pents, D. Mariukha // MATEC Web Conf. – 2018. – Vol. 230, 02005. (Scopus) *(розроблені розрахункові схеми коротких залізобетонних консолей при зрізі стиснутого бетону, визначена несуча здатність консолей)*
5. Dovzhenko O.O. Concrete and reinforced concrete strength under action of shear, crushing and punching shear / O.O. Dovzhenko, V.V. Pohribnyi, I.A. Yurko // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – Vol. 463, 022026. (Scopus) *(розглянуті розрахункові схеми бетонних елементів при стиску та згину за умови локалізації пластичної деформації в тонких шарах)*

6. Dovzhenko O. Shear failure form realization in concrete / O. Dovzhenko, V. Pogrebnyi, I. Yurko // News the national academy of sciences of the republic of Kazakhstan. Series of geology and technical sciences. – 2018. – Vol. 2 (428). – Pp. 55–62 (Scopus, Web of Science Core Collection) *(запропонована умова пластичності при зрізовій формі руйнування бетону, встановлені межі реалізації зрізу в умовах плоского напруженого стану)*
7. Dovzhenko O. Strength design method of reinforced concrete beam elements along an inclined crack on the joint action of transverse forces and bending moments / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, O. Shkurupiy, P. Mytrofanov // International Journal of Engineering & Technology. – 2018. – 7 (4.8). – Pp. 196–202. *(запропоновані моделі зрізаних клинів для визначення опору стиснутої зони бетону над небезпечною похилою тріщиною)*
8. Pohribnyi V. The ideal plasticity theory usage peculiarities to concrete and reinforced concrete / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, O. Maliovana // International Journal of Engineering & Technology. – 2018. – 7 (3.2). – Pp. 19–26. (Scopus) *(отримані залежності для визначення опору при зрізі за різних видах напружено-деформованого стану, кінематичні схеми елементів, розрахункові характеристики)*
9. Pohribnyi V. The improved technique for calculating the concrete elements strength under local compression / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, I. Kuznietsova, D. Usenko // /MATEC Web Conf. – 2018. – Vol. 230, 02025. (Scopus) *(аналіз залежностей для розрахунку граничного опору бетону при місцевому стиску в умовах об'ємного напруженого стану, визначені фактори впливу)*
10. Dovzhenko O. Strength calculation of risers near the supports of reinforced concrete three-hinged frames based on the concrete plasticity theory / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, Ye. Klymenko, M. Oreškovič, O. Maliovana // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – Vol. 708, 012046. (Scopus) *(розрахунок опору стояків біля опор залізобетонних рам на основі теорії пластичності бетону)*
11. Dovzhenko O.O. On clarification of the application area of the concrete plasticity theory to the strength problems solutions / O.O. Dovzhenko, V.V. Pohribnyi,

- V.F. Pents, M.V. Pents // In: Onyshchenko V., Mammadova G., Sivitska S., Gasimov A. (eds) Proceedings of the 2nd International Conference on Building Innovations. Lecture Notes in Civil Engineering. – Springer, Cham. – 2020. – Vol. 73. – Pp. 25–33. (Scopus) *(отримані розрахункові залежності для визначення опору бетонних елементів при центральному та місцевому стиску, зрізі клинів, визначення міра пластичності бетону)*
12. Dovzhenko O. Use of extreme properties of deformation for estimation of strength of constructive concrete and reinforced concrete / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, Ye. Klymenko, M. Oreškovič // News the national academy of sciences of the republic of Kazakhstan. Series of geology and technical sciences. – 2020. – Vol. 3 (441). – Pp. 32–39. (Scopus, Web of Science Core Collection) *(встановлена точка граничної відносної деформації на діаграмі «напруження-деформація» стиску, котра відповідає максимуму деформування без «макродеструктуризації»)*
13. Dovzhenko O. Discontinuous solutions of concrete elements strength problems using the principle of virtual velocities / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, V. Kyrychenko, O. Malovana // In: Onyshchenko V., Mammadova G., Sivitska S., Gasimov A. (eds) Proceedings of the 3rd International Conference on Building Innovations. ICBI 2020. Lecture Notes in Civil Engineering. – Springer, Cham. – 2022. – Vol. 181. – Pp. 59–71. (Scopus) *(обґрунтовані переваги розривних рішень задач опору бетонних елементів при зрізі в умовах плоского напруженого стану та плоскої деформації)*
14. Kuznietsova I. Influence of the sizes and the loading platform form on the strength of concrete elements at local compression. / I. Kuznietsova, O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, I. Usenko // Proc. of the 2020 session of the 13th fib International PhD Symposium in Civil Engineering, held in Paris, France, August 26-28, 2020. – Pp. 63–69. (Scopus) *(встановлені фактори впливу на опір опорної бетонної ділянки, визначені розрахункові параметри при різних відношеннях площадки навантаження до розмірів опорної поверхні)*

15. Usenko D. Masonry strengthening under the combined action of vertical and horizontal forces / D. Usenko, O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, O. Zyma // Proc. of the 2020 session of the 13th fib International PhD Symposium in Civil Engineering, held in Paris, France, August 26-28, 2020. – Pp. 193–199. (Scopus) *(розроблена розрахункова схема при діагональному розколюванні за горизонтального (сейсмічного) навантаження, що дорівнює вертикальній сили визначення розрахункові параметри для в найбільш напруженій смуги)*
16. Pohribnyi V. Plasticity theory in strength calculations concrete elements under local compression / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, O. Fenko, D. Usenko // In: Onyshchenko V., Mammadova G., Sivitska S., Gasimov A. (eds) Proceedings of the 3rd International Conference on Building Innovations. ICBI 2020. Lecture Notes in Civil Engineering. – Springer, Cham. – 2022. – Vol. 181. – Pp. 343–353. (Scopus) *(отримані розривні рішення задач опору бетонних елементів при місцевій дії навантаження в умовах плоского напруженого стану та плоскої деформації)*
17. Dovzhenko O. Accident prevention of buildings and structures based on two-level assessment of bearing capacity of structures / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, Ye. Klymenko, O. Fenko // AIP Conference Proceedings. – 2023. – Vol. 2684, 030009. (Scopus) *(для уточнення технічного стану конструкцій запропоновано двоетапне визначення несучої здатності та виведення конструкцій із аварійного стану)*
18. Pohribnyi V. Concrete and reinforced concrete shear: An improved strength calculation method / V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, Y Klymenko, O. Fenko // AIP Conference Proceedings. – 2023. – Vol. 2678, 020014. (Scopus) *(на єдиній основі розв'язані задачі опору та несучої здатності бетонних і залізобетонних елементів та конструкцій при зрізі)*

#### **Статті у наукових фахових виданнях України:**

19. Погрібний В.В. Напружено-деформований стан і граничне навантаження шпонкових з'єднань залізобетонних конструкцій / В.В. Погрібний, О.О. Довженко // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. – К.: Техніка, 2002. – Вип. 39. – С. 23–28. *(виявлена специфіка деформованого стану бетону в зоні зрізу для одно, трьох і п'ятишпонкових з'єднань)*



20. Клименко Є.В. Деформований та технічний стан несучих конструкцій стадіону «Ворскла» в м. Полтаві / Є.В. Клименко, В.В. Погрібний, О.О. Довженко // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. – К.: Техніка, 2004. – Вип. 55. – С. 319–324. *(проведенні натурні експериментальні дослідження залізобетонних ригелів східної трибуни, визначення деформований та уточнення технічний стан у конструкції)*
21. Довженко О.О. Дослідження опору бетону зрізові на зразках Е. Мерша / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Т.Ю. Качан // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2010. – Вип. 2. – С. 31–38. *(отримані результати випробування коротких балок (зразків Е. Мерша) на зріз, які наближені до теоретичних величини граничного опору)*
22. Довженко О.О. Міцність залізобетонних шпонок при двоярусному розташуванні арматури / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Л.В. Карабаш, М.О. Музичук // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2011. – Вип. 1. – С. 80–86. *(встановлена специфіка деформованого стану бетону в зоні зрізу при двоярусному розташуванні арматури)*
23. Довженко О.О. Теоретичне дослідження міцності на зріз бетонних балок-стінок за допомогою варіаційного методу в теорії пластичності бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, К.І. Залужна, Т.Ю. Качан // Вісник КрНУ імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КрНУ, 2011. – Вип. 4 (69). – С. 120–123. *(наведено результати дослідження опору на зріз бетонних балок-стінок, запропоновано розрахунок за варіаційному методі теорії пластичності бетону, враховує характер прикладання навантаження)*
24. Довженко О.О. До питання визначення межі реалізації зсувної форми руйнування бетонних елементів / О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Вісник ОДАБА: Зб. наук. праць. – Одеса, 2012. – Вип. 47. – Ч.1. – С. 89–95. *(встановлені межі реалізації зсувної форми руйнування бетонних елементів в умовах плоского напудреного стану)*
25. Довженко О.О. Про можливість застосування теорії пластичності до розрахунку міцності елементів із високоміцного бетону / О.О. Довженко,

- В.В. Погрібний, О.О. Куриленко // Коммунальное хозяйство городов: Научн.-техн. сб. – К.: Техніка, 2012. – Вып. 105. – С. 74–82. *(здійснено порівняльний аналіз теоретичного опору бетонних зразків із високоміцного бетону (призм, зрізаних клинів) з дослідною, що засвідчує реалізацію зрізу)*
26. Довженко О.О. Збірно-монолітна конструктивна система «КУБ-2,5» під соціальне житло в Україні: з'єднання колони з перекриттям / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, А.Г. Гриценко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2013. – Вип. 27. – С. 301–309. *(проаналізовано конструктивне рішення стикового з'єднання колон між собою)*
27. Довженко О.О. Методика експериментальних досліджень стиків залізобетонних елементів із змінною кількістю шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2013. – Вип. 27. – С. 87–96. *(складена програми експериментальних досліджень стиків за різної кількості шпонок для визначення специфіки деформованого стану)*
28. Довженко О.О. Методика розрахунку стикових з'єднань збірно-монолітних конструктивних систем під доступне житло в Україні / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Л.В. Карабаш, А.О. Бігдан, Н.В. Дакало // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2013. – Вип. 4 (1). – С. 94–105. *(проаналізовано збірно-монолітні конструктивні системи багатопверхових будівель, розглянуті з'єднання елементів, намічені шляхи їх вдосконалення)*
29. Довженко О.О. Результати експериментальних досліджень шпонкових з'єднань: вплив ширини шва та кількості шпонок на міцність стиків / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса, Г.А. Кошман // Будівельні конструкції: Збірник наук. пр. – К.: Будівельник, 2013. – Вип. 79. – С. 370–379. *(експериментально виявлено вплив ширини шва на деформований стан шпонкових з'єднань)*

30. Довженко О.О. Результати експериментальних досліджень шпонкових з'єднань: характер тріщиноутворення, міцність бетонних і залізобетонних шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2013. – Вип. 25. – С. 276–286. *(виявлено характер тріщиноутворення та його наближення до кінематичних можливих розрахункових схем)*
31. Довженко О.О. Результати експериментальних досліджень залізобетонних елементів із змінною кількістю шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2014. – Вип. 29. – С. 143–150. *(визначена специфіка деформованого стану при зміні кількості шпонок від однієї до восьми)*
32. Довженко О.О. До питання оцінювання несучої здатності залізобетонних елементів за похилими перерізами / О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне, 2015. – Вип. 31. – С. 434–440. *(запропонована методика оцінювання несучої здатності залізобетонних елементів за похилими перерізами, представлені розрахункові залежності, побудовані на загальній основі – визначенні опору залізобетону зрізу)*
33. Довженко О.О. Про міру пластичності бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. пр. – Рівне: УДУВГП, 2015. – Вип. 30. – С. 13–18. *(запропоновано міру пластичності бетону визначати як відношення висоти стиснутої зони на стадії руйнування до її висоти на пружній стадії роботи короткого елемента при згинанні. Встановлена межа застосування теорії пластичності для бетонних елементів за міцністю)*
34. Довженко О.О. Розрахунок несучої здатності залізобетонних елементів на дію поперечної сили за похилою стиснутою смугою / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса // Сучасні технології та методи розрахунку в будівництві: Зб. наук. пр. – Луцьк: ЛНТУ, 2015. – Вип. 3. – С. 66–73. *(запропоновані розрахункові схеми для визначення опору при зрізі в межах похилої смуги з врахуванням специфіки напруженодеформованого стану)*

35. Довженко О.О. Вертикальні стики панельних будівель: конструктивні рішення, розрахунок за міцністю / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Є. І. Чумак // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. – Рівне: НУВГП, 2016. – Вип. 33. – С. 237–243. *(розглянуто стан сучасного розвитку великопанельного будівництва, проаналізовані конструктивні рішення вертикальних стиків стінових панелей)*
36. Довженко О.О. До питання оцінювання технічного стану залізобетонних балок покриття виробничих будівель за несучою здатністю / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Д.В. Усенко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. – Рівне: НУВГтаП, 2016. – Вип. 32. – С. 155–160. *(оцінювання технічного стану із умови екстремуму деформування бетону стиснутої зони при зсуві)*
37. Довженко О. О. Оцінювання опору при зрізі бетонних елементів на основі теорії пластичності бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Мальована // Збірник наукових праць УкрДУЗТ. – Харків: УДУЗТ, 2016. – Вип. 165. – С. 205–215. *(надано загальний підхід до розв'язання задач опору з використанням умови мінімуму потужності деформування)*
38. Погрібний В. В. Гармонізація полінома 5-го ступеня для опису діаграм «напруження-деформації» бетону / В.В. Погрібний, О.О. Довженко, І. В. Шостак // Вісник ОДАБА: Зб. наук. пр. – Одеса: ОДАБА, 2016. – Вип. 65. – С. 62–68. *(поліном 5-го степеня гармонізовано до дробово-раціональної функції, рішення рівноваги для визначення розрахункових коефіцієнтів та спрощення визначення їх значень)*
39. Довженко О.О. Зріз як форма руйнування бетону / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, І.А. Юрко // Наука та будівництво. – 2017. – №4 (14). – С. 43–50. *(приведена випадки реалізації зрізу при центральному стиску, сумісній дії вертикальної та горизонтальної сил, при згині)*
40. Довженко О.О. Перспективи застосування технології збірно-монолітного каркасу в багатоповерховому будівництві України / О. О. Довженко, В.В. Погрібний, І.В. Шостак // Нові технології в будівництві. – № 32. – 2017. – С. 79–85. *(визначені переваги застосування технології збірно-монолітного каркасу в багатоповерховому будівництві)*

41. Довженко О. О. До питання оцінювання технічного стану залізобетонних конструкцій, що згинаються / О. О. Довженко, В. В. Погрібний, В. Г. Кобилецький, Т. О. Совенко // Збірник наукових праць УкрДУЗТ. – Харків: УкрДУЗТ, 2019. – Вип. 184. – С. 44–51. *(визначені додаткові фактори, що впливають на несучу балкових залізобетонних конструкцій)*
42. Dovzhenko O. Improved calculation method of reinforced concrete elements strength on inclined sections / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, O. Maliovana, L. Karabash // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2019. – Вип. 52'. – С. 75–81. *(удосконалення методики розрахунку опору похилих перерізів у масивних залізобетонних елементах конструкцій)*
43. Dovzhenko O. Work of masonry under the combined action of vertical and horizontal loads: an analysis of experimental studies / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, D. Usenko, M. Qiniso // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2020. – Вип. 2(55)'.– Рр. 44–51. *(описана робота кам'яної кладки при сумісній дії вертикальних і горизонтальних навантажень: аналіз експериментальних досліджень)*
44. Довженко О.О. Методика розрахунку міцності у похилих перерізах балкових залізобетонних елементів / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Мальована, О.М. Шитова // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2021. – Вип. 40. – С. 129–136. *(розроблена методика розрахунку опору залізобетонних елементів з перевіркою даними експериментів)*
45. Dovzhenko O. The masonry calculation strength under the vertical and horizontal loads combined action by the variational method in the plasticity theory / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, V. Usenko, D. Usenko // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2021.– Вип. 2 (57)'. – Рр. 26–31. *(розрахунок опору кладки на сумісну дію вертикальних і горизонтальних навантажень варіаційним методом у теорії пластичності)*
46. Кузнецова І.Г. Міцність бетону при місцевому стисненні з урахуванням відношення висоти елемента до розміру площадки навантаження /

І.Г. Кузнєцова, О.О. Довженко, В.В. Погрібний // Український журнал будівництва та архітектури. – 2021. – № 5 (005). – С. 61– 67. *(визначена несуча здатність опорних ділянок та вузлів з'єднання елементів несучих систем на місцеву дію навантаження)*

47. Погрібний В. До визначення міцності кам'яної кладки при стисненні / В. Погрібний, О. Довженко, Д. Усенко // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Зб. наук. праць. – Рівне: УДУВГП, 2022. – Вип. 41. – С. 200–207. *(висвітлена неоднозначність вибору дослідних зразків кам'яної кладки при випробуванні на центральний тиск)*

**Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:**

48. Довженко О.О. Вплив згинального моменту на міцність шпонок / О.О. Довженко, В.В. Погрібний // «Вопросы. Ответы. Гипотезы: наука XXI век»: Сб. научн. док. – Гданськ, 2014. – Ч. 1. – С. 11–16. *(встановлено вплив згинального моменту на опір коротких бетонних елементів)*
49. Погрібний В.В. Характеристика зрізу як форми руйнування / В. В. Погрібний, О. О. Довженко // Modern scientific researches and developments: theoretical value and practical results – 2016: materials of international scientific and practical conference. – Bratislava, 2016. – Pp. 111–112. *(наведені ознаки зрізової форми руйнування)*
50. Довженко О.О. Методика розрахунку міцності залізобетонних балкових елементів за похилою тріщиною на сумісну дію поперечних сил та згинальних моментів / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.А. Шкурупій, П.Б. Митрофанов // Збірник наукових праць I Міжнародної науково-практичної конференції «TECHNOLOGY, ENGINEERING AND SCIENCE – 2018» 24 – 25 жовтня 2018 року. – Лондон: ПолтНТУ, 2018. – С. 33–34. *(викладена суть вдосконалення методики розрахунку залізобетонних балкових елементів на сумісну дію поперечних сил та згинальних моментів)*
51. Довженко О.О. Стиги несучих елементів сучасних конструктивних систем цивільних будівель / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, І.А. Юрко // «ҚазҚСҒЗИ» АҚ хабаршысы, за матеріалами міжнародної науково-

- практичної конференції «Жаңа құрылыс тенденциялары 21 ғасырда». – 2017. – № 7(71). – С. 5–10. *(висвітлено шляхи вдосконалення з'єднань несучих елементів конструктивних систем із залізобетону)*
52. Довженко О.О. Розрахунок міцності стояків залізобетонних тришарнірних рам біля опор при зрізі на основі теорії пластичності / О.О. Довженко, В.В.Погрібний, О.О. Мальована, Л.В. Карабаш // Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті, 8 - ма міжнародна науково-практична конференція 20 – 22 листопада 2019 р., м. Харків: тези доповідей. Ч.2. – Харків: УкрДУЗТ, 2019. – С. 59–60. *(наведена методика розрахунку опору стояків залізобетонних тришарнірних рам при зрізі із застосуванням умови мінімуму потужності пластичної деформації)*
53. Довженко О.О. Теорія пластичності в розрахунках міцності бетонних і кам'яних елементів при місцевому стисненні / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, І.Г. Кузнецова, Д.В. Усенко // Збірник наукових праць за матеріалами II Міжнародної українсько-азербайджанської конференції «BUILDING INNOVATIONS – 2019», 23 – 24 травня 2019 року. – Полтава: ПолтНТУ, 2019. – С. 78–80. *(висвітлені загальні положення розрахунку пору бетонних і кам'яних елементів на місцеву дію навантаження)*
54. Погрібний В.В. Міцність елементів із високоміцного бетону при зрізі / В.В. Погрібний, О.О. Довженко, О.О. Мальована // Збірник наукових праць XII Міжнародної науково-практичної конференції «Академічна й університетська наука: результати та перспективи», 6 грудня 2019 р. – Полтава: Національний університет імені Юрія Кондратюка, 2019. – С. 295– 298. *(окреслена перспектива застосування теорії пластичності при розрахунках опору елементів із високоміцного бетону при зрізі)*
55. Довженко О.О. Розрахунок підсиленої цегляної кладки при сумісній дії вертикальних і горизонтальних сил / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Д.В. Усенко // Ефективні технології в будівництві: програма та тези доповідей У Міжнародної науково-технічної конференції (19 листопада 2020 р., м. Київ). – К.: Видавництво Ліра-К., 2020. – С. 148–149. *(визначено*

- опір цегляної кладки при сумісній дії горизонтального та вертикального навантаження)*
56. Довженко О.О. Шляхи підвищення енергоефективності конструктивних рішень вузлів з'єднань елементів несучих систем об'єктів транспорту / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Т.О. Совенко // Тези доповідей Міжнародної науково-технічної конференції «Енергоефективність на транспорті», 18-20 листопада 2020, Харків: УкрДУЗД. – С. 71–72. *(визначені напрямки підвищення енергоефективності вузлів з'єднань елементів несучих систем)*
  57. Довженко О.О. Виведення несучих конструкцій будівель і споруд із аварійного стану // О.О. Довженко, В.В. Погрібний О.М. Шитова // Тези доповідей IV Міжнародної конференції «Експлуатація та реконструкція будівель і споруд» (9 – 11 вересня 2021, м. Одеса). – Одеса: ОДАБА. – 2021. – С. 50. *(надані пропозиції щодо послідовності виведення несучих конструкцій будівель із аварійного стану)*
  58. Довженко О.О. Метод розрахунку міцності у похилому перерізі залізобетонних конструкцій, що згинаються / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Мальована, Т.О. Совенко // Збірник наукових праць за матеріалами IV Міжнародної українсько-азербайджанської науково-практичної конференції (20 – 21 травня 2021 року). – Полтава – Баку: Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», Азербайджанський архітектурно-будівельний університет, 2021. – С. 125–126. *(наведені основні положення розрахунку несучої здатності залізобетонних конструкцій за похилими перерізами)*
  59. Довженко О.О. Опір залізобетону при зрізі / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, О.О. Мальована, Т.О. Совенко // Збірник наукових праць за матеріалами IV Міжнародної українсько-азербайджанської науково-практичної конференції (20 – 21 травня 2021 року). – Полтава – Баку, 2021. – С. 127–128. *(викладені основи визначення опору залізобетону при зрізі)*
  60. Довженко О.О. Попередження аварій будівель і споруд на основі дворівневої оцінки несучої здатності конструкцій / О.О. Довженко,



- В.В. Погрібний, Є.В. Клименко, О.Г. Фенко // Тези доповідей 9-ої міжнародної науково-технічної конференції «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті». – Харків, УкрДУЗТ, 2021. – С. 115–116. *(наведені рекомендації щодо попередження аварій будівель і споруд)*
61. Погрібний В.В. Дворівнева оцінка несучої здатності для визначення технічного стану будівельних конструкцій / В.В. Погрібний, О.О. Довженко, О.М. Шитова // Збірник наукових праць XIV Міжнародної науково-практичної конференції «Академічна й університетська наука: результати та перспективи», 09 грудня 2021 року. – Полтава: Полтавська політехніка 2021. – С. 338–341. *(запропонована дворівнева оцінка несучої здатності будівельних конструкцій для уточнення їх технічного стану)*
62. Погрібний В. Зріз бетону та залізобетону: удосконалена методика розрахунку міцності / В. Погрібний, О. Довженко, Є. Клименко, О. Фенко // Тези XIX Міжнародної науково-практичної конференції «Інноваційні технології у будівництві, цивільній інженерії та архітектурі» (м. Чернігів, 19 – 22 вересня 2021 р.). – С. 249–250. *(наведена удосконалена методика розрахунку опору бетону та залізобетону при зрізі)*
63. Погрібний В.В. Критерій та області реалізації зрізу в бетоні / В.В. Погрібний, О.О. Довженко, О.М. Шитова // Збірник наукових праць за матеріалами IV Міжнародної українсько-азербайджанської науково-практичної конференції (20 – 21 травня 2021 року). – Полтава – Баку, 2021. – С. 162–163. *(встановлені критерії та визначені області реалізації зрізу в бетоні)*
64. Погрібний В.В. Міцність кам'яної кладки при осьовому стисненні / В. В. Погрібний, О.О. Довженко, Д.В. Усенко // Комплексні композитні конструкції будівель та споруд в умовах воєнного стану (CSCS-2022): Зб. наук. пр. за матеріалами XIV Міжнародної науково-технічної конференції (20–22 червня 2022 року). – Полтава: НУПП імені Юрія Кондратюка, 2022. – С. 102–104. *(наведені можливі випадки руйнування кам'яної кладки при стиску, розв'язані задачі міцності)*

65. Погрібний В.В. Опір бетонного клину при зрізі над небезпечною похилою тріщиною залізобетонних конструкцій / В.В. Погрібний, В.Л. Швайковський // Комплексні композитні конструкції будівель та споруд в умовах воєнного стану (CSCS-2022): Зб. наук. пр. за матеріалами XIV Міжнародної науково-технічної конференції (20–22 червня 2022 року). – Полтава: НУПП імені Юрія Кондратюка, 2022. – С. 105–108. *(встановлено вплив на опір бетонної клиноподібної зони кутів клину та напрямку дії рівнодійного зусилля на його зрізану грань)*
66. Погрібний В.В. Методи розрахунку несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування / В.В. Погрібний // Тези 75-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». Том 1. (Полтава, 02 травня – 25 травня 2023 року) – Полтава: Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2023. – С. 135–136.
67. Погрібний В. Методика розрахунку несучої здатності залізобетонних балкових конструкцій за похилими перерізами на основі «фермової аналогії» та «дискової моделі» / В. Погрібний, В. Швайковський // Збірник матеріалів Міжнародної науково-технічної on-line конференції «Проблеми будівельного та транспортного комплексів». – Кропивницький: ЦНТУ 2023. – С. 118–121. *(встановлено вплив на опір бетонної клиноподібної зони кутів клину та напрямку дії рівнодійного зусилля на його зрізану грань)*
68. Погрібний В. Розрахунок несучої здатності коротких залізобетонних консолей / В. Погрібний, М. Мищенко // Збірник матеріалів Міжнародної науково-технічної on-line конференції «Проблеми будівельного та транспортного комплексів». – Кропивницький: ЦНТУ 2023 – С. 122–123. *(надана розрахункові схеми, що враховують специфіку роботи бетону в межах похилої смуги)*
69. Швайковський В.В. Розрахунок опору залізобетонних елементів за похилими перерізами на дію поперечної сили / В.Л. Швайковський,

В.В. Погрібний // Тези 75-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». Том 1. (Полтава, 02 травня – 25 травня 2023 року) – Полтава: Національний університет 4«Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», 2023. – С. 137–138.

*(викладена суть розрахунку несучої здатності залізобетонних елементів за похилими перерізами)*

#### Патенти:

70. Патент 62865/ Україна, <sup>(51)</sup>МПК (2011.01) G01N 3/00. Спосіб дослідження міцності бетону стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною в згинальних елементах / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Т.Ю. Качан; заявник та власник Полтава. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – № u201011002 ; заявл. 13.09.2010 ; опубл. 26.09.11, Бюл. № 18. *(запропоновано спосіб дослідження бетону стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною на моделях зрізаних клинів за різного відношення нормально та поперечної сили)*
71. Патент 95177/ Україна, МПК 2016.01 E04B 1/00. Вузол з'єднання надколонної плити з колоною у збірно-монолітних безкапітельно-безбалкових перекриттях/ О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса, А.О. Бігдан; заявник та власник Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – № и 2014 07594 ; заявл. 07.07.2014 ; опубл. 10.12., Бюл. № 23. *(удосконалено вузол з'єднання колон між собою, що підвищує несучу здатність на стадії монтажу та експлуатаційної придатності)*
72. Патент 140820. Україна МПК (2020.01) E04B 1/00. Вузол з'єднання залізобетонних плит з ригелем у збірно-монолітних перекриттях з подвійним функціональним призначенням робочої арматури / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Ю.В. Чурса, К.С. Костроміцька: заявник та власник Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. – № u 2020 09018; заявл. 29.07.2019, опубл. 10.03.2020, Бюл. № 5. *(ідея використання поздовжньої арматури шпонки в якості поперечної арматури ригеля)*

**Колективні монографії:**

73. Dovzhenko O. Improvement of the affordable housing precast and precast-cast-in place building production technologies: Collective Monograph / O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, O. Zyma // Modern world tendencies in the development of science. – Vol. 1. – London, 2019. – Pp. 13–25 (*визначені шляхи вдосконалення технологій виробництва збірних і збірно-монолітних будівель*)
74. Довженко О.О. Міцність цегляної кладки при діагональному розколюванні / О.О. Довженко, В.В. Погрібний, Д.В. Усенко // Findings of modern engineering research and developments: Scientific monograph. Riga, Latvia: «Baltija Publishing», 2022. – Pp. 41–63 (*розглянуто випадок втрати несучої здатності простінки при сумісній дії на цегляну кладку горизонтальної (сейсмічної) та вертикальної сил за діагонального розколювання*)
75. Соловійов В. В. Відновлення експлуатаційної придатності кам'яної кладки, пошкодженої в умовах надзвичайних ситуацій / В.В. Соловійов, О.О. Довженко В.В. Погрібний, Д.В. Усенко // Подолання екологічних ризиків та загроз для довкілля в умовах надзвичайних ситуацій – 2022: колективна монографія. – Полтава – Львів: НУПП імені Юрія Кондратюка, НУ «Львівська політехніка» – Дніпро: Середняк Т. К., 2022. – С. 485–498. (*розглянуті питання визначення несучої здатності цегляних стін, що експлуатуються в умовах надзвичайних ситуацій*)

## ДОДАТОК Ж

## Довідки про впровадження результатів дисертаційної роботи

МІНІСТЕРСТВО РОЗВИТКУ ГРОМАД, ТЕРИТОРІЙ  
ТА ІНФРАСТРУКТУРИ УКРАЇНИ  
(МІНІНФРАСТРУКТУРИ)

**ДЕРЖАВНЕ ПІДПРИЄМСТВО  
«ДЕРЖАВНИЙ НАУКОВО-ДОСЛІДНИЙ ІНСТИТУТ  
БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ»  
(ДП НДІБК)**

вул. Преображенська, 5/2, м. Київ-37, 03037; тел.: (044) 249-38-00, (050) 415-36-22  
e-mail: ndibk@ndibk.gov.ua; www.niisk.com; код ЄДРПОУ 02495431


12.09.2024 № 220 - 1293 На № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_

**Затверджую**  
Заступник директора інституту  
з наукової роботи, докт. техн. наук, проф.  
Юрій НЕМЧИНОВ  
2024 р.


**ДОВІДКА**  
**ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ**  
на тему «Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних  
конструкцій з використанням умов екстремуму деформування»  
здобувача вищої освіти ступеня доктора технічних наук Національного університету  
«Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»  
Погрібного Володимира Володимировича

Результати наукових досліджень, проведених під час роботи над дисертацією на тему «Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування» здобувача вищої освіти ступеня доктора наук за спеціальністю 05.23.01 – будівельні конструкції, будівлі та споруди, галузь знань 19 – Архітектура та будівництво к.т.н., с.н.с. Погрібним Володимиром Володимировичем, а саме: конструктивні заходи щодо проектування будівель зі стінами із цегли у сейсмічних районах, які встановлені за результатами визначення несучої здатності стін при сумісній дії вертикального та горизонтального (сейсмічного) навантаження на основі використання умови екстремуму деформування, будуть враховані при розробці положень ДСТУ «Проектування конструкцій будівель і споруд з урахуванням сейсмічного впливу» в розвиток ДБН В.1.1-12:2014 «Будівництво у сейсмічних районах України» та використані у науково-практичній діяльності підрозділів інституту.

В.о. завідувача відділу автоматизації досліджень  
та сейсмостійкості будівель та споруд  
канд. техн. наук

 Костянтин БАБІК

Провідний науковий співробітник  
лабораторії теорії сейсмостійкості  
та динамічних випробовувань  
докт. техн. наук, с.н.с.

 Микола МАР'ЄНКОВ

ПУБЛІЧНЕ АКЦІОНЕРНЕ ТОВАРИСТВО  
КРЮКІВСЬКИЙ ВАГОНБУДІВНИЙ ЗАВОД  
вул. І. Приходька, 139, м. Кременчук  
Полтавська обл., Україна, 39621  
Тел.: (0536) 76-97-85, 76-93-31, 76-95-05  
Факс: (0536) 74-36-20  
e-mail: kvsz@kvsz.com  
www.kvsz.com

1964-2014



Нам 150 років

PUBLIC JOINT STOCK COMPANY  
KRYUKOVSKY RAILWAY CAR BUILDING WORKS  
139 I. Prikhodko str., Kremenchuk,  
Poltava Region, 39621, Ukraine  
Tel.: +38 (0536) 76-97-85, 76-93-31, 76-95-05  
Fax: +38 (0536) 74-36-20  
e-mail: kvsz@kvsz.com  
www.kvsz.com

23.08.2023 № 29.5-03/17

На № \_\_\_\_\_

### Довідка про впровадження результатів дисертаційної роботи

Результатів дисертаційної роботи Погрібного Володимира Володимировича на тему «Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування» впроваджені на ПАТ «Крюківський вагонбудівний завод» при реконструкції та технічному переоснащенні кранового обладнання машинобудівного корпусу № 1 для визначення несучої здатності:

- за нормальними перерізами залізобетонних армованих високоміцною арматурою підкранових балок двотаврового профілю висотою  $h = 1400$  мм і довжиною 12 м, розташованих у поперечному прольоті корпусу між осями 28 - 32 в рядах А/1-Т;
- коротких консолей залізобетонних колон на дію поперечної сили;
- опорних ділянок залізобетонних колон відкритої кранової естакади на дію місцевого навантаження.

Технічний директор ПАТ «КВБЗ»

Олексій ГРЕЧКІН

Система менеджмента підприємства  
СЕРТИФІЦІРОВАНА

001/208



Товариство з обмеженою  
відповідальністю  
**“ЕКФА”**  
**ІНЖЕНЕРНА ФІРМА**  
Ліцензія на будівельну  
діяльність АБ 209946

Україна м. Полтава, вул. Пушкіна 31/25, к.  
тел/факс: 8 (05322) 56-58-53  
E-mail: ekfa.poltava@gmail.com  
ЕДРПОУ: 13927558,  
р/р №UA18331489000000000260037422  
в АТ Полтавабанк в м. Полтава МФО 3314

Довідка  
про впровадження результатів дисертаційної роботи

У ході експлуатації нафтоперекачувальної станції «Луганська 2» виникла проблема аварійної зупинки технологічного обладнання (насосу й електродвигуна) під час планового прокачування нафти, причиною якої було відхилення від горизонталі елемента їх зв'язку, обумовлене нерівномірним осіданням монолітного фундаменту через нещільне примикання до нього сталеві основи обладнання та її викривлення, що привело до різного тиску на окремих ділянках фундаменту. Демонтаж обладнання з відновленням лінійності основи не можливий унаслідок тривалості зупинки та складності технології запуску після неї, тому усунути нерівномірність осідання необхідно без демонтажу.

З метою розв'язання поставленої задачі впроваджено результати дисертаційної роботи Погрібного Володимира Володимировича на тему «Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування» та запропонована методика натурального обстеження фундаменту для визначення тиску на різних його ділянках та встановлення зменшення площадки передачі навантаження за контуром фундаменту без демонтажу обладнання. За контуром фундаменту були наклеєні тензорезистори типу ПКБ базою 50 мм і за різницею зафіксованих відділків при запуску обладнання встановлено максимальне значення деформації бетону під найбільш віддаленою від насосу частиною основи під електродвигун. За основу прийнято проєктне рішення, в якому передбачено значення напруження в бетоні в режимі перекачування та в результаті аналізу показників тензорезисторів встановлена різниця відносної деформації бетону фундаментів у відділені насосів та електродвигунів. Необхідною умовою горизонтального положення елемента зв'язку між обладнанням є забезпечення рівномірного тиску. Тиск визначено за запропонованим методом розрахунку фундаменту на місцеву дію навантаження і отримано: площа передачі навантаження на фундамент під електродвигун на 22 % менша ніж передбачена проєктом рішенням. Для рівномірної передачі навантаження біля найбільш віддаленої від насосу грані основи електродвигуна на фундамент встановлюється пластина відповідної площі.

Засновник ТОВ «ЕКФА»,  
к.т.н. Павло ОМЕЛЬЧЕНКО





АКЦІОНЕРНЕ ТОВАРИСТВО «УКРТРАНСНАФТА»  
вул. Князів Острозьких, 32/2, м. Київ, 01010,  
Україна  
JOINT STOCK COMPANY «UKRTRANSNAFTA»  
32/2, Knyaziv Ostrozkykh St., Kyiv, 01010, Ukraine

Тел./Tel.: +38 (044) 201-57-01, +38 (044) 201-57-76  
Факс/Fax: +38 (044) 201-57-78  
office@ukrtransnafta.com  
[www.ukrtransnafta.com](http://www.ukrtransnafta.com)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Директор технічний

Юрій ДИРДА

« 30 » 08 2023 р.

### ДОВІДКА ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ результатів дисертаційної роботи

Погрібного Володимира Володимировича на тему: «Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування»

З метою підвищення експлуатаційної придатності будівлі головного виробничого й адміністративного корпусів госпрозрахункової виробничої фірми (ГВФ) «Рута» по вул. Миколаївська, 3, а також будівель госпрозрахункового підрозділу (ГП) «Кленовий лист» по вул. Ярмарковій, 9 в м. Кременчук (об'єкти АТ «Укртранснафта») при проведенні їх обстеження та паспортизації використані результати дисертації на здобуття ступеня доктора технічних наук на тему: «Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування», виконаної Погрібним Володимиром Володимировичем, для визначення залишкової несучої здатності та встановлення технічного стану конструкцій.

Встановлена несуча здатність кам'яних стін і стовпів на місцеву дію навантаження та при сумісній дії вертикальних і горизонтальних сил, а також залізобетонних конструкцій перекриття (покриття), уточнена категорія технічного стану, надані пропозиції щодо подальшої експлуатації.

Начальник Проектного відділу  Володимир КОБИЛЕЦЬКИЙ





**Приватне науково – виробниче підприємство  
"Реконструкція будівель і споруд "РЕБУС"**

36023, м. Полтава, бульвар Боровиковського, 9, к. 38.  
Р/р UA763077700000026004111120051 у АТ «А-БАНК»  
м. Полтава МФО 307770. Код ЗКПО 32635627.  
Тел.факс: (050)6909875. E-mail: [sopilnyak55@gmail.com](mailto:sopilnyak55@gmail.com)

**ДОВІДКА**

**про впровадження результатів дисертаційної роботи**

З метою продовження подальшої надійної експлуатації стадіону «Ворскла» в м. Полтава проведено обстеження залізобетонних ригелів східної трибуни, які зазнали пошкодження бетону стиснутої зони в результаті температурно-вологісних впливів та раніше були підсиленні шляхом встановлення сталевих арматурних зтяжок. У пошкоджених нормальних перерізах ригелі перейшли в категорію переармованих поздовжньою розтягнутою арматурою.

Для оцінювання залишкової несучої здатності ригелів впроваджені результати дисертаційної роботи Погрібного Володимира Володимировича на тему «Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування» та методика натурного обстеження: проведені заходи щодо уточнення обсягів бетону пошкодженої структури ригелів у стиснутій зоні за допомогою неруйнівного контролю міцності бетону, ультразвукового прозвучування та тензометричного контролю на дію лише постійного навантаження, навантаження під час проведення футбольного матчу при частковому та повному заповненні трибуни глядачами. Контролювалися відносні деформації бетону й арматури зтяжок, встановлювався приріст напружень у зтяжках.

Оцінювання залишкової несучої здатності ригеля з найбільш ослабленим поперечним перерізом за запропонованим автором дисертації розрахунком засвідчило: гранична величина згинального моменту, який може сприйняти конструкція, дорівнює  $M_{Rd}=1346$  кНм, що перевищує значення згинального моменту від дії повного зовнішнього навантаження  $M_{Ed}=1216$  кНм. Тому несуча здатність ригеля забезпечена, але для подальшої експлуатації необхідно відновити його конструктив шляхом укладання бетону класу С35/45 з забезпеченням монолітності ригеля. Крім того, прийнято до уваги, що максимальна величина навантаження знижена порівняно з передбаченою проєктом рішенням унаслідок встановлення пластикових сидінь і зменшення вміщення стадіону на 17 %.

Впровадження результатів дисертаційної роботи дозволило обґрунтувати подальшу експлуатаційну придатність ригелів східної трибуни стадіону «Ворскла».



Олександр СОПІЛЬНЯК

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової  
та міжнародної роботи  
Національного університету  
«Полтавська політехніка  
імені Юрія Кондратюка»

Олена СТЕПОВА

2023 р.

**ДОВІДКА**

про впровадження результатів дисертаційної роботи

Даною довідкою підтверджується, що результати наукових досліджень за темою дисертаційної роботи Погрібного Володимира Володимировича «Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування» впроваджено у наукових роботах, які виконувалися в Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» за рахунок коштів загального фонду державного бюджету: «Збірно-монолітна конструктивна система під соціальне житло» (номер державної реєстрації 0113U000383); «Комплексні конструктивні рішення забезпечення енергоефективності громадських будівель в умовах євроінтеграції» (номер державної реєстрації 0118U001097); «Енергоефективні конструктивні рішення елементів будівель» (номер державної реєстрації 0121U109497); «Ресурсоекономні конструкції та планувальні рішення сталезалізобетонних систем для споруд цивільного захисту в нових та реконструйованих будівлях» (номер державної реєстрації 0123U102068).

У межах вказаних держбюджетних тем опубліковано 2 монографії, 10 наукових статей у закордонних виданнях, проіндексованих у базах даних Scopus, Web of Science Core Collection та наукових фахових виданнях України і отримано 2 патенти на корисну модель України, в яких висвітлені методи визначення несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування й отримані конструктивні рішення несучих елементів, які підвищують енергоефективність житлових та громадських будівель, а також рішення ресурсоекономних опорних конструкцій.

Наукові керівники науково-дослідницьких робіт:

завідувач кафедри будівельних конструкцій,  
д.т.н., професор

Андрій ПАВЛІКОВ

завідувач кафедри будівництва та  
цивільної інженерії, д.т.н., професор

Олександр СЕМКО



## ДОВІДКА

**про впровадження результатів дисертаційної роботи  
«Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних  
конструкцій з використанням умов екстремуму деформування»**

Результати дисертаційної роботи Погрібного Володимира Володимировича на тему «Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування» впроваджені при визначенні залишкової несучої здатності залізобетонних плит перекриттів багатоповерхової будівлі за адресою: с. Фонтанка, Одеського району, по вул. Чехова, 1, які зазнали пошкодження бетону в ході зведення та є перearмованими за нормальними перерізами поздовжньою розтягнутою арматурою. Встановлення технічного стану конструкцій за уточненою несучою здатністю приводить до обґрунтованого визначення переліку заходів щодо відновлення їх експлуатації.

Директор



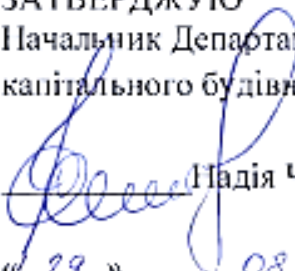
Михайло МЕЛЬНИК



АКЦІОНЕРНЕ ТОВАРИСТВО «УКРТРАНСНАФТА»  
вул. Князя Острозьких, 32/2, м. Київ, 01010,  
Україна  
JOINT STOCK COMPANY «UKRTRANSNAFTA»  
32/2, Knyaziv Ostrozkykh St., Kyiv, 01010, Ukraine

Тел./Tel.: +38 (044) 201-57-01, +38 (044) 201-57-76  
Факс/Fax: +38 (044) 201-57-78  
office@ukrtransnafta.com  
[www.ukrtransnafta.com](http://www.ukrtransnafta.com)

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Начальник Департаменту  
капітального будівництва

  
Надія Чередніченко

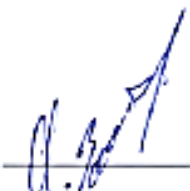
« 29 » 08 2023 р.

### ДОВІДКА ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

Результати дисертаційної роботи Погрібного Володимира Володимировича на тему «Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування» впроваджені при проведенні планового обстеження об'єктів АТ «Укртранснафта», на виробничому комплексі м. Полтаві по вул. Олені Пчілки, 27, а саме: для визначення залишкової несучої здатності за нормальними та похилими перерізами пошкоджених у результаті тривалої експлуатації 6-ти та 12-ти метрових збірних залізобетонних балок покриття матеріально - технічного складу та гаража з допоміжними виробництвами і трансформаторною підстанцією з неруйнівним контролем міцності бетону та магнітним методом визначення армування.

Вказане дозволило при виконанні ремонтних заходів забезпечити подальшу експлуатацію будівель за функціональним призначенням.

Провідний інженер  
з нагляду за будівництвом  
відділу технічного нагляду  
Департаменту капітального будівництва



Ігор ЗЕРНІЮК



**Приватне науково – виробниче підприємство  
"Реконструкція будівель і споруд "РЕБУС"**  
36023, м. Полтава, бульвар Боровиковського, 9, к. 38.  
Р/р UA763077700000026004111120051 у АТ «А-БАНК»  
м. Полтава МФО 307770. Код ЗКПО 32635627.  
Тел.факс: (050)6909875. E-mail: sopilnyak55@gmail.com

### **ДОВІДКА**

#### **про впровадження результатів дисертаційної роботи**

Результати дисертаційної роботи Погрібного Володимира Володимировича на тему «Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування» впроваджені приватним науково-виробничим підприємством «Реконструкція будівель і споруд «Ребус» для визначення несучої здатності при:

– проєктуванні цеху екстракції потужністю переробки 1000 т насіння на добу на території ПАТ «Ніжинський жиркомбінат» за адресою: вул. Прилуцька, 2, м. Ніжин, Чернігівська область, що дозволило підвищити експлуатаційну придатність вузла опирання металеві колони каркасу будівлі на фундамент.

– обстеженні в рамках реконструкції культурно-оздоровчого комплексу міжгосподарського санаторію «Сосновий бір» Полтавської області збірних залізобетонних 9-ти метрових напіврам за серією 1.822.1-6 вип. 4, 5, які є каркасом блока плавального басейну з розмірами в плані 18 x 31,2 м. Опорні ділянки напіврам мають ослаблений поперечний переріз конструктиву з відшаруванням бетону внаслідок їх попередньої експлуатації. За результатами проведених в рамках зазначеної дисертації наукових досліджень встановлено, що опір ділянок напіврам біля опор залежить від їх клиновидності. Врахування цього фактору дозволяє підвищити несучу здатність напіврам біля опор та визначити заходи щодо їх ремонту або підсилення.

Директор К.Т.Н.



Олександр СОПІЛЬНЯК

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-педагогічної  
та навчальної роботи  
Національного університету  
«Полтавська політехніка  
імені Юрія Кондратюка»



Анатолій МАРТИНЕНКО

08 \_\_\_\_\_ 2023 р.

**ДОВІДКА**

про впровадження  
результатів дисертаційної роботи

Дана довідка підтверджує, що результати дисертаційної роботи Погрібного Володимира Володимировича на тему «Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування», впроваджені при розміщенні в ауд. 405-Ф навчального корпусу «Ф» Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка» сучасної лабораторії з метою підвищення якості навчального процесу. Для забезпечення її функціонального призначення в несучій кам'яній стіні запроектовано дверний проріз для включення сусіднього допоміжного приміщення для обслуговування лабораторних занять.

Таким чином, при встановленні сталевих перемички і розбиранні кладки під нею створена армокам'яна конструкція, для розрахунку якої використано розроблений у дисертації метод визначення несучої здатності, котрий засвідчив її забезпеченість.

Також у ході обстеження несучих конструкцій навчального корпусу «Ф» з використанням результатів зазначеної вище дисертаційної роботи визначена залишкова несуча здатність за нормальним перерізом пошкодженого в стиснутій зоні залізобетонного ригеля перекриття 1-го поверху по осі В між осями 5-6 (ауд.102-Ф), що дозволило продовжити експлуатацію перекриття без обмежень.

Керівник групи обстеження,  
д.т.н., професор

A stylized handwritten signature in blue ink.

Олександр СЕМКО

НАУКОВО-ВИРОБНИЧИЙ ЦЕНТР  
**«ЕКОСТРОЙ»**

65122, Одеська область, м. Одеса, вул. Базарна, 120, кв. 11. ЄДРПОУ 41756817,  
 р/р UA253288450000026004300790059, в АТ «ОЩАДБАНК», МФО 328845;  
 ecostroy\_odessa@ukr.net; тел. 096 – 525-55-05

**ДОВІДКА**

**про впровадження результатів дисертаційної роботи**  
**«Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних**  
**конструкцій з використанням умов екстремуму деформування»**

Результати дисертаційної роботи Погрібно́го Володими́ра Володи́ровича на тему «Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування» впроваджені при визначенні залишкової несучої здатності кам'яних стін об'єктів культурної спадщини - Потьомкіньських сходів та Дома Русова по вул. Садова №21 у м. Одесі, які зазнали значних пошкоджень кам'яної кладки в ході тривалої експлуатації.

Встановлення уточненої несучої здатності вказаних конструкцій стін за урахуванням їх фактичного технічного стану привело до обґрунтованого визначення переліку заходів щодо відновлення їх експлуатаційних показників та забезпечення конструктивної безпеки зазначених об'єктів.

Директор НВЦ «Екострой»  
 доктор технічних наук, професор  
 Заслужений будівельник України



Володимир СУХАНОВ

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Проректор з наукової  
та міжнародної роботи  
Національного університету  
«Полтавська політехніка  
імені Юрія Кондратюка»



Олена СТЕПОВА

09

2023 р.

### ДОВІДКА

щодо впровадження результатів  
дисертаційної роботи

Даною довідкою підтверджується, що результати дисертаційної роботи Погрібного Володимира Володимировича «Методологія оцінювання несучої здатності залізобетонних і кам'яних конструкцій з використанням умов екстремуму деформування» впроваджені в навчальний процес під час проведення лекційних та практичних занять у 2010 – 2021 н.р. у Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», зокрема з навчальних дисциплін: «Опір матеріалів», «Залізобетонні конструкції», «Кам'яні та армокам'яні конструкції», «Проблеми проектування кам'яних конструкцій», «Технічна експлуатація та реконструкція будівель і споруд», «Ремонт і підсилення будівельних конструкцій» та здійснення керівництва кваліфікаційними магістерськими роботами, а також підготовки докторів філософії за спеціальністю 192 Будівництво та цивільна інженерія.

Ефективність впровадження проведених здобувачем Погрібним Володимиром Володимировичем досліджень полягає у підвищенні творчої активності, якості навчання студентів і аспірантів та розвитку інтересу до наукової діяльності.

Директор навчально-наукового інституту  
архітектури, будівництва та землеустрою,  
д.с.н., доцент

Вадім ВАДІМОВ

Завідувач кафедри будівельних конструкцій  
д.т.н., професор

Андрій ПАВЛІКОВ